

Э.Г.Миронов

# МЕТОДЫ И СРЕДСТВА ИЗМЕРЕНИЙ

*Учебное пособие*



Федеральное агентство по образованию  
ГОУ ВПО «Уральский государственный технический университет – УПИ  
имени первого Президента России Б. Н. Ельцина»



**Э.Г. Миронов**

## **МЕТОДЫ И СРЕДСТВА ИЗМЕРЕНИЙ**

Учебное пособие

Учебное электронное текстовое издание

Подготовлено кафедрой автоматики и информационных технологий

Научный редактор: доц., канд. техн. наук В.И. Паутов

В учебном пособии приводятся основные положения по теории и практике метрологического обеспечения технических измерений. Рассматриваются методы и средства, используемые для измерения физических величин, в том числе датчики, измерительные схемы, электроизмерительные приборы. Дается обширное приложение и детальный перечень литературных источников по рассматриваемым вопросам.

Учебное пособие предназначено для студентов всех форм обучения специальностей: 230101 «Вычислительные машины, комплексы, системы и сети» (ВМКСС); 230102 «Автоматизированные системы обработки информации и управления» (АСУ); 280101 «Безопасность жизнедеятельности в техносфере» (БЖТ); 280103 «Защита в чрезвычайных ситуациях» (ЗЧС); 280104 «Пожарная безопасность» (ПБ).

© ГОУ ВПО УГТУ–УПИ  
Екатеринбург  
2009

## СОДЕРЖАНИЕ

Предисловие.....	9
Основы метрологии.....	11
1.1. Краткий исторический обзор.....	11
1.2. Термины и определения .....	14
1.3. Задачи метрологии.....	18
1.4. Международная система единиц.....	22
1.4.1. Общие положения .....	22
1.4.2. Основные единицы .....	23
1.4.3. Производные единицы.....	25
1.4.4. Внесистемные единицы.....	27
1.4.5. Кратные и дольные единицы .....	32
1.4.6. Единицы количества информации .....	33
1.4.7. Достоинства Международной системы единиц.....	33
2. Основы теории погрешностей.....	34
2.1. Общие положения .....	34
2.2. Нормальный закон распределения.....	38
2.3. Распределение Стьюдента .....	40
2.4. Распределение $\chi^2$ .....	41
2.5. Классификация погрешностей.....	43
2.6. Количественные характеристики погрешностей.....	46
3. Характеристики средств измерений.....	48
3.1. Общие положения .....	48
3.2. Статические характеристики .....	49
3.3. Динамические характеристики.....	50
3.4. Универсальные характеристики.....	53
3.5. Характеристики погрешностей .....	54
3.6. Классы точности .....	55
4. Статические погрешности средств измерений.....	60

4.1. Общие положения .....	60
4.2. Выявление промахов .....	62
4.3. Систематические погрешности .....	65
4.4. Случайные погрешности .....	67
4.5. Суммарные погрешности .....	69
4.6. Правила округления.....	72
4.7. Пример расчета .....	73
5. Доверительные интервалы и погрешности погрешностей .....	78
5.1. Общие положения .....	78
5.2. Погрешность арифметического среднего.....	78
5.3. Погрешность систематической погрешности .....	79
5.4. Погрешность среднего квадратического отклонения .....	81
5.5. Необходимое число измерений .....	82
5.6. Пример расчета .....	86
6. Динамические погрешности средств измерений .....	90
6.1. Общие положения .....	90
6.2. Передаточные функции .....	92
6.3. Частотные характеристики .....	95
6.4. Пример расчета .....	97
7. Погрешности результатов измерений .....	102
7.1. Погрешности прямых многократных измерений .....	102
7.1.1. Порядок оценки .....	102
7.1.2. Пример расчета.....	106
7.2. Погрешности прямых однократных измерений .....	109
7.2.1. Порядок оценки .....	109
7.2.2. Примеры расчета .....	112
7.3. Погрешности косвенных измерений.....	116
7.3.1. Порядок оценки погрешностей классическим методом .....	116
7.3.2. Порядок оценки погрешностей по МИ 2083–90 .....	120
7.3.3. Примеры расчета .....	124

7.4. Неопределенности измерений .....	129
8. Измерения физических величин .....	135
8.1. Общие положения .....	135
8.2. Датчики .....	137
8.3. Измерительные схемы .....	139
8.4. Средства измерения электрических величин.....	141
9. Построение и применение датчиков .....	143
9.1. Общие положения .....	143
9.2. Классификация датчиков .....	144
9.3. Параметрические датчики.....	147
9.3.1. Реостатные датчики .....	147
9.3.2. Датчики контактного сопротивления .....	149
9.3.3. Тензорезисторные датчики .....	151
9.3.4. Фоторезисторные датчики .....	155
9.3.5. Терморезисторные датчики.....	157
9.3.6. Индуктивные датчики.....	160
9.3.7. Емкостные датчики .....	167
9.4. Генераторные датчики.....	169
9.4.1. Термоэлектрические датчики .....	169
9.4.2. Пьезоэлектрические датчики .....	175
9.4.3. Индукционные датчики .....	178
9.4.4. Датчики Холла.....	180
9.4.5. Трансформаторные датчики.....	182
9.5. Тенденции развития датчикоостроения .....	186
10. Динамика термочувствительных датчиков .....	188
10.1. Исходные данные.....	188
10.2. Скачкообразное изменение температуры.....	190
10.3. Линейное изменение температуры .....	195
11. Мостовые измерительные схемы.....	199
11.1. Общие положения .....	199

11.2. Основные соотношения при исследовании чувствительности.....	201
11.3. Основные соотношения при исследовании линейности .....	203
12. Неравновесные токовые мостовые измерительные схемы.....	204
12.1. Чувствительность токовых мостовых схем .....	204
12.1.1. Общие положения .....	204
12.1.2. Основные соотношения.....	206
12.1.3. Выводы и рекомендации .....	213
12.2. Линейность токовых мостовых схем .....	215
12.2.1. Общие положения .....	215
12.2.2. Основные соотношения.....	217
12.2.3. Выводы и рекомендации .....	226
13. Неравновесные потенциальные мостовые схемы.....	228
13.1. Чувствительность потенциальных мостовых схем .....	228
13.1.1. Общие положения .....	228
13.1.2. Основные соотношения.....	229
13.2. Линейность потенциальных мостовых схем.....	231
13.2.1. Общие положения .....	231
13.2.2. Основные соотношения.....	233
13.2.3. Выводы и рекомендации .....	242
14. Равновесные мостовые схемы.....	245
14.1. Общие положения.....	245
14.2. Датчик в первом плече .....	245
14.3. Датчик во втором плече .....	248
14.4. Датчик в третьем плече .....	250
14.5. Датчик в четвертом плече .....	251
14.6. Примеры расчета равновесных схем .....	253
15. Мостовые схемы переменного тока .....	257
15.1. Общие положения.....	257
15.2. Измерения параметров катушек индуктивности.....	262
15.3. Измерение параметров конденсаторов.....	267

15.4. Шестиплечие мостовые схемы .....	271
15.5. Трансформаторные мостовые схемы .....	272
15.6. Выводы и рекомендации .....	274
16. Примеры использования равновесных мостовых измерительных схем .....	276
16.1. Двух- и трехпроводные схемы включения датчиков .....	276
16.2. Автоматические мостовые схемы .....	277
17. Аналоговые электромеханические приборы .....	279
17.1. Общие положения .....	279
17.2. Магнитоэлектрические приборы .....	281
17.3. Электромагнитные приборы .....	284
17.4. Электродинамические приборы .....	288
17.5. Электростатические приборы .....	291
17.6. Индукционные приборы .....	294
17.7. Логометры .....	296
18. Приборы сравнения .....	299
18.1. Общие положения .....	299
18.2. Компенсаторы постоянного тока с ручным управлением .....	299
18.3. Автоматические компенсаторы постоянного тока .....	302
18.4. Полярно-координатные компенсаторы переменного тока .....	305
18.5. Прямоугольно-координатные компенсаторы переменного тока .....	306
19. Аналоговые электронные приборы .....	309
19.1. Общие положения .....	309
19.2. Вольтметры средних значений .....	310
19.3. Вольтметры амплитудных значений .....	314
19.4. Конденсаторные частотомеры .....	317
19.5. Омметры .....	320
20. Цифровые измерительные приборы .....	324
20.1. Общие положения .....	324
20.2. Электромеханические цифровые приборы .....	326
20.3. Электронные цифровые приборы .....	328

20.3.1. Времяимпульсные вольтметры.....	328
20.3.2. Уравновешивающие вольтметры .....	330
20.3.3. Электронно-счетные частотомеры .....	333
20.3.4. Измерители временных интервалов.....	335
20.3.5. Измерители разности фаз .....	338
20.4. Мультиметры.....	340
21. Измерительно-компьютерные системы .....	341
22. Измерение электрических токов.....	344
22.1. Общие положения.....	344
22.2. Измерение постоянного тока .....	346
22.3. Измерение переменного тока .....	351
23. Измерение электрических напряжений .....	354
23.1. Общие положения.....	354
23.2. Измерение постоянного напряжения .....	356
23.3. Измерение переменного напряжения .....	360
24. Измерение электрических сопротивлений .....	365
24.1. Общие положения.....	365
24.2. Измерение малых сопротивлений .....	370
24.3. Измерение средних сопротивлений .....	376
24.4. Измерение больших сопротивлений.....	384
25. Измерение температуры .....	389
25.1. Общие положения.....	389
25.2. Термометры .....	394
25.3. Пирометры.....	403
Заключение.....	411
Библиографический список.....	413
Приложение 1. Статистические таблицы.....	418
Приложение 2. Критерий согласия по ГОСТ 8.508 – 84 .....	423
Приложение 3. Характеристики датчиков.....	426
Приложение 4. Условные обозначения на шкалах и корпусах приборов .....	438



Приложение 5. Характеристики электроизмерительных приборов.....	441
Приложение 6. Условные графические обозначения в схемах .....	447
Приложение 7. Обозначение единиц измерения, их кратных и дольных значений .....	450
Приложение 8. Классификация электронных электроизмерительных приборов и система их обозначения .....	451
Приложение 9. Технические характеристики стандартных измерительных шунтов .....	454
Приложение 10. Технические характеристики устройства типа И58М .....	455
Приложение 11. Технические характеристики добавочного сопротивления типа Р-109.....	457
Приложение 12. Технические характеристики жидкостных термометров .....	458
Приложение 13. Технические характеристики манометрических термометров..	460
Приложение 14. Визуальный оптический пирометр «Проминь» .....	461
Приложение 15. Телескоп пирометра суммарного излучения типа ПИРС-019 с усилителем .....	462

## ПРЕДИСЛОВИЕ

Настоящее учебное пособие посвящено методам и средствам измерения. В работе приводятся основные понятия, встречающиеся в теории и практике метрологического обеспечения измерений. Рассмотрены методы и средства измерений физических величин, в том числе датчики, мостовые измерительные схемы, электроизмерительные приборы и приборы для измерения неэлектрических величин.

Особенно детально рассмотрены вопросы, связанные с погрешностями, так как в задачу каждого измерения входит не только определение искомой величины, но и оценка погрешности полученного результата.

Следует отметить, что в настоящее время отсутствуют учебники и учебные пособия (см., например, [1–12]), которые бы в полной мере отвечали учебным планам специальностей: 230101 – ВМКСС; 230102 – АСУ; 280101 – БЖТ; 280103 – ЗЧС; 280104 – ПБ и рабочим программам по дисциплинам «Методы и средства измерений», «Метрология, стандартизация и сертификация» для студентов всех форм обучения перечисленных выше специальностей.

Монографии [13; 20–22] написаны для специалистов и по своему содержанию не могут служить учебными пособиями. В других случаях [1; 2; 7], стремясь к краткости и лаконичности, авторы опускают ряд существенных разделов курса. К тому же некоторые положения (например, по Международной системе единиц, по оценке погрешностей и др.) получили новую трактовку, что потребовало внести соответствующие изменения и дополнения.

При написании данного учебного пособия была сделана попытка охватить все вопросы, возникающие при изучении методов и средств измерений, а также основ метрологии, стандартизации и сертификации в соответствии с требованиями учебных планов и рабочих программ. Особенно большое внимание уделяется метрологии как науке об измерениях и их единстве. Значительная часть учебного пособия посвящена методам оценки погрешностей результатов и средств измерений.

Для сокращения объема учебного пособия некоторые второстепенные положения рассмотрены сравнительно кратко, без подробных доказательств и выкладок, а некоторые разделы изложены в виде инструкций и рекомендаций.

Работа снабжена приложениями, содержащими справочные данные, что может облегчить ее использование как практического руководства при оценке, например, погрешностей результатов и средств измерений без привлечения других книг и справочников. Последнее обстоятельство расширяет область использования учебника. И хотя учебник предназначен в основном для студентов, он с успехом может быть использован аспирантами, инженерами, преподавателями и научными работниками.

Библиографический список, приведенный в конце работы, включает в себя учебники, учебные пособия, монографии, справочники, нормативные документы и статьи, опубликованные в журналах и научных трудах. Ссылки на конкретные литературные источники приводятся по мере необходимости при рассмотрении соответствующих тем и задач метрологии и технических измерений. Новая литература, изданная в последние годы, приведена в конце библиографического списка. Здесь также представлен перечень нормативных документов, ссылки на которые сделаны в учебнике.

Автор благодарит рецензентов – закафедрой автоматизации производственных процессов УГЛТУ, кандидата технических наук, доцента С.П. Санникова и старшего научного сотрудника ИММ УрО РАН, кандидата технических наук, доцента С.И. Кумкова – за доброжелательное отношение к рукописи и за полезные замечания, сделанные ими при рецензировании.

Автор выражает признательность научному редактору, кандидату технических наук, доценту кафедры автоматики и управления в технических системах УГТУ–УПИ В.И. Паутову за большую работу по научному редактированию учебного пособия. Особую признательность автор выражает кандидату технических наук, доценту кафедры автоматики и информационных технологий УГТУ–УПИ Н.П. Бессонову за ценные советы и предложения, высказанные им при обсуждении рукописи.

# ОСНОВЫ МЕТРОЛОГИИ

## 1.1. Краткий исторический обзор

Термин «метрология» образован из двух греческих слов: «метрон» – мера и «логос» – учение. В дословном переводе «метрология» – это учение о мерах или, как принято определять в настоящее время это понятие, – наука об измерениях (более полное определение термина «метрология» приведено ниже в разделе «Термины и определения»).

Измерения выполнялись человечеством с незапамятных времен. Уже в древности проводились измерения времени, расстояния между поселениями, веса (массы) физических тел, площади земельных участков и т. д. Как правило, при этом использовались антропологические единицы измерений, т. е. единицы измерений, связанные с человеком и размерами его тела. Например, в России использовались следующие меры [10; 11; 23]:

- 1) *перст* – ширина указательного пальца (в метрической системе мер около 2 см);
- 2) *вершок* – ширина сложенных вместе двух пальцев, указательного и среднего (около 4,4 см);
- 3) *пядь малая* – расстояние между концами вытянутых большого и указательного пальцев руки (около 19 см);
- 4) *пядь великая* – от кончика мизинца до кончика большого пальца, растянутых по одной линии (от 22 до 23 см);
- 5) *косая сажень* – расстояние от носка левой ноги до конца пальцев правой руки, вытянутой по диагонали (от 216 до 248 см).

Антропологические единицы обладают очевидными недостатками (у разных людей разные «пяди», «вершки», «сажени» и т. д.). Для преодоления недостатка «чистых» антропологических единиц уже сравнительно давно стали использовать в качестве образцовых мер и эталонов деревянные сажени, медные фунты, мерные бутылки и т. д. Вещественные образцовые меры и эталоны не могли преодолеть всех недостатков измерений, основанных на антропологи-

ческих единицах. Требовался переход на принципиально новые единицы измерений, что и было сделано при создании метрической системы мер. Научное обоснование такого перехода обеспечила метрология.

Метрология как наука зародилась в конце XVIII века во времена Великой французской буржуазной революции 1789 г. Основоположники метрологии – Кулон, Лавуазье, Лагранж, Лаплас и другие известные ученые – предложили перейти от антропологических единиц к естественным единицам измерений (в дальнейшем получившим название естественнонаучных единиц). В основу естественных единиц измерений были положены такие единицы, как метр, килограмм и секунда, связанные с размерами Земли и с вращением ее вокруг своей оси. За единицу массы (единицу «веса» в первоначальной редакции) был принят килограмм, приравненный к массе («весу») воды определенного объема при заданной температуре. 7 мая 1795 г. Конвент принял закон о внедрении метрической системы мер во Франции. Фактически же это внедрение происходило длительное время и потребовало больших усилий.

Приведем первые определения основных единиц метрической системы мер:

1) *метр* – это одна сорокамиллионная часть земного меридиана, проходящего через город Париж.

2) *килограмм* – вес 1 дм<sup>3</sup> чистой воды при +4 °С.

3) *секунда* – это 1/86 400 часть солнечных суток.

Таким образом, от единиц, связанными с размерами тела человека, был сделан пере

Первые определения метрических мер измерения имели чисто академический (научный) вид (отсюда и название «естественно-научные единицы»), и их практическое использование было затруднено. Например, в определении килограмма есть нечеткое понятие «чистая вода». Это какая вода: из озера, из реки, из родника или как-то специально приготовленная? Кроме того, возникают трудности при воспроизведении объема 1 дм<sup>3</sup> и при поддержании температуры воды +4 °С, что требуется по приведенному определению килограмма. Для преодоления этих недостатков был сделан переход на материальное воспроизведе-

ние единиц измерений. Например, метр был воспроизведен в виде платиновой линейки, а затем в виде расстояния между штрихами, нанесенными на двутавровую балочку из сплава платины и иридия. Аналогично килограмм стал воспроизводиться в виде цилиндрической гири из сплава платины и иридия. Соответственно изменились определения единиц измерений, причем определение метра просуществовало до 1960 г., а определение килограмма (как массы международного прототипа килограмма) оказалось настолько удачным, что существует до сих пор. Более подробно единицы измерений рассмотрены ниже, в последующих разделах учебного пособия.

В России основоположником метрологии принято считать Дмитрия Ивановича Менделеева (1834–1907), хотя и до него проводились отдельные работы по метрологии и метрологическому обеспечению измерений. Д.И. Менделеев был разносторонним ученым. Он хорошо известен как химик и создатель периодической системы химических элементов. Кроме того, он занимался воздухоплаванием и даже летал на воздушном шаре. По заданию правительства разработал для русской армии бездымный порох. До этого в русской армии использовался дымный порох, малоэффективный и дающий много дыма (особенно при стрельбе из орудий большого калибра).

Кроме чисто научной деятельности, Д.И. Менделеев проводил большую организационную работу. В 1893 г. им была создана Главная палата мер и весов, являвшаяся, по существу, научно-исследовательским институтом метрологического профиля. В Англии аналогичная организация (Метрологическое отделение Национальной физической лаборатории) была создана в 1900 г., а в США – в 1901 г. (Национальное бюро стандартов).

Под руководством Д.И. Менделеева была проведена работа по сличению русской системы эталонов (аршин, сажень, фунт) с английскими и метрическими эталонами мер и весов. Была сделана попытка перейти на метрическую систему мер (метр, килограмм), но удалось добиться лишь ее факультативного применения.

Метрическая система мер как обязательная была официально признана лишь после Октябрьской революции 1917 года. 14 сентября 1918 г. был принят декрет Совнаркома «О введении Международной метрической системы мер и весов». Практически же это удалось сделать лишь через 9 лет – в 1927 г.

Для внедрения Международной метрической системы были созданы Палаты мер и весов во всех союзных республиках СССР и во многих крупных городах страны (в том числе и в Свердловске).

В дальнейшем Палаты мер и весов были преобразованы в Метрологические институты. Главным стал Всесоюзный научно-исследовательский институт метрологии (ВНИИМ) им. Д.И. Менделеева, преобразованный в настоящее время в Федеральное государственное унитарное предприятие «ВНИИМ им. Д.И. Менделеева» (г. Санкт-Петербург).

Организационную работу по метрологии и стандартизации до 2005 года возглавлял Госстандарт России. В 2005 году создано Федеральное агентство по техническому регулированию и метрологии (Ростехрегулирование), которое заменило Госстандарт.

В области научной метрологии головной организацией по-прежнему остается Федеральное государственное унитарное предприятие (ФГУП) «ВНИИМ им. Д.И. Менделеева». В Екатеринбурге работу по научной метрологии проводит Уральский научно-исследовательский институт метрологии (УНИИМ).

Кроме того, в составе Минпромэнерго организован Департамент технического регулирования и метрологии, на который возложена разработка технических регламентов.

## **1.2. Термины и определения**

Термины и определения, используемые в настоящем учебном пособии, соответствуют межгосударственным рекомендациям РМГ 29 – 99 [53], введенным с 01.01.2001 взамен ГОСТ 16263 – 70.

Приводимые ниже метрологические термины и их определения заимствованы также из словаря-справочника [26] и частично из периодических изданий в той части, в которой они не противоречат рекомендациям [117].

*Метрология* – это наука об измерениях, методах и средствах обеспечения их единства и способах достижения требуемой точности.

*Измерение* – это совокупность операций по сравнению опытным путем измеряемой величины с некоторым ее значением, принятым за единицу измерения.

*Единица измеряемой величины* – это значение измеряемой величины, которому по определению присвоено числовое значение, равное 1.

Например, при измерении массы тела единицей измерения является «тело» с массой 1 килограмм (по определению килограмм равен массе международного прототипа килограмма); при измерении размеров комнаты шагами единицей измерения является 1 шаг.

*Истинное значение величины* – это значение величины, которое идеальным образом характеризует в качественном и количественном отношении соответствующую величину.

*Действительное значение величины* – это значение величины, полученное экспериментальным путем и настолько близкое к истинному значению, что в поставленной измерительной задаче может быть использовано вместо него.

В качестве действительного значения измеряемой величины принимаются номинальные значения эталонов, образцовых мер, стандартных образцов, образцовых средств измерений и т. п.

*Результат измерения* – это значение величины, полученное путем ее измерения.

*Равноточные измерения* – это ряд измерений какой-либо величины, выполненных одинаковыми по точности средствами измерений и в одних и тех же условиях.

*Неравноточные измерения* – это ряд измерений какой-либо величины, выполненных разными по точности средствами измерений и (или) в разных условиях.

Прежде чем обрабатывать ряд измерений, необходимо убедиться в том, что все измерения этого ряда являются равноточными.



Неравноточные измерения обрабатывают в целях получения результатов измерений только в том случае, когда невозможно получить ряд равноточных измерений.

*Однократное измерение* – это измерение, выполненное один раз.

Во многих случаях на практике выполняются именно однократные измерения. Например, измерение конкретного момента времени по часам проводится один раз, т. е. выполняется однократное измерение.

Для большей уверенности в получаемом результате одного измерения иногда недостаточно, поэтому выполняются два, три и более измерений одной и той же величины. В этом случае могут быть допущены выражения «двукратное измерение», «трехкратное измерение» и т. д.

*Многократное измерение* – это измерение одного и того же значения искомой величины, состоящее из ряда однократных измерений.

При многократных измерениях возникает вопрос, начиная с какого числа измерений их можно считать многократными. Строгого ответа на этот вопрос нет. Однако известно, что при числе измерений, равном четырем (и более), ряд измерений может быть обработан в соответствии с требованиями математической статистики. Это означает, что при четырех измерениях (и более) их можно считать многократными [26]. За результат многократных измерений одной и той же величины обычно принимают среднее арифметическое значение  $\bar{x}$ , полученное по формуле (1.1) для равноточных измерений и по формуле (1.2) – для неравноточных измерений:

$$\bar{x} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i, \quad (1.1)$$

$$\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^n x_i \cdot P_i}{\sum_{i=1}^n P_i}, \quad (1.2)$$

где  $x_i$  – результат  $i$ -го измерения;

$n$  – число измерений;

$P_i$  – весовой коэффициент  $i$ -го измерения.

*Среднее квадратическое отклонение (СКО)* – это значение величины, полученное по формуле

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}{n-1}}, \quad (1.3)$$

где  $\sigma$  – СКО;

$x_i$  – результат  $i$ -го измерения;

$\bar{x}$  – среднее арифметическое значение, полученное по формуле (1.1) или (1.2);

$n$  – число измерений.

*Среднее квадратическое отклонение (СКО) среднего арифметического значения ( $\sigma_{\bar{x}}$ )* – это значение величины, полученное по формуле

$$\sigma_{\bar{x}} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}{n(n-1)}}. \quad (1.4)$$

Отметим, что среднее квадратическое отклонение  $\sigma$  по формуле (1.3) характеризует разброс результатов измерений около среднего арифметического значения  $\bar{x}$  (чем больше  $\sigma$ , тем больше результаты отдельных измерений отклоняются от  $\bar{x}$ ). Среднее квадратическое отклонение среднего арифметического значения  $\sigma_{\bar{x}}$  по формуле (1.4) характеризует разброс средних арифметических значений  $\bar{x}_j$  около генерального среднего значения  $\bar{\bar{x}}$  (чем больше  $\sigma_{\bar{x}}$ , тем больше  $\bar{x}_j$  отклоняется от  $\bar{\bar{x}}$ ; здесь  $\bar{x}_j$  – среднее арифметическое значение  $j$ -й серии многократных измерений одной и той же величины;  $\bar{\bar{x}}$  – генеральное среднее арифметическое значение по результатам всех серий многократных измерений одной и той же величины).

*Прямое измерение* – это измерение, при котором искомое значение величины находят непосредственно из опытных данных путем считывания с отчетных устройств используемых средств измерений.

Например, измерение массы на циферблатных весах, измерение температуры термометром, измерение длины с помощью линейных мер и т. д.

*Косвенное измерение* – это измерение, при котором искомое значение величины находят на основании известной зависимости между этой величиной и величинами, подвергаемыми прямому измерению.

Например, нахождение плотности однородного тела по его массе.

*Рабочее средство измерений* – это средство измерений (СИ), предназначенное для измерений, не связанных с передачей размера единицы другим средствам измерений. К рабочим СИ относят средства измерений, применяемые в научных целях, при контроле параметров продукции и технологических процессов, в сельском хозяйстве, в торговле, спорте и других видах деятельности, где необходимо получить значение той или иной физической величины.

*Метрологическое средство измерений* – это средство измерений (СИ), предназначенное для метрологических целей: воспроизведения единицы и (или) ее хранения или передачи размера единицы рабочим СИ. К метрологическим СИ относят эталоны, образцовые средства измерений (ОСИ), поверочные установки, стандартные образцы, средства сравнения (компараторы) и др.

*Поверка средства измерений* – это экспериментальное определение метрологических характеристик средства измерений и установление его пригодности к применению.

### **1.3. Задачи метрологии**

К задачам метрологии относятся:

- 1) разработка и обоснование единиц измерений (единиц величин);
- 2) воспроизведение единиц измерений (единиц величин);
- 3) разработка, обоснование и аттестация методик выполнения измерений (МВИ);
- 4) аттестация средств измерений (СИ) по нормируемым метрологическим характеристикам;
- 5) стандартизация;
- 6) сертификация.

Разработка, обоснование и воспроизведение единиц измерений, а также аттестация МВИ и СИ подробно рассмотрены ниже, и в данном разделе учебного пособия эти задачи не рассматриваются.

Стандартизация и сертификация, строго говоря, к метрологии как науке об измерениях прямого отношения не имеют. Это самостоятельные дисциплины.

Стандартизация – это работа по установлению и применению норм и правил с целью упорядочить и оптимизировать деятельность в конкретной области (например, в области машиностроения, науки, экономики, торговли, транспорта и т. д.).

Сертификация – это подтверждение качества продукции или производства и их соответствия действующим стандартам и другим нормативно-техническим документам (НТД).

Хотя стандартизация и сертификация являются самостоятельными дисциплинами, они тесно «увязаны» с метрологией и опираются на нее. Часто трудно сказать, где заканчивается стандартизация и сертификация и начинается метрология, – настолько эти дисциплины тесно переплетены. В связи с этим стандартизация и сертификация отнесены к задачам метрологии (хотя это и является, как уже было сказано, несколько условным).

Деятельность в области стандартизации определяется принятыми в установленном порядке нормативными документами.

Нормативные документы, принятые в Российской Федерации:

- 1) **Законы Российской Федерации (РФ).**
- 2) **Указы Президента РФ.**
- 3) **Постановления Правительства РФ.**

Законы РФ, указы Президента и постановления Правительства обязательны к исполнению на всей территории РФ и на всех предприятиях, во всех организациях и учреждениях независимо от форм собственности.

4) **Государственные стандарты (ГОСТы)** – нормативные документы, обязательные к исполнению на всей территории РФ и во всех отраслях народного хозяйства. ГОСТы, введенные еще в СССР, действуют на всей территории

РФ до их официальной отмены и до замены на Государственные стандарты России (на ГОСТ Р).

5) **Отраслевые стандарты (ОСТы)** – нормативные документы, обязательные к исполнению на всей территории РФ в тех отраслях, к которым они относятся.

6) **Стандарты предприятий (СТП)** – нормативные документы, обязательные к исполнению на том предприятии, на котором они приняты и утверждены в установленном порядке.

7) **Технические условия (ТУ)** – технические документы, которым должны соответствовать те изделия, на которые данные ТУ распространяются.

8) **Руководящие документы (РД) и методические указания метрологических институтов (МИ)** носят рекомендательный характер и регламентируют деятельность в тех областях, на которые распространяются.

Примеры обозначения и наименования основных нормативных документов, используемых в настоящее время, приведены в конце учебного пособия в библиографическом списке [44–54].

Нормативных документов разного уровня насчитывается более 250 тысяч (в том числе около 25 тысяч ГОСТов, около 40 тысяч ОСТов и около 160 тысяч СТП и ТУ). Более точное число нормативных документов назвать затруднительно, так как они находятся в постоянном «движении»: часть нормативных документов регулярно отменяется, часть – вводится вновь, часть – видоизменяется и т. д.

В настоящее время намечаются серьезные преобразования в области стандартизации. Начало преобразований положено Законом РФ «О техническом регулировании», принятым в самом конце 2002 г. Основным нормативным документом по этому Закону становится технический регламент (ТР). В качестве ТР могут выступать соответствующие Законы РФ, указы Президента и постановления Правительства. ТР могут действовать и как самостоятельные обязательные нормативные документы, в которых приводятся ссылки на Законы, Указы, постановления, ГОСТы и другие нормативные документы. При этом

намечается отменить ОСТы, а часть ГОСТов перевести из обязательных в рекомендательные. Преобразования планируется проводить постепенно на протяжении нескольких лет. В течение всего переходного периода действует прежняя система стандартизации.

Кроме перечисленных выше нормативных документов (НД), все большее распространение получают следующие, относительно новые, НД.

1) **Межгосударственный стандарт СНГ** (обозначается ГОСТ, как и стандарт СССР) – принимается странами СНГ и становится обязательным после утверждения.

2) **Гармонизованные стандарты** – становятся обязательными после утверждения в качестве национального стандарта, требования которого соответствуют международным или региональным стандартам (обозначаются: ГОСТ Р ИСО; ГОСТ Р МЭК и т. д., где ИСО, МЭК и пр. – обозначение соответствующего международного стандарта).

3) **Рекомендации межгосударственные (РМГ)** – нормативный документ стран СНГ. Утверждается как рекомендательный или обязательный на территории РФ.

4) **Правила (ПР) и рекомендации (Р)** – нормативные документы. После утверждения могут иметь обязательный или рекомендательный статус.

Подробнее затронутые вопросы освещены в учебных пособиях [17–19]. Примеры обозначения стандартов приведены в библиографическом списке (см., например, [44–54]).

Следует отметить большую значимость для народного хозяйства нормативных документов, без которых фактически невозможно современное производство. Известно, например, шутливое высказывание, что стандарты для промышленности – то же, что воздух для человека. Есть воздух – и человек его не замечает, нет воздуха – и человек задыхается. Аналогично и со стандартами. Есть стандарты – и их не замечают, нет стандартов – и производство замирает.

## **1.4. Международная система единиц**

### **1.4.1. Общие положения**

Унификация единиц измерений, получившая с созданием метрической системы мощный импульс, в дальнейшем сменилась появлением и распространением многочисленных и разнообразных систем единиц. В начале XX века насчитывалось едва ли не два десятка различных систем единиц. Назовем некоторые из этих систем: СГС (сантиметр – грамм – секунда), электромагнитная система СГСМ, электростатическая система СГСЭ, практическая система МКС (метр – килограмм – секунда), система МКСА (метр – килограмм – секунда – ампер) и т. д. Проблема унификации единиц снова стала актуальной.

Вопрос о создании единой Международной системы единиц впервые был поднят еще в 1913 г. на V Генеральной конференции по мерам и весам (ГКМВ), но практические работы в этой области начались лишь в середине XX века.

В 1948 г. на IX ГКМВ было рассмотрено предложение о принятии Международной практической системы с основными единицами – метром, килограммом, секундой и одной из практических электрических единиц.

В 1954 г. на X ГКМВ было решено, что Международная система должна быть универсальна, т. е. охватывать все области измерений, и в качестве ее основных единиц следует принять метр, килограмм, секунду, ампер, градус Кельвина и свечу (канделу).

Наконец, в 1960 г. XI ГКМВ приняла решение:

- 1) присвоить системе, основанной на шести основных единицах, наименование «Международная система единиц»;
- 2) установить международное сокращенное наименование этой системы «SI» (от начальных букв *S*ysteme *I*nternational);
- 3) ввести таблицу приставок для образования кратных и дольных единиц.

Международная система продолжала совершенствоваться и развиваться. Так, была добавлена седьмая основная единица – моль (единица измерения количества вещества). Кроме того, наименование «градус Кельвина» было заме-

нено наименованием «кельвин» и дало новое определение единице измерения времени (секунде).

В русской транскрипции Международная система единиц сокращенно называется СИ. В Советском Союзе (СССР) Международная система единиц введена как обязательная с 1 января 1982 г., и с этой же даты действовал ГОСТ 8.417–81.ГСИ. Единицы физических величин, замененный в настоящее время на ГОСТ 8.417–2002 [49], введенный в действие с 1 сентября 2003 г.

Единицы СИ должны применяться во всей вновь разрабатываемой технической документации и в публикациях, а также в учебных процессах всех учебных заведений, в учебниках и в учебных пособиях. Оговорено применение и некоторых единиц, не входящих в СИ.

Стандарт не распространяется на единицы, применяемые в научных исследованиях и при публикациях их результатов, если в них не рассматриваются и не используются результаты измерений конкретных физических величин, а также на единицы величин, оцениваемых по условным шкалам (например, шкалы твердости Роквелла и Виккерса, светочувствительности фотоматериалов и др.).

В настоящее время Международную систему составляют следующие единицы величин:

- 1) семь основных (табл. 1.1);
- 2) производные единицы (табл. 1.2–1.4);
- 3) двадцать абсолютных и десять относительных внесистемных единиц, допускаемых к применению наравне с единицами СИ (табл. 1.5; 1.6);
- 4) восемь внесистемных единиц, временно допускаемых к применению (табл. 1.7).

#### ***1.4.2. Основные единицы***

Основные единицы Международной системы СИ приведены в табл. 1.1.



## Основные единицы СИ

Величина		Единица			
Наименование	Размерность	Наименование	Обозначение		Определение
			международное	русское	
1	2	3	4	5	6
Длина	$L$	метр	m	м	Метр есть длина пути, проходимого светом в вакууме за интервал времени $1/299\,792\,458\,s$ [XVII ГКМВ (1983 г.), Резолюция 1]
Масса	$M$	килограмм	kg	кг	Килограмм есть единица массы, равная массе международного прототипа килограмма [I ГКМВ (1889 г.) и III ГКМВ (1901 г.)]
Время	$T$	секунда	s	с	Секунда есть время, равное $9\,192\,631\,770$ периодам излучения, соответствующего переходу между двумя сверхтонкими уровнями основного состояния атома цезия-133 [XIII ГКМВ (1967 г.), Резолюция I]
Электрический ток (сила электрического тока)	$I$	ампер	A	A	Ампер есть сила неизменяющегося тока, который при прохождении по двум параллельным прямолинейным проводникам бесконечной длины и ничтожно малой площади кругового поперечного сечения, расположенным в вакууме на расстоянии 1 m один от другого, вызвал бы на каждом участке проводника длиной 1 m силу взаимодействия, равную $2 \cdot 10^{-7} N$ [МКМВ (1946 г.), Резолюция 2, одобренная IX ГКМВ (1948 г.)]
Термодинамическая температура	$\Theta$	кельвин	K	К	Кельвин есть единица термодинамической температуры, равная $1/273,16$ части термодинамической температуры тройной точки воды [XIII ГКМВ (1967 г.), Резолюция 4]

Продолжение таблицы 1.1

Количество вещества	$N$	моль	mol	моль	Моль есть количество вещества системы, содержащей столько же структурных элементов, сколько содержится атомов в углероде-12 массой 0,012 kg. При применении моля структурные элементы должны быть специфицированы и могут быть атомами, молекулами, ионами, электронами и другими частицам или специфицированными группами частиц [XIV ГКМВ (1971 г.), Резолюция 3]
Сила света	$J$	кандела	cd	кд	Кандела есть сила света в заданном направлении источника, испускающего монохроматическое излучение частотой $540 \cdot 10^{12}$ Hz, энергетическая сила света которого в этом направлении составляет $1/683$ W/sr [XVI ГКМВ(1979 г.), Резолюция 3]
Примечания					
<p>1. Кроме термодинамической температуры (обозначение <math>T</math>), допускается применять также температуру Цельсия (обозначение <math>t</math>), определяемую выражением <math>t = T - T_0</math>, где <math>T_0 = 273,15</math> K. Термодинамическую температуру выражают в кельвинах, температуру Цельсия – в градусах Цельсия. По размеру градус Цельсия равен кельвину. Градус Цельсия – это специальное наименование, используемое в данном случае вместо наименования «кельвин».</p> <p>2. Интервал или разность термодинамических температур выражают в кельвинах. Интервал или разность температур Цельсия допускается выражать как в кельвинах, так и в градусах Цельсия.</p> <p>Обозначение Международной практической температуры в Международной температурной шкале 1990 г., если ее необходимо отличить от термодинамической температуры, образуют путем добавления к обозначению термодинамической температуры индекса «90» (например, <math>T_{90}</math> или <math>t_{90}</math>) [3].</p>					

### 1.4.3. Производные единицы

Примеры производных единиц СИ, образованных с использованием основных единиц СИ, приведены в табл. 1.2. Примеры производных единиц СИ, имеющих специальное название, приведены в табл. 1.3 и 1.4.

Таблица 1.2

**Примеры производных единиц СИ, наименования которых образованы  
из наименований основных единиц**

№ п/п	Измеряемая величина	Единица		
		Наименование	Обозначение	
			международное	русское
1	Площадь	квадратный метр	$m^2$	$m^2$
2	Скорость	метр в секунду	$m/s$	$m/c$
3	Ускорение	метр на секунду в квадрате	$m/s^2$	$m/c^2$
4	Плотность	килограмм на кубический метр	$kg/m^3$	$кг/м^3$
5	Плотность электрического тока	ампер на квадратный метр	$A/m^2$	$A/м^2$
6	Напряженность магнитного поля	ампер на метр	$A/m$	$A/м$
7	Молярная концентрация компонента	моль на кубический метр	$mol/m^3$	$моль/м^3$
8	Яркость	кандела на квадратный метр	$cd/m^2$	$кд/м^2$

Таблица 1.3

**Примеры производных единиц СИ, имеющих специальные наименования**

№ п/п	Измеряемая величина	Единица			Выражение че- рез основные единицы СИ
		Наименование	Обозначение		
			международное	русское	
1	Частота	герц	Hz	Гц	$s^{-1}$
2	Сила, вес	ньютон	N	Н	$m \cdot kg \cdot s^2$
3	Давление	паскаль	Pa	Па	$m^{-1} \cdot kg \cdot s^2$
4	Количество электричества	кулон	C	Кл	$s \cdot A$
5	Электрическое напряжение	вольт	V	В	$m^2 \cdot kg \cdot s^{-3} \cdot A^{-1}$
6	Электрическая емкость	фарад	F	Ф	$m^{-2} \cdot kg^{-1} \cdot s^4 \cdot A^2$
7	Электрическое сопротивление	ом	$\Omega$	Ом	$m^2 \cdot kg \cdot s^{-3} \cdot A^{-2}$

Продолжение таблицы 1.3

8	Индуктивность	генри	Н	Гн	$\text{m}^2 \cdot \text{kg} \cdot \text{s}^{-2} \cdot \text{A}^{-2}$
9	Плоский угол	радиан	rad	рад	$\text{m} \cdot \text{m}^{-1} = 1$
10	Телесный угол	стерадиан	sr	ср	$\text{m}^2 \cdot \text{m}^{-2} = 1$

Таблица 1.4

**Примеры производных единиц СИ, наименования которых образованы  
с использованием наименований, приведенных в табл. 1.3**

№ п/п	Измеряемая величина	Единица			Выражение через основ- ные едини- цы СИ
		Наименование	Обозначение		
			международное	русское	
1	Момент силы	ньютон-метр	N·m	Н·м	$\text{m}^2 \cdot \text{kg} \cdot \text{s}^{-2}$
2	Динамическая вязкость	паскаль- секунда	Pa·s	Па·с	$\text{m}^{-1} \cdot \text{kg} \cdot \text{s}^{-1}$
3	Плотность заряда (пространственная)	кулон на куби- ческий метр	C/m <sup>3</sup>	Кл/м <sup>3</sup>	$\text{m}^{-3} \cdot \text{s} \cdot \text{A}$
4	Электрическое смещение	кулон на ква- дратный метр	C/m <sup>2</sup>	Кл/м <sup>2</sup>	$\text{m}^{-2} \cdot \text{s} \cdot \text{A}$
5	Напряженность электрического поля	вольт на метр	V/m	В/м	$\text{m} \cdot \text{kg} \cdot \text{s}^{-3} \cdot \text{A}^{-1}$
6	Диэлектрическая проницаемость	фарад на метр	F/m	Ф/м	$\text{m}^{-3} \cdot \text{kg}^{-1} \cdot \text{s}^4 \cdot \text{A}^{-2}$
7	Магнитная проницаемость	генри на метр	H/m	Гн/м	$\text{m} \cdot \text{kg} \cdot \text{s}^{-2} \cdot \text{A}^{-2}$

#### **1.4.4. Внесистемные единицы**

Внесистемные единицы, постоянно допускаемые к применению наравне с единицами СИ, приведены в табл. 1.5 и 1.6

**Абсолютные внесистемные единицы, постоянно допускаемые к применению  
наравне с единицами СИ**

№ п/п	Наименование измеряемой величины	Единица				
		Наименование единицы	Обозначение		Соотношение с единицей СИ	Область применения
			междуна- родное	русское		
1	Масса	тонна	T	Т	$1 \cdot 10^3 \text{ kg}$	Все области
		атомная единица массы	U	а.е.м.	$1,660502 \cdot 10^{-27} \text{ kg}$	Атомная физика
2	Время	минута	Min	мин	60 s	Все области
		час	<i>H</i>	ч	3600 s	
		сутки	<i>D</i>	сут	86400 s	
3	Плоский угол	градус	...°	...°	$(\pi/180) \text{ rad}$	Все области
		минута	...'	...'	$(\pi/10800) \text{ rad}$	
		секунда	..."	..."	$(\pi/648000) \text{ rad}$	
		град (гон)	Доп	град	$(\pi/200) \text{ rad}$	Геодезия
4	Объем, вместимость	литр	<i>L</i>	л	$1 \cdot 10^{-3} \text{ m}^3$	Все области
5	Длина	астрономиче- ская единица	<i>Ua</i>	а.е.	$1,49598 \cdot 10^{11} \text{ m}$	Астрономия
		световой год	<i>Ly</i>	св.год	$9,4605 \cdot 10^{15} \text{ m}$	
		парсек	<i>Pc</i>	пк	$3,0857 \cdot 10^{16} \text{ m}$	
6	Оптическая сила	диоптрия	-	дптр	$1 \text{ m}^{-1}$	Оптика
7	Площадь	гектар	Ha	га	$1 \cdot 10^4 \text{ m}^2$	Сельское хо- зяйство
8	Энергия	электрон-вольт	<i>eV</i>	эВ	$1,60218 \cdot 10^{-19} \text{ j}$	Физика
		киловатт-час	<i>kW·h</i>	кВт·ч	$3,6 \cdot 10^6 \text{ j}$	Для счетчиков электриче- ской энергии
9	Полная мощ- ность	вольт-ампер	<i>V·A</i>	В·А		Электротех- ника

Продолжение таблицы 1.5.

10	Реактивная мощность	вар	$\text{Var}$	вар		Электротехника
11	Электрический заряд; количество электричества	ампер-час	$A \cdot h$	А·ч	$3,6 \cdot 10^3 \text{ C}$	Электротехника
<p style="text-align: center;">Примечания</p> <p>1. Наименования и обозначения единиц времени (минута, час, сутки), плоского угла (градус, минута, секунда), астрономической единицы, диоптрии и атомной единицы массы не допускается применять с приставками.</p> <p>2. Допускается также применять другие единицы времени, получившие широкое распространение, например неделя, месяц, год, век, тысячелетие.</p> <p>3. Обозначения единиц плоского угла пишут над строкой.</p> <p>4. Единицу объема «литр» не рекомендуется применять при точных измерениях (например, вместо 1 л следует применять <math>1 \cdot 10^{-3} \text{ m}^3 = 1 \text{ дм}^3</math>). При возможности смещения обозначения «л» («эль») с цифрой «1» допускается использовать обозначение «L».</p>						

Таблица 1.6

**Внесистемные относительные и логарифмические величины и их единицы,  
постоянно допускаемые к применению наравне с единицами СИ**

№ п/п	Наименование измеряемой величины	Наимено- вание единицы	Обозначение		Значение
			междуна- родное	русское	
1	Относительная величина; КПД; относительное удлине- ние; относительная плот- ность; деформация; относи- тельная диэлектрическая и магнитная проницаемости; магнитная восприимчивость и т. п.	единица	<i>1</i>	<i>1</i>	1
		процент	%	%	$1 \cdot 10^{-2}$
		промилле	‰	‰	$1 \cdot 10^{-3}$
		миллион- ная доля	ppm	млн <sup>-1</sup>	$1 \cdot 10^{-6}$
2	Логарифмическая величина; уровень звукового давления; усиление; ослабление и т. п.	бел	В	Б	$1 \text{ В} = \lg(P_2/P_1)$ при $P_2 = 10P_1$ $1 \text{ В} = 2\lg(F_2/F_1)$ при $F_2 = \sqrt{10} F_1$ , где $P_1, P_2$ – мощность, энергия и т. п.; $F_1, F_2$ – напряже- ние, сила тока и т. п.
		децибел	dB	дБ	0,1 В
3	Логарифмическая величина; уровень громкости	фон	phon	фон	1 фон равен уровню громкости звука, для которого уровень зву- кового давления рав- ногромкого с ним зву- ка частотой 1000 Hz равен 1dB (1phon = 1dB при $f = 1000 \text{ Hz}$ )
4	Логарифмическая величина; частотный интервал	октава	—	окт	1 октава равна $\log_2(f_2/f_1)$ при $(f_2/f_1) = 2$

Продолжение таблицы 1.6

		декада	—	дек	1 декада равна $\lg(f_2/f_1)$ при $(f_2/f_1) = 10$ , где $f_2$ , $f_1$ – частоты
5	Логарифмическая величина (натуральный логарифм безразмерного отношения физической величины к одноименной физической величине, принимаемой за исходную)	непер	Np	Нп	1 Np = 0,8686...В 1 Np = 8,686... dB

Внесистемные единицы временно (до их отмены), допускаемые к применению наравне с единицами, СИ приведены в табл. 1.7.

Таблица 1.7

**Внесистемные единицы, временно допускаемые к применению наравне с единицами СИ**

п/п	Измеряемая величина	Наименование единицы	Обозначение		Соотношение с единицей СИ	Применение
			международное	русское		
1	Длина	морская миля	n mile	миля	1852 m	В морской навигации
2	Масса	карат	—	кар	$2 \cdot 10^{-4} \text{ kg}$	Для драгоценных камней и жемчуга
3	Линейная плотность	текс	tex	текс	$1 \cdot 10^{-6} \text{ kg/m}$	В текстильной промышленности
4	Скорость	узел	kn	уз	0,514 m/s	В морской навигации
5	Частота вращения	оборот в секунду	r/s	об/с	$1 \text{ s}^{-1}$	Электротехника
		оборот в минуту	r/min	об/мин	$0,016 \text{ s}^{-1}$	
6	Давление	бар	bar	бар	$1 \cdot 10^5 \text{ Pa}$	Физика
7	Ускорение	гал	Gal	Гал	$0,01 \text{ m/s}^2$	Гравиметрия



### 1.4.5. Кратные и дольные единицы

Десятичные кратные и дольные единицы, а также их наименования и обозначения следует образовывать с помощью множителей и приставок, приведенных в табл. 1.8.

Присоединение к названию единицы двух и более приставок подряд не допускается. Например, вместо наименования единицы *микромикрофарад* следует писать – *нанофарад*.

Приставку или ее обозначение следует писать слитно с наименованием единицы, к которой она присоединяется, или соответственно с ее обозначением.

Таблица 1.8

**Множители и приставки для образования десятичных кратных и дольных единиц и их наименований**

Множитель	Наименование приставки	Обозначение		Множитель	Наименование приставки	Обозначение	
		международное	русское			международное	русское
$10^{24}$	иотта	Y	И	$10^{-1}$	деци	d	д
$10^{21}$	зетта	Z	З	$10^{-2}$	санتي	c	с
$10^{18}$	экса	E	Э	$10^{-3}$	милли	m	м
$10^{15}$	пета	P	П	$10^{-6}$	микро	$\mu$	мк
$10^{12}$	тера	T	Т	$10^{-9}$	нано	n	н
$10^9$	гига	G	Г	$10^{-12}$	пико	p	п
$10^6$	мега	M	М	$10^{-15}$	фемто	f	ф
$10^3$	кило	k	к	$10^{-18}$	атто	a	а
$10^2$	гекто	h	г	$10^{-21}$	zepto	z	з
$10^1$	дека	da	да	$10^{-24}$	иокто	y	и

#### Примечания

1. Примеры использования дольных и кратных приставок:  $5 \cdot 10^3 \text{ В} = 5 \text{ кВ}$ ;  $7 \cdot 10^{-3} \text{ А} = 7 \text{ мА}$ ;  $6 \cdot 10^6 \text{ Ом} = 6 \text{ МОм}$ ;  $6 \cdot 10^{-3} \text{ Ом} = 6 \text{ мОм}$ .
2. Между последней цифрой числа и обозначением оставляют пробел. Например: 100 кВт; 80 %; 20 °С;  $(100,0 \pm 0,1) \text{ кг}$ ;  $(1/50) \text{ с}$  или  $(1/50) \text{ с}$ .
3. В связи с тем, что наименование основной единицы массы – килограмм – содержит приставку «кило», для образования дольных и кратных единиц массы используют дольную единицу массы – грамм и приставки присоединяют к слову «грамм», например миллиграмм (mg или мг) вместо микрокилограмм (mkg или мкг).

#### 1.4.6. Единицы количества информации

Стандарт 8.417–2002 [116] содержит справочные приложения, в которые вошли единицы величин, нашедшие широкое применение, но не в полной мере отвечающие требованиям международной системы единиц СИ. Одними из таких величин являются единицы количества информации (табл. 1.9), приведенные в справочном прил. А [116].

Таблица 1.9

Единицы количества информации

Наименование величины	Единица			Примечание	
	Наимено- вание	Обозначение			Значение
		междуна- родное	русское		
Количество информации	бит	bit	Бит	1	Бит – единица информа- ции в двоичной системе счисления (двоичная единица информации)
	байт	B (byte)	Б (байт)	1 Б = 8 бит	
Примечания					
1. В соответствии с международным стандартом МЭК 60027-2 [121] единицы «бит» и «байт» применяются с приставками СИ (раздел 1.3.4 и табл. 1.8).					
2. Исторически сложилось так, что с наименованием «байт» некорректно (вместо 1000 = 10 <sup>3</sup> принято 1024 = 2 <sup>10</sup> ) используют приставки СИ: 1 Кбайт = 1024 байт, 1 Мбайт = 1024 Кбайт, 1 Гбайт = 1024 Мбайт и т. д. При этом обозначение Кбайт начинают с прописной (большой) буквы «К» в отличие от строчной (малой) буквы «к» для обозначения множителя 10 <sup>3</sup> .					

#### 1.4.7. Достоинства Международной системы единиц

В заключение отметим ряд достоинств Международной системы единиц (СИ).

СИ – универсальна. Она охватывает почти все области физических явлений и почти все отрасли народного хозяйства.

Построение СИ отвечает современному уровню метрологии – оптимальный выбор основных единиц и, в частности, их числа и размеров, согласован-

ность (когерентность) производных единиц, образование кратных и дольных единиц посредством десятичных приставок и некоторые другие положения.

Международной системе присуща достаточная гибкость. Она допускает применение и некоторого числа внесистемных единиц. Это живая и развивающаяся система. Так, например, число основных единиц сравнительно недавно увеличено с шести до семи и может быть еще увеличено, если это будет необходимо для охвата какой-либо дополнительной области явлений. В будущем не исключено также смягчение некоторых действующих в СИ регламентирующих правил.

Международная система призвана стать повсеместно применяемой единственной системой единиц физических величин. Унификация единиц представляет давно назревшую необходимость. Уже сейчас СИ принята в большинстве стран мира и сделала ненужным многочисленные системы единиц, котиравшиеся еще несколько десятилетий назад.

Международная система единиц признана многими влиятельными международными организациями, включая Организацию Объединенных Наций (ООН). Среди признавших СИ – Международная организация по стандартам (ИСО), Международная организация законодательной метрологии (МОЗМ), Международная электротехническая комиссия (МЭК), Международный союз фундаментальной и прикладной физики и др. [23; 24–26].

## **2. ОСНОВЫ ТЕОРИИ ПОГРЕШНОСТЕЙ**

### **2.1. Общие положения**

На практике измерение той или иной величины проводят обычно один раз. Имеет ли ценность такое измерение и какова его погрешность? На первую часть вопроса ответ должен быть положительным, т. е. даже единичное измерение имеет определенную ценность. На вторую часть вопроса ответ будет неоднозначным. Имея паспорт прибора или результаты его исследования, невозможно сказать, какова погрешность единичного измерения. Можно лишь сказать, что она не более некоторой величины, определяемой классом точности

этого прибора. Например, классу 0,05 соответствует погрешность не более  $\pm 0,05$  % от верхнего предела шкалы, классу 0,02 соответствует погрешность не более  $\pm 0,02$  % от верхнего предела шкалы и т. д. Отметим, что все сказанное правомерно, если методические и другие погрешности малы и ими можно пренебречь. Такое положение, когда известна лишь верхняя возможная граница погрешности, обычно допустимо и вполне приемлемо при проведении практических измерений. Если же этого недостаточно, то каждый раз необходимо проводить специальное исследование.

Целью такого исследования, как правило, бывает определение погрешности результата измерения и разделение этой погрешности на систематическую и случайную составляющие.

Кроме того, в ходе измерений могут появляться промахи (из-за которых появляются грубые погрешности), вызванные неверными действиями оператора или неисправностью измерительных устройств. Выявление и исключение промахов также является составной частью исследования.

Систематические и случайные погрешности в малой степени всегда присутствуют в самых точных измерениях. Появления грубых погрешностей почти всегда можно избежать, и их не следует допускать в качественной работе.

Систематические погрешности присущи измерительной системе и вызываются, как правило, рядом причин. Погрешность, вызванная какой-либо одной причиной, имеет один знак. Погрешности же, вызванные несколькими причинами, могут компенсировать друг друга. Систематические погрешности могут быть обусловлены используемым прибором, ошибочными действиями оператора, методом измерений, воздействием окружающей среды и т. д.

Случайные погрешности, получаемые при одинаковых или почти одинаковых условиях, обуславливаются механическими сотрясениями, случайными колебаниями температуры, вибрациями, помехами и т. д. В силу вероятностного характера случайных погрешностей они могут быть оценены статистическими методами. Некоторые из наиболее общих методов будут рассмотрены ниже.

Рассмотренные типы погрешностей (систематические и случайные) можно проиллюстрировать следующим примером (рис. 2.1).

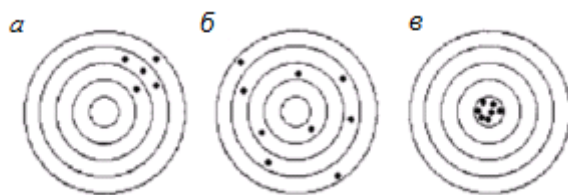


Рис. 2.1. Мишени, иллюстрирующие стрельбу с систематической погрешностью (а), со случайной погрешностью (б), с пренебрежимо малыми погрешностями (в)

Три человека делают по  $n$  выстрелов в мишень. Попадания первого стрелка оказались выше и правее «яблочка» (см. рис. 2.1, а). Отклонение среднего попадания от «яблочка» представляет собой систематическую погрешность. Эта погрешность могла быть вызвана неисправным прицелом, ветром, неправильным положением винтовки и т. д. Независимо от причины, такую погрешность можно избежать или сделать на нее поправку регулировкой прицела.

Второй стрелок разбросал свои выстрелы по всему полю мишени (см. рис. 2.1, б). В этом случае выстрелы свободны от систематической погрешности (среднее попадание в центре «яблочка»), но имеют большие случайные погрешности. Эти погрешности могли быть вызваны порывами ветра, плохими патронами, низкой квалификацией стрелка и т. д. Независимо от причины, избежать такие погрешности введением поправки невозможно. Эти погрешности можно лишь учесть и описать статистическими методами.

Третий стрелок сделал все выстрелы точно в центр мишени (см. рис. 2.1, в). Этот случай представляет собой точную стрельбу, в которой отсутствуют систематические погрешности, промахи и имеется незначительная случайная погрешность.

Поскольку случайные погрешности имеют вероятностный характер, то они могут быть описаны как случайные величины. В связи с этим, прежде чем перейти к изучению случайных погрешностей и методов их определения, напомним кратко основные характеристики случайных величин.

*Случайной величиной* будем называть такую величину, которая в результате опыта может принимать различные (случайные) числовые значения.

Различают случайные величины дискретные и непрерывные в зависимости от того, принимает случайная величина только определенные дискретные значения или может принимать любые значения в заданном интервале (или интервалах).

Случайные величины характеризуются законами распределения. При этом различают два вида законов: интегральный и дифференциальный.

*Интегральный закон распределения* или *интегральная функция распределения случайной величины*  $F(x)$  характеризует вероятность события того, что конкретная реализация случайной величины  $X$  будет принимать значения, меньшие некоторой текущей величины  $x$ :

$$F(x) = P[X < x]. \quad (2.1)$$

*Интегральный закон распределения* – это неубывающая функция, которая при значении  $x = -\infty$  равна нулю, а при  $x = +\infty$  равна единице (т. е.  $F(-\infty) = 0$ ,  $F(+\infty) = 1$ ).

Интегральная функция распределения – самая универсальная характеристика случайной величины. Она существует для всех случайных величин, как дискретных, так и непрерывных, и полностью представляет случайную величину с вероятностной точки зрения.

Для непрерывной случайной величины с непрерывной и дифференцируемой функцией распределения можно найти *дифференциальный закон распределения*  $f(x)$ , выраженный как

$$f(x) = F'(x). \quad (2.2)$$

Эта функция называется также *плотностью распределения вероятности непрерывной случайной величины*. Функция  $f(x)$  неотрицательна и подчиняется условию

$$\int_{-\infty}^{+\infty} f(x) \cdot dx = 1. \quad (2.3)$$

## 2.2. Нормальный закон распределения

Плотность вероятностей при нормальном законе распределения случайной величины  $x$  описывается соотношением

$$f(x) = \frac{1}{\sigma_0 \cdot \sqrt{2\pi}} \cdot e^{-\frac{(x-\bar{x}_0)^2}{2\sigma_0^2}}, \quad (2.4)$$

где  $\sigma_0$  – среднее квадратическое отклонение (СКО);

$\bar{x}_0$  – математическое ожидание.

Отметим, что объем выборки ограничен и вместо  $\sigma_0$  и  $\bar{x}_0$  ( $\sigma_0$  и  $\bar{x}_0$  соответствуют числу измерений  $n \rightarrow \infty$ ) на практике используются оценки СКО и среднего арифметического значения (соответственно  $\sigma$  и  $\bar{x}$ ).

График функции  $f(x)$  приведен на рис. 2.2. При изменении  $\bar{x}_0$  и постоянстве СКО вся кривая распределения плотности вероятностей перемещается вдоль оси абсцисс, не изменяя своей формы (рис. 2.2, а, кривые 1, 2, 3).

Параметр  $\sigma_0$  характеризует форму кривой распределения плотности вероятностей и является количественным показателем степени рассеивания случайных величин около их математического ожидания. При уменьшении  $\sigma_0$  и неизменности  $\bar{x}_0$  кривая распределения вытягивается вдоль оси ординат, а при увеличении – становится более плоской и растягивается вдоль оси абсцисс (рис. 2.2, б, кривые 1, 2, 3).

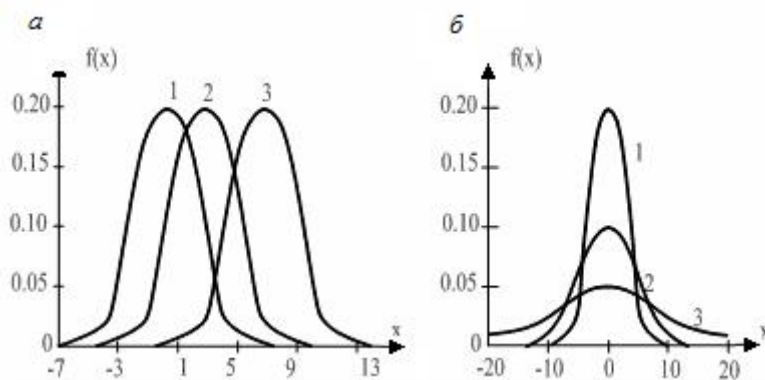


Рис. 2.2. Влияние параметров  $\bar{x}_0$  (а) и  $\sigma_0$  (б) на вид функции  $f(x)$

Интегральная функция распределения  $F(x)$  (для нормального закона) описывается соотношением

$$F(x) = \frac{1}{\sigma_0 \cdot \sqrt{2\pi}} \cdot \int_{-\infty}^x e^{-\frac{(x-\bar{x}_0)^2}{2\sigma_0^2}} dx, \quad (2.5)$$

где  $x$ ,  $\sigma_0$ ,  $\bar{x}_0$  – определены выше.

Интеграл, стоящий в правой части уравнения, не может быть сведен к элементарным функциям в конечном виде, однако может быть выражен через функцию Лапласа  $\Phi(T)$ , называемую также *интегралом вероятности*:

$$F(x) = \frac{1}{2} [1 + \Phi(T)], \quad (2.6)$$

где

$$\Phi(T) = \frac{2}{\sqrt{2\pi}} \cdot \int_0^T e^{-\frac{t^2}{2}} dt, \quad (2.7)$$

$$T = \frac{X - x_0}{\sigma_0}, \quad (2.8)$$

$$t = \frac{x - x_0}{\sigma_0}. \quad (2.9)$$

Интеграл вероятности  $\Phi(T)$  табулирован, и его численные значения приведены табл. П.1.1, а на рис. 2.3 приведен график функции  $\Phi(T)$ .

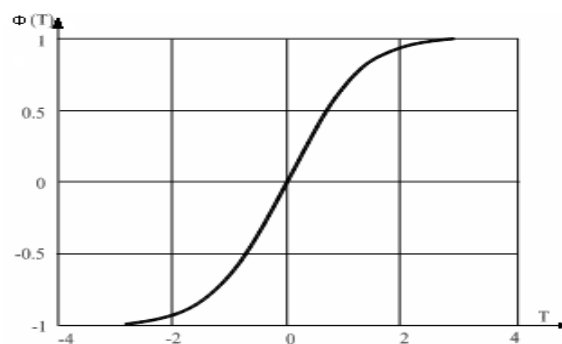


Рис. 2.3. Интегральная функция  $\Phi(T)$  для нормального закона распределения

Интеграл вероятности  $\Phi(T)$  – монотонная функция, обладающая следующими свойствами:

$$\Phi(-T) = -\Phi(T), \quad (2.10)$$

$$\Phi(+\infty) = 1, \quad (2.11)$$

$$P(T) = \Phi(-T < t < +T). \quad (2.12)$$



Соотношение (2.12) означает, что с вероятностью  $P(T)$  случайная величина  $t$  не выйдет за пределы интервала  $\pm T$ . В теории погрешностей интервал от  $-T$  до  $+T$  обычно называют доверительным интервалом, а соответствующую ему вероятность  $P(T)$  – доверительной вероятностью. В дальнейшем доверительную вероятность будем обозначать  $P$ .

### 2.3. Распределение Стьюдента

Плотность вероятностей  $\varphi(z)$  при распределении случайной величины  $z$  по закону Стьюдента описывается соотношением (2.13). Отметим, что закон распределения Стьюдента часто называют *t-распределением*, а величину  $\varphi(z)$  – соответственно *плотностью вероятностей t-распределения*.

$$\varphi(z) = \frac{\Gamma(n/2)}{\sqrt{\pi(n-1)} \cdot \Gamma\left(\frac{n-1}{2}\right)} \cdot \left(1 + \frac{z^2}{n-1}\right)^{-\frac{n}{2}}, \quad (2.13)$$

где  $\Gamma(n)$  – гамма-функция;

$n$  – число случайных величин (аргумент).

$$\Gamma(n) = \int_0^{\infty} U^{n-1} e^{-U} dt. \quad (2.14)$$

Приведенные в математических справочниках (см., например, [30]) таблицы значений гамма-функции обычно охватывают диапазон изменения аргумента  $n$  от 1 до 2, и там же дается порядок определения гамма-функции для других значений аргумента.

На рис. 2.4 приведены графики функции  $\varphi(z)$  для различных значений  $n$ . Кривые симметричны относительно оси ординат и по форме напоминают кривую нормального распределения, к которой они стремятся в пределе при  $n \rightarrow \infty$ . Площадь между каждой кривой и осью абсцисс при изменении аргумента от  $-\infty$  до  $+\infty$  равняется 1, т. е. вероятность попадания случайной величины  $z$  в бесконечно большой интервал равна единице.

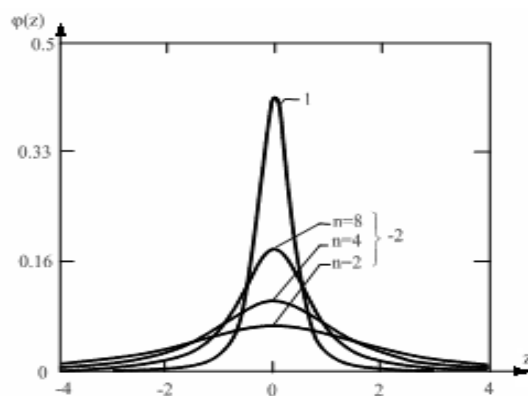


Рис. 2.4. Дифференциальная функция  $\varphi(z)$  для различных значений  $n$ :  
1 – нормальный закон распределения; 2 – закон распределения Стьюдента;  
 $n$  – число измерений

Для оценки вероятности попадания случайной величины  $z$  в границы заданного доверительного интервала  $\pm t$  с доверительной вероятностью  $P$  необходимо проинтегрировать функцию  $\varphi(z)$  в заданных пределах:

$$P = \varphi(-t < z < +t) = \int_{-t}^{+t} \varphi(z) dz = 2 \cdot \int_0^{+t} \varphi(z) dz. \quad (2.15)$$

Последняя форма записи интеграла с заменой пределов сделана из допущения, что функция  $\varphi(z)$  симметрична относительно начала координат.

Обычно на практике по заданной доверительной вероятности  $P$  и по заданному числу измерений  $n$  находят доверительный интервал  $\pm t$ .

Численные значения  $t$ , носящие название *коэффициентов Стьюдента*, табулированы для конкретных значений  $P$  и  $n$  и приводятся в справочниках. Аналогичная таблица помещена в табл. П.1.2.

## 2.4. Распределение $\chi^2$

Плотность вероятностей  $\psi(v)$  случайных величин  $v$ , подчиняющихся закону распределения  $\chi^2$ , описывается соотношением

$$\psi(v) = \frac{v^{m-1}}{2^m \cdot \Gamma(m)} \cdot e^{-\frac{v}{2}}, \quad (2.16)$$

где  $m = \frac{n-1}{2}$ ;  $n$  – число случайных величин (аргумент);  $\Gamma$  – гамма-функции.

При больших значениях  $n$  максимум кривых уменьшается, смещается в область повышенных значений  $v$ , а сами кривые приобретают симметричный характер.

Площадь, заключенная между каждой из рассматриваемых кривых и осью абсцисс, при изменении аргумента от нуля до бесконечности есть величина постоянная и равная единице, т. е. вероятность попадания случайной величины  $v$  в бесконечно большой интервал равна единице.

Для оценки попадания случайной величины  $v$  в некоторый заданный интервал от  $V_1$  до  $V_2$  с доверительной вероятностью  $P$  необходимо проинтегрировать функцию  $\psi(v)$  с учетом заданных пределов:

$$P = \Psi(V_1 < v < V_2) = \int_{V_2}^{\infty} \psi(v) dv \quad (2.17)$$

Значения приведенных интегралов табулированы в зависимости от  $V$  и  $n$  (см., например, справочник [30]). При практическом использовании распределения  $\chi^2$  (применительно к погрешностям) удобнее пользоваться коэффициентами  $\gamma_1$  и  $\gamma_2$ :

$$\gamma_1 = \sqrt{\frac{n-1}{V_1}} \quad (2.18)$$

$$\gamma_2 = \sqrt{\frac{n-1}{V_2}} \quad (2.19)$$

Таблица коэффициентов  $\gamma_1$  и  $\gamma_2$  в зависимости от доверительной вероятности  $P$  и числа случайных величин (или числа измерений)  $n$  приведена в табл. П.1.3.

Методы практического использования рассмотренных законов распределения случайных величин (нормального, Стьюдента и  $\chi^2$ ) при оценке погрешностей и погрешности погрешностей приведены в последующих параграфах учебного пособия.

## 2.5. Классификация погрешностей

Один из возможных вариантов классификации погрешностей измерений представлен на рис. 2.5.

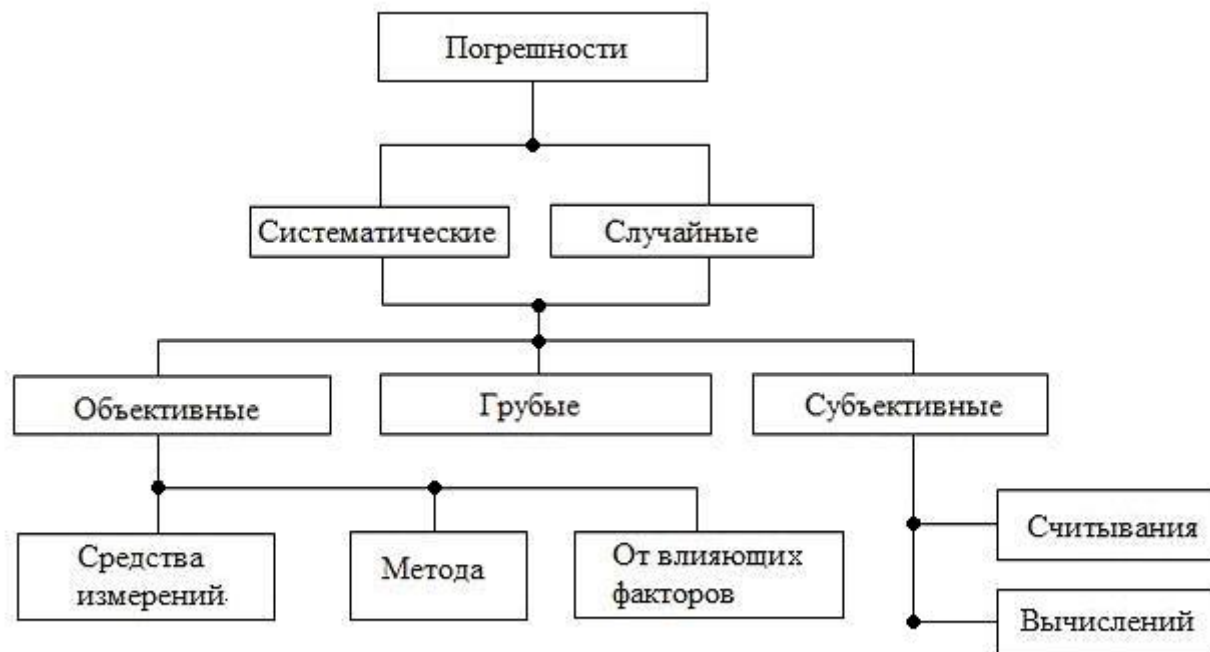


Рис. 2.5. Классификация погрешностей измерений

При описании погрешностей и их классификации использованы следующие термины.

*Абсолютная погрешность измерения* – это отклонение результата измерения от истинного значения измеряемой величины.

*Точность измерения* – это качество измерения, отражающее близость его результатов к истинному значению измеряемой величины.

Высокая точность измерений соответствует малым погрешностям всех видов, как систематических, так и случайных.

Количественно точность может быть выражена обратной величиной модуля относительной погрешности. Например, если погрешность измерения равна  $10^{-3}$ , то точность равна  $10^3$ . Следует отметить, что термин «точность измерений» не нашел широкого применения на практике, и для «точностной» характеристики результатов измерений рекомендуется использовать термин «погрешность измерений».

*Систематическая составляющая* погрешности измерения – это составляющая погрешности измерения, остающаяся постоянной или же закономерно изменяющаяся при повторных измерениях одной и той же величины.

*Случайная составляющая* погрешности измерения – это составляющая погрешности измерения, изменяющаяся случайным образом при повторных измерениях одной и той же величины.

*Объективные погрешности* измерений – это составляющие погрешности измерений, не зависящие от действий оператора.

*Субъективные погрешности* измерений – это составляющие погрешности измерений, зависящие от действий оператора.

*Грубые погрешности* – это погрешности, существенно превышающие по своему значению оправдываемые объективными условиями измерений систематические и случайные погрешности.

Вместо термина «грубая погрешность» иногда используется термин «промах». В настоящем учебном пособии термин «промах» используется в несколько ином смысле. В дальнейшем под промахом будем подразумевать результат измерения, содержащий грубую погрешность.

Промахи возникают, как правило, из-за неверных действий оператора, но могут также появляться из-за неисправности аппаратуры. Во всех случаях промахи не являются характеристикой измерений, и их необходимо отбросить.

*Инструментальные погрешности* измерений – составляющая погрешности измерений, обусловленная погрешностями применяемых средств измерений (образцовых и рабочих).

*Образцовые средства измерений* – это средства, предназначенные для калибровки, аттестации или поверки других средств измерений и не используемые для проведения «рабочих» измерений.

Отметим, что под *рабочими средствами измерений* подразумеваются те средства, которые используются непосредственно «в работе» для проведения измерений.

Отметим, что на практике учитываются, как правило, только погрешности «рабочих» средств измерений. Погрешности образцовых средств малы, и ими обычно пренебрегают. Погрешности образцовых средств измерений учитываются при проведении метрологических работ (калибровка, поверка, аттестация) или при повышенных требованиях к результатам измерений.

*Погрешности измерений от воздействия влияющих факторов* – это составляющие погрешности измерений, являющиеся следствием неучтенного влияния на результаты измерений внешних факторов, например температуры, атмосферного давления, влажности воздуха, напряженности магнитного поля, вибрации и т. п. При проведении электрических измерений такими влияющими факторами могут быть термоЭДС и контактные сопротивления в измерительных цепях, полярность измеряемого тока или напряжения и т. д.

*Методические погрешности* – это погрешности, обусловленные используемым методом измерений и не зависящие от погрешности самих измерительных устройств.

*Погрешности считывания* – это погрешности, возникающие при считывании показаний со средств измерений. Обычно эти погрешности малы или вообще отсутствуют (например, при использовании цифровых приборов).

*Погрешности вычислений* – это погрешности, возникающие при подсчетах конечных результатов по данным проведенных измерений. Эти погрешности могут появиться, например, при проведении косвенных измерений из-за неверных действий оператора.

Выявление последних двух погрешностей и их выделение из суммарной погрешности относится к области субъективных психологических факторов и в настоящем руководстве подробно не рассматривается. Следует, однако, отметить, что эти погрешности косвенно учитываются при определении погрешностей измерений и входят в состав как их систематических, так и случайных частей.

## 2.6. Количественные характеристики погрешностей

Наиболее употребительны нижеследующие количественные характеристики погрешностей.

1. *Абсолютная погрешность*  $\Delta$ , представляющая собой разность между результатом измерения  $x$  и истинным значением измеряемой величины  $x_0$ :

$$\Delta = x - x_0. \quad (2.20)$$

Могут быть также рассмотрены абсолютные систематические погрешности  $\Theta$ , абсолютные случайные погрешности  $\varepsilon$ , абсолютные методические погрешности  $\Theta_M$  и т. д. Определение каждой из этих погрешностей будет представлено ниже. Абсолютные погрешности имеют ту же размерность, что и измеряемая величина.

2. *Относительная погрешность*  $\delta$ , представляющая собой отношение абсолютной погрешности  $\Delta$  к истинному значению измеряемой величины  $x_0$ :

$$\delta = \frac{\Delta}{x_0} \cdot 100\%. \quad (2.21)$$

Соответственно рассматриваются относительные систематические, случайные, методические и т. д. погрешности. Обычно относительные погрешности выражаются в процентах, но могут выражаться и в относительных величинах.

Использование в знаменателе формулы (2.21) значения  $x_0$  соответствует рекомендациям РМГ 29–99 [53]. Так как истинное значение  $x_0$  обычно неизвестно, то вместо него может быть использовано действительное значение измеряемой величины  $x_d$ . Государственный стандарт ГОСТ 8.401–80 [45] допускает использовать в знаменателе формулы (2.21) также значение результата измерения  $x$  (вместо  $x_0$  или  $x_d$ ). На практике значение  $x$  используется в тех случаях, когда неизвестно истинное значение измеряемой величины  $x_0$  и заменяющее его действительное значение  $x_d$ .

3. *Приведенная погрешность* средств измерения  $\gamma$ , представляющая собой отношение абсолютной погрешности  $\Delta$  к нормирующему значению  $x_N$ :

$$\gamma = \frac{\Delta}{x_N} \cdot 100\% \quad (2.22)$$

Обычно  $x_N = x_k$ , где  $x_k$  – верхний предел шкалы (при этом нулевое значение прибора должно быть в начале шкалы).

Нормирующее значение  $x_N$  следует устанавливать равным большему из пределов измерений используемого прибора или равным большему из модулей пределов измерений, если нулевое значение находится внутри диапазона измерений.

Для электроизмерительных приборов нормирующее значение допускается устанавливать равным сумме модулей пределов измерений.

Для средств измерений физических величин, имеющих шкалу с условным нулем, нормирующее значение устанавливают равным модулю разности пределов измерений (более подробно см. ГОСТ 8.401–80 [45]).

Приведенные погрешности используются для характеристики точностных свойств только средств измерений (такое понятие, как приведенная погрешность результата измерения, не используется). Могут быть рассмотрены приведенные систематические и случайные составляющие погрешности средств измерений. Приведенные погрешности выражаются обычно в процентах, но могут выражаться и в относительных величинах.

В заключение отметим, что при правильно организованных измерениях грубые погрешности должны отсутствовать. Погрешности коммутационные, от влияния факторов и методические должны быть малыми по сравнению с инструментальными погрешностями. В этом случае определяющими становятся инструментальные погрешности (или, как их еще называют, – погрешности средств измерений). Именно этим погрешностям посвящены три последующих главы учебного пособия.

Вместе с тем погрешность является важной, но не единственной характеристикой средств измерений (СИ). В силу этого ниже рассмотрены и другие характеристики СИ, нормируемые стандартами [44, 45–47].



### 3. ХАРАКТЕРИСТИКИ СРЕДСТВ ИЗМЕРЕНИЙ

#### 3.1. Общие положения

Различают метрологические и неметрологические характеристики средств измерений (СИ).

*Метрологические характеристики* – это характеристики свойств средств измерений, влияющие на результаты измерений и на их погрешности. Нормируются метрологические характеристики СИ Государственными стандартами ГОСТ 8.009–84 [44] и ГОСТ 8.508–84 [47], а также методическими указаниями РД 50–453–84 [53]. Для каждого типа средств измерений устанавливаются свои метрологические характеристики.

Метрологические характеристики, устанавливаемые нормативными документами, называются *нормируемыми метрологическими характеристиками*, а определяемые – *экспериментально-действительными метрологическими характеристиками*.

*Неметрологические характеристики* – это характеристики свойств средств измерений, не оказывающие прямого (непосредственного) влияния на результаты измерений и на их погрешности. К неметрологическим характеристикам СИ относятся, например, следующие: геометрические размеры и масса средства измерения, его цвет, наличие (или отсутствие) переносных ручек.

Ниже описываются нормируемые метрологические характеристики СИ. Для наглядности на рис. 3.1 приведена схема, позволяющая пояснить и оценить искомые характеристики.

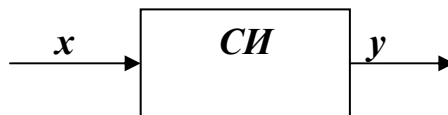


Рис. 3.1 Схема эксперимента:

СИ – средство измерения;  $x$  – измеряемая величина (входная величина; входной сигнал);  $y$  – показание средства измерения (выходная величина, выходной сигнал)

Различают статические и динамические свойства средств измерения. Статистические свойства средств измерения проявляются при измерении неизменных во времени величин или при измерении установившихся периодических

процессов. Динамические свойства средств измерения проявляются при измерении изменяющихся во времени величин или при измерении неустановившихся периодических процессов. Статистические и динамические свойства средств измерения описывают соответственно статистические и динамические характеристики.

### 3.2. Статические характеристики

*Статическая характеристика преобразования (функция преобразования)* – функциональная зависимость между входной « $x$ » и выходной « $y$ » величинами:

$$y = f(x). \quad (3.1)$$

Эта зависимость может выражать некоторый закон (или законы), которому подчиняется явление, положенное в основу работы средства измерения (СИ). Иногда выходная величина зависит не только от измеряемой величины  $x$ , но и от ряда других воздействующих на СИ факторов  $z_1, z_2, \dots, z_n$ , являющихся помехами и искажающих результат измерения. В этом случае

$$y = f(x, z_1, z_2, \dots, z_n). \quad (3.2)$$

Очевидно, что воздействие на СИ посторонних факторов  $z_1, z_2, \dots, z_n$  необходимо устранить или уменьшить. Это достигается путем экранирования и изоляции СИ от воздействия помех, их компенсации, стабилизации и т. д.

Статические характеристики преобразования могут быть аналоговые и дискретные, без гистерезиса и с гистерезисом (рис. 3.2).

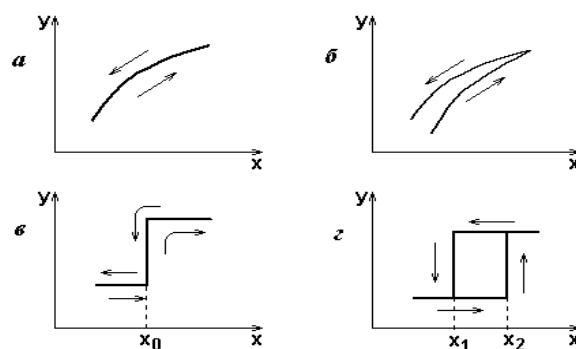


Рис. 3.2. Статические характеристики преобразования средств измерений:  
 а – аналоговая без гистерезиса; б – аналоговая с гистерезисом;  
 в – дискретная без гистерезиса; г – дискретная с гистерезисом;  
 $x_0, x_1, x_2$  – значения величины  $x$ , при которых величина  $y$  изменяется скачком

### 3.3. Динамические характеристики

Динамические характеристики определяют быстродействие средств измерения и могут быть представлены в различных видах: в виде переходных характеристик, передаточных функций, частотных характеристик и т. д.

*Переходная характеристика* – это зависимость выходной величины  $y(t)$  при скачкообразном изменении измеряемой входной величины  $x(t)$ . Возможные типы переходных характеристик приведены на рис. 3.3.

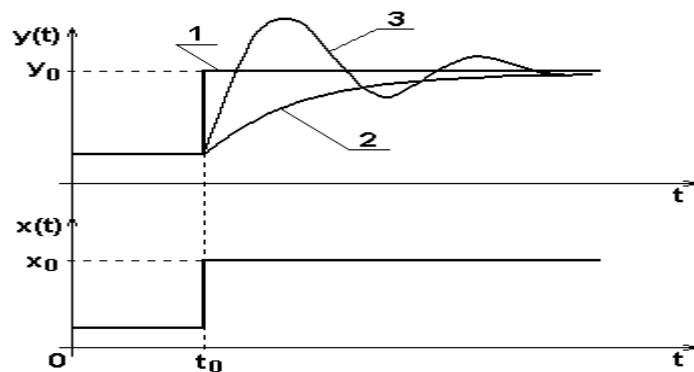


Рис. 3.3. Переходные характеристики средств измерения:  
1 – идеальная (безынерционная) характеристика; 2 – апериодическая характеристика первого порядка; 3 – периодическая (колебательная) характеристика

*Передаточная функция  $W(p)$*  – это отношение изображений по Лапласу выходного и входного сигналов при нулевых начальных условиях.

$$W(p) = \frac{y(p)}{x(p)}, \quad (3.3)$$

где  $y(p)$  – изображение по Лапласу выходного сигнала;

$x(p)$  – изображение по Лапласу входного сигнала;

$p$  – комплексная переменная величина.

$$y(p) = \int_0^{\infty} y(t) \cdot e^{-pt} \cdot dt, \quad (3.4)$$

$$x(p) = \int_0^{\infty} x(t) \cdot e^{-pt} \cdot dt, \quad (3.5)$$

где  $y(t)$ ,  $x(t)$  – оригиналы выходных и входных сигналов СИ.

*Амплитудно-фазовая характеристика  $W(j\omega)$*  формально может быть получена из передаточной функции  $W(p)$  путем замены величины « $p$ » на мнимую

величину « $j\omega$ », где  $j = \sqrt{-1}$  – мнимая единица;  $\omega = 2\pi f$  – угловая частота;  $f$  – циклическая частота рассматриваемых сигналов.

Алгебраическая форма записи амплитудно-фазовой характеристики:

$$W(j\omega) = G(\omega) + jQ(\omega), \quad (3.6)$$

где  $G(\omega)$  – вещественная часть;  $Q(\omega)$  – мнимая часть.

По вещественным и мнимым частям может быть построен график амплитудно-фазовой характеристики (рис. 3.4).

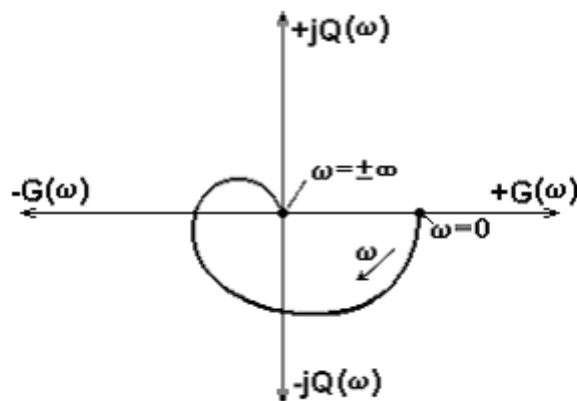


Рис. 3.4. Типичный вид амплитудно-фазовой характеристики средства измерения

Для описания динамических свойств отдельных средств измерений амплитудно-фазовые характеристики применяются сравнительно редко. Гораздо чаще эти характеристики используются при анализе устойчивости автоматических систем (в состав которых, как правило, входят и средства измерения, например датчики).

Показательная форма записи амплитудно-фазовой характеристики имеет вид

$$W(j\omega) = A(\omega) \cdot e^{j\varphi(\omega)}, \quad (3.7)$$

где  $A(\omega)$  – амплитудно-частотная характеристика;

$\varphi(\omega)$  – фазово-частотная характеристика.

Параметры амплитудно-фазовой характеристики в алгебраической и показательной формах записи связаны между собой соотношениями

$$A(\omega) = \sqrt{[G(\omega)]^2 + [Q(\omega)]^2}, \quad (3.8)$$

$$\varphi(\omega) = \arctg \frac{Q(\omega)}{G(\omega)}. \quad (3.9)$$

В качестве примера ниже приведены динамические характеристики для апериодических динамических устройств первого порядка.

Передаточная функция для апериодических динамических устройств первого порядка имеет вид

$$W(p) = \frac{K}{Tp + 1}, \quad (3.10)$$

где  $K$  – статический передаточный коэффициент;  $T$  – постоянная времени.

Отметим, что статический передаточный коэффициент определяется соотношением

$$K = \frac{\Delta y}{\Delta x}, \quad (3.11)$$

где  $\Delta y$  – приращение выходной величины;  $\Delta x$  – приращение входной величины.

Значение постоянной времени  $T$  может быть найдено в соответствии с рекомендациями, изложенными в литературе [27] и в настоящем учебном пособии (см. главу 6).

Кроме того, эта задача будет рассмотрена ниже при исследовании динамических свойств датчиков температуры.

Аналитические выражения, связывающие амплитудно-частотные и фазо-частотные характеристики с параметрами передаточной функции, имеют вид

$$A(\omega) = \frac{K}{\sqrt{\omega^2 T^2 + 1}}, \quad (3.12)$$

$$\varphi(\omega) = \arctg \omega T. \quad (3.13)$$

Графики зависимостей (3.14) и (3.15) приведены на рис. 3.5.

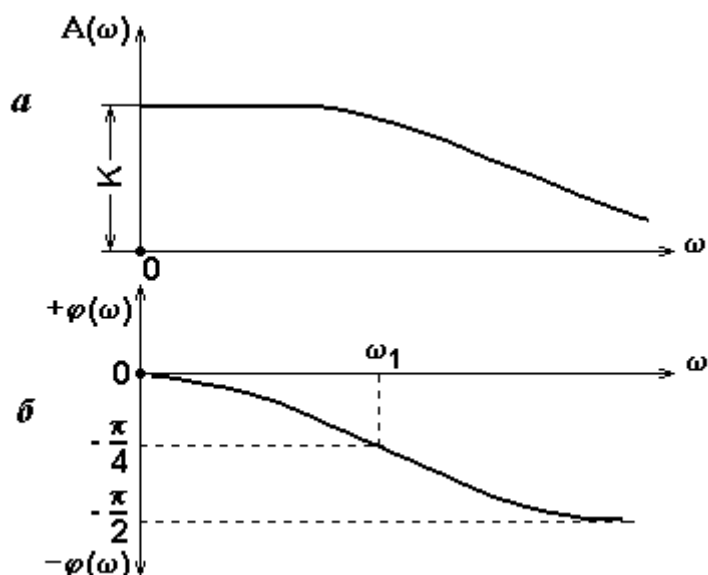


Рис. 3.5. Графики амплитудно-частотных (а) и фазово-частотных характеристик (б)

Приведенные характеристики (и их графики) свидетельствуют, что амплитуда сигнала на выходе средства измерения уменьшается с ростом частоты входного сигнала, а его фаза увеличивается (при  $\omega \rightarrow \infty$   $\varphi(\omega) \rightarrow (-\pi/2)$  и  $A(\omega) \rightarrow 0$ ).

### 3.4. Универсальные характеристики

К *универсальным* относятся характеристики средств измерений (СИ), которые правомерны как для статистических, так и для динамических режимов работы СИ.

*Чувствительность СИ* – отношение приращения выходной величины  $\Delta y$  к приращению входной величины  $\Delta x$  при  $\Delta x \rightarrow 0$ .

$$S = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{dy}{dx}, \quad (3.14)$$

где  $S$  – чувствительность средств измерения.

Для ориентировочной оценки чувствительности может быть использовано соотношение

$$S \approx \frac{\Delta y}{\Delta x}. \quad (3.15)$$

При нелинейной статической характеристике преобразования чувствительность зависит от  $x$ , а при линейной характеристике чувствительность постоянна и не зависит от измеряемой величины.

Чувствительность не следует смешивать с *порогом чувствительности*, под которым понимают наименьшее изменение входной величины, обнаруживаемое с помощью данного средства измерения. Порог чувствительности выражают в единицах входной величины.

*Диапазон измерения* – область значений измеряемой (входной) величины, для которой нормированы допускаемые наибольшие  $x_{\max}$  и наименьшие  $x_{\min}$  значения входных величин.

Кроме диапазона измерения «по входу», может быть указан диапазон измерения «по выходу» (от  $y_{\max}$  до  $y_{\min}$ ).

*Цена деления шкалы* – разность значений величин, соответствующих двум соседним отметкам шкалы средства измерений.

*Цена деления многозначной меры* – разность значений величин, соответствующих двум соседним заданным размерам, значения которых выражены в установленных единицах и известны с необходимой точностью.

### **3.5. Характеристики погрешностей**

*Погрешность средства измерений* – это разность между показанием средства измерений и истинным (действительным) значением измеряемой физической величины.

Для меры показанием является ее номинальное значение.

Поскольку истинное значение физической величины неизвестно, то на практике используют ее действительное значение.

Приведенное определение понятия «погрешность средства измерений» соответствует определению по РМГ 29–99 [53].

Классификация погрешностей средств измерений (СИ) приведена на рис. 3.6.

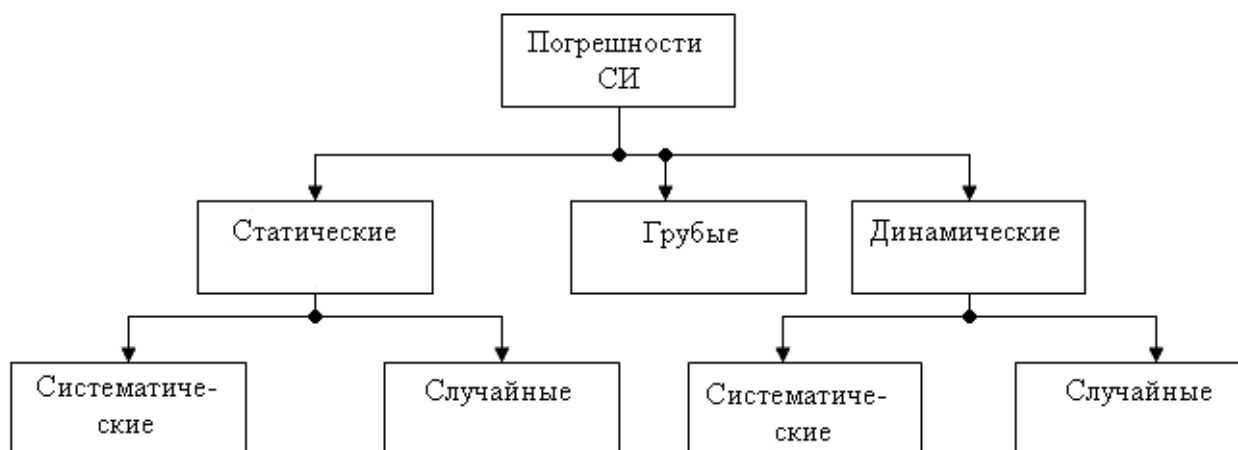


Рис. 3.6. Классификация погрешностей средств измерений

Статистические и динамические погрешности СИ могут быть определены следующим образом.

*Статистические погрешности СИ* – это погрешности средств измерений, возникающие при измерении неизменных во времени величин или установившихся периодических процессов. Статические погрешности детально рассмотрены в 4-й главе настоящего учебного пособия.

*Динамические погрешности* – это погрешности средств измерений, возникающие при измерении изменяющихся во времени величин или неуставившихся периодических процессов. Динамические погрешности детально рассмотрены в 6-й главе настоящего учебного пособия.

Погрешности грубые, систематические и случайные, а также количественные характеристики погрешностей (в том числе и погрешностей СИ) уже описаны во 2-й главе, в силу чего в данной главе учебного пособия не рассматриваются.

### 3.6. Классы точности

*Класс точности средства измерений* – это обобщенная характеристика средства измерений, выражаемая пределами его допускаемых основной и дополнительных погрешностей, а также другими характеристиками, влияющими на точность.



Класс точности дает возможность судить о том, в каких пределах находится погрешность средств измерений этого класса, но не является непосредственным показателем погрешности измерений, выполняемых с помощью этих средств.

Класс точности может выражаться в форме абсолютных  $\Delta$ , приведенных  $\gamma$  или относительных  $\delta$  погрешностей в зависимости от характера изменения погрешностей в пределах диапазона измерений, а также от условий применения и назначения средств измерений конкретного вида (см. ГОСТ 8.401–80 [45]):

$$\Delta = \pm a, \quad (3.16)$$

$$\Delta = \pm(a + b \cdot x), \quad (3.17)$$

$$\gamma = \frac{\Delta}{x_N} \cdot 100 \quad \% \leq \pm p, \quad (3.18)$$

$$\delta = \frac{\Delta}{x} \cdot 100 \quad \% \leq \pm p, \quad (3.19)$$

$$\delta = \frac{\Delta}{x} \cdot 100 \quad \% \leq \pm \left[ c + d \left( \left| \frac{x_k}{x} \right| - 1 \right) \right] \% \lim_{x \rightarrow \infty}, \quad (3.20)$$

где  $x$  – значение измеряемой величины;

$a, b$  – положительные числа, не зависящие от  $x$ ;

$x_k$  – верхний предел шкалы;

$x_N$  – нормирующее значение, выраженное в тех же единицах, что и  $\Delta$  (обычно  $x_N = x_k$ );

$p, q, c, d$  – отвлеченные положительные числа, выбираемые из ряда  $1 \cdot 10^n; 1,5 \cdot 10^n; (1,6 \cdot 10^n); 2 \cdot 10^n; 2,5 \cdot 10^n; (3 \cdot 10^n); 4 \cdot 10^n; 5 \cdot 10^n; 6 \cdot 10^n; (n = 1; 0; -1; -2; -3 \text{ и т. д.})$ .

Значения, указанные в скобках, не используют для вновь разрабатываемых средств измерений.

В обоснованных случаях (см. ГОСТ 8.401–80 [45]) пределы допускаемой относительной основной погрешности устанавливают по более сложной формуле или в виде графика либо таблицы.

Допускаемые основные и дополнительные погрешности приводятся в технических описаниях и формулярах средств измерений.

Кроме того, на циферблаты, шкалы, щитки и корпуса средств измерений наносятся условные обозначения классов точности.

Например, могут быть нанесены обозначения в виде 1,5;  $\textcircled{1,5}$  или 0,02/0,01, что означает следующее:

1,5 – предел допускаемой приведенной основной погрешности определяется по формуле (3.18) и не превосходит  $\pm 1,5\%$  от верхнего предела измерения для рассматриваемого прибора (или диапазона измерения);

$\textcircled{1,5}$  – предел допускаемой относительной основной погрешности определяется по формуле (3.19) и не превосходит  $\pm 1,5\%$  от значения измеряемой величины;

0,02/0,01 – предел допускаемой относительной основной погрешности определяется по формуле (3.20) и не превосходит  $\pm \left[ 0,02 + 0,01 \left( \left| \frac{x_k}{x} \right| - 1 \right) \right] \%$  от значения измеряемой величины.

Правила построения и примеры обозначения классов точности приведены в табл. 3.1.

Таблица 3.1

**Примеры построения и обозначения классов точности**

Форма выражения погрешности	Пример обозначения класса точности	Пределы допускаемой основной погрешности	Значение основной погрешности
Абсолютная $\Delta$	$\pm 0,1$ мм	$\Delta = \pm 0,1$ мм	$\pm 0,1$ мм
Относительная $\delta$	$\textcircled{1,5}$	$\delta = \pm 0,5\%$	$\pm 0,5\%$ от «х»
Относительная $\delta$	0,2/0,1	$\delta = \pm [0,2 + 0,1(\frac{x_k}{x} - 1)]\%$	$\pm \delta\%$ от «х»
Приведенная $\gamma$	1,0	$\gamma = \pm 1,0\%$	$\pm 1,0\%$ от « $x_k$ »
Приведенная $\gamma$	$\text{V}^{2,5}$	$\gamma = \pm 2,5\%$	$\pm 2,5\%$ от длины шкалы или ее части

В табл. 3.1 приняты следующие обозначения:

$x$  – значение измеряемой величины или число делений, отсчитанных по шкале;

$x_K$  – верхний предел шкалы.

Тот или иной класс точности присваивается средству измерений по результатам оценки статистической погрешности, полученной в ходе специального метрологического исследования искомого средства измерения (СИ). Порядок оценки статистических погрешностей СИ рассмотрен ниже в главе 4 настоящего учебного пособия.

Отметим еще раз, что класс точности устанавливает пределы допускаемой основной погрешности средства измерения (СИ). Основная погрешность СИ – это погрешность средства измерения в нормальных условиях эксплуатации. Дополнительная погрешность СИ – это погрешность средства измерения в условиях эксплуатации отличных от нормальных (в пределах рабочих условий эксплуатации). Нормальные и рабочие условия эксплуатации оговариваются в технической документации на каждый конкретный тип средства измерения.

Например, для универсального вольтметра В7-34 предусмотрены следующие нормальные и рабочие условия эксплуатации (табл. 3.2).

Таблица 3.2

**Условия эксплуатации универсального вольтметра В7-34**

Нормируемый параметр	Условия эксплуатации	
	Нормальные	Рабочие
Температура окружающего воздуха, °C(K)	От 18 до 22 (от 291 до 295)	От 5 до 40 (от 278 до 313)
Относительная влажность воздуха, %	65±15	До 95
Напряжение питающей сети, В	220,0±4,4	220±22
Частота питающей сети, Гц	50,0±0,5	50,0±0,5

Поверка средств измерений должна проводиться в нормальных условиях эксплуатации (см. табл. 3.2). Рабочие условия эксплуатации (см. табл. 3.2)

должны соблюдаться при практическом использовании средств измерений. Дополнительные погрешности, возникающие при отличии условий эксплуатации от нормальных, выражаются обычно в долях или кратных частях от основной погрешности. Соотношения, используемые для оценки дополнительных погрешностей, приводятся в инструкциях по эксплуатации конкретных типов средств измерений. Например, для универсального вольтметра В7-34 погрешность измерения в рабочих условиях для диапазона от 5 до 40 °С вычисляется по формуле

$$\delta = \delta_0 [1 + 0,1 / (20 - t)], \quad (3.21)$$

где  $\delta$  – относительная дополнительная погрешность вольтметра в рабочих условиях, %;

$\delta_0$  – относительная основная погрешность вольтметра, определяемая его классом точности, %;

$t$  – температура окружающего воздуха, °С.

Формула (3.21) правомерна при всех режимах работы универсального вольтметра В7-34, за исключением измерения отношения двух постоянных напряжений.

## 4. СТАТИЧЕСКИЕ ПОГРЕШНОСТИ СРЕДСТВ ИЗМЕРЕНИЙ

### 4.1. Общие положения

Для определения погрешностей средств измерений необходимо провести специальные исследования. При этом может быть использована одна из схем, приведенных на рис. 4.1. В первом случае (рис. 4.1, а) для генерирования значений  $x_0$  может быть использован любой (не образцовый) генератор. Например, при исследовании вольтметра – любой источник ЭДС, значения которых могли бы изменяться в необходимых пределах. Измерение значения  $x_0$  производится с помощью образцового средства и исследуемого средства измерений одновременно. Во втором случае (рис. 4.1, б) само образцовое средство измерений выступает в роли генератора сигналов. Например, при исследовании вольтметра – это источник образцовых ЭДС (образцовый калибратор напряжений); при исследовании датчиков давления – образцовый грузопоршневой манометр и т. д.

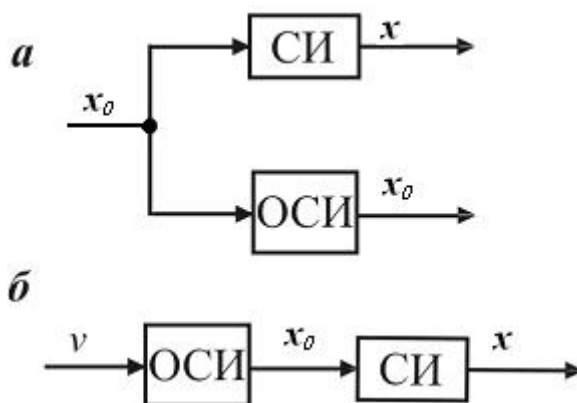


Рис. 4.1. Схемы исследования средств измерений:

СИ – исследуемое средство измерений; ОСИ – образцовое средство измерений;  
 $x_0$  – "истинное" значение измеряемой величины;  $x$  – показания исследуемого средства измерений;  $v$  – управляющий сигнал, воздействующий на ОСИ

После выбора одной из схем, приведенных на рис. 4.1, проводится выбор исследуемых точек на шкале прибора. При этом можно воспользоваться следующими правилами:

1) чем выше класс прибора, тем большее число исследуемых точек необходимо выбрать;

2) для рабочих измерительных приборов число исследуемых точек обычно составляет 5–6, а их число и расположение должно соответствовать требованиям ГОСТ 8.508–84 [47].

В каждой из выбранных точек шкалы прибора проводится заданное число измерений. Если число измерений не задано, то оно выбирается произвольно, но не менее 10 [47]. Для повышения достоверности результатов число измерений целесообразно увеличить до 16–20, а в ответственных случаях – до 50 и более.

Отметим, что число измерений зависит от принятой доверительной вероятности  $P$  (растет с ростом  $P$ ) и от допускаемой погрешности среднего квадратического отклонения  $\Delta\sigma$  (растет при уменьшении  $\Delta\sigma$ ).

Таблица значений  $n = f(P, \Delta\delta)$  для нормального закона распределения приведена в государственном стандарте ГОСТ 8.508–84 [47].

При законе распределения результатов измерений, отличном от нормального, необходимое число измерений стандартом [47] не рассматривается.

Измерения рекомендуется проводить путем постепенного увеличения измеряемой величины до предельного значения для исследуемого устройства с последующим постепенным уменьшением ее до минимума. Увеличение и уменьшение измеряемой величины проводятся столько раз, сколько измерений необходимо провести, фиксируя каждый раз показания исследуемого измерительного устройства в выбранных точках шкалы.

По результатам эксперимента в каждой исследуемой точке оцениваются значения величин  $\bar{x}$  и  $\sigma$  по следующим формулам:

$$\bar{x} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i, \quad (4.1)$$

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}{n-1}}, \quad (4.2)$$

где  $\bar{x}$  – среднее арифметическое значение;

$\sigma$  – среднее квадратическое отклонение;

$x_i$  – результат  $i$ -го измерения;

$n$  – число измерений.

Полученные описанным методом экспериментальные данные и расчетные значения являются исходными, позволяющими путем соответствующей обработки получить необходимые сведения об исследуемом средстве измерений (т. е. его систематическую, случайную и суммарную погрешности).

#### **4.2. Выявление промахов**

Выявление промахов необходимо провести до определения погрешностей измерений. Эта операция особенно целесообразна в том случае, если среди ряда измерений встречаются отдельные значения, резко отличные от других.

Промахи возникают, как правило, из-за неверных действий оператора, но могут также явиться результатом неисправности используемых средств измерений. Во всех случаях промахи не являются характеристикой измерений, и для избежания значительных искажений результатов их необходимо отбросить.

Для объективного решения вопроса о том, является ли промахом какой-либо результат измерения, применяются специальные методы. Наибольшее распространение получили два из них: метод (критерий)  $3\sigma$  и табличный метод (критерий Смирнова–Греббса).

В основу метода  $3\sigma$  («три сигма») положено допущение, что результаты однократных измерений  $x$  могут отклоняться от их среднего арифметического значения  $\bar{x}$  не более чем на  $3\sigma$ . Если же какой-либо результат однократного измерения  $x_{\Pi}$  отклоняется от  $\bar{x}$  более чем на  $3\sigma$ , то  $x_{\Pi}$  – промах.

Метод  $3\sigma$  универсален и может быть использован при любом законе распределения рассматриваемых величин. Если закон распределения рассматриваемых величин неизвестен, то метод  $3\sigma$  формально применим, но при этом остается неизвестной доверительная вероятность, с которой выявляются промахи.

Рассмотрим для примера нормальное распределение. Известно, что при нормальном распределении случайных величин их рассеивание около арифмети-

ческого среднего с вероятностью 0,997 не превосходит величины  $\pm 3\sigma$ . Этот вывод следует непосредственно из рассмотрения нормального закона распределения случайных величин. Иначе говоря, принято считать, что результаты, вероятность получения которых меньше 0,003, могут появиться только при наличии в ряду измерений промахов. Для обнаружения промахов по методу  $3\sigma$  необходимо выполнить следующие операции:

- 1) подсчитать среднее арифметическое значение ряда измерений  $\bar{x}$  по формуле (4.1);
- 2) подсчитать среднее квадратическое отклонение  $\sigma$  по (4.2);
- 3) найти по абсолютной величине разность  $A$  между предполагаемым промахом  $x_{\Pi}$  и средним арифметическим значением ряда измерений.

$$A = |x_{\Pi} - \bar{x}|; \quad (4.3)$$

- 4) провести сравнение полученной величины  $A$  с  $3\sigma$ . Если выполняется условие

$$A < 3\sigma, \quad (4.4)$$

то величина  $x_{\Pi}$  не является промахом. Если условие (4.4) не выполняется, то  $x_{\Pi}$  – промах, и его следует отбросить.

Используя метод  $3\sigma$ , следует помнить: существует очень малая, но отличная от нуля вероятность того, что отброшенный результат измерения является не промахом, а естественным статистическим отклонением.

Идея табличного метода была высказана еще в 1941 году Н.В. Смирновым, а затем развита в 1950 году Греббсом. Поэтому иногда в литературе табличный метод выявления промахов называют критерием Греббса (или критерием Смирнова–Греббса).

Табличный метод разработан из предположения, что результаты измерений равноточные и подчиняются нормальному закону распределения.

Для практического использования рассматриваемого метода (на основе положений теории вероятностей и математической статистики [3]) составлены специальные таблицы (см. табл. П.1.4).



В таблице помещены значения некоторых табличных коэффициентов  $W_T$ , подсчитанные в зависимости от доверительной вероятности  $P$  и числа измерений  $n$ . Коэффициенты  $W_T$  представляют собой, по сути дела, отношение доверительных интервалов, соответствующих выбранной доверительной вероятности, к среднему квадратическому отклонению.

При практическом применении табличного метода необходимо выполнить следующие операции:

- 1) подсчитываются величины  $\bar{x}$  и  $\sigma$  для данного ряда измерений;
- 2) находится величина  $W$ :

$$W = \left| \frac{x_{\Pi} - \bar{x}}{\sigma} \right|, \quad (4.5)$$

где  $x_{\Pi}$  – предполагаемый промах;

3) по специальным таблицам (см. табл. П.1.4) в зависимости от проведенного числа измерений и принятой доверительной вероятности находится величина табличного коэффициента  $W_T$ ;

4) проводится сравнение величины  $W$ , полученной согласно (4.5) по экспериментальным данным, с табличной величиной  $W_T$ .

Если выполняется условие

$$W < W_T,$$

то величина  $x_{\Pi}$  не является промахом, и ее следует оставить в ряду измерений.

Если же окажется, что

$$W > W_T,$$

то величина  $x_{\Pi}$  с принятой доверительной вероятностью является промахом, и ее следует отбросить.

После выявления и исключения промахов подсчитываются новые значения величин  $\bar{x}$  и  $\sigma$ , и уже эти новые значения участвуют в дальнейших расчетах.

### 4.3. Систематические погрешности

Систематические погрешности средств измерений – это, как уже отмечалось выше, составляющие погрешности, которые в данном ряду измерений остаются постоянными или закономерно изменяются.

Следует отметить, что систематические погрешности (как и случайные) в различных точках шкалы одного и того же прибора или измерительного устройства могут быть различны. Поэтому после проведения исследований можно с уверенностью говорить о величине погрешностей лишь в выбранных точках шкалы прибора. Что касается интервалов между точками, то здесь обычно исходят из предположения, что от точки к точке погрешности прибора изменяются плавно (без скачков).

Оценка систематической погрешности проводится в следующей последовательности:

1) в каждой из выбранных точек шкалы прибора определяется среднее арифметическое значение  $\bar{x}$ ;

2) систематическая погрешность средства измерений  $\Delta_c$  определяется в каждой из выбранных точек шкалы как разность между средним арифметическим и истинным значением измеряемой величины в этой точке:

$$\Delta_c = \bar{x} - x_0, \quad (4.6)$$

где  $x_0$  – определено выше.

Систематическая погрешность  $\Delta_c$  может быть как положительной (при  $\bar{x} > x_0$ ), так и отрицательной (при  $\bar{x} < x_0$ ).

Истинное значение измеряемой величины  $x_0$ , как правило, неизвестно, и вместо  $x_0$  используется действительное значение измеряемой величины, за которое принимают показания образцовых средств измерений.

Систематическая погрешность, подсчитанная по формуле (4.6), является абсолютной и имеет ту же размерность, что и измеряемая величина.

Кроме абсолютных значений, подсчитываются относительная  $\delta_c$  и приведенная  $\gamma_c$  систематические погрешности:

$$\delta_C = \frac{\Delta_C}{x_0} 100 \%, \quad (4.7)$$

$$y_C = \frac{\Delta_C}{x_N} 100 \%, \quad (4.8)$$

где  $x_N$  – нормирующее значение (в большинстве случаев  $x_N = x_K$ );

$x_K$  – верхний предел шкалы прибора.

Относительная и приведенная погрешности выражаются обычно в процентах, но могут выражаться и в относительных величинах.

На рис. 4.2 изображена числовая ось, на которой отложено истинное значение измеряемой величины  $x_0$  и нанесены результаты измерений этой величины исследуемым средством измерений. В результате первого измерения получено значение  $x_1$ , второго –  $x_2$ , третьего –  $x_3$ , и т. д. (на рис. 4.2 обозначены результаты только первых четырех измерений). На числовой оси отложены также величины  $x_{II}$  и  $\bar{x}$ . На рисунке представлены, кроме того, среднее квадратическое отклонение ( $\sigma$ ) систематическая погрешность ( $\Delta_C$ ), случайная погрешность ( $\Delta^0$ ) и суммарная погрешность ( $\Delta$ ).

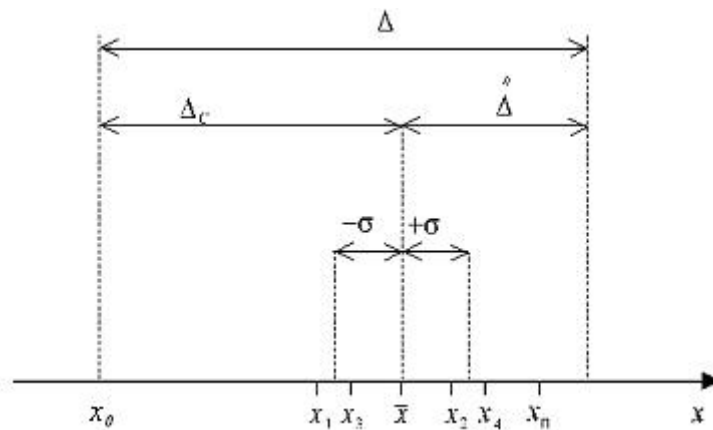


Рис. 4.2. Графическая интерпретация статистических погрешностей средств измерений

Таким образом, из приведенного рисунка следует, что систематическая погрешность является некоторой постоянно присутствующей средней величиной, но отнюдь не исчерпывает всех погрешностей измерительного устройства. Действительно, разность между результатами отдельных измерений и истинным значением измеряемой величины может превосходить систематическую

погрешность (как, например, разности  $x_2 - x_0$ ,  $x_4 - x_0$  и т. д.), т. е. кроме систематической явно видна погрешность случайная.

#### 4.4. Случайные погрешности

Случайные погрешности средств измерений (СИ) – это, как уже отмечалось, составляющие погрешности, которые в данном ряду измерений, выполненных исследуемым СИ, изменяются случайным образом.

Определение случайной погрешности (так же как и систематической) проводится в каждой из выбранных точек шкалы (или диапазона измерений) исследуемого СИ в следующей последовательности:

- 1) определяются средние арифметические значения  $\bar{x}$ ;
- 2) определяются средние квадратические отклонения  $\sigma$ ;
- 3) определяются случайные погрешности по формуле (4.9) без учета знака

$$\overset{0}{\Delta} = K \cdot \sigma, \quad (4.9)$$

где  $K$  – коэффициент, зависящий от принятой доверительной вероятности и закона распределения результатов измерений, рассматриваемых как случайные величины.

Стандарты (см., например, ГОСТ 8.009–84 [44] и ГОСТ 8.508–84 [47]) допускают использование в качестве характеристики случайной погрешности средств измерений значение среднего квадратического отклонения  $\sigma$ , оцениваемого по формуле (4.2).

Отметим, что значение СКО характеризует разброс результатов измерений около среднего арифметического значения (см. рис. 4.2).

Переходя к точностным характеристикам средств измерений, еще раз отметим, что следует рассматривать положительные значения СКО ( $+\sigma$ ) и положительные значения случайной погрешности  $\overset{0}{\Delta}$ .

Коэффициент  $K$ , как уже отмечалось, зависит от принятой доверительной вероятности и закона распределения результатов измерений. Значение  $K$  для различных законов распределения приведены в методических указаниях по

применению ГОСТ 8.009–84 [44]. В настоящем учебном пособии при оценке случайных погрешностей используется предположение, что результаты измерений подчиняются нормальному закону распределения.

Ниже приведены значения  $K$  в зависимости от доверительных вероятностей  $P$  при нормальном законе распределения:

$$P = 0,68; K = 1,00;$$

$$P = 0,95; K = 1,96;$$

$$P = 0,99; K = 2,58.$$

Подробная таблица значений  $K$  приведена в табл. П.1.5.

Отметим, что при нормальном законе распределения результатов измерений коэффициент  $K$  обычно называют «квантиль нормального распределения». Это обстоятельство отражено в заголовке табл. П.1.5.

Случайная погрешность, подсчитанная по формуле (4.9), является абсолютной и имеет ту же размерность, что и измеряемая величина.

Кроме абсолютных значений, могут также подсчитываться относительная и приведенная случайные погрешности:

$$\overset{\circ}{\delta} = \frac{\overset{\circ}{\Delta}}{x_0} 100 \%, \quad (4.10)$$

$$\overset{\circ}{\gamma} = \frac{\overset{\circ}{\Delta}}{x_N} 100 \%, \quad (4.11)$$

где  $x_0$ ,  $x_n$  – определены выше.

Относительная и приведенная случайные погрешности выражаются, как правило, в процентах, но могут выражаться и в относительных величинах.

Проиллюстрируем изложенное с помощью рис. 4.2. Как уже указывалось выше, на рисунке изображена числовая ось с отложенными на ней результатами измерения  $x_1, x_2, x_3, \dots$  известной величины  $x_0$ . Кроме того, на рисунке показаны величины  $\bar{x}$ ,  $\sigma$ ,  $\Delta_c$  и  $\Delta$ . Рассмотрим последнюю величину подробнее. Согласно выражению (4.9), случайная погрешность определяется как произведение  $K$  и  $\sigma$ .

Выражение

$$\overset{0}{\Delta} = K \cdot \sigma$$

обозначает, что случайная погрешность с вероятностью  $P$  не превзойдет величины  $K \cdot \sigma$ .

Например, при  $K = 2$  и  $P = 0,95$  случайная погрешность с вероятностью 0,95 будет не больше величины  $2\sigma$ .

Таким образом, когда речь идет о случайной погрешности, кроме ее значений необходимо указывать доверительную вероятность результата.

При подсчете случайных погрешностей основная трудность возникает при определении коэффициента  $K$ , так как закон распределения результатов измерений, как правило, неизвестен.

Правомерность предположения о нормальности закона распределения результатов измерений может быть проверена по одному из критериев согласия, изложенных, например, в Государственных стандартах (ГОСТ 8.207–76 [46]; ГОСТ 8.508–84 [47]) или по критерию Романовского, приведенному в [30].

В прил. 2 описан критерий согласия по ГОСТ 8.508–84 [47].

#### 4.5. Суммарные погрешности

*Суммарная погрешность средства измерения  $\Delta$*  равняется арифметической сумме систематической и случайной погрешностей и характеризует наибольшую статическую погрешность средства измерения (СИ) в исследуемой точке шкалы (ГОСТ 8.009–84 [44]; ГОСТ 8.508–84 [47]).

$$\Delta = \pm \left( |\Delta_c| + \left| \overset{0}{\Delta} \right| \right). \quad (4.12)$$

Отметим, что в разных точках шкалы измерительного устройства величины  $\Delta$  (как и  $\Delta_c$ , и  $\overset{0}{\Delta}$ ) могут быть различны, поэтому для характеристики устройства в целом рассматривают наибольшую суммарную погрешность  $\Delta_m$ . В этом случае говорят, что погрешность СИ не превосходит величины  $\Delta_m$ .

Аналогично могут быть рассмотрены максимальная систематическая погрешность  $\Delta_{\text{см}}$  и максимальная случайная погрешность  $\overset{\circ}{\Delta}_{\text{м}}$  как наибольшие погрешности из полученных в различных точках шкалы средства измерений.

Суммарная погрешность, подсчитанная по формуле (4.12), является абсолютной и имеет ту же размерность, что и измеряемая величина.

Кроме абсолютных значений, подсчитываются относительная  $\delta$  и приведенная  $\gamma$  суммарные погрешности:

$$\sigma = \frac{\Delta}{x_0} 100 \%, \quad (4.13)$$

$$\gamma = \frac{\Delta}{x_N} 100 \%, \quad (4.14)$$

где  $x_N$  – нормирующее значение.

Относительная и приведенная суммарные погрешности обычно выражаются в процентах, но могут выражаться и в виде относительных величин.

Для иллюстрации изложенного на рис. 4.2 наряду с другими величинами отложена величина суммарной погрешности.

Поскольку в состав суммарной погрешности входит случайная погрешность, то суммарная погрешность также является случайной величиной. Оценим доверительную вероятность  $P$ , с которой найдена абсолютная суммарная погрешность  $\Delta$ , если доверительная вероятность оценки абсолютной случайной погрешности составляет  $P$  (аналогично могут быть рассмотрены доверительные вероятности относительных и приведенных погрешностей).

Напомним, что систематическая погрешность  $\Delta_{\text{с}}$  – это погрешность, которая остается постоянной при повторных измерениях одной и той же величины. Другими словами,  $\Delta_{\text{с}}$ , по определению, есть постоянная величина и в силу этого имеет доверительную вероятность, равную единице.

Воспользуемся теоремой умножения вероятностей, которая гласит: если сложное событие  $C$  состоит из ряда независимых исходов простых событий  $A_1, A_2, \dots, A_n$  и его осуществление означает одновременное появление всех исхо-

дов, то вероятность такого сложного события равна произведению вероятностей исходов (см. [17, с. 46]), т. е.

$$P(C) = P(A_1 \cap A_2 \cap \dots \cap A_n) = \prod_{j=1}^n P(A_j), \quad (4.15)$$

где знак  $\cap$  соответствует операции «и».

Независимость исходов при этом означает, что осуществление одного из них не влияет на вероятность осуществления остальных.

В нашем случае выражение (4.15) принимает вид

$$P(\Delta) = P(\Delta_c) \cdot P(\overset{o}{\Delta}) = P(\overset{0}{\Delta}), \quad (4.16)$$

где  $P(\Delta_c)$  – доверительная вероятность систематической погрешности ( $P(\Delta_c) = 1$ );

$P(\overset{o}{\Delta})$  – доверительная вероятность случайной погрешности;

$P(\Delta)$  – доверительная вероятность суммарной погрешности.

Таким образом, в рассмотренном случае доверительная вероятность суммарной погрешности численно равна доверительной вероятности случайной погрешности. Другими словами, с доверительной вероятностью  $P$  абсолютная суммарная погрешность исследованного средства измерения не превосходит величины  $\Delta$ .

Соотношения (4.12), (4.13) и (4.14), приведенные выше, позволяют оценить значения абсолютной, относительной и приведенной суммарных погрешностей средств измерений.

Полученные значения абсолютной суммарной погрешности  $\Delta$  (или относительной  $\delta$ , или приведенной  $\gamma$  суммарных погрешностей) позволяют присвоить исследованному средству измерений тот или иной класс точности (см. п. 3.4 учебного пособия). Присвоенный класс точности должен соответствовать требованиям ГОСТ 8.401–80 [45].

Отметим, что для решения поставленной задачи по определению численного значения класса точности полученные значения  $\Delta$ , или  $\delta$ , или  $\gamma$  округляются до ближайшего большего значения стандартного ряда и являются классом точ-



ности данного средства измерений (СИ). Например, для СИ, имеющего  $\delta = \pm 1,2 \%$ , класс точности  $\textcircled{1,5}$ ; для СИ, имеющего  $\gamma = \pm 3,2 \%$ , класс точности 4,0 и т. д.

Присвоенный класс точности заносится в техническую документацию на СИ. Кроме того, класс точности наносится на шкалы, щитки или корпуса средств измерений в соответствии с требованиями ГОСТ 8.401–80 [45].

#### **4.6. Правила округления**

Результаты измерений и погрешности следует округлять по сложившимся правилам.

Основные положения этих правил округления:

1. Округление проводится только один раз при получении окончательных результатов. Все промежуточные результаты целесообразно представлять тем числом разрядов, которые удастся получить.

2. Округление начинается с округления погрешности результата измерения.

3. Погрешность результата измерения округляется до двух значащих цифр, если при движении слева направо первая значащая цифра округляемой погрешности меньше 3.

Погрешность результата измерения округляется до одной значащей цифры, если при движении слева направо первая значащая цифра округляемой погрешности больше 3 или равна 3.

4. Результат измерения округляется так, чтобы он оканчивался цифрой того же разряда, что и значение погрешности. Если числовое значение результата измерения представляется десятичной дробью, оканчивающейся нулями, то нули отбрасываются только до того разряда, который соответствует разряду числового значения погрешности.

5. Если цифра старшего из отбрасываемых разрядов меньше 5, то остающиеся цифры в числе не изменяют. Если эта цифра больше 5, то последнюю оставляемую цифру увеличивают на единицу. Лишние цифры в целых числах

заменяют нулями, а в десятичных дробях отбрасывают. Например, результат измерения  $U = 25,4587$  мВ при погрешности результата  $\Delta = \pm 0,0213$  мВ. Округление начинается с погрешности. После округления погрешность  $\Delta = \pm 0,021$  мВ и результат измерения  $U = 25,459$  мВ. Результат измерения с учетом погрешности запишется в виде  $U' = (25,459 \pm 0,021)$  мВ. Если погрешность (при том же результате измерения)  $\Delta = \pm 6,25$  мВ, то после округления  $\Delta = \pm 6$  мВ,  $U = 25$  мВ и результат измерения с учетом погрешности  $U' = (25 \pm 6)$  мВ.

6. Если отбрасываемая цифра равна 5, а следующие за ней цифры отсутствуют или нули, то последнюю сохраняемую цифру числа не изменяют.

Если отбрасываемая цифра равна 5, а следующие за ней цифры отличны от нуля, то последнюю сохраняемую цифру числа увеличивают на единицу.

7. Примеры округления:

а) результат измерения  $A = 625,47$ ; погрешность  $\Delta A = \pm 7,24$ . После округления:  $\Delta A = \pm 7$ ;  $A = 625$  и результат измерения с учетом погрешности  $A' = (625 \pm 7)$ ;

б) результат измерения  $B = 1055,53$ ; погрешность  $\Delta B = \pm 5,29$ . После округления:  $\Delta B = \pm 5$ ;  $B = 1056$  и результат измерения с учетом погрешности  $B' = (1056 \pm 5)$ ;

в) результат измерения  $C = 72,85$ ; погрешность  $\Delta C = \pm 0,35$ . После округления:  $\Delta C = \pm 0,3$ ;  $C = 72,8$  и результат измерения с учетом погрешности  $C = (72,8 \pm 0,3)$ . Остающиеся цифры в числе не изменяют.

#### 4.7. Пример расчета

В качестве примера рассмотрен расчет точностных характеристик вольтметра по результатам измерений с его помощью заданного напряжения. Расчет проведен в соответствии с рекомендациями, изложенными в пп. 4.1–4.6 учебного пособия.

##### Пример

При многократных измерениях напряжения  $U_0 = 60,00$  В получены следующие показания исследуемого вольтметра: 60,12; 60,15; 60,16; 60,18; 60,20;

60,23; 60,25; 60,27; 60,28; 60,31 В. Предполагая, что результаты измерений подчиняются нормальному закону распределения, найти (с доверительной вероятностью  $P = 0,95$ ) систематическую, случайную и суммарную погрешности вольтметра. Верхний предел измерения вольтметра  $U_K = 200$  В.

Оценка искомых величин проводится в нижеследующей последовательности.

1. Рассчитывается среднее арифметическое значение рассматриваемого ряда измерений:

$$\bar{U} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n U_i = \frac{1}{10} (60,15 + \dots + 60,31) = 60,215 \text{ В},$$

где  $\bar{U}$  – среднее арифметическое значение;

$n$  – число измерений ( $n = 10$ );

$U_i$  – значение  $i$ -го измерения.

2. Определяется среднее квадратическое отклонение  $\sigma$  по формуле

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (U_i - \bar{U})^2}{n-1}} = \sqrt{\frac{(60,15 - 60,215)^2 + \dots + (60,31 - 60,215)^2}{10-1}} = 0,0628 \text{ В},$$

где  $\sigma$  – среднее квадратическое отклонение;

$U_i$ ,  $\bar{U}$  и  $n$  – определены выше.

3. Выявляются возможные промахи методом  $3\sigma$  и методом Смирнова–Греббса (табличным методом).

### Метод $3\sigma$

Для реализации этого метода подсчитывается значение  $3\sigma = 3 \cdot 0,0628 = 0,1884$  В, которое сравнивается с разностью между  $U_{\Pi}$  и  $\bar{U}$ .

$$|U_{\Pi} - \bar{U}| = |60,31 - 60,215| = 0,095 < 3\sigma,$$

где  $U_{\Pi}$  – предполагаемый промах ( $U_{\Pi} = 60,31$  В);

$\bar{U} = 60,215$  В – определено выше.

Поскольку  $|U_{\Pi} - \bar{U}| < 3\sigma$ , то  $U_{\Pi} = 60,31$  В – не промах, и это значение следует оставить в ряду измерений.

### Табличный метод

Для реализации табличного метода оцениваются значения:

$$W = \frac{|U_{\Pi} - \bar{U}|}{\sigma} = \frac{60,31 - 60,215}{0,0628} = 1,5127;$$

$$W_T = f(p, n) = 2,29 \text{ (для } p = 0,95 \text{ и } n = 10),$$

где  $W_T$  – табличное значение, зависящее от принятой доверительной вероятности  $p$  и числа измерений  $n$  (см. табл. П.1.4);

$U_{\Pi}$ ,  $\bar{U}$  и  $\sigma$  – определены выше.

Поскольку  $W < W_T$ , то  $U_{\Pi} = 60,31 \text{ В}$  – не промах, и это значение следует оставить в ряду измерений.

4. Оценивается абсолютная систематическая погрешность вольтметра:

$$\Delta_C = \bar{U} - U_0 = 60,215 - 60,00 = 0,215 \text{ В},$$

где  $\Delta_C$  – систематическая погрешность вольтметра в рассматриваемой точке шкалы или диапазона измерения;

$U_0$  – рассматриваемая точка шкалы (диапазона измерения), значение напряжения в которой принимается за истинное значение измеряемой величины ( $U_0 = 60,00 \text{ В}$ );

$\bar{U}$  – определено выше.

5. Оценивается абсолютная случайная погрешность вольтметра:

$$\overset{0}{\Delta} = k \cdot \sigma = 1,96 \cdot 0,0628 = 0,1231 \text{ В},$$

где  $\overset{0}{\Delta}$  – случайная погрешность вольтметра в рассматриваемой точке шкалы (диапазоне измерения);

$k$  – коэффициент, зависящий от принятой доверительной вероятности  $p$  и от закона распределения результатов измерений (для  $p = 0,95$  и нормального закона распределения результатов измерений  $k = 1,96$ );

$\sigma$  – определено выше.

6. Оценивается абсолютная суммарная погрешность вольтметра:

$$\Delta = \pm(|\Delta_c| + \overset{0}{|\Delta|}) = \pm(0,215 + 0,1231) = \pm 0,3381 \text{ В};$$

$$\Delta = \pm 0,3381 \text{ В},$$

где  $\Delta$  – абсолютная суммарная погрешность вольтметра;

$\Delta_c, \overset{0}{\Delta}$  – определены выше.

7. Оценивается относительная суммарная погрешность вольтметра:

$$\delta = \pm \frac{\Delta}{U_0} 100 \% = \pm \frac{0,3381}{60,00} 100 \% = \pm 0,5635 \%;$$

$$\delta = \pm 0,5635 \%,$$

где  $\delta$  – относительная суммарная погрешность;

$U_0$  – определено выше ( $U_0 = 60,00 \text{ В}$ ).

8. Оценивается приведенная суммарная погрешность вольтметра:

$$\gamma = \pm \frac{\Delta}{U_k} 100 \% = \pm \frac{0,3381}{200} 100 \% = \pm 0,1690 \%;$$

$$\gamma = \pm 0,1690\%,$$

где  $\gamma$  – приведенная суммарная погрешность;

$U_k$  – верхний предел шкалы или диапазона измерения вольтметра ( $U_k = 200 \text{ В}$ ).

9. Провести округление полученных величин. После округления рассматриваемые величины принимают следующие значения:

$$\Delta = \pm 0,3 \text{ В};$$

$$\delta = \pm 0,6 \%;$$

$$\gamma = \pm 0,17 \%;$$

$$\overline{U'} = (60,2 \pm 0,3) \text{ В}, p = 0,95.$$

Следовательно, с доверительной вероятностью  $p = 0,95$  суммарные погрешности (при измерении напряжения  $U_0 = 60,00 \text{ В}$ ) составляют: абсолютная  $\pm 0,3 \text{ В}$ ; относительная  $\pm 0,6 \%$ ; приведенная  $\pm 0,17 \%$ . При этом результат измерения исследуемым вольтметром в выбранной точке шкалы (или диапазона

измерения) может быть записан как  $(60,2 \pm 0,3)$  В. Отметим, что термин «шкала» применяется для отсчетного устройства стрелочных приборов, а термин «диапазон измерения» – для отсчетного устройства цифровых измерительных приборов. В приведенном примере не уточняется тип прибора (стрелочный прибор или цифровой) и, в силу этого, используются оба термина при характеристике рассматриваемых величин.

## 5. ДОВЕРИТЕЛЬНЫЕ ИНТЕРВАЛЫ И ПОГРЕШНОСТИ ПОГРЕШНОСТЕЙ

### 5.1. Общие положения

В учебном пособии широко используются такие величины, как среднее арифметическое значение ( $\bar{x}$ ), среднее квадратическое отклонение ( $\sigma$ ), систематические ( $\Delta_c$ ), случайные ( $\overset{0}{\Delta}$ ) и суммарные ( $\Delta$ ) погрешности средств измерений (СИ). Все перечисленные величины зависят от числа измерений « $n$ » и принимают разные значения в зависимости от « $n$ ». За истинные значения  $\bar{x}$ ,  $\sigma$ ,  $\Delta_c$ ,  $\overset{0}{\Delta}$  и  $\Delta$  принимаются их значения при бесконечно большом числе измерений (при  $n \rightarrow \infty$ ). На практике число измерений всегда ограничено, что приводит к появлению погрешностей при оценке рассматриваемых величин. Причем погрешность из-за конечного числа измерений тем больше, чем меньше проведенное число измерений.

Ниже рассматривается порядок оценки погрешностей при определении величин  $\bar{x}$ ,  $\Delta_c$  и  $\sigma$ . Аналогичные погрешности могут быть найдены для величины  $\overset{0}{\Delta}$  и  $\Delta$ , но фактически эти погрешности рассчитываются исключительно редко и в силу этого в данном учебном пособии не рассматриваются.

### 5.2. Погрешность арифметического среднего

При конечном числе измерений в значении арифметического среднего появляется погрешность, которая тем больше, чем меньше проведенное число измерений.

Погрешность среднего арифметического значения определяется по формуле

$$\Delta \bar{x} = \pm t \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}}, \quad (5.1)$$

где  $t$  – коэффициент Стьюдента, зависящий от принятой доверительной вероятности  $P$  и числа измерений  $n$  (значения  $t$  приведены в табл. П.1.2).

Область значений  $\Delta\bar{x}$  может быть записана в виде

$$F(a_1 < \bar{x} < a_2) = P, \quad (5.2)$$

т. е. с доверительной вероятностью  $P$  значение  $\bar{x}$  больше значения  $a_1$  и меньше значения  $a_2$ , где  $a_1$  – нижняя и  $a_2$  – верхняя доверительные границы.

Изложенное иллюстрируется на рис. 5.1, а, где изображена числовая ось, на которой отложены среднее арифметическое значение  $\bar{x}$ , верхняя  $a_2$  и нижняя  $a_1$  границы доверительного интервала  $\bar{x}$  и погрешности среднего арифметического  $+\Delta\bar{x}$  и  $-\Delta\bar{x}$ . Нижняя и верхняя границы доверительного интервала определяются соотношениями

$$a_1 = (\bar{x} - \Delta\bar{x}), \quad (5.3)$$

$$a_2 = (\bar{x} + \Delta\bar{x}). \quad (5.4)$$

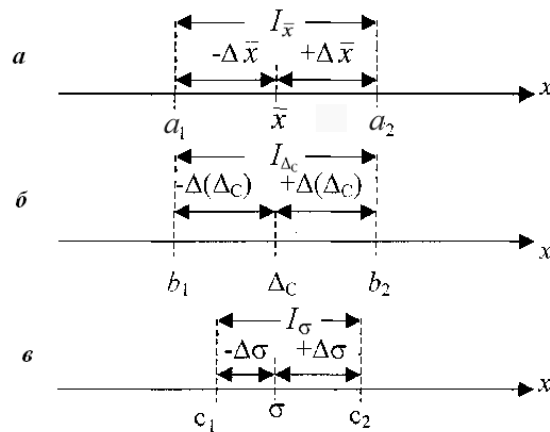


Рис. 5.1. Графическая интерпретация доверительных интервалов и погрешностей погрешностей

### 5.3. Погрешность систематической погрешности

Систематическая погрешность  $\Delta_C$  определяется как разность между средним арифметическим значением и истинным значением измеряемой величины

$$\Delta_C = \bar{x} - x_0. \quad (5.5)$$

Предположим теперь, что известна погрешность среднего арифметического значения, равная  $\pm \Delta\bar{x}$ .

Тогда с учетом этой погрешности можно записать

$$\bar{x} = \bar{x} \pm \Delta\bar{x}. \quad (5.6)$$



Подставляя значение  $\bar{x}$  в уравнение (5.5) и обозначая полученную при этом величину через  $\Delta'_C$ , получим

$$\Delta'_C = \bar{x} \pm \Delta\bar{x} - x_0 = \bar{x} - x_0 \pm \Delta\bar{x} = \Delta_C \pm \Delta\bar{x}. \quad (5.7)$$

Введем обозначение  $\Delta(\Delta_C) = \Delta\bar{x}$  и будем называть в дальнейшем эту величину погрешностью систематической погрешности.

Следовательно, погрешность систематической погрешности численно равна погрешности арифметического среднего, если действительное значение измеряемой величины известно точно и не содержит каких-либо погрешностей:

$$\Delta(\Delta_C) = \pm t \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}}. \quad (5.8)$$

Таким образом, при малом числе измерений нельзя указать точное значение систематической погрешности, а можно лишь сказать, что с принятой доверительной вероятностью систематическая погрешность будет находиться в определенных границах. Нижняя  $b_1$  и верхняя  $b_2$  границы доверительного интервала определяются соответственно выражениями

$$b_1 = \Delta_C - \Delta(\Delta_C), \quad (5.9)$$

$$b_2 = \Delta_C + \Delta(\Delta_C). \quad (5.10)$$

Изложенное здесь иллюстрируется на рис. 5.1, б, где изображена числовая ось с отложенными на ней величинами  $\Delta_C$ ,  $b_1$ ,  $b_2$ ,  $-\Delta(\Delta_C)$ ,  $+\Delta(\Delta_C)$  и  $I_{\Delta_C}$ .

Величина доверительного интервала систематической погрешности (т. е. промежуток, заключенный между верхней и нижней границей) зависит от проведенного числа измерений и от принятой доверительной вероятности. При заданной доверительной вероятности с ростом числа измерений доверительный интервал уменьшается и при числе измерений  $n \rightarrow \infty$  стягивается в точку. Другими словами, при бесконечно большом числе измерений погрешности среднего арифметического и систематической погрешности равны нулю. Подчеркнем еще раз это обстоятельство. Увеличение числа измерений уменьшает не систематическую погрешность, а ее неопределенность. С ростом числа измерений уменьшается не сама погрешность, а погрешность погрешности.

#### 5.4. Погрешность среднего квадратического отклонения

При малом числе измерений величина среднего квадратического отклонения  $\sigma$ , подобно среднему арифметическому значению измеряемой величины и систематической погрешности, также будет иметь погрешность. Погрешность среднего квадратического отклонения  $\Delta\sigma$  может быть найдена по приближенной формуле

$$\Delta\sigma = \frac{\sigma}{\sqrt{2 \cdot (n-1)}}. \quad (5.11)$$

Выражение (5.11) справедливо для  $n$ , большего 25–30, но в случае грубых оценок это выражение можно использовать и для меньшего числа измерений.

Из (5.11) следует, что при  $n = 30$   $\Delta\sigma = \pm 1/8\sigma$ , т. е. при тридцати измерениях погрешность в определении среднего квадратического отклонения составит примерно 13 %. При  $n = 50$  погрешность определения  $\sigma$  составит около 10 %, при  $n = 100$  – примерно 7 %. Таким образом, погрешность в определении величины  $\sigma$  уменьшается медленнее, чем происходит рост числа измерений.

Для более строгой оценки погрешности среднего квадратического отклонения используется уже рассмотренное ранее распределение  $\chi^2$ .

На основе распределения  $\chi^2$  для коэффициентов  $\gamma$  составлены специальные таблицы, в которых приводятся значения этих коэффициентов в зависимости от числа измерений и принятой доверительной вероятности. Поскольку распределение  $\chi^2$  асимметрично, то погрешности равного значения, но противоположного знака, не равновероятны, как в случае нормального распределения. Введем нижнюю и верхнюю границы погрешности:

$$\Delta_{1\sigma} = (\gamma_1 - 1)\sigma, \quad (5.12)$$

$$\Delta_{2\sigma} = (\gamma_2 - 1)\sigma. \quad (5.13)$$

Поскольку  $\gamma_1 < 1$ , а  $\gamma_2 > 1$ , то величина  $\Delta_{1\sigma}$ , определяемая по (5.12), всегда отрицательна, а величина  $\Delta_{2\sigma}$ , определяемая по (5.13), всегда положительна. Отметим также, что  $|\Delta_{1\sigma}| < |\Delta_{2\sigma}|$ , т. е. положительная погрешность среднего квад-

ратического отклонения (СКО) всегда больше по абсолютной величине отрицательной погрешности СКО.

Подробная таблица значений коэффициентов  $\gamma_1$  и  $\gamma_2$  приводится в приложении (табл. П.1.3).

Вместо расчетных соотношений вида (5.12) и (5.13) можно использовать запись вида

$$F(c_1 < \sigma < c_2) = P,$$

т. е. с доверительной вероятностью  $P$  среднее квадратическое отклонение  $\sigma$  больше величины  $c_1$  и меньше  $c_2$ .

На рис. 5.1, в изображена числовая ось и отложены величины  $\sigma$ ,  $|\Delta\sigma|$ ,  $c_1$ ,  $c_2$ , где  $c_1$  и  $c_2$  – нижняя и верхняя границы доверительного интервала  $I_\sigma$ . Границы доверительного интервала  $I_\sigma$  определяются соотношениями

$$c_1 = \sigma - |\Delta_1\sigma| \quad (5.14)$$

$$c_2 = \sigma + |\Delta_2\sigma|. \quad (5.15)$$

Значение и асимметрия доверительного интервала зависят от проведенного числа измерений и принятой доверительной вероятности. При заданной доверительной вероятности с ростом числа измерений ширина доверительного интервала и его асимметрия уменьшаются, а при  $n \rightarrow \infty$  доверительный интервал стягивается в точку.

Следует отметить, что при большом числе измерений приближенная формула (5.11) и более строгие соотношения (5.12) и (5.13) дают близкие результаты.

### 5.5. Необходимое число измерений

Для увеличения достоверности результата измерения могут быть использованы два пути: повышение точности измерений за счет улучшения измерительных приборов и методов измерений и увеличение числа измерений. Рас-

смотрим последний прием, считая, что все возможности совершенствования техники уже реализованы.

Сами погрешности (и систематические, и случайные) от числа измерений непосредственно не зависят. От числа измерений непосредственно зависят погрешности погрешностей и соответствующие доверительные интервалы, т. е. при увеличении числа измерений уменьшаются такие величины, как  $\Delta\bar{x}$ ,  $\Delta(\Delta_C)$  и  $\Delta(\sigma)$ .

Отметим, что уменьшать погрешность погрешностей целесообразно до тех пор, пока погрешность измерений не будет значительно превосходить соответствующую погрешность погрешности. Для этого необходимо, чтобы доверительный интервал, определенный с выбранной доверительной вероятностью, был бы существенно меньше величины погрешности измерений. Обычно в этих случаях сравнивают между собой погрешность среднего арифметического значения и систематическую погрешность  $\Delta_C$  и добиваются, чтобы

$$\Delta\bar{x} \ll \Delta_C. \quad (5.16)$$

На практике обычно считают, что условие (5.16) выполняется, если  $\Delta\bar{x}$  составляет примерно одну десятую часть от  $\Delta_C$ . Иногда удовлетворяются гораздо менее жесткими требованиями:  $\Delta\bar{x} = 1/5\Delta_C$  или даже  $\Delta\bar{x} = 1/3\Delta_C$ .

В пункте 5.1 уже отмечалось, что погрешность арифметического среднего определяется с использованием распределения Стьюдента по соотношению (5.1). Выражение (5.1) позволяет решить и обратную задачу, т. е. по заданным величинам  $t$  и  $\sigma$  найти соответствующее им число измерений  $n$ . Правда, решение обратной задачи с помощью табл. П.1.2 приходится вести методом последовательного приближения, задаваясь различными значениями  $n$ . Необходимость последнего объясняется тем, что коэффициент Стьюдента  $t$ , значения которого приводятся в табл. П.1.2, зависит не только от доверительной вероятности, но и от проведенного числа измерений. Для облегчения решения поставленной задачи составлены специальные таблицы, в которых приводится необходимое число измерений для получения относительной погрешности  $\Delta\bar{x}/\sigma$  в зависимости от требуемой доверительной вероятности  $P$  (см. табл. П.1.6).

Сущность пересчета от данных табл. П.1.2 к данным табл. П.1.6 заключается в следующем.

Выше было показано, что доверительная вероятность  $P$  попадания случайной величины  $z$  в интервал  $\pm t$  зависит как от заданной величины  $t$ , так и от числа измерений  $n$ . На этой основе составлена табл. П.1.2. Коэффициенты Стьюдента представляют собой численные значения доверительного интервала  $\pm t$  в зависимости от двух параметров  $P$  и  $n$ . Очевидно, с помощью такой таблицы можно определить любую из трех величин  $P$ ,  $n$  и  $t$  по известным двум другим. В частности, таким образом можно найти  $n$  по заданным значениям  $P$  и  $t$ .

В практических условиях доверительный интервал задается не для величины  $t$ , а непосредственно для исследуемой случайной величины  $\Delta \bar{x}$  (см. (5.1)).

На основании зависимости (5.1) можно записать

$$t = \sqrt{n} \cdot \frac{\Delta \bar{x}}{\sigma}. \quad (5.17)$$

Откуда окончательно получаем

$$M = \frac{\Delta \bar{x}}{\sigma} = \frac{t}{\sqrt{n}}, \quad (5.18)$$

где  $M$  – обозначение приведенной величины доверительного интервала.

Таким образом, для решения поставленной задачи по определению необходимого числа измерений  $n$  по заданным значениям доверительного интервала  $\pm \Delta \bar{x}$  и доверительной вероятности  $P$  необходимо коэффициенты Стьюдента  $t$  (см. табл. П.1.2) разделить на корень квадратный из соответствующего числа измерений  $n$ .

Полученная таким образом таблица приведена в прил. 1 (табл. П.1.6).

Приведем пример расчета необходимого числа измерений.

**Пример 5.1.** Систематическая погрешность вольтметра  $\Delta_C = 0,8$  В;  $\sigma = 1,0$  В. Сколько измерений нужно проделать, чтобы с вероятностью 0,95 погрешность среднего арифметического была меньше половины систематической погрешности?

Находим  $\Delta \bar{x}$  и отношение  $\Delta \bar{x}$  к  $\sigma$ :

$$\Delta \bar{x} = \frac{1}{2} \cdot \Delta_c = \frac{1}{2} \cdot 0,8 = 0,4 \text{ В};$$

$$\frac{\Delta \bar{x}}{\sigma} = \frac{0,4}{1,0} = 0,4.$$

Из табл. П.1.2 находим в колонке  $P = 0,95$  для  $\Delta \bar{x} / \sigma = 0,4$ ,  $n = 27$ .

Иначе говоря, надо провести 27 измерений, чтобы погрешность среднего арифметического значения не превысила 0,4 В с вероятностью  $P = 0,95$ .

В данном случае получилось сравнительно небольшое число измерений, которое можно осуществить практически. Из табл. П.1.6 следует, что при высоких доверительных вероятностях и жестких требованиях к результатам измерений могут получаться очень большие числа измерений, исчисляемые десятками и даже сотнями тысяч. Очевидно, что реализовывать такие большие числа измерений невозможно, поэтому требования к результатам измерений должны быть согласованы с возможностями измерительных устройств и их не следует необоснованно завышать.

Выше подробно рассмотрен порядок расчетов, когда задана величина погрешности арифметического среднего. В случае, когда задана величина погрешности систематической погрешности, порядок расчетов остается тот же самый и поэтому здесь не рассматривается.

Погрешности среднего квадратического отклонения  $\Delta_c$  и тем более погрешность случайной погрешности  $\Delta(\overset{0}{\Delta})$  в качестве исходных величин используются редко, и в силу этого в настоящем учебном пособии данный вопрос подробно не рассматривается. Отметим только, что при необходимости можно воспользоваться приближенным соотношением (5.11), решив его относительно числа измерений  $n$ . Можно также воспользоваться табл. П.1.3  $\gamma$ -коэффициентов, но в этом случае задачу придется решать методом последовательного приближения.

В заключение параграфа опишем, какие и в какой последовательности следует выполнить операции, чтобы найти необходимое число измерений при заданной погрешности среднего арифметического значения  $\bar{x}$ .

Определение минимально необходимого числа измерений  $n$  для получения с выбранной доверительной вероятностью  $P$  заданной погрешности арифметического среднего приводится в нижеследующей последовательности.

В исследуемой точке шкалы прибора проводится 10–20 измерений и находятся величины  $\bar{x}$  и  $\sigma$ . Измерения следует проводить таким образом, как описано в п. 4.1.

Находится отношение  $\Delta\bar{x}/\sigma$ , где  $\Delta\bar{x}$  – заданная погрешность арифметического среднего.

По величине соотношения  $\Delta\bar{x}/\sigma$  и заданной доверительной вероятности  $P$  находится минимально необходимое число измерений (см. табл. П.1.6).

Полученное согласно изложенному число измерений  $n_1$  является первым приближением. Для получения второго приближения необходимо провести  $n_1$  измерений и повторить все необходимые расчеты, порядок которых приведен выше. Если полученное число измерений  $n_1$  меньше предварительно проведенного числа измерений или равно ему, то второго приближения делать не следует.

Из всего изложенного можно заключить, что увеличением числа измерений можно устранить влияние случайных воздействий на результат измерения только в том случае, если стандартное отклонение  $\sigma$  не более чем в несколько раз превосходит систематическую погрешность  $\Delta_C$ . Реально это возможно, если  $\sigma \leq 5\Delta_C$ . При больших значениях  $\sigma$  для получения удовлетворительных результатов уже требуются сотни и тысячи измерений, что практически невыполнимо. В этих случаях следует коренным способом менять методику измерений или используемые измерительные устройства, чтобы уменьшить величину среднего квадратического отклонения.

## 5.6. Пример расчета

Расчет погрешностей погрешностей, доверительных интервалов и доверительных границ проведен с использованием условия задачи примера 4.1 (п. 4.7).

Для расчетов использованы следующие величины из примера 4.1:

$$\bar{U} = 60,215 \text{ В}; \sigma = 0,0628 \text{ В}; \Delta_C = 0,215 \text{ В}.$$

1. Погрешность среднего арифметического значения оценивается по формуле:

$$\Delta \bar{U} = \pm t \frac{\sigma}{\sqrt{n}} = \pm \frac{2,26 \cdot 0,0628}{\sqrt{10}} = \pm 0,0449 \text{ В};$$

где  $\Delta \bar{U}$  – погрешность среднего арифметического значения;

$t$  – коэффициент Стьюдента, зависящий от принятой доверительной вероятности  $P$  и числа измерений  $n$  (для  $P = 0,95$  и  $n = 10$   $t = 2,26$ ; см.табл. П.1.2);

$\sigma$ ,  $n$  – определены выше.

2. Доверительные границы среднего арифметического значения оцениваются по формулам

$$a_1 = \bar{U} - |\Delta \bar{U}| = 60,215 - 0,0449 = 60,1701 \text{ В};$$

$$a_2 = \bar{U} + |\Delta \bar{U}| = 60,215 + 0,0449 = 60,2599 \text{ В};$$

где  $a_1$  и  $a_2$  – нижняя и верхняя доверительные границы среднего арифметического значения;

$\Delta \bar{U}$  и  $\bar{U}$  – определены выше.

3. Доверительный интервал среднего арифметического значения оцениваются по формуле

$$I_{\bar{U}} = a_2 - a_1 = 60,2599 - 60,1701 = 0,0898 \text{ В}.$$

4. Погрешность систематической погрешности численно равна погрешности арифметического среднего значения, т. е.

$$\Delta(\Delta_c) = \pm 0,0449 \text{ В},$$

где  $\Delta(\Delta_c)$  – погрешность систематической погрешности.

5. Доверительные границы систематической погрешности оцениваются по формулам

$$b_1 = \Delta_c - |\Delta(\Delta_c)| = 0,2150 - 0,0449 = 0,1701 \text{ В};$$

$$b_2 = \Delta_c + |\Delta(\Delta_c)| = 0,2150 + 0,0449 = 0,2599 \text{ В};$$

где  $b_1$  и  $b_2$  – нижняя и верхняя доверительные границы систематической погрешности;



$\Delta_c$  и  $\Delta(\Delta_c)$  – определены выше.

6. Доверительный интервал систематической погрешности определяется по формуле

$$I_{\Delta_c} = b_2 - b_1 = 0,2599 - 0,1701 = 0,0898 \text{ В};$$

где  $I_{\Delta_c}$  – доверительный интервал систематической погрешности;

$b_1$  и  $b_2$  – определены выше.

7. Приближенное значение погрешности среднего квадратического отклонения (СКО) оценивается по формуле

$$\Delta\sigma = \pm \frac{\sigma}{\sqrt{2(n-1)}} = \pm \frac{0,0628}{\sqrt{2(10-1)}} = \pm 0,0148 \text{ В};$$

где  $\Delta\sigma$  – приближенное значение погрешности СКО;

$\sigma$  и  $n$  – определены выше.

8. Уточненные значения погрешностей среднего квадратического отклонения (СКО) оцениваются по формулам

$$\Delta_1\sigma = (\gamma_1 - 1)\sigma = (0,69 - 1) \cdot 0,0628 = -0,0195 \text{ В};$$

$$\Delta_2\sigma = (\gamma_2 - 1)\sigma = (1,83 - 1) \cdot 0,0628 = 0,0521 \text{ В};$$

где  $\Delta_1\sigma$  и  $\Delta_2\sigma$  – уточненные погрешности (СКО);

$\gamma_1$  и  $\gamma_2$  – коэффициенты, зависящие от принятой доверительно вероятности  $P$  и числа измерений  $n$  (для  $P = 0,95$  и  $n = 10$   $\gamma_1 = 0,69$  и  $\gamma_2 = 1,83$ , см. табл. П.1.3);

$\sigma$  – определено выше.

9. Уточненные доверительные границы среднего квадратического отклонения (СКО) оцениваются по формулам

$$C_1 = \sigma - |\Delta_1\sigma| = 0,0628 - 0,0195 = 0,0433 \text{ В};$$

$$C_2 = \sigma + |\Delta_2\sigma| = 0,0628 + 0,0521 = 0,1149 \text{ В},$$

где  $C_1$  и  $C_2$  – уточненные нижняя и верхняя доверительные границы СКО;

$\sigma$ ,  $\Delta_1\sigma$ ,  $\Delta_2\sigma$  – определены выше.

10. Уточненный доверительный интервал среднего квадратического отклонения (СКО) оценивается по формуле

$$I_{\sigma} = C_2 - C_1 = 0,1149 - 0,0433 = 0,0716 \text{ В};$$

где  $I_{\sigma}$  – уточненное значение доверительного интервала СКО;

$C_1$  и  $C_2$  – определены выше.

После округления найденных величин получены следующие их значения:

$$\bar{\Delta U} = \pm 0,04 \text{ В}; a_1 = 60,10 \text{ В}; a_2 = 60,26 \text{ В}; I_{\bar{U}} = 0,09 \text{ В}.$$

$$\Delta(\Delta_C) = \pm 0,04 \text{ В}; b_1 = 0,17 \text{ В}; b_2 = 0,26 \text{ В}; I_{\Delta_C} = 0,09 \text{ В}.$$

$$\Delta\sigma = \pm 0,01 \text{ В}.$$

$$\Delta_1\sigma = -0,02 \text{ В}; \Delta_2\sigma = +0,05 \text{ В};$$

$$C_1 = 0,04 \text{ В}; C_2 = 0,11 \text{ В}; I_{\delta} = 0,07 \text{ В}.$$

В заключение напомним еще раз основные положения.

При малом числе измерений появляются погрешности погрешностей, которые уменьшаются с ростом числа измерений. Приведенный пример позволяет количественно оценить погрешности погрешностей при  $n = 10$  (где  $n$  – число измерений).

Подсчет погрешностей среднего квадратического отклонения (СКО) по приближенной формуле всегда дает симметричные и несколько меньшие значения, чем значения, полученные по уточненным формулам с использованием коэффициентов  $\gamma_1$  и  $\gamma_2$  (см. приведенный пример).

Погрешности СКО, найденные по уточненным формулам, всегда асимметричны, причем отрицательная погрешность по абсолютной величине всегда меньше положительной погрешности. Уточненная отрицательная погрешность по абсолютной величине близка погрешности, получаемой по приближенной формуле (см. результаты расчетов, приведенные в рассмотренном примере).

## 6. ДИНАМИЧЕСКИЕ ПОГРЕШНОСТИ СРЕДСТВ ИЗМЕРЕНИЙ

### 6.1. Общие положения

*Динамическая погрешность измерений* – это погрешность, возникающая при измерении переменных во времени величин или неустановившихся периодических процессов и обусловленная инерционными свойствами средств измерений [1, 2, 26].

Динамическая погрешность средства измерения  $d(t)$  может быть определена как разность между сигналом на выходе средства измерения  $x(t)$  и истинным значением измеряемой величины  $x'_0(t)$ , приведенной к выходу.

$$d(t) = x(t) - x'_0(t), \quad (6.1)$$

где значения величин  $d(t)$ ,  $x(t)$  соответствуют моменту времени  $t$ .

Выражение (6.1) свидетельствует, что динамическая погрешность является функцией времени и зависит от характера входного сигнала.

Истинным значением измеряемой величины является ее значение на входе измерительного устройства  $x_0(t)$ . Для сравнения входных и выходных величин между собой необходимо сделать их приведение «к входу» или «к выходу» средства измерения. Воспользовавшись приведением «к выходу», запишем значение динамической погрешности  $d(t)$  в виде

$$d(t) = x(t) - Kx_0(t), \quad (6.2)$$

где  $x(t)$  – выходной сигнал;

$x_0(t)$  – входной сигнал;

$K$  – статический передаточный коэффициент.

Статический передаточный коэффициент находится в статических условиях работы измерительного устройства как отношение приращения выходной величины  $\Delta x$  к приращению входной величины  $\Delta x_0$ :

$$K = \Delta x / \Delta x_0. \quad (6.3)$$

При классификации погрешностей средств измерений отмечалось, что динамическая погрешность может быть представлена в виде суммы двух со-

ставляющих – систематической и случайной. Однако из-за большой сложности разделения динамических погрешностей на систематические и случайные составляющие такого разделения обычно не проводят, а ограничиваются рассмотрением суммарной динамической погрешности, определяемой выражением (6.2).

Вместе с тем следует отметить, что динамическая погрешность в виде (6.2) сравнительно редко используется на практике. Это объясняется тем, что  $d(t)$  характеризует реакцию измерительного устройства на вполне определенный входной сигнал  $x_0(t)$ . Величина погрешности в этом случае зависит как от динамических свойств измерительного устройства, так и от вида входного сигнала, причем каждому входному сигналу соответствует своя динамическая погрешность. В силу этого для описания динамических свойств самих измерительных приборов (или устройств), а не системы прибор-сигнал предпочитают использовать другие характеристики. Наиболее полно динамические свойства измерительного устройства описываются передаточной функцией  $W(p)$ , которая, как известно, определяется соотношением

$$W(p) = \frac{x(p)}{x_0(p)}, \quad (6.4)$$

где  $p$  – комплексная переменная величина (параметр);

$x_0(p)$ ,  $x(p)$  – входной и выходной сигналы, преобразованные по Лапласу, при нулевых начальных условиях.

Другими важными характеристиками измерительных устройств являются амплитудно- и фазово-частотные характеристики.

*Амплитудно-частотной характеристикой* измерительного устройства называется зависимость амплитуды выходного сигнала от частоты выходного сигнала (при постоянстве амплитуды входного сигнала).

*Фазово-частотной характеристикой* измерительного устройства называется зависимость фазового сдвига между выходным и входным сигналами от частоты изменения входного сигнала.

Методы определения передаточных функций и частотных характеристик подробно рассматриваются в курсе теории автоматического управления и детально освещены в соответствующей литературе. Более подробно с методами определения передаточных функций и частотных характеристик можно ознакомиться по работе [27]. В данном учебном пособии эти вопросы рассмотрены очень кратко.

## **6.2. Передаточные функции**

Существует несколько методов экспериментального определения параметров передаточной функции  $W(p)$ , правомерных для линейных средств измерений, не имеющих чистого запаздывания. Наибольшее распространение получил метод, основанный на использовании переходных характеристик  $L(t)$  исследуемых устройств и характеристик типовых динамических звеньев.

Переходной характеристикой  $L(t)$  динамической системы называется ее реакция на входной сигнал, имеющий вид ступенчатой функции, при нулевых начальных условиях. На рис. 6.1 приводится характерный вид входных и выходных сигналов при исследовании измерительных устройств.

Рекомендуется следующая последовательность операций для определения передаточной функции измерительного устройства.

На вход исследуемого измерительного устройства подается сигнал в виде единичной функции, т. е. на входе устройства изменяются скачком напряжение, ток и т. д. Скачок входной величины может быть как положительным, так и отрицательным. Для определенности все последующие рассуждения проводятся применительно к положительному скачку входного сигнала.

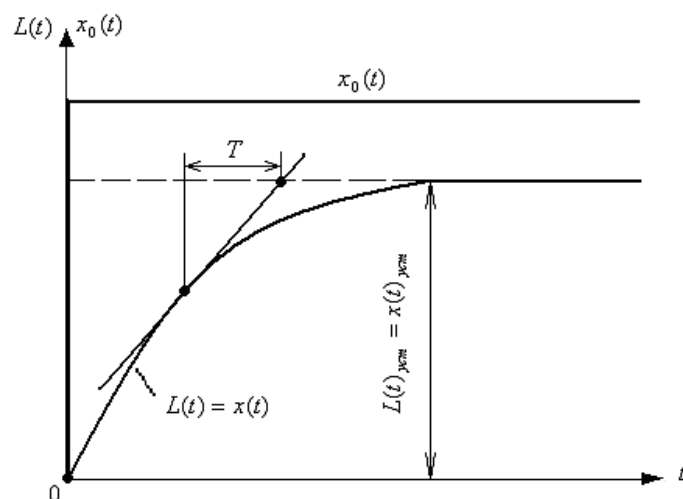


Рис. 6.1. Характерный вид входных и выходных сигналов при исследовании измерительных устройств первого порядка

В зависимости от свойств исследуемого устройства переходная характеристика может иметь апериодический или колебательный характер, а работа устройства может быть описана дифференциальным уравнением первого, второго, третьего и т. д. порядков. При этом измерительные устройства соответственно называются устройствами первого, второго, третьего и т. д. порядков.

По переходным характеристикам, полученным экспериментально в соответствии с изложенным, отыскивается передаточная функция измерительного устройства. Вид передаточной функции определяется главным образом порядком устройства.

Для измерительных устройств первого порядка передаточная функция имеет вид

$$W(p) = \frac{K}{Tp + 1}. \quad (6.5)$$

Для измерительных устройств второго порядка передаточная функция имеет вид

$$W(p) = \frac{K}{T_2^2 p^2 + T_1 p + 1} \quad (6.6)$$

или

$$W(p) = \frac{K}{(T_3 p + 1)(T_4 p + 1)}. \quad (6.7)$$

Для измерительных устройств третьего порядка передаточная функция имеет вид

$$W(p) = \frac{K}{(T_1 p + 1)(T_2 p + 1)(T_3 p + 1)} \quad (6.8)$$

или

$$W(p) = \frac{K}{(T_1 p + 1)(T^2 p^2 + 2T\lambda p + 1)} \quad (6.9)$$

Для измерительных устройств четвертого порядка:

$$W(p) = \frac{K}{(T_1 p + 1)(T_2 p + 1)(T_3 p + 1)(T_4 p + 1)} \quad (6.10)$$

Неизвестные параметры  $T$ ,  $T_1$ ,  $T_2$ ,  $T_3$  и  $T_4$  передаточных функций измерительных устройств первого и второго порядков рекомендуется определять графически [27].

Неизвестные параметры  $T$ ,  $T_1$ ,  $T_2$ ,  $T_3$ ,  $T_4$ ,  $\lambda$  передаточных функций измерительных устройств третьего и четвертого порядков рекомендуется определять графоаналитическим методом Цыпкина–Максимова. Измерительные устройства старших порядков – третьего, четвертого и т. д. – встречаются на практике сравнительно редко, и поэтому определение их параметров в данном пособии не рассматривается.

Оценка параметров передаточных функций устройств высоких порядков может быть проведена по работе [27].

В настоящем учебном пособии рассматривается оценка параметров передаточной функции устройства первого порядка (см. соотношение (6.5)).

Неизвестный параметр  $T$  (постоянная времени) для измерительных устройств первого порядка определяется по графику переходной характеристики как величина проекции касательной в данной точке на линию установившегося значения  $L(t) = L(t)_{уст}$  (см. рис. 6.1), причем в идеальном случае  $T$  одинакова во всех точках кривой  $L(t)$ . Поскольку проводить точно касательные к экспериментально полученной кривой  $L(t)$  затруднительно, то рекомендуется провести

касательные к трем- етырем точкам кривой, найти для каждой точки  $T$  и взять среднее арифметическое значение.

Отметим, что длительность переходного процесса для устройств первого порядка (т. е. время затухания переходной характеристики) с погрешностью около 5 % равна  $3T$  и с погрешностью около 1 % равна  $5T$ .

Неизвестный статический передаточный коэффициент  $K$  оценивается по соотношению (6.3), приведенному выше.

### **6.3. Частотные характеристики**

Частотные характеристики измерительных устройств (амплитудные и фазовые) могут быть получены экспериментально или расчетным путем по передаточным функциям. При экспериментальном определении частотных характеристик на вход измерительных устройств подаются переменные (синусоидальные) сигналы, частота которых изменяется от нуля до максимально возможного для данного устройства значения. При этом проводятся замеры амплитудных значений сигналов на входе и выходе устройства и фазовые сдвиги между входными и выходными сигналами.

Под термином «*входной сигнал*» подразумевается сигнал той или иной природы, поступающий на вход устройства (для вольтметра это напряжение, для амперметра – электрический ток и т. д.).

Под термином «*выходной сигнал*» подразумеваются показания устройства, считываемые с его выхода (для стрелочных приборов это отсчет по шкале, для осциллографа – изображение на экране и т. д.).

Амплитудно-частотные и фазово-частотные характеристики (и вообще динамические характеристики) имеет смысл рассматривать для датчиков (преобразователей неэлектрических величин в электрические), осциллографов и некоторых других приборов, используемых для измерения параметров неустановившихся (переходных) процессов. Для стрелочных приборов, компенсаторов с ручным управлением и подобных им приборов, предназначенных для измерений в установившемся режиме, эти характеристики, как правило, не рассматриваются. В паспортах приборов, предназначенных для измерения параметров ус-



тановившихся процессов в цепях переменного тока, обычно указывается частотный диапазон, в котором они работают без значительных погрешностей.

Следует отметить, что если амплитудно- и фазово-частотные характеристики и передаточная функция позволяют судить о динамических свойствах измерительного устройства и его возможности при измерениях в неустановившихся (переходных) режимах, то частотный диапазон характеризует возможности измерительного устройства при измерениях периодических процессов в установившихся режимах.

Ниже приводятся аналитические выражения, связывающие амплитудно-частотные и фазово-частотные характеристики с параметрами передаточных функций  $T_1, T_2, T_3, T_4, T$ .

Для измерительных устройств первого порядка

$$A(\omega) = \frac{K}{\sqrt{\omega^2 T^2 + 1}}. \quad (6.11)$$

Для апериодических устройств второго порядка

$$A(\omega) = \frac{K}{\sqrt{\omega^2 T_3^2 + 1} \cdot \sqrt{\omega^2 T_4^2 + 1}}. \quad (6.12)$$

Для колебательных устройств второго порядка

$$A(\omega) = \frac{K}{\sqrt{(1 - \omega^2 T_2^2)^2 + \omega^2 T_1^2}}, \quad (6.13)$$

$$\varphi(\omega) = -\arctg \frac{\omega T_1}{1 - \omega^2 T_2^2} \quad (6.14)$$

Типичный вид амплитудно- и фазово-частотных характеристик рассмотренных динамических звеньев приведен на рис. 6.2.

Таким образом, динамические свойства измерительных устройств можно охарактеризовать:

- 1) динамической погрешностью;
- 2) передаточной функцией измерительного устройства;
- 3) амплитудно- и фазово-частотными характеристиками.

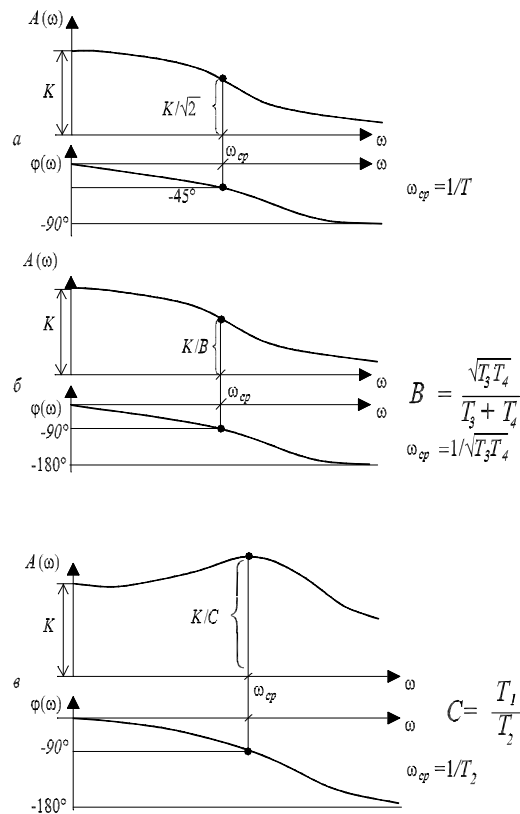


Рис. 6.2. Характерный вид амплитудно-частотных  $A(\omega)$  и фазово-частотных  $\varphi(\omega)$  характеристик типовых динамических звеньев:  $a$  – аperiodическое звено первого порядка;  $b$  – аperiodическое звено второго порядка;  $c$  – колебательное звено второго порядка

Более подробно с динамическими характеристиками различных устройств можно ознакомиться по работе [27].

Динамические характеристики средств измерений нормирует ГОСТ 8.009–84 [44].

#### 6.4. Пример расчета

Сформулируем постановку задачи. Задана переходная характеристика линейного измерительного устройства (рис. 6.3).

Требуется определить: передаточную функцию устройства; амплитудно- и фазово-частотные характеристики; динамическую погрешность устройства при изменении входного сигнала по закону

$$x_{\text{ex}}(t) = 1,1 + 2,0 \cdot e^{0,5t}.$$

## Определение параметров передаточной функции

По виду переходной характеристики (см. рис. 6.3) можно заключить, что исследуемое измерительное устройство является устройством первого порядка и его передаточная функция имеет вид

$$W(p) = \frac{K}{Tp + 1}.$$

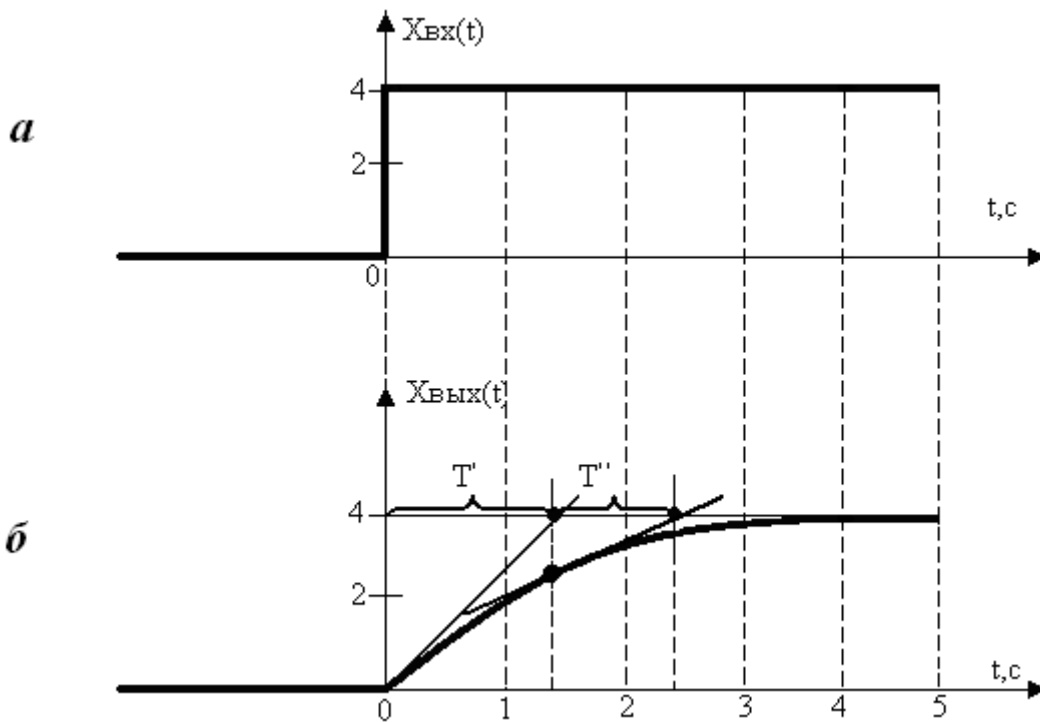


Рис. 6.3. Сигнал на входе и на выходе исследуемого измерительного устройства:  
 $X_{вх}(t)$  – входной сигнал;  $X_{вых}(t)$  – выходной сигнал

На основании методики, изложенной в пособии, неизвестные параметры передаточной функции запишутся в виде

$$K = \frac{\Delta x_{вых}}{\Delta x_{вх}} = \frac{4-0}{4-0} = 1; \quad K = 1,$$

$$T = \frac{T' + T''}{2} = \frac{1,4 + 1,2}{2} = 1,3; \quad T = 1,3 \text{ с.}$$

Таким образом,

$$W(p) = \frac{1}{1,3p + 1}.$$

## Определение амплитудно- и фазово-частотных характеристик

Искомые характеристики исследуемого измерительного устройства запишутся следующим образом:

$$A(\omega) = \frac{K}{\sqrt{T^2 \omega^2 + 1}} = \frac{1}{\sqrt{1,3^2 \omega^2 + 1}},$$

$$\varphi(\omega) = -\arctg T = -\arctg 1,3 \omega.$$

Численные значения  $A(\omega)$  и  $\varphi(\omega)$  при изменении угловой частоты от  $\omega = 0$  до  $\omega = 6$  приведены ниже, а графики зависимостей  $A = f(\omega)$  и  $\varphi = f(\omega)$  представлены в табл. 6.1 и на рис. 6.4.

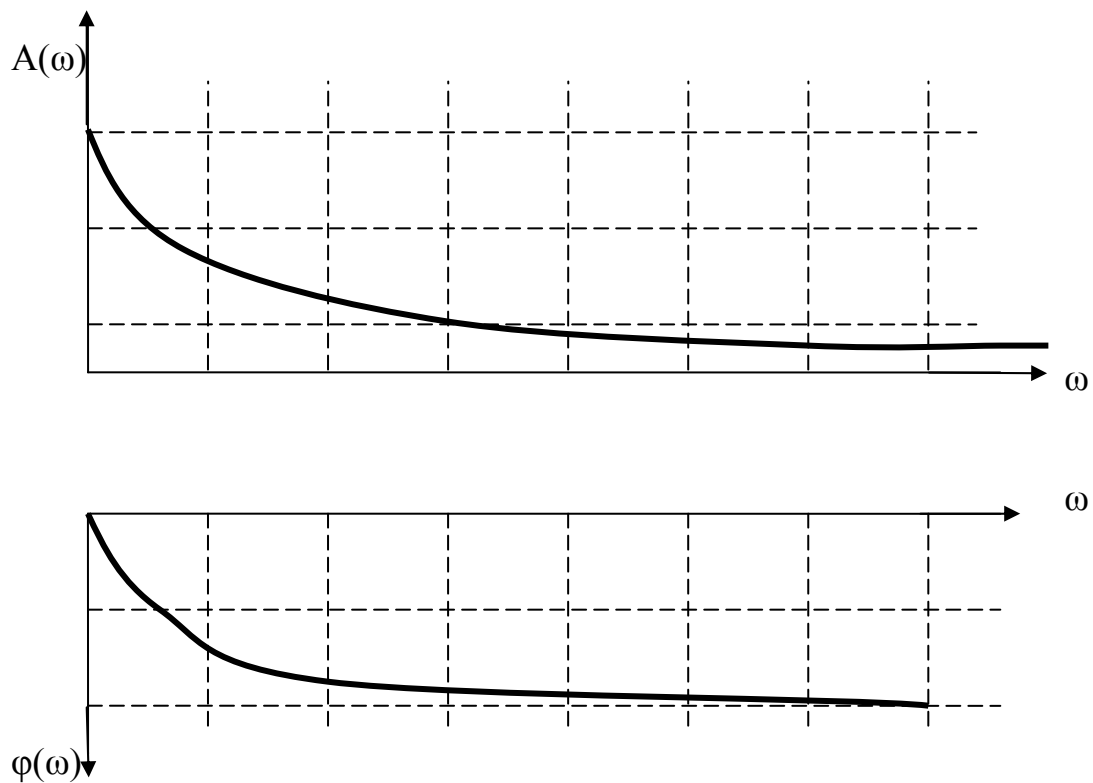


Рис 6.4. Амплитудно- и фазово-частотные характеристики

Таблица 6.1

**Зависимость амплитуды и фазы от угловой частоты**

$\Omega$	0,00	0,30	0,50	1,00	2,00	3,00	4,00	5,00	6,00
$A(\omega)$	1,00	0,93	0,84	0,61	0,36	0,25	0,19	0,15	0,13
$\varphi(\omega)$	0,00	25°40'	38°40'	58°00'	72°40'	78°20'	81°10'	83°50'	84°05'

## Определение погрешности

Динамическая погрешность для входного сигнала  $x_{\text{вх}}(t) = 1,1 + 2,0 \cdot e^{0,5t}$  запишется в виде

$$d(t) = \frac{x_{\text{вых}}(t)}{K} - x_{\text{вх}}(t) = \frac{x_{\text{вых}}(t)}{1} - 1,1 - 2,0 \cdot e^{0,5t}.$$

Воспользуемся рекомендациями, изложенными в пособии, и на их основании определим закон изменения выходного сигнала. Для этого найдем изображение по Лапласу входного сигнала, затем изображение по Лапласу выходного сигнала  $x_{\text{вых}}(p)$ .

Изображение входного сигнала:

$$x_{\text{вх}}(t) = 1,1 + 2,0 \cdot e^{0,5t} = \frac{1,1}{p} + \frac{2,0}{p - 0,5};$$

$$x_{\text{вх}}(p) = \frac{1,1}{p} + \frac{2,0}{p - 0,5}.$$

Изображение выходного сигнала

$$x_{\text{вых}}(p) = W(p) \cdot x_{\text{вх}}(p),$$

где  $x_{\text{вых}}(p)$  – изображение по Лапласу выходного сигнала;

$W(p)$  – передаточная функция измерительного устройства, используемого для измерения входного сигнала.

Отметим, что передаточная функция уже найдена выше и определяется соотношением

$$W(p) = \frac{1}{1,3 + 1}.$$

Изображение выходного сигнала с учетом  $W(p)$  и  $x_{\text{вх}}(p)$  имеет вид

$$x_{\text{вых}}(p) = \frac{1,1}{p(1,3p + 1)} + \frac{2,0}{(p - 0,5)(1,3p + 1)}.$$

После деления числителя и знаменателя на 1,3 и приведения значения  $x_{\text{вых}}(p)$  к табличному виду получим

$$x_{\text{вых}}(p) = 1,1 \cdot \frac{0,8}{p(p+0,8)} + 1,5 \cdot \frac{1}{(p+0,8)(p-0,5)}.$$

По таблицам преобразования Лапласа (см. табл. П.1.7) оригинал выходного сигнала по его изображению запишется в виде

$$x_{\text{вых}}(t) = 1,1 - 2,3 \cdot e^{-0,8t} + 1,2e^{0,5t}.$$

Динамическая погрешность рассматриваемого средства измерения с учетом найденного выходного сигнала запишется в виде

$$d(t) = -2,3 \cdot e^{-0,8t} - 0,8e^{0,5t}.$$

График, иллюстрирующий изменение динамической погрешности во времени, представлен на рис. 6.5.

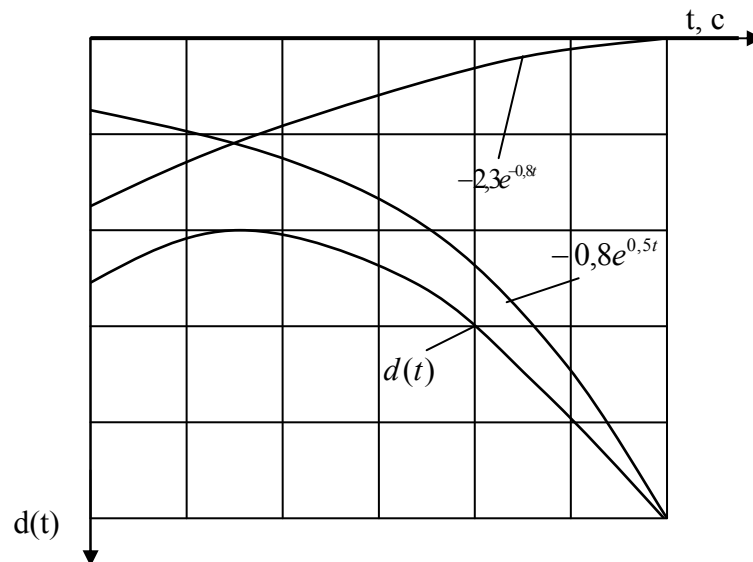


Рис. 6.5. Динамическая погрешность  $d(t)$  апериодического средства измерения первого порядка при экспоненциальном изменении входного сигнала

Таким образом, на основании проведенных расчетов можно заключить, что исследованное измерительное устройство пригодно для измерений постоянных во времени или медленно изменяющихся сигналов. При измерении переменных во времени сигналов, изменяющихся с частотами более 0,1 Гц, появляются значительные динамические погрешности, а при измерении экспоненциально возрастающих сигналов появляются увеличивающиеся с течением времени динамические погрешности, как показано на рис. 6.5.

## 7. ПОГРЕШНОСТИ РЕЗУЛЬТАТОВ ИЗМЕРЕНИЙ

### 7.1. Погрешности прямых многократных измерений

#### 7.1.1. Порядок оценки

Порядок оценки погрешностей прямых многократных измерений регламентирует стандарт ГОСТ 8.207–76 [46].

Стандарт [46] регламентирует оценку погрешностей прямых измерений с многократными независимыми наблюдениями, подчиняющимися нормальному закону распределения, и устанавливает основные положения методов обработки результатов наблюдений. Отметим, что в стандарте [46] принята терминология, отличная от терминологии, используемой в настоящее время. Так, например, использованы термины «наблюдение» (под наблюдением подразумевается однократное измерение) и «результат измерения», за которое принимается среднее арифметическое значение рассматриваемых многократных измерений.

При обработке результатов наблюдений необходимо выполнить нижеследующие операции.

1. Исключить известные систематические погрешности из результатов наблюдений.

2. Вычислить среднее арифметическое значение результатов наблюдений, принимаемое за результат измерения:

$$\bar{x} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i,$$

где  $x_i$  –  $i$ -й результат наблюдения;

$n$  – число результатов наблюдений.

3. Вычислить среднее квадратическое отклонение  $\sigma$  результата наблюдений:

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}{n-1}}.$$

4. Выявить и отбросить результаты наблюдений, содержащие промахи (если они есть).

5. Вычислить среднее квадратическое отклонение результата измерения:

$$\sigma(\bar{x}) = \frac{\sigma}{\sqrt{n}} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}{n(n-1)}}.$$

6. Проверить гипотезу о том, что результаты наблюдений принадлежат нормальному закону распределения. Проверка гипотезы может быть проведена по критерию, приведенному в ГОСТ 8.207–76 [46], или по критерию, приведенному в прил. 2 к данному учебному пособию. При  $n < 10$  проверка гипотезы не проводится. При этом применение ГОСТа 8.207–76 возможно, если заранее известно, что результаты наблюдений подчиняются нормальному закону распределения.

7. Вычислить случайную составляющую погрешности результата измерения  $\varepsilon$  (без учета знака) по формуле

$$\varepsilon = t \cdot \sigma(\bar{x}),$$

где  $t$  – коэффициент Стьюдента.

Значения коэффициента Стьюдента в зависимости от принятой доверительной вероятности  $P$  и числа результатов наблюдений  $n$  приведены в приложении к учебному пособию (см. табл. П.1. 2).

Доверительную вероятность  $P = 0,95$  принимают при проведении технических измерений,  $P = 0,99$  – при проведении метрологических измерений и измерений, результаты которых имеют значение для здоровья людей.

8. Вычислить неисключенную систематическую погрешность  $\Theta$  (систематическую составляющую погрешности) результата измерения. В качестве  $\Theta$  принимают пределы допускаемых основных и дополнительных погрешностей средств измерений, а также методические погрешности и погрешности, вызванные другими источниками.

При 5–10 суммированиях отдельных неисключенных систематических погрешностей каждое слагаемое рассматривается как случайная величина. При



отсутствии данных о виде распределения этих величин (что обычно имеет место на практике) их распределения принимают за равномерное. При равномерном распределении неисключенных систематических погрешностей их значение (без учета знака) можно вычислить по формуле

$$\Theta = k \cdot \sqrt{\sum_{j=1}^m \Theta_j^2},$$

где  $\Theta_j$  –  $j$ -я неисключенная систематическая погрешность (НСП);

$m$  – число суммируемых НСП;

$k$  – коэффициент, определяемый принятой доверительной вероятностью и числом слагаемых  $m$ .

При доверительной вероятности  $P = 0,95$  коэффициент  $k$  принимают равным 1,1 (независимо от числа слагаемых для  $m \geq 2$ ). При  $m = 1$   $k = 1$ .

При доверительной вероятности  $P = 0,99$  коэффициент  $k$  зависит от числа суммируемых НСП. При  $m \leq 4$  коэффициент  $k$  определяется по графику зависимости

$$k = f(m, l),$$

где  $l = \Theta_1/\Theta_2$ ;

$\Theta_1$  – составляющая погрешности, наиболее отличная от других;

$\Theta_2$  – составляющая погрешности, наиболее близкая к  $\Theta_1$ .

График зависимости (7.6) приведен на рис. 7.1

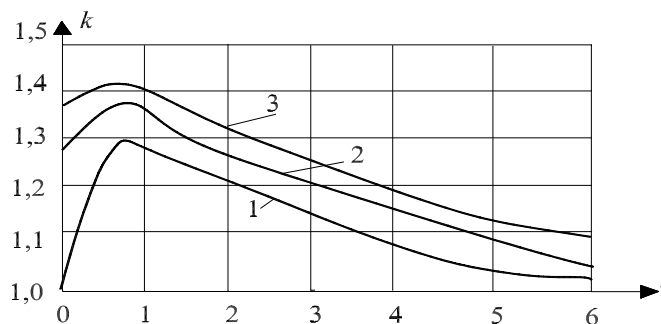


Рис. 7.1. График зависимости  $k = f(l, m)$ : 1 –  $m = 2$ ; 2 –  $m = 3$ ; 3 –  $m = 4$

Для приближенных оценок погрешностей могут быть приняты следующие значения коэффициента  $k$ : при  $m = 2$   $k = 1,2$ ; при  $m = 3$   $k = 1,3$ ; при  $m = 4$   $k = 1,4$ ; при  $m \geq 5$   $k = 1,45$ . Отметим, что при  $m = 1$   $k = 1$ .

9. Вычислить погрешность результата измерения  $\Delta$ . Значение  $\Delta$  вычисляется в том случае, если выполняется условие

$$0,8 \leq \Theta/\sigma(\bar{x}) \leq 8,0. \quad (7.7)$$

Если условие (7.7) не выполняется, то при  $\Theta/\sigma(\bar{x}) < 0,8$  принимается  $\Delta = \varepsilon$ , а при  $\Theta/\sigma(\bar{x}) > 8,0$  принимается  $\Delta = \Theta$ .

Погрешность, возникающая из-за пренебрежения одной из составляющих погрешности результата измерения (при выполнении указанных неравенств), не превышает 15 %.

Если условие (7.7) выполняется, то погрешность результата измерения вычисляется по формуле

$$\Delta = K_{\Sigma} \sigma_{\Sigma},$$

где  $K_{\Sigma}$  – коэффициент, зависящий от соотношения случайной и неисключенной систематической погрешности;

$\sigma_{\Sigma}$  – суммарное среднее квадратическое отклонение результата измерения.

Коэффициент  $K_{\Sigma}$  вычисляют по эмпирической формуле

$$K_{\Sigma} = \frac{\varepsilon + \Theta}{\sigma(\bar{x}) + \sigma(\Theta)},$$

где  $\sigma(\Theta) = \Theta / k\sqrt{3}$ .

Суммарное среднее квадратическое отклонение вычисляют по формуле

$$\sigma_{\Sigma} = \sqrt{\sigma^2(\bar{x}) + \sigma^2(\Theta)}.$$

Результаты прямых многократных измерений представляют в форме

$$(\bar{x} \pm \Delta); P,$$

где  $\bar{x}$  – результат измерения;

$\pm \Delta$  – погрешность результата измерения;

$P$  – принятая доверительная вероятность.

Числовое значение результата измерения должно оканчиваться цифрой того же разряда, что и значение погрешности  $\Delta$ .

При отсутствии данных о виде функций распределений составляющих погрешности результата и необходимости дальнейшей обработки результатов или анализа погрешностей, результаты измерений представляют в форме

$$\bar{x}, \sigma(\bar{x}), n, \Theta, P,$$

где величины  $\sigma(\bar{x}), n, \Theta, P$  – определены выше.

### 7.1.2. Пример расчета

#### Условие задачи

С помощью универсального цифрового вольтметра с известными метрологическими характеристиками проведены многократные измерения напряжения лабораторной сети. Результаты измерений:

$$U_1=218,62 \text{ В}; U_2=219,83 \text{ В}; U_3=218,97 \text{ В}; U_4=220,05 \text{ В};$$

$$U_5=218,37 \text{ В}; U_6=219,74 \text{ В}.$$

Предел измерения вольтметра  $U_K=1000 \text{ В}$ . Класс точности вольтметра 0,5/0,1. Нормальные условия эксплуатации вольтметра:  $\tau_0=(20 \pm 2) ^\circ\text{C}$ ;  $H_0=0 \text{ А/м}$ , где  $\tau$  – температура и  $H_0$  – напряжение внешнего магнитного поля в нормальных условиях эксплуатации.

Измерения проведены при температуре  $\tau = +24 ^\circ\text{C}$  и напряженности внешнего магнитного поля  $H=20 \text{ А/м}$ .

Найти абсолютную погрешность результата измерения, округлить и записать результат измерения, если наблюдения подчиняются нормальному закону распределения и принята доверительная вероятность  $P = 0,95$ .

В соответствии с технической документацией дополнительные абсолютные систематические погрешности используемого вольтметра определяются

$$\text{соотношениями } \theta_\tau = \frac{\tau - \tau_0}{10} \cdot \theta_{\text{ос}}; \theta_H = \frac{H - H_0}{50} \cdot \theta_{\text{ос}},$$

где  $\theta_\tau$  – дополнительная абсолютная температурная погрешность;

$\theta_H$  – дополнительная абсолютная погрешность от воздействия магнитного поля;

$\theta_{\text{ос}}$  – основная абсолютная погрешность вольтметра, определяемая его классом точности.

### Решение задачи

1. Среднее арифметическое значение  $\bar{U}$ , принимаемое за результат измерения, запишется в виде

$$\bar{U} = \frac{1}{6} \sum_{i=1}^6 U_i = 219,2633 \text{ В}$$

2. Среднее квадратическое отклонение  $\sigma$  имеет значение

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^6 (U_i - \bar{U})^2}{6-1}} = 0,7022 \text{ В.}$$

3. Выявление промахов проводится по методике, изложенной в п. 4.2. Пример выявления промахов уже приведен (см. п. 4.7) и в данном разделе учебного пособия не рассматривается. Отметим только, что в приведенном ряду измерений промахи отсутствуют.

4. Основная относительная систематическая погрешность результата измерения  $\delta_{oc}$ , обусловленная классом точности использованного вольтметра:

$$\delta_{oc} = \left[ 0,5 + 0,1 \left( \frac{U_k}{U} - 1 \right) \right] \%$$

где  $U_k = 1000 \text{ В}$  (верхний предел диапазона измерения);

$\bar{U} = 219,2633 \text{ В}$  (результат измерения);

$$\delta_{oc} = \left[ 0,5 + 0,1 \left( \frac{1000}{219,2633} - 1 \right) \right] = 0,8561 \%$$

5. Основная абсолютная систематическая погрешность результата измерения  $\Theta_{oc}$ , обусловленная классом точности используемого вольтметра:

$$\Theta_{oc} = \frac{U}{100} \cdot \delta_{oc} = \frac{219,2633}{100} \cdot 0,8561 = 1,8771 \text{ В}$$

6. Дополнительная абсолютная систематическая погрешность результата измерения  $\Theta_{\tau}$ , обусловленная воздействием температуры окружающей среды:

$$\Theta_{\tau} = \frac{\tau - \tau_0}{10} \cdot \Theta_{oc} = \frac{24 - 22}{10} \cdot 1,8771 = 0,3754 \text{ В}$$

7. Дополнительная абсолютная систематическая погрешность результата измерения, обусловленная воздействием на вольтметр переменного магнитного поля:

$$\Theta_H = \frac{H}{50} \cdot \Theta_{oc} = \frac{20}{50} \cdot 1,8771 = 0,7508 \text{ В.}$$

8. Суммарная абсолютная неисключенная систематическая погрешность результата измерения  $\Theta$ , обусловленная используемым вольтметром:

$$\Theta = k \sqrt{\sum_{j=1}^m \Theta_j^2},$$

где  $k = 1,1$  для доверительной вероятности  $P = 0,95$ ;

$\Theta_j$  –  $j$ -я составляющая абсолютной неисключенной систематической погрешности;

$$\sqrt{\Theta^2} = k \sqrt{\Theta_{oc}^2 + \Theta_{\tau}^2 + \Theta_H^2} = 1,1 \sqrt{1,8771^2 + 0,3754^2 + 0,7508^2} = 2,261 \text{ В}$$

9. Среднее квадратическое отклонение (СКО) результата измерения

$$\sigma_{\bar{U}} = \frac{\sigma}{\sqrt{n}} = \frac{0,7022}{\sqrt{6}} = 0,2867 \text{ В}$$

10. Случайная абсолютная погрешность результата измерения

$$\varepsilon = t \cdot \sigma_{\bar{U}},$$

где  $t$  – коэффициент Стьюдента ( $t = 2,57$  при  $n = 6$  и  $P = 0,95$ ).

$$\varepsilon = 2,57 \cdot 0,2867 = 0,7368 \text{ В.}$$

11. Суммарная абсолютная погрешность результата измерения

$$\Delta = k_{\Sigma} \cdot \sigma_{\Sigma}.$$

Приведенная формула для оценки суммарной погрешности  $\Delta$  правомерна, если выполняется условие

$$0,8 \leq \frac{\theta}{\sigma_U} \leq 8.$$

В нашем случае  $\frac{\theta}{\sigma_U} = 7,89$ , т. е. приведенная формула правомерна и ее

можно использовать для расчетов.

$$k_{\Sigma} = \frac{\Theta + \varepsilon}{\sigma_{\Theta} + \sigma_{\bar{U}}} = \frac{2,2619 + 0,7368}{1,1872 + 0,2867} = 2,0345,$$

где  $\sigma_{\Theta} = \frac{\Theta}{k \cdot \sqrt{3}} = \frac{2,2619}{1,1 \cdot \sqrt{3}} = 1,1872 \text{ В}$

$$\sigma_{\Sigma} = \sqrt{\sigma_{\Theta}^2 + \sigma_{\bar{U}}^2} = 1,2213 \text{ В},$$

$$\Delta = \pm 2,4847 \text{ В}.$$

После округления получаем  $\Delta = \pm 2,5 \text{ В}$ .

С учетом погрешности результат измерения запишется в виде  $U' = (219,3 \pm 2,5) \text{ В}$  с доверительной вероятностью  $P = 0,95$ .

## 7.2. Погрешности прямых однократных измерений

### 7.2.1. Порядок оценки

Порядок оценки погрешностей результатов прямых однократных измерений до 2005 г. регламентировали методические указания МИ 1552–86. С 01.01.2005 г. действуют рекомендации Р 50.2.038–2004 [54], которые устанавливают методы оценки погрешностей при условии, что составляющие погрешности результата измерения известны, случайные составляющие погрешности подчиняются нормальному закону распределения, а неисключенные систематические погрешности распределены равномерно.

Неисключенными систематическими составляющими погрешности результата однократного измерения  $\Theta$  являются погрешности средств измерений, метода, вызванные другими источниками.

Неисключенные систематические погрешности (НСП) вычисляются по формуле (7.5). Порядок оценки НСП для однократных прямых измерений полностью совпадает с порядком оценки НСП для многократных прямых измерений.

При однократных измерениях невозможно оценить случайную составляющую погрешности результата измерения непосредственно по экспериментальным данным, поэтому требуются априорные предварительные сведения по случайным погрешностям. В противном случае может быть оценена только НСП по формуле (7.5).

Дополнительные предварительные сведения по случайным погрешностям результатов измерений могут представляться в виде средних квадратических отклонений  $\sigma_j$  отдельных составляющих (инструментальных, метода, оператора и т. д.) или в виде случайных погрешностей  $\varepsilon_j$  отдельных составляющих, соответствующих одной и той же доверительной вероятности  $P$ .

Если известны  $\sigma_j$ , то среднее квадратическое отклонение (СКО) результата однократного измерения  $\sigma$  вычисляется по формуле

$$\sigma = \sqrt{\sum_{j=1}^m \sigma_j^2}.$$

Если известны  $\varepsilon_j$ , то случайная погрешность результата однократного измерения  $\varepsilon$  вычисляется по формуле

$$\varepsilon = \sqrt{\sum_{j=1}^m \varepsilon_j^2(P)}.$$

При известном значении  $\sigma$ , полученном по формуле (7.11), случайная погрешность результата однократного измерения  $\varepsilon$  вычисляется по формуле

$$\varepsilon = z \sigma,$$

где  $z$  – коэффициент, зависящий от принятой доверительной вероятности  $P$  и закона распределения.

При нормальном законе распределения результатов измерений коэффициент  $z = 2$  для  $P = 0,95$  и  $z = 2,6$  для  $P = 0,99$  [54].

Суммарная погрешность результата измерения  $\Delta$  определяется в зависимости от наличия (или отсутствия) априорных сведений о случайных погрешностях и от соотношения систематических и случайных составляющих погрешностей.

Если сведения о случайных погрешностях отсутствуют, то суммарная погрешность результата измерения  $\Delta$  приравнивается к неисключенной систематической погрешности  $\Theta$ , найденной с доверительной вероятностью  $P$ .

При наличии сведений о случайных погрешностях суммарная погрешность результата однократного измерения определяется с учетом следующих положений:

1) если  $\frac{\Theta}{\sigma} < 0,8$ , то неисключенной систематической погрешностью пренебрегают и принимают  $\Delta = \varepsilon$ , где  $\varepsilon$  – случайная погрешность с доверительной вероятностью  $P$ ;

2) если  $\frac{\Theta}{\sigma} > 0,8$ , то случайной погрешностью пренебрегают и принимают  $\Delta = \Theta$ ;

3) если  $0,8 \leq \frac{\Theta}{\sigma} \leq 8$ , то погрешность результата измерения вычисляют по формуле

$$\Delta = \pm K [ |\Theta| + |\varepsilon| ],$$

где  $K$  – коэффициент, зависящий от принятой доверительной вероятности  $P$ .

Для доверительной вероятности  $P = 0,95$  коэффициент  $K = 0,76$ ; для доверительной вероятности  $P = 0,99$  коэффициент  $K = 0,83$ .

Погрешности, возникающие из-за пренебрежения одной из составляющих погрешности результата измерения при выполнении указанных неравенств, не превышают 15 %.

При симметричной доверительной погрешности результат однократного измерения представляется в форме  $A; \pm\Delta; P$  или  $A \pm \Delta; P$ .

Числовые значения результата измерения должны оканчиваться цифрами того же разряда, что и значение погрешности  $\Delta$ .



### 7.2.2. Примеры расчета

В качестве примеров рассмотрены три задачи (задача 7.1, задача 7.2 и задача 7.3), отличающиеся друг от друга исходными данными.

#### Задача 7.1

##### Условие задачи

С помощью универсального цифрового вольтметра измерено напряжение сети. Результат измерения  $U = 218,62$  В получен на пределе измерения  $U_k = 1000$  В. Класс точности вольтметра 0,5/0,1; нормальные условия эксплуатации:  $\tau_0 = (20 \pm 2) ^\circ\text{C}$ ;  $H_0 = 0$  А/м.

Измерения проведены при  $\tau = +24 ^\circ\text{C}$  и  $H = 20$  А/м, где  $\tau$  – температура окружающей среды;  $H$  – напряженность внешнего магнитного поля.

Найти абсолютную погрешность результата измерения и записать результат с учетом найденной погрешности.

##### Решение задачи

Дополнительные погрешности использованного вольтметра определяются соотношениями

$$\Theta_\tau = \frac{\tau - \tau_0}{10} \cdot \Theta_{oc},$$

$$\Theta_H = \frac{H}{50} \cdot \Theta_{oc},$$

где  $\Theta_\tau$  – абсолютная дополнительная систематическая погрешность, возникающая при температуре окружающей среды, равной  $\tau$ ;

$\Theta_{oc}$  – абсолютная основная систематическая погрешность вольтметра, определяемая его классом точности;

$\Theta_H$  – абсолютная дополнительная систематическая погрешность, возникающая от воздействия на вольтметр магнитного поля  $H$ .

1. Относительная основная систематическая погрешность вольтметра, обусловленная его классом точности:

$$\delta_{oc} = \left[ 0,5 + 0,1 \left( \frac{U_k}{U} - 1 \right) \right] \% ,$$

$$\delta_{oc} = \left[ 0,5 + 0,1 \left( \frac{1000}{218,62} - 1 \right) \right] \% = 0,8574 \% .$$

2. Абсолютная основная систематическая погрешность вольтметра, обусловленная его классом точности:

$$\Theta_{oc} = \frac{U}{100 \%} \cdot \delta_{oc} \% ,$$

$$\Theta_{oc} = \frac{218,62}{100\%} \cdot 0,8574\% = 1,8743 \text{ В}$$

3. Абсолютная дополнительная погрешность, обусловленная воздействием температуры:

$$\Theta_{\tau} = \frac{24 - 22}{10} \cdot 1,8743 = 0,3749 \text{ В}$$

4. Абсолютная дополнительная погрешность, обусловленная воздействием магнитного поля:

$$\Theta_H = \frac{20}{50} \cdot 1,8743 = 0,7497 \text{ В}$$

5. Суммарная абсолютная систематическая погрешность вольтметра  $\Theta$  определяется соотношением

$$\Theta = k \sqrt{\sum_{j=1}^m \Theta_j^2} ,$$

где  $k = 1,1$  для доверительной вероятности  $P = 0,95$  ;

$\Theta_j$  – j-я составляющая погрешности.

$$\Theta = 1,1 \cdot \sqrt{\Theta_{oc}^2 + \Theta_{\tau}^2 + \Theta_H^2} ,$$

$$\sqrt{\Theta} = 1,1 \sqrt{1,8743^2 + 0,3749^2 + 0,7497^2} = 2,1026 \text{ В}.$$

6. При однократных измерениях и отсутствии сведений о случайных погрешностях за погрешность результата измерения  $\Delta$  принимают суммарную

систематическую погрешность использованного средства измерения  $\Theta$ . После округления получаем

$$\Delta = \Theta = \pm 2,1 \text{ В}.$$

С учетом погрешности результат измерения запишется в виде

$$U' = (218,6 \pm 2,1) \text{ В}, P = 0,95.$$

### **Задача 7.2**

Исходное условие задачи 7.2 полностью совпадает с условием задачи 7.1.

Дополнительно вводятся сведения о случайной погрешности. Предполагается, что с доверительной вероятностью  $P = 0,95$  случайная погрешность  $\varepsilon = 3,4248 \text{ В}$ .

### Решение задачи

Абсолютная суммарная погрешность результата измерения  $\Delta$  в этом случае оценивается соотношением

$$\Delta = \pm K (|\Theta| + |\varepsilon|),$$

где  $K \approx 0,76$  для доверительной вероятности  $P = 0,95$ ;

$\Theta$  – суммарная систематическая погрешность (см. задачу 7.1).

$\varepsilon$  – случайная погрешность

$$\Delta = \pm 0,76(2,1026 + 3,4248) = \pm 4,2008 \text{ В}.$$

После округления получаем  $\Delta = \pm 4 \text{ В}$ .

С учетом погрешности результат измерения запишется в виде  $U' = (219 \pm 4) \text{ В}, P = 0,95$ .

### **Задача 7.3**

Исходное условие задачи 7.3 в основном совпадает с условием задачи 7.1.

Дополнительно вводятся сведения о среднем квадратическом отклонении (СКО) средства измерения  $\sigma_1 = 0,3782 \text{ В}$  и СКО оператора  $\sigma_2 = 0,4202 \text{ В}$ .

Значения  $\sigma_1$  и  $\sigma_2$  найдены для  $n_1 = 10$  и  $n_2 = 20$ , где  $n_1$  и  $n_2$  – числа измерений при экспериментальной оценке рассматриваемых величин ( $n_1$  при оценке  $\sigma_1$  и  $n_2$  при оценке  $\sigma_2$ ).

#### Решение задачи

Абсолютная неисключенная систематическая погрешность  $\Theta$ , найденная в задаче 7.1, остается в силе и для данной задачи ( $\Theta = 2,1026$  В).

При отсутствии корреляционной связи между величинами  $\sigma_1$  и  $\sigma_2$ , суммарное среднее квадратическое отклонение  $\sigma$ :

$$\sigma = \sqrt{\sigma_1^2 + \sigma_2^2} = \sqrt{0,3782^2 + 0,4202^2} = 0,5653 \text{ В}$$

$$\sigma = 0,5653 \text{ В.}$$

Абсолютная случайная погрешность результата измерений  $\varepsilon$  запишется в виде

$$\varepsilon = \bar{Z} \cdot \sigma,$$

где  $\bar{Z}$  – коэффициент ( $\bar{Z}=2,0$  для  $P = 0,95$ ).

$$\varepsilon = 2,0 \cdot 0,5653 = 1,130 \text{ В,}$$

$$\varepsilon = 1,130 \text{ В.}$$

Абсолютная суммарная погрешность результата измерений  $\Delta$ :

$$\Delta = \pm K(|\Theta| + |\varepsilon|),$$

где  $K = 0,76$  для  $P = 0,95$ ;

$\Theta$  – неисключенная систематическая погрешность;

$\varepsilon$  – случайная погрешность.

Выражение для оценки « $\Delta$ » правомерно, если справедливо соотношение

$$0,8 \leq \frac{\Theta}{\sigma} \leq 8.$$

Отношение  $\frac{\Theta}{\sigma}$  имеет значение

$$\frac{\Theta}{\sigma} = \frac{2,1026}{0,5653} = 3,7194$$

т. е. приведенное выражение для оценки « $\Delta$ » правомерно.

$$\Delta = \pm 0,76(2,1026 + 1,130) = \pm 2,4572 \text{ В},$$

$$\Delta = \pm 2,4572 \text{ В}.$$

После округления  $\Delta = \pm 2,5 \text{ В}$ .

С учетом погрешности результат измерения запишется в виде

$$U' = (218,6 \pm 2,5) \text{ В},$$

$$P = 0,95.$$

### 7.3. Погрешности косвенных измерений

*Косвенное измерение* – это измерение, при котором искомое значение величины находится по известной зависимости между этой величиной и величинами, подвергаемыми прямым измерениям. Напомним, что *прямое измерение* – это измерение, при котором искомая величина определяется непосредственно из эксперимента по показаниям средства измерений.

#### 7.3.1. Порядок оценки погрешностей классическим методом

Ниже излагается порядок оценки погрешностей косвенных измерений классическим методом для одного и для нескольких аргументов, по которым определяется результат косвенного измерения.

Рассмотрим зависимость

$$y = f(x),$$

где  $y$  – результат косвенного измерения (функция);

$x$  – результат прямого измерения (аргумент).

Предполагается, что погрешность измерения аргумента  $x$  известна и составляет величину  $\pm \Delta_x$ .

Погрешность измерения функции  $y$  обозначим через  $\pm \Delta_y$  и найдем ее значение по известным значениям величин  $y$ ,  $x$  и  $\pm \Delta_x$ .

С учетом погрешностей  $\pm \Delta_x$  и  $\pm \Delta_y$  выражение (7.15) принимает вид

$$y \pm \Delta_y = f(x \pm \Delta_x).$$

Разложим правую часть равенства (7.16) в ряд Тейлора и, пренебрегая членами разложения, содержащими  $\Delta_x$  в степени выше первой, получим

$$y \pm \Delta_y = f(x) + \Delta_x \frac{df(x)}{dx}.$$

Учитывая соотношение (7.15), получим для величин  $\Delta_y$  выражение

$$\Delta_y = \pm \Delta_x \frac{df(x)}{dx},$$

где  $\Delta_y$  – абсолютная погрешность результата косвенного измерения величины  $y$ ;  $\Delta_x$  – абсолютная погрешность результата прямого измерения величины  $x$ .

Отметим, что выражение (7.18) является линейным приближением и в силу этого дает оценочные, приближенные значения погрешностей косвенных измерений. Допустимость использования соотношения (7.18) нормируется методическими указаниями МИ 2083–90 [48].

Относительная погрешность косвенного измерения  $\delta_y$  определяется выражением

$$\delta_y = \pm \frac{\Delta_y}{y} = \pm \frac{\Delta_x}{y} \cdot \frac{df(x)}{dx},$$

или

$$\delta_y = \pm \frac{\Delta_y}{y} \cdot 100\% = \pm \frac{\Delta_x}{y} \cdot \frac{df(x)}{dx} \cdot 100\%,$$

т. е. относительная погрешность может выражаться относительными величинами (см. (7.19)) или величинами в процентах (см. (7.20)).

Рассмотрим результат косвенных измерений для случая с несколькими аргументами, т. е.

$$y = f(x, z, \dots, t),$$

где  $x, z, \dots, t$  – результаты прямых измерений (аргументы);

$y$  – результат косвенного измерения (функция).

Значение суммарной абсолютной погрешности косвенного измерения  $\Delta_y$  в этом случае находится по формуле

$$\Delta_y = \pm \sqrt{\left(\frac{\partial f}{\partial x}\right)^2 \Delta_x^2 + \left(\frac{\partial f}{\partial z}\right)^2 \Delta_z^2 + \dots + \left(\frac{\partial f}{\partial t}\right)^2 \Delta_t^2}.$$

Значение суммарной относительной погрешности косвенного измерения  $\delta_y$  для рассматриваемого случая находится по формуле

$$\delta_y = \pm \sqrt{\left(\frac{\partial f}{\partial x}\right)^2 \left(\frac{\Delta_x}{y}\right)^2 + \left(\frac{\partial f}{\partial z}\right)^2 \left(\frac{\Delta_z}{y}\right)^2 + \dots + \left(\frac{\partial f}{\partial t}\right)^2 \left(\frac{\Delta_t}{y}\right)^2}.$$

В (7.22) и (7.23) значения  $\Delta_x, \Delta_z, \dots, \Delta_t$  – суммарные абсолютные погрешности результатов прямых измерений величин  $x, z, \dots, t$ . Соотношения (7.22) и (7.23) правомерны при условии, что рассматриваемые погрешности независимы (отсутствует связь между ними) и являются случайными величинами.

Соотношение (7.22) рекомендуется использовать для оценки погрешностей результатов косвенных измерений при определении искомой величины путем алгебраического суммирования аргументов (например, для функций вида  $y = x+z+t$ ).

Ниже приведен пример оценки искомой величины и погрешности ее косвенного измерения по соотношению (7.22).

Соотношение (7.23) рекомендуется использовать для оценки погрешностей результатов косвенных измерений при определении искомой величины путем умножения, деления или возведения в степень аргументов, подвергаемых прямым измерениям (например, для функций вида  $y = \frac{x \cdot z^2}{t}$ ).

Ниже приведен пример оценки искомой величины и погрешности ее косвенного измерения по соотношению (7.23).

Формулы для вычисления суммарных абсолютных и относительных погрешностей результатов косвенных измерений приведены в табл. 7.1.

В таблице приняты те же обозначения, что уже использовались выше, т. е.  $\Delta_x, \Delta_z$  – абсолютные суммарные погрешности результатов прямых измерений величин  $x$  и  $z$ ;  $\delta_x, \delta_z$  – относительные суммарные погрешности результатов

прямых измерений величин  $x$  и  $z$ ;  $\Delta_y$  и  $\delta_y$  – абсолютные и относительные суммарные погрешности результата косвенного измерения величины  $y$ .

Таблица 7.1

**Погрешности косвенных измерений**

Функция ( $y$ )	Погрешности	
	абсолютная ( $\Delta_y$ )	относительная ( $\delta_y$ )
$x + z$	$\pm [\Delta_x^2 + \Delta_z^2]^{1/2}$	$\pm \frac{[\Delta_x^2 + \Delta_z^2]^{1/2}}{x + z}$
$x - z$	$\pm [\Delta_x^2 + \Delta_z^2]^{1/2}$	$\pm \frac{[\Delta_x^2 + \Delta_z^2]^{1/2}}{x - z}$
$x \cdot z$	$\pm [x^2 \Delta_z^2 + z^2 \Delta_x^2]^{1/2}$	$\pm [\delta_x^2 + \delta_z^2]^{1/2}$
$x/z$	$\pm \frac{[x^2 \Delta_z^2 + z^2 \Delta_x^2]^{1/2}}{z^2}$	$\pm [\delta_x^2 + \delta_z^2]^{1/2}$
$x^n$	$\pm n x^{n-1} \Delta_x$	$\pm n \delta_x$
$\sqrt[n]{x}$	$\pm \frac{1}{n} x^{\frac{1}{n}-1} \Delta_x$	$\pm \frac{1}{n} \delta_x$
$\sin x$	$\pm \Delta_x \cos x$	$\pm \Delta_x \operatorname{ctgx}$
$\operatorname{tg} x$	$\pm \frac{\Delta_x}{(\cos x)^2}$	$\pm \frac{2 \cdot \Delta_x}{(\sin 2x)^2}$
$\cos x$	$\pm \Delta_x \sin x$	$\pm \Delta_x \operatorname{tg} x$
$\operatorname{ctg} x$	$\pm \frac{\Delta_x}{(\sin x)^2}$	$\pm \frac{2 \cdot \Delta_x}{\sin 2x}$
$\operatorname{arctg} x$	$\pm \frac{\Delta_x}{(1 + x^2)}$	$\pm \frac{\Delta_x}{(1 + x^2) \operatorname{arctg} x}$

Изложенный порядок оценки значений погрешностей результатов косвенных измерений может быть использован при известных значениях суммарных погрешностей результатов прямых измерений, по которым вычисляются результаты косвенных измерений. В случае же, когда известны составляющие (систематические и случайные) погрешностей результатов прямых измерений,



необходимо воспользоваться рекомендациями, изложенными ниже в п. 7.3.2 учебного пособия.

### **7.3.2. Порядок оценки погрешностей по МИ 2083–90**

Сформулируем основные положения, используемые при оценке погрешностей косвенных измерений по МИ 2083–90 [48].

Искомое значение величины  $A$  находится на основании результатов прямых измерений аргументов  $b, c, \dots, s$ , связанных с искомой величиной уравнением

$$A = F(b, c, \dots, s). \quad (7.24)$$

Для оценивания косвенно измеряемой величины и погрешностей результата измерения принято одно из допущений:

- 1) зависимость (7.24) линейная и отсутствует корреляция между погрешностями измерений аргументов;
- 2) зависимость (7.24) нелинейная, отсутствует корреляция между погрешностями измерений аргументов и допустим метод линеаризации рассматриваемой зависимости.

Случай для коррелированных погрешностей измерений аргументов и при недопустимости использования метода линеаризации зависимости (7.24) в данном учебном пособии не рассматривается. При необходимости этот материал может быть изучен самостоятельно (см. [21, 48]).

Предположим, что проведено  $n$  прямых измерений аргументов  $b, c, \dots, s$ . Первому измерению соответствует значение, равное  $A_1$ , второму измерению –  $A_2$  и т. д. Среднее арифметическое значение  $\bar{A}$  и среднее квадратическое отклонение  $\sigma$  результатов косвенных измерений вычисляются по формулам

$$\bar{A} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n A_i,$$
$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (A_i - \bar{A})^2}{n-1}},$$

где  $n$  – число измерений;

$A_i$  –  $i$ -е значение результата косвенного измерения.

Дальнейшая обработка данных проводится в нижеследующей последовательности.

1. По значениям  $\bar{x}$  и  $\sigma$  выявляются и отбрасываются промахи. При этом предполагается, что результаты косвенных измерений  $A_i$  подчиняются нормальному закону распределения, т. е. для выявления промахов могут быть использованы как метод  $3\sigma$ , так и табличный метод (оба метода описаны в п. 4.2 учебного пособия).

2. Вычисляется СКО среднего арифметического значения по формуле

$$\sigma_{\bar{A}} = \frac{\sigma}{\sqrt{n}}.$$

3. Оценивается абсолютная случайная составляющая погрешности результата косвенного измерения искомой величины по формуле

$$\varepsilon = t \cdot \sigma_{\bar{A}},$$

где  $\varepsilon$  – случайная составляющая погрешности;

$t$  – коэффициент Стьюдента.

4. Оценивается абсолютная неисключенная систематическая составляющая погрешности результата косвенного измерения искомой величины по формуле

$$\Theta = k \cdot \sqrt{\Theta_b^2 \left[ \frac{\partial F}{\partial b} \right]^2 + \Theta_c^2 \left[ \frac{\partial F}{\partial c} \right]^2 + \dots + \Theta_s^2 \left[ \frac{\partial F}{\partial s} \right]^2},$$

где  $\Theta$  – абсолютная неисключенная систематическая составляющая погрешности результата косвенного измерения;

$k$  – коэффициент, зависящий от принятой доверительной вероятности и числа слагаемых (подробно см. в п. 7.1 учебного пособия);

$\Theta_b, \Theta_c, \dots, \Theta_s$  – абсолютные неисключенные систематические составляющие погрешностей результатов прямых измерений аргументов  $b, c, \dots, s$ ;

$\frac{\partial F}{\partial b}, \frac{\partial F}{\partial c}, \frac{\partial F}{\partial s}$  – частные производные от функции (7.24) по  $b, c, \dots, s$ .

Отметим, что при задании зависимости (7.24) в виде алгебраической суммы аргументов  $b, c, \dots, s$  удобнее оценивать абсолютную составляющую погрешности  $\Theta$  по формуле (7.29).

Если же зависимость (7.24) представляет собой произведение и (или) отношение аргументов  $b, c, \dots, s$ , то удобнее оценивать относительную неисключенную систематическую составляющую результата косвенного измерения величины  $A$  по формуле

$$\nu = k \cdot \sqrt{\left[\frac{\theta_b}{A}\right]^2 \left[\frac{\partial F}{\partial b}\right]^2 + \left[\frac{\theta_c}{A}\right]^2 \left[\frac{\partial F}{\partial c}\right]^2 + \dots + \left[\frac{\theta_s}{A}\right]^2 \left[\frac{\partial F}{\partial s}\right]^2},$$

где  $\nu$  – относительная неисключенная систематическая составляющая погрешности ( $\nu$  может выражаться в процентах или в виде относительной величины).

Величины  $\Theta$  и  $\nu$  связаны между собой соотношениями

$$\Theta = \frac{\bar{A}}{100\%} \cdot \nu \%,$$

$$\Theta = \bar{A} \cdot \nu.$$

Соотношение (7.31) используется при выражении  $\nu$  в процентах, а соотношение (7.32) – при выражении  $\nu$  в виде относительной величины.

5. Оценивается абсолютная погрешность результата косвенного измерения искомой величины  $\bar{A}$  по формуле

$$\Delta = \pm K(|\Theta| + |\varepsilon|),$$

где  $\Delta$  – абсолютная погрешность результата косвенного измерения;

$K$  – коэффициент, зависящий от принятой доверительной вероятности и от отношения  $\Theta / \sigma_{\bar{A}}$  (табл. 7.2).

Таблица 7.2

Значения коэффициента  $K = f(p, \Theta / \sigma_{\bar{A}})$

$\Theta / \sigma_{\bar{A}}$	0,8	1,0	2,0	3,0	4,0	5,0	6,0	7,0	8,0
$K_{0,95}$	0,76	0,74	0,71	0,73	0,76	0,78	0,79	0,80	0,81
$K_{0,99}$	0,84	0,82	0,80	0,81	0,82	0,83	0,83	0,84	0,85

Для приближенных расчетов можно принять  $K = 0,80$  при доверительной вероятности  $P = 0,95$  и  $K = 0,85$  при доверительной вероятности  $P = 0,99$ .

Относительные погрешности результата косвенного измерения определяются по формулам

$$\delta' = \frac{\Delta}{A} \cdot 100 \%,$$

$$\delta = \frac{\Delta}{A}.$$

Соотношение (7.34) используется при выражении относительной погрешности в процентах, а соотношение (7.35) – при выражении  $\delta$  в относительных величинах.

6. Результат косвенного измерения и его погрешность представляют в виде

$$(\bar{A} \pm \Delta), P,$$

где  $\bar{A}$  – результат косвенного измерения;

$\pm \Delta$  – значение абсолютной погрешности;

$P$  – принятая доверительная вероятность.

Допускается также представление результатов косвенных измерений в виде

$$\bar{A}; \sigma_{\bar{A}}; n; \Theta(P),$$

где  $\sigma_{\bar{A}}$  – среднее квадратическое отклонение среднего арифметического значения (СКО результата косвенного измерения);

$n$  – число измерений;

$\Theta(P)$  – абсолютная неисключенная систематическая составляющая погрешности результата косвенного измерения, полученная с доверительной вероятностью  $P$ .

При необходимости кроме абсолютных погрешностей могут быть приведены относительные погрешности в соответствии с соотношением (7.34) или (7.35).

### 7.3.3. Примеры расчета

В качестве примеров рассмотрены три задачи (задача 7.4, задача 7.5 и задача 7.6) по оценке погрешностей косвенных измерений. Первые две задачи решены классическим методом, а третья – в соответствии с рекомендациями методических указаний МИ 2083–90 [48].

Рассмотрим пример оценки погрешности косвенного измерения по формуле (7.18).

#### Задача 7.4

##### Условие задачи

Найти площадь квадрата  $S$  и абсолютную суммарную погрешность ее косвенного измерения  $\Delta(s)$ , если результат прямого измерения стороны квадрата равен « $a$ » и абсолютная суммарная погрешность этого измерения составляет « $\Delta(a)$ ».

##### Решение задачи

Площадь квадрата  $S = a^2$ .

Абсолютная суммарная погрешность косвенного измерения площади квадрата оценивается соотношением

$$\Delta(S) = \Delta(a) \cdot \frac{dS(a)}{da} = \Delta(a) \cdot \frac{d(a^2)}{da} = \Delta(a) \cdot 2a ;$$
$$\Delta(S) = \Delta(a) \cdot 2a .$$

Относительная суммарная погрешность косвенного измерения площади квадрата соответственно:

$$\delta(S) = \frac{\Delta(S)}{S} = \frac{2a \cdot \Delta(a)}{a^2} = 2 \cdot \delta(a) ,$$

где  $\delta(a) = \frac{\Delta(a)}{a}$  – относительная суммарная погрешность прямого измерения стороны квадрата.

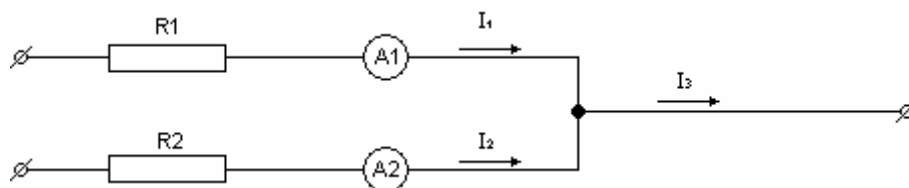
$$\delta(S) = 2 \cdot \delta(a) .$$

Отметим, что суммарные относительные погрешности  $\delta(S)$  и  $\delta(a)$  могут выражаться в относительных величинах, как в примере, или в процентах (см. соотношение (7.20)).

### Задача 7.5

#### Условие задачи

Найти значение тока  $I_3$  и абсолютную суммарную погрешность его косвенного измерения по приведенной схеме.



Значения токов  $I_1$  и  $I_2$ , полученные путем прямого измерения с помощью амперметров  $A1$  и  $A2$ , заданы. Заданы также абсолютные суммарные погрешности измерения этих токов  $\Delta_1$  и  $\Delta_2$  (соответственно).

#### Решение задачи

Значение тока  $I_3$  (по первому закону Кирхгофа):

$$I_3 = I_1 + I_2.$$

Абсолютная суммарная погрешность  $\Delta_3$  косвенного измерения тока  $I_3$  записывается в виде

$$\Delta_3 = \pm \sqrt{\left(\frac{\partial f}{\partial I_1}\right)^2 \cdot \Delta_1^2 + \left(\frac{\partial f}{\partial I_2}\right)^2 \cdot \Delta_2^2}.$$

$$\frac{\partial f}{\partial I_1} = \frac{\partial(I_1 + I_2)}{\partial I_1} = \frac{\partial I_1}{\partial I_1} + \frac{\partial I_2}{\partial I_1} = 1 + 0 = 1.$$

$$\frac{\partial f}{\partial I_2} = \frac{\partial(I_1 + I_2)}{\partial I_2} = \frac{\partial I_1}{\partial I_2} + \frac{\partial I_2}{\partial I_2} = 0 + 1 = 1.$$

$$\Delta_3 = \pm \sqrt{1^2 \cdot \Delta_1^2 + 1^2 \cdot \Delta_2^2} = \pm \sqrt{\Delta_1^2 + \Delta_2^2}.$$

$$\Delta_3 = \pm \sqrt{\Delta_1^2 + \Delta_2^2}.$$

Относительные суммарные погрешности косвенного измерения тока  $I_3$  соответственно:

$$\delta_3 = \frac{\Delta_3}{I_3}; \quad \delta'_3 = \frac{\Delta_3}{I_3} \cdot 100\%,$$

т. е. относительная суммарная погрешность, как уже отмечалось, может выражаться в относительных величинах или в процентах.

### Задача 7.6

#### Условие задачи

Методом вольтметра и амперметра в нормальных условиях эксплуатации проведено измерение электрического сопротивления  $R$ . Класс точности вольтметра 0,5; предел его измерения  $U_k = 30$  В. Класс точности миллиамперметра 1,0. Значения прямых измерений напряжения  $U$  и тока  $I$ , а также текущие значения косвенного измерения искомого сопротивления  $R$  приведены в табл. 7.3.

Таблица 7.3

Результаты измерений

Параметры	Номер измерения			
	1	2	3	4
$U$ , В	18,0	20,5	19,8	21,2
$I$ , мА	530	610	590	630
$R$ , Ом	33,9623	33,6066	33,5593	33,6508

Найти результат и погрешность косвенного измерения сопротивления  $R$  и записать результат косвенного измерения с учетом найденной погрешности.

#### Решение задачи

1. Текущие значения косвенного измерения электрического сопротивления определяются по закону Ома соотношением

$$R = \frac{U}{I},$$

где  $U; I$  – значения напряжения и тока, приведенные в табл. 7.3;

$R$  – искомая величина.

2. Среднее арифметическое значение сопротивления  $\bar{R}$ , принимаемое за результат косвенного измерения искомой величины, запишется в виде

$$R = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n R = 33,6948 \text{ Ом}$$

где  $n$  – число измерений ( $n = 4$ );

$R_i$  – результат  $i$ -го измерения (см. табл. 7.3).

3. Среднее квадратическое отклонение  $\sigma$  имеет следующее значение:

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (R_i - \bar{R})^2}{n-1}} = 1,1822 \text{ Ом}$$

где  $R_i$ ,  $\bar{R}$ ,  $n$  – определены выше.

4. Выявление промахов детально рассмотрено в параграфе 4.2 и в силу этого при решении данной задачи не проводится. Отметим только, что в приведенном ряду косвенных измерений сопротивления  $R$  промахи отсутствуют.

5. Среднее квадратическое отклонение результата измерения  $\sigma_{\bar{R}}$  имеет следующее значение:

$$\sigma_{\bar{R}} = \frac{\sigma}{\sqrt{n}} = \frac{0,1822}{\sqrt{4}} = 0,0911 \text{ Ом}$$

6. Случайная абсолютная погрешность результата измерения  $\varepsilon$ :

$$\varepsilon = t \cdot \sigma_{\bar{R}} = 3,18 \cdot 0,0911 = 0,2898 \text{ Ом}$$

где  $t$  – коэффициент Стьюдента ( $t = 3,18$  для доверительной вероятности  $P = 0,95$  и числа измерений  $n = 4$ ).

7. Относительная инструментальная погрешность измерения напряжения  $U$  (см. табл. 7.3) оценивается соотношением

$$\delta_V = \frac{U_k}{U_{\min}} \cdot \gamma\%,$$

где  $\delta_V$  – относительная инструментальная погрешность измерения напряжения;

$U_k$  – верхний предел шкалы вольтметра;

$U_{\min}$  – минимальное показание вольтметра;

$\gamma$  – приведенная погрешность вольтметра, определяемая его классом точности ( $\gamma = \pm 0,5\%$ ).

$$\delta_V = \frac{30}{18,0} \cdot 0,5\% = 0,8333\%.$$



8. Относительная неисключенная систематическая погрешность (НСП) результата измерений запишется в виде

$$\nu = k \sqrt{\delta_V^2 + \delta_A^2},$$

где  $\nu$  – относительная НСП результата измерения;

$k$  – коэффициент ( $k = 1,1$  для доверительной вероятности  $P = 0,95$  и  $m = 2$ , где  $P$  – доверительная вероятность,  $m$  – число слагаемых под корнем);

$\delta_A$  – относительная инструментальная погрешность измерения тока, определяемая классом точности миллиамперметра ( $\delta_A = 1,0\%$ ),

$$\nu = 1,1 \cdot \sqrt{0,8333^2 + 1,0^2} = 1,3017 \%$$

9. Абсолютная неисключенная систематическая погрешность результата измерения  $\Theta$  запишется в виде

$$\Theta = \frac{\bar{R}}{100\%} \cdot \nu\% = \frac{33,6948}{100} \cdot 1,3017 = 0,4386 \text{ Ом}$$

10. Абсолютная суммарная погрешность результата измерений  $\Delta$  оценивается соотношением

$$\Delta = \pm K(|\Theta| + |\varepsilon|),$$

где  $K$  – коэффициент ( $K \approx 0,80$  для доверительной вероятности  $P = 0,95$ );

$$\Delta = \pm 0,80(|0,4386| + |0,2898|) = \pm 0,5827 \text{ Ом}$$

После округления получаем  $\Delta' = \pm 0,6 \text{ В}$ .

11. Относительная суммарная погрешность результата измерения  $\delta$  оценивается соотношением

$$\delta = \pm \frac{\Delta}{\bar{R}} \cdot 100\% = \pm \frac{0,5827}{33,6978} \cdot 100 = \pm 1,7293\%$$

После округления:  $\delta' = \pm 1,7\%$ .

12. С учетом погрешности результат измерения запишется в виде

$$U' = (33,7 \pm 0,6) \text{ Ом}.$$

#### 7.4. Неопределенности измерений

По инициативе ряда международных метрологических организаций предложена новая концепция для показателя точности результатов измерений. В основе этой концепции лежит отказ от принятого сейчас понятия «погрешность» и переход на новый показатель точности «неопределенность». Стимулировало такой подход, видимо, несоответствие принятого определения понятия «погрешность» и установившегося порядка практической оценки погрешностей результатов измерений. Терминологические межгосударственные рекомендации РМГ 29–99 [53] дают следующее определение понятия погрешности результата измерения: «*Погрешность результата измерения* – это отклонение результата измерения от истинного (действительного) значения измеряемой величины».

Далее в рекомендациях [53] отмечается, что истинное значение величины неизвестно и его применяют только в теоретических исследованиях. На практике используют действительное значение измеряемой величины, за которое принимают номинальное значение эталона или образцового средства измерения (СИ).

Следует отметить, что на практике при измерении искомой величины действительное значение этой величины неизвестно. Более того, возникает законный вопрос: зачем проводить измерение, если действительное значение измеряемой величины уже известно. Ответ очевиден: проводить измерение в этом случае не имеет смысла. Другими словами, реализовать практическую оценку погрешности результата измерения непосредственно из определения [53] невозможно. Практическая оценка погрешностей прямых многократных измерений проводится в соответствии с требованиями ГОСТ 8.207–76 [46], оценка погрешностей прямых однократных измерений – в соответствии с рекомендациями Р50.2.038–2004 [54] и оценка погрешностей косвенных измерений – в соответствии с рекомендациями МИ 2083–90 [48]. В нормативных документах [46; 48; 54] для оценки погрешностей истинное (действительное) значение измеряемой величины не используется. Оценка погрешностей по [46; 48; 54] никак не увязывается с определением термина «погрешность». Складывается впечатле-

ние, что определение погрешности существует само по себе, а найденные по [46; 48; 54] величины, непосредственно не связанные с погрешностью по [53] и также называемые погрешностями, существуют сами по себе. Напрашивается вывод о необходимости изменить определение понятия «погрешность результата измерения» или изменить порядок оценки погрешности, увязав его с истинным (действительным) значением измеряемой величины.

Авторы замены погрешности на неопределенность пошли по первому пути. Они отказались от показателя точности – «погрешность результата измерения» и предложили новый показатель точности – «неопределенность результата измерений». Рекомендации [53] дают следующее определение понятию неопределенность: «*Неопределенность измерений* – это параметр, связанный с результатом измерений и характеризующий рассеяние значений, которые могли бы быть обоснованно приписаны измеряемой величине». Как видно, в этом определении нет понятий «истинного (действительного) значения измеряемой величины». Приведенные выше рассуждения свидетельствуют, что этого понятия в данном случае и не должно быть. Повторим еще раз, что существующие методы оценки погрешностей результатов измерений непосредственно не используют понятие «истинное (действительное) значение измеряемой величины». Не требуют знания этой величины и методы оценки неопределенностей измерений. Последнее послужило поводом утверждать, что авторы «неопределенностей» отвергают понятие истинного (действительного) значения измеряемой величины. Да, отвергают, но только в данном, конкретном случае при оценивании неопределенностей результатов измерений. И с этим можно согласиться. Все меняется коренным образом, если речь идет о погрешностях средств измерений. По определению [53]: «*Погрешность средства измерений* – это разность между показанием средства измерений и истинным (действительным) значением измеряемой физической величины». В данном случае «истинное (действительное) значение» вполне уместно. Более того, экспериментальная оценка погрешностей средств измерений невозможна без использования эталонов или образцовых средств. Напомним, что номинальное значение эталона или образ-

цового средства измерения принимают за действительное значение измеряемой величины. Не противоречит сказанному и принятый порядок оценки погрешностей средств измерений в соответствии с требованиями нормативных документов (ГОСТ 8.009–84 [44] и ГОСТ 8.508–84 [47]). Таким образом, заменять понятие «погрешность средства измерения» на понятие «неопределенность средства измерения», со всеми вытекающими отсюда последствиями, не следует.

Порядок оценки неопределенностей изложен в руководстве по выражению неопределенностей результатов измерений [41] и нормативно закреплён в рекомендациях РМГ 43–2001 [42].

В соответствии с [41, 42] неопределенность подразделяют на две составляющие: неопределенность типа А и неопределенность типа В. Неопределенность типа А оценивается статистическими методами и описывает случайные отклонения при повторных измерениях. Неопределенность типа В оценивается в основном другими способами, отличными от статистических, и близка по своей сути к неисключенным систематическим погрешностям.

Говоря о «близости» неопределенностей и погрешностей результатов измерений следует помнить, что термины «неопределенность» и «погрешность» – не синонимы и представляют собой различные понятия; их не следует путать друг с другом или заменять одно понятие другим.

Рассмотрим порядок оценки неопределенностей при проведении прямых многократных измерений. Предполагаем, что получен ряд значений  $x_1, x_2, x_n$  при измерении физической величины с помощью прибора, метрологические характеристики которого известны. Считаем также, что известна методическая погрешность измерения, известен закон распределения результатов измерений и задана доверительная вероятность, с которой должны быть найдены рассматриваемые величины.

### **Неопределенности типа А**

Для оценки неопределенностей типа А проводятся следующие расчеты:

- 1) вычисляется среднее арифметическое значение результатов измерений:

$$\bar{x} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i, \quad (7.37)$$

где  $\bar{x}$  – среднее арифметическое, принимаемое за результат измерения;

$x_i$  – результат  $i$ -го измерения;

$n$  – число измерений;

2) вычисляется стандартная неопределенность результатов однократных измерений:

$$u = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}{n-1}}, \quad (7.38)$$

где  $u$  – стандартная неопределенность;

3) вычисляется стандартная неопределенность типа А:

$$u_A = \frac{u}{\sqrt{n}}, \quad (7.39)$$

где  $u_A$  – стандартная неопределенность результата измерений типа А.

Полученное значение  $u_A$  характеризует случайную составляющую неопределенности результата измерений. Расчет случайной неопределенности руководством [41] и рекомендациями [42] не предусматривается.

### **Неопределенности типа В**

В качестве исходных данных для вычисления неопределенностей типа В используют:

- 1) сведения о виде распределения вероятностей;
- 2) неопределенности констант и справочных данных;
- 3) сведения изготовителя о средстве измерения;
- 4) данные поверки и калибровки средства измерения;
- 5) данные о методе измерения;
- 6) опытные данные о поведении и свойствах соответствующих приборов и материалов и т. п.

Точностные характеристики исходных данных обычно представляют в виде неисключенных систематических погрешностей. При этом предполагается, что рассматриваемые величины подчиняются равномерному закону распределения.

Для оценки неопределенности типа В проводятся следующие расчеты:

1) вычисляются составляющие неопределенности типа В по формуле

$$u_{B_j} = \frac{\theta_j}{\sqrt{3}} \quad (7.40)$$

где  $u_{B_j}$  –  $j$ -я составляющая стандартной неопределенности типа В;

$\theta_j$  –  $j$ -я составляющая неисключенной систематической погрешности результата измерения;

2) вычисляется стандартная неопределенность типа В:

$$u_B = \sqrt{\sum_{j=1}^m u_{B_j}^2}, \quad (7.41)$$

где  $u_B$  – стандартная неопределенность типа В;

$m$  – число слагаемых;

3) вычисляется суммарная стандартная неопределенность

$$u_c = \sqrt{u_A^2 + u_B^2}, \quad (7.42)$$

где  $u_c$  – суммарная стандартная неопределенность;

$u_A$  и  $u_B$  – определены выше;

4) вычисляется расширенная неопределенность

$$U_P = k_p \cdot u_c, \quad (7.43)$$

где  $U_P$  – расширенная неопределенность результата измерений для доверительной вероятности  $P$ ;

$k_p$  – коэффициент, зависящий от принятой доверительной вероятности и закона распределения результатов измерений;

$u_c$  – определено выше.

Во многих практических случаях при вычислении неопределенностей результатов измерений делают предположение о нормальности закона распределения возможных значений измеряемой величины и полагают:

$$k_p = 2 \text{ для } P = 0,95 \text{ и } k_p = 3 \text{ для } P = 0,99.$$

При предположении о равномерности закона распределения полагают:

$$k_p = 1,65 \text{ для } P = 0,95 \text{ и } k_p = 1,71 \text{ для } P = 0,99.$$

Окончательно результат измерения  $T$  может быть представлен в виде  $(\bar{x} - U_p) \leq T \leq (\bar{x} + U_p)$  или  $(\bar{x} \pm U_p)$  с доверительной вероятностью  $P$ .

При описании результатов измерений руководство [41] рекомендует приводить достаточное количество информации для возможности проанализировать или повторить весь процесс получения результата измерений и вычисления неопределенностей результата измерений, а именно:

- 1) алгоритм получения результата измерений;
- 2) алгоритм вычисления всех поправок и неопределенностей;
- 3) неопределенности всех используемых данных и способы их получения;
- 4) алгоритмы вычисления суммарной и расширенной неопределенностей (включая значение коэффициента  $k_p$ ).

Отношение отечественных метрологов к предложениям, изложенным в руководстве [41], значительно изменилось за последнее время. Первые отклики на замену погрешностей неопределенностями были резко отрицательными [43]. Главные критические замечания касались предполагаемого отказа от понятия истинного (действительного) значения измеряемой величины, замены понятия «погрешность» на понятие «неопределенность», необходимости переработки многочисленных нормативных документов и применения новой терминологии и методики оценивания неопределенности результатов измерений. Особенно большая критика досталась «неопределенности типа В», призванной заменить неисключенную систематическую погрешность.

В последнее время отношение к руководству [41] несколько изменилось [40]. Многие метрологи склоняются к мнению, что понятие «неопределенность результата измерения» надо постепенно вводить в практику, но пока не вместо понятия «погрешность результата измерения», а наряду с ним. По нашему мнению, понятие «неопределенность» может успешно применяться в качестве показателя точности результата измерений. При этом, правда, потребуется значительная доработка руководства [41], РМГ 43–2001 [42] и разработка новых нормативных документов. Особенно большие изменения, видимо, должны быть сделаны в части применения понятия «неопределенность типа В». Что же касается средств измерений, то здесь пока должна быть сохранена традиционная терминология: «погрешность» и «истинное (действительное) значение измеряемой величины». Распространять понятие «неопределенность» в существующем виде на точностные характеристики средств измерений не представляется возможным.

Таким образом, целесообразно, видимо, использовать в практической работе два показателя точности: неопределенность результатов измерений и погрешность средств измерений [67; 68].

## **8. ИЗМЕРЕНИЯ ФИЗИЧЕСКИХ ВЕЛИЧИН**

### **8.1. Общие положения**

Измерения физических величин осуществляются, как правило, путем преобразования измеряемых величин в целях приведения их к виду, удобному для считывания, обработки и представления получаемой измерительной информации. Измеряемые величины при этом часто преобразуются в величины другой физической природы [1–9].

Например, при измерении температуры ртутным термометром измеряемая температура преобразуется в длину столбика ртути. Больше температура – и больше длина столбика ртути, меньше температура – и столбик ртути меньше. Таким образом, о значении температуры судят по длине столбика ртути. Здесь измеряемая величина одной физической природы («температура») для



определения ее искомого значения преобразуется в физическую величину другой природы («длину» столбика ртути). Можно привести и другие примеры. Так, измерение давления газа с помощью трубчатого манометра осуществляется за счет деформации (скручивания или раскручивания) трубчатой пружины под воздействием измеряемого давления газа. Скручивание (или раскручивание) трубчатой пружины передается указательной стрелке, перемещающейся вдоль оцифрованной шкалы манометра, с которой и производится отсчет показаний. Таким образом, для измерения давления газа проводится целый ряд последовательных преобразований, что и позволяет в итоге оценить значение искомой величины. Измерение расхода жидкости можно провести, например, оценивая перепад давления на специальном сужающем устройстве, т. е. в этом случае расход жидкости преобразуется в перепад давления, измерение которого и дает значение искомой величины.

При проведении технических измерений неэлектрических величин (температуры, давления, расхода и т. д.) эти величины, довольно часто, преобразуют в электрические величины, которые и подвергаются дальнейшим преобразованиям и измерениям (рис. 8.1).

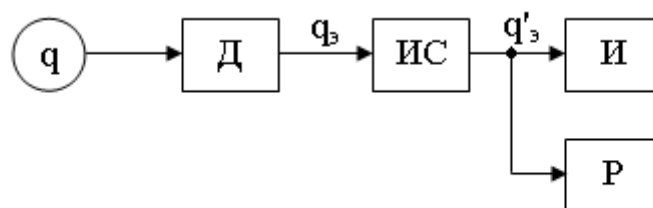


Рис. 8.1. Структура устройства при электрических измерениях неэлектрических величин:  
 $q$  – измеряемая неэлектрическая величина;  $q_э, q'_э$  – электрические величины; Д – датчик;  
 ИС – измерительная схема; И – измеритель (средство измерения электрической величины);  
 Р – регистратор (регистратор электрической величины)

Датчик Д преобразует измеряемую неэлектрическую величину  $q$  в электрическую  $q_э$ . Эта величина в общем случае может быть преобразована в измерительной цепи (ИС) в другую электрическую величину  $q'_э = f(q_э)$ . При этом величина  $q_э$  может быть усилена или ослаблена, преобразована из аналоговой величины в дискретную или из дискретной в аналоговую и т. д. Полученная величина  $q'_э$  подвергается измерению или регистрации с помощью электрических

средств, а также может быть передана по линии связи на значительное расстояние для дальнейшей обработки и использования. Обработка величин  $q'$ , может проводиться с использованием универсальных ЭВМ или специализированных вычислительных устройств.

Измерения неэлектрических величин электрическими методами имеют ряд отличительных достоинств, к которым можно отнести:

- 1) возможность измерять малые значения искомых величин;
- 2) использовать электронные усилители, что дает возможность измерять такие сигналы, которые невозможно измерить другими методами;
- 3) возможность дистанционно измерять параметры искомых величин;
- 4) возможность дистанционно управлять как производственными, так и другими процессами;
- 5) возможность использовать высокоточную и малоинерционную электроизмерительную аппаратуру;
- 6) возможность комплектовать различные измерительные установки однотипными электрическими блоками;
- 7) возможность широко использовать современную вычислительную технику в измерительных системах.

В последующих параграфах учебного пособия подробно рассмотрены элементы, составляющие измерительное устройство, структура которого приведена на рис. 8.1. Так, отдельные параграфы пособия посвящены датчикам, измерительным схемам, электроизмерительным приборам и методам измерения конкретных физических величин, наиболее часто встречающихся в практике технических измерений.

## **8.2. Датчики**

Основное назначение датчиков, применяемых при измерениях физических величин, заключается в восприятии и преобразовании исследуемых величин в вид, удобный для дальнейшего использования.

Следует отметить, что в настоящее время не существует единого и общепринятого определения термина «датчик».

Одни авторы рассматривают датчик как простейший элемент, осуществляющий преобразование неэлектрической величины в электрическую. Другие авторы, например в [1–3, 32], вообще избегают использовать термин «датчик» и заменяют его термином «первичный измерительный преобразователь». В [32] отмечается, правда, что кроме термина «первичный измерительный преобразователь» используется близкий к нему термин – «датчик». При этом под *датчиком* подразумевается один или несколько измерительных преобразователей, служащих для преобразования измеряемой неэлектрической величины в электрическую и объединенных в единую конструкцию. Аналогичную позицию занимают авторы учебника [1], в котором отмечается, что первичные измерительные преобразователи, размещаемые непосредственно на объекте исследования и удаленные от места обработки, отображения и регистрации измерительной информации, называют иногда датчиками. При изложении материала в [1] термин «датчик» не используется. Вместо него фигурируют термины «измерительный преобразователь» и «преобразователь». В учебном пособии [3] автор применяет термин «измерительный преобразователь», но не отказывается и от термина «датчик», под которым понимает конструктивную совокупность ряда измерительных преобразователей, размещаемых непосредственно у объекта измерения. Есть авторы, которые считают, что датчик должен выполнять ряд преобразований одних величин в другие, усиливать и распределять сигналы и производить некоторые вычислительные операции.

Международный электротехнический словарь дает следующее определение термина «датчик»: «*Датчик* – это измерительный орган, включающий наряду с чувствительным элементом усилитель или преобразователь сигнала, видоизменяющий форму выходного сигнала в соответствии с заданной».

На основании изложенного можно сформулировать основные положения, которые необходимо учесть при определении термина «датчик».

Датчик как функциональный элемент измерительной системы должен воспринимать и преобразовывать измеряемую величину, и его можно рассматривать как устройство, состоящее из воспринимающего (чувствительного) эле-

мента и промежуточных преобразователей. Вопрос заключается в том, какие преобразователи относить к датчикам, а какие – к другим функциональным элементам устройства. Исходя из этого, можно дать следующее определение: датчиком называется конструктивно единый измерительный преобразователь измеряемой неэлектрической величины в электрическую. Такое определение правомерно применительно к задаче электрических измерений неэлектрических величин.

Термин «датчик» обычно применяют в сочетании с физической величиной, для преобразования которой он предназначен: датчик температуры, датчик давления, датчик ускорения и т. д. Датчики могут выполняться как в виде простейших по устройству и схеме функциональных элементов (термопары, проволочные тензодатчики и т. п.), так и в виде более сложных устройств, состоящих из ряда самостоятельных элементов (например, датчик давления, состоящий из упругого элемента, рычажной системы и переменного электрического сопротивления; в этом случае измеряемое давление воздействует на упругий элемент, который через рычажную систему перемещает движок переменного сопротивления, и, таким образом, давление преобразуется в электрическое сопротивление). Необходимость разработки и применения сложных датчиков обусловлена главным образом тем, что они позволяют получить большие, чем простейшие датчики, чувствительность, точность и линейность преобразования.

### **8.3. Измерительные схемы**

Измерительные схемы служат для включения датчиков, что необходимо для их нормальной работы. В простейшем случае роль измерительных схем могут выполнять соединительные провода (например, при подключении термопары к измерительному прибору, когда не используются какие-либо согласующие или усилительные устройства). В более сложных случаях измерительные схемы могут быть достаточно сложными устройствами и содержать в своем составе, например, усилители, генераторы, компенсаторы и т. д. Часто в качестве таких устройств используются равновесные и неравновесные мостовые измерительные схемы, которые могут быть как постоянного, так и переменного тока.

Наибольшее распространение получили следующие схемы включения датчиков: токовые, потенциальные и частотные.

Пример токовой схемы включения датчиков приведен на рис. 8.2, а на рис. 8.3 приведен график статической характеристики для этой схемы.

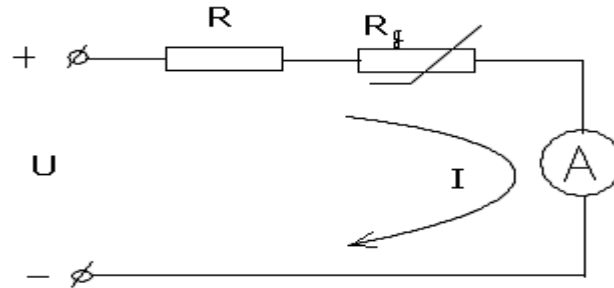


Рис. 8.2. Пример токовой схемы включения датчиков

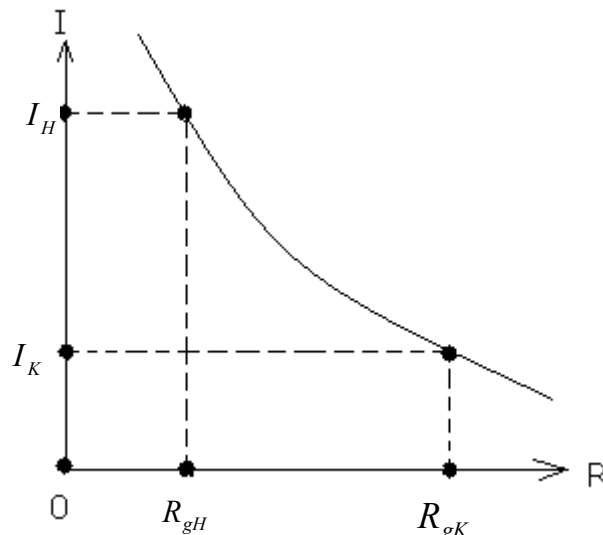


Рис. 8.3. График зависимости  $I = f(R_g)$

На рис. 8.2 и рис. 8.3 приняты следующие обозначения:  $R_g$  – сопротивление датчика;  $R$  – балластное сопротивление;  $U$  – напряжение питания;  $I$  – измеряемый ток;  $A$  – амперметр (измеритель тока);  $R_{gH}$  – начальное сопротивление датчика;  $R_{gK}$  – конечное сопротивление датчика;  $I_H$  и  $I_K$  – начальное и конечное значения тока

Мостовые измерительные схемы имеют исключительно большое значение при измерении физических величин (как электрических, так и неэлектрических), в силу чего эти схемы подробно описаны ниже и им посвящены отдельные главы учебного пособия.

## 8.4. Средства измерения электрических величин

Измерение физических величин с использованием датчиков и измерительных схем требует подключения к выходу измерительных схем электрических средств измерений (СИ) для регистрации и отображения выходных сигналов. С этой целью используются регистрирующие или показывающие СИ электрических величин. Регистраторы электрических сигналов описаны в литературе [1–7; 9; 18; 55].

В данном учебном пособии основное внимание уделено электроизмерительным приборам (аналоговым и цифровым, а также приборам прямого измерения и компенсационным).

На рис. 8.4 приведен один из возможных вариантов классификации электроизмерительных приборов.

Электронно-лучевые приборы находят применение в измерительной практике, хотя и в меньшей степени, чем в прежние годы. Вместе с тем электронно-лучевые приборы входят в учебные программы многих дисциплин (в том числе в школьную программу по физике), что позволило отказаться от рассмотрения этих приборов в данном учебном пособии.

Электромеханические и электронные приборы (аналоговые и цифровые), нашедшие наибольшее распространение, детально рассматриваются ниже в последующих разделах учебного пособия.

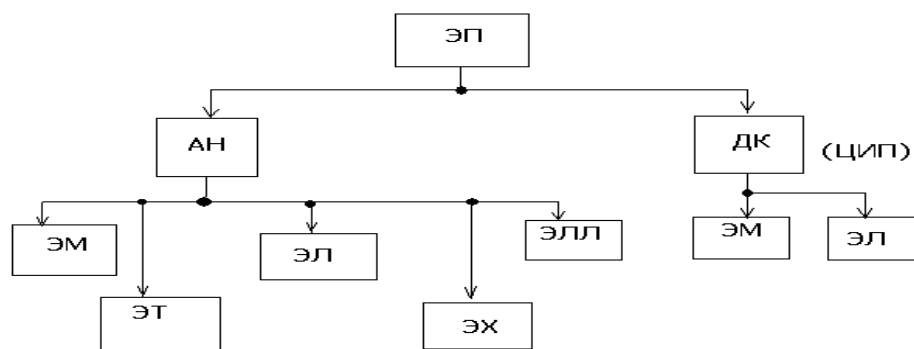


Рис. 8.4. Классификация электроизмерительных приборов:

ЭП – электроизмерительные приборы; АН – аналоговые приборы; ДК – дискретные приборы (цифровые измерительные приборы); ЭМ – электромеханические приборы (аналоговые и цифровые); ЭЛ – электронные приборы (аналоговые и цифровые); ЭЛЛ – электронно-лучевые приборы (электронные осциллографы); ЭТ – электротепловые приборы; ЭХ – электрохимические приборы

Электрохимические приборы используют химическое действие электрического тока.

Электротепловые приборы используют тепловое действие электрического тока.

Электрохимические и электротепловые приборы используются сравнительно редко при решении специфических измерительных задач и в силу этого в данном учебном пособии не рассматриваются.

## 9. ПОСТРОЕНИЕ И ПРИМЕНЕНИЕ ДАТЧИКОВ

### 9.1. Общие положения

Датчики могут быть систематизированы по виду входных (измеряемых) величин, что может быть полезным при выборе датчиков для измерения заданной величины.

По виду входных (измеряемых) величин датчики обычно разделяют на следующие группы:

- 1) датчики перемещений;
- 2) датчики усилий;
- 3) датчики момента вращения;
- 4) датчики размеров;
- 5) датчики уровня;
- 6) датчики скорости;
- 7) датчики ускорения;
- 8) датчики параметров вибраций;
- 9) датчики давления и расхода;
- 10) датчики температуры;
- 11) датчики влажности;
- 12) датчики для анализа состава вещества.

В пределах каждой группы возможно и дальнейшее разделение датчиков. Например, можно различать датчики линейного и углового перемещения, датчики высоких и низких температур и т. д.

Систематизация датчиков по виду их выходного сигнала позволяет определить, какие измерительные устройства наиболее пригодны для работы с данными датчиками или, наоборот, какие типы датчиков следует использовать для заданных измерительных устройств.

По виду выходного сигнала датчики, применяемые для электрических измерений неэлектрических величин, можно разделить на группы в зависимости от преобразования ими измеряемой величины в электрическое сопротивление



ние, в индуктивность, в емкость, в значение постоянного тока или напряжения, в фазу переменного тока или напряжения, в частоту переменного тока или напряжения.

Кроме того, выходная величина датчика может представлять собой импульсно-модулированный электрический ток или напряжение. Причем возможно применение амплитудно-импульсной, частотно-импульсной, время-импульсной и других видов модуляции. Такие датчики особенно целесообразно использовать в импульсных и цифровых измерительных устройствах.

Большие возможности открываются при использовании датчиков в измерительно-вычислительных комплексах (ИВК) совместно с компьютерами. Такое использование позволяет решить целый круг задач, связанных со сбором, переработкой, передачей, хранением, поиском и выдачей информации, «источником» которой являются датчики. Попутно решаются такие проблемы, как компенсация внешних воздействий на датчики, повышение точности и надежности проводимых измерений, ускорение и упрощение экспериментальных работ и т. п. Более подробно о сопряжении датчиков с компьютерами, о возникающих при этом трудностях и о круге решаемых задач можно узнать из литературы, приведенной в конце учебного пособия (см., например, [33, 34]).

## **9.2. Классификация датчиков**

Большое разнообразие и многочисленность видов датчиков затрудняют задачу изучения, оптимального выбора и использования их при электрических измерениях неэлектрических величин. Для облегчения этой задачи необходимы, очевидно, систематизация и классификация датчиков. Чаще всего классификация датчиков проводится по принципу их действия. Кроме того, датчики иногда целесообразно классифицировать по виду входных или выходных величин, как уже было рассмотрено выше (см. п. 9.1).

В зависимости от принципа действия датчики можно разделить на две большие группы: датчики параметрические и датчики генераторные.

*Датчики параметрической группы* характеризуются тем, что измеряемая неэлектрическая величина преобразуется в параметр электрической цепи: со-

противление, индуктивность, взаимную индуктивность, емкость. Для обеспечения нормальной работоспособности таких датчиков необходимы вспомогательные источники электрической энергии.

К параметрическим можно отнести следующие типы датчиков:

1) *реостатные датчики*, основанные на использовании зависимости сопротивления реостата от положения его движка, который перемещается под воздействием измеряемой величины;

2) *датчики контактного сопротивления*, в которых используется зависимость контактного сопротивления между поверхностями твердых тел (например, угольных шайб) от давления тел друг на друга;

3) *тензометрические (тензорезисторные) датчики*, основанные на измерении сопротивления проводников при их растяжении или сжатии;

4) *терморезисторные датчики*, основанные на измерении их сопротивлений в зависимости от температуры;

5) *фоторезисторные датчики*, основанные на изменении их сопротивлений в зависимости от освещенности;

6) *электролитические датчики*, основанные на изменении сопротивления раствора электролита от концентрации раствора;

7) *ионизационные датчики*, основанные на зависимости сопротивления газового разрядного промежутка от степени ионизации газа;

8) *электронные (механотронные) датчики*, основанные на зависимости анодного тока электронных ламп от расстояния между их электродами;

9) *индуктивные датчики*, основанные на зависимости их индуктивности от величины немагнитных зазоров, от длины и площади сечения сердечников, а также от взаимного расположения частей магнитопроводов и обмоток датчиков;

10) *магнитоупругие датчики*, основанные на зависимости их индуктивности от механического напряжения ферромагнитного материала, образующего сердечники этих датчиков;

11) *емкостные датчики*, основанные на зависимости электрической емкости конденсатора от размеров и взаимного расположения его обкладок, а также от диэлектрической проницаемости его диэлектрика.

*Генераторные датчики* характеризуются тем, что в них осуществляется преобразование различных видов энергии в электрическую (генерирование электрической энергии под воздействием измеряемой неэлектрической величины).

К генераторным можно отнести следующие типы датчиков:

1) *термоэлектрические датчики (термопары)*, основанные на зависимости термоЭДС термопар от разности температур их рабочих и свободных концов;

2) *индукционные датчики*, основанные на явлении электромагнитной индукции;

3) *пьезоэлектрические датчики*, основанные на использовании прямого пьезоэлектрического эффекта, состоящего в поляризации некоторых материалов (кварца, турмалина, пьезокерамики и др.) при их деформации;

4) *фотоэлектрические датчики*, основанные на зависимости ЭДС фотоэлементов от их освещенности;

5) *гальванические датчики*, основанные на зависимости ЭДС гальванического элемента от состава и концентрации растворов электролитов;

6) *электрокинетические датчики*, основанные на явлении электрокинетического потенциала, возникающего при вынужденном протекании полярной жидкости через пористую стенку.

Приведенный перечень типов датчиков не охватывает, конечно, всех типов и всех возможных модификаций датчиков одного типа. Приведены лишь наиболее распространенные типы датчиков, которые и будут рассмотрены более подробно в последующих разделах учебного пособия.

### 9.3. Параметрические датчики

#### 9.3.1. Реостатные датчики

*Реостатным параметрическим датчиком* называют переменное сопротивление, движок которого перемещается в соответствии со значением измеряемой неэлектрической величины. Таким образом, входной величиной реостатных датчиков является перемещение движка, которое может быть линейным или угловым. Выходной величиной реостатных датчиков является активное сопротивление, которое может изменяться линейно или по некоторому закону (в зависимости от перемещения движка).

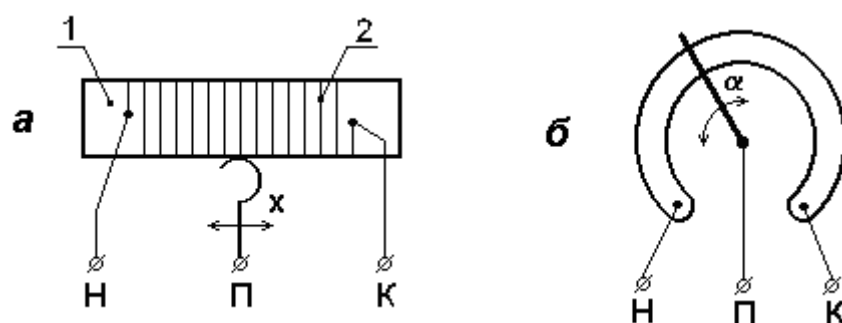


Рис. 9.1. Реостатные преобразователи для линейных (а) и угловых (б) перемещений: 1 – каркас; 2 – обмотка; Н, К – начало и конец обмотки; П – вывод от подвижного контакта (движка);  $x$  – линейное перемещение движка;  $\alpha$  – угловое перемещение движка датчика

Основными элементами реостатного датчика являются: каркас с обмоткой в виде проволоки (или с нанесенным на каркас полупроводником, пленкой металла или пленкой специального сплава) и подвижные токосъемные щетки (движки), которые скользят непосредственно по поверхности резистивного слоя или по ряду соединенных с ним контактов. Датчики могут быть однооборотные и многооборотные. Например, в [37] описан десятиоборотный датчик с намоткой в виде проволочной проводящей спирали на пластмассовом цилиндре со щетками из благородных металлов. Срок службы такого датчика – 20 млн. оборотов при скорости до 500 об/мин.

Статические характеристики преобразования реостатных датчиков приведены на рис. 9.2.

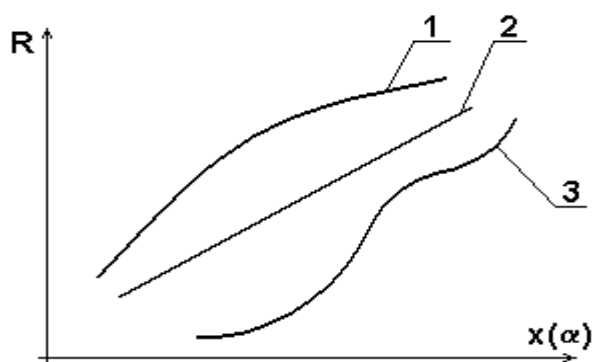


Рис. 9.2. Статические характеристики преобразования реостатных датчиков:  
1 – нелинейная; 2 – линейная; 3 – функциональная

На рис. 9.2 в качестве входных величин отложены по оси абсцисс величины  $x$  и  $\alpha$  (линейное и угловое перемещение движка датчика), а по оси ординат (в качестве выходной величины) отложено значение активного сопротивления  $R$ .

Статические характеристики преобразования реостатных датчиков в самом общем виде могут быть записаны следующим образом:

$$R = f(x), \quad (9.1)$$

$$R = f(\alpha), \quad (9.2)$$

где величины  $R$ ,  $x$ ,  $\alpha$  определены выше.

Проволочные датчики (по сравнению с непроволочными) обладают рядом преимуществ: большей стабильностью во времени, большей надежностью, линейностью и т. д. Вместе с тем конечное число витков обмотки таких датчиков приводит к тому, что их статические характеристики, строго говоря, становятся ступенчатыми и возникает погрешность разрешающей способности (ступеньки на рис. 9.2 не показаны). Относительную погрешность разрешения  $\delta$  обычно задают в виде

$$\delta = (1/w) \cdot 100 \%, \quad (9.3)$$

где  $w$  – число витков.

Для удовлетворительной работы реостатного датчика число витков должно быть не менее 100–200.

Конструкция реостатных датчиков: каркас из текстолита или пластмассы; реже применяются каркасы из алюминия, покрытого изоляционным лаком или оксидной пленкой; провода изготавливаются из константана, манганина, фехрала, из сплавов платины с иридием, платины с палладием и др.

К достоинствам реостатных датчиков относятся их простота, дешевизна и высокий уровень выходного сигнала без усиления. С другой стороны, они обладают сравнительно низкой точностью, имеют скользящий контакт и иногда требуют значительных усилий для перемещения движка датчика.

Применяют реостатные датчики для измерения перемещений и других неэлектрических величин (например, усилий, давлений, уровней и т. п.), которые предварительно могут быть преобразованы в перемещения. Справочные данные по реостатным датчикам приведены в [37, 38].

### 9.3.2. Датчики контактного сопротивления

Действие датчиков контактного сопротивления (рис. 9.3) основано на зависимости переходного сопротивления контактов  $R_K$  от усилия их сжатия.

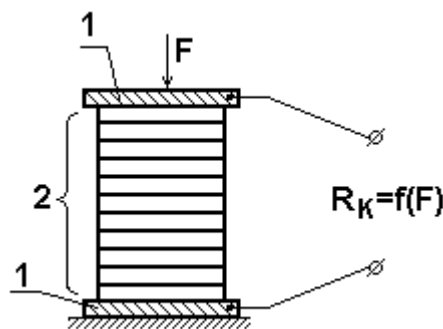


Рис. 9.3. Датчик контактного сопротивления:  
1 – металлические пластины; 2 – столбик из шайб (например, угольных)

Зависимость значения контактного сопротивления  $R_K$  от усилия сжатия определяется соотношением

$$R_K = \frac{K}{F_0 + F}, \quad (9.4)$$

где  $K$  – постоянный коэффициент;

$F_0$  – усилие сжатия в исходном положении;

$F$  – текущее значение усилия сжатия.

Начальное сжатие контактов осуществляется за счет конструктивных особенностей датчиков, позволяющих осуществить эту операцию.

График статической характеристики преобразования (СХП) в соответствии с соотношением (9.4), являющимся аналитической записью СХП, приведен на рис. 9.4.

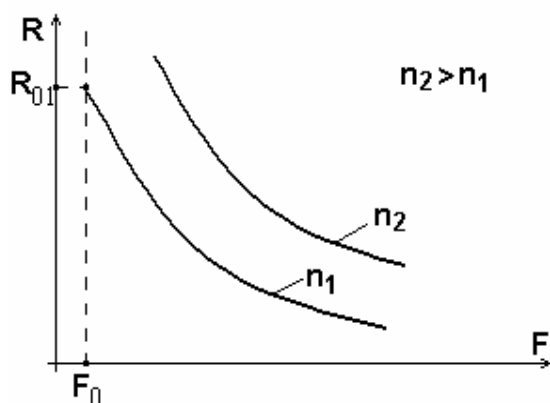


Рис. 9.4. График статической характеристики преобразования датчика контактного сопротивления:  $n_1, n_2$  — число угольных шайб;  $R_{01}$  — исходное (начальное) сопротивление датчика при  $F = F_0$  и  $n = n_1$

Обычно датчики выполняются из угольных шайб или дисков. Материалом служат электродный уголь, графит или керамика с графитовым заполнением. Толщина шайб 0,5–3,5 мм. Размеры шайб выбираются из расчета максимально допускаемого давления до 65 кГс/см<sup>2</sup> и максимально допускаемого тока до 300–400 мА.

Кроме «угольных», известны датчики контактного сопротивления на основе электропроводящей бумаги, уложенной рядами в виде столбика, на основе электропроводящей резины или металлических пластин, на которые путем напыления нанесен высокоомный резистивный слой.

К недостаткам датчиков контактного сопротивления следует отнести большой гистерезис, значительную нелинейность и зависимость их сопротивления от температуры окружающей среды. Суммарная погрешность рассматриваемых датчиков может достигать  $\pm 10\%$ .

К достоинствам этих датчиков относятся их конструктивная простота, высокая надежность и достаточная для целей измерения и автоматизации мощность.

Кроме преобразования неэлектрических величин (усилий, напряжений, малых перемещений и т. д.) в электрические, датчики контактного сопротивления применяются в качестве выходных органов регуляторов напряжения, стабилизаторов, угольных микрофонов и т. п.

Более подробно с датчиками контактного сопротивления можно познакомиться по многим литературным источникам (см., например, [32, 37]).

### 9.3.3. Тензорезисторные датчики

Принцип действия тензорезисторных датчиков основан на изменении сопротивления материала проводника при его деформации. Отметим, что рассматриваемые датчики могут называться по-разному. Например, могут быть использованы термины: тензометрические датчики, тензочувствительные датчики, омические тензодатчики и просто «тензодатчики». В дальнейшем будем использовать последний из названных терминов («тензодатчик»).

Принцип работы тензодатчиков поясняет рис. 9.5.

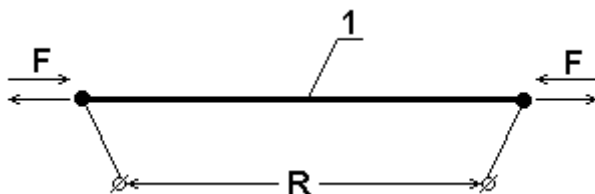


Рис. 9.5. Тензодатчик:  
1 – проводник; R – сопротивление проводника;  
«F–F» – усилие растяжения (или сжатия) проводника

Сопротивление проводника при неизменной температуре, как известно, рассчитывается по формуле

$$R = \rho \frac{l}{S}. \quad (9.5)$$

где  $\rho$  – удельное сопротивление материала проводника;

$l$  – длина проводника;

$S$  – площадь поперечного сечения проводника.

При малом растяжении или сжатии проводника его удельное сопротивление остается примерно постоянным. Принимая, что  $\rho \approx \text{const}$ , рассмотрим влияние на  $R$  остальных членов выражения (9.5).



При растяжении длина проводника  $l$  растет, площадь поперечного сечения  $S$  уменьшается и в соответствии с выражением (9.5) сопротивление проводника  $R$  возрастает.

При сжатии проводника эффект будет обратным: длина  $l$  уменьшается, площадь поперечного сечения  $S$  растет и сопротивление  $R$  снижается.

В случае значительных деформаций проводников удельное электрическое сопротивление материала этих проводников изменяется (возрастает и при растяжении, и при сжатии), что необходимо учитывать.

Изменение сопротивления проводников характеризуется коэффициентом тензочувствительности:

$$K = \frac{\Delta R/R}{\Delta l/l}, \quad (9.6)$$

где  $K$  – коэффициент тензочувствительности;

$\Delta R$  и  $\Delta l$  – изменения сопротивления и длины проводника.

Чувствительные элементы тензодатчиков выполняют из металлической проволоки и фольги, а также из полупроводников круглого и плоского сечения. Конструкции различных типов тензодатчиков представлены на рис. 9.6.

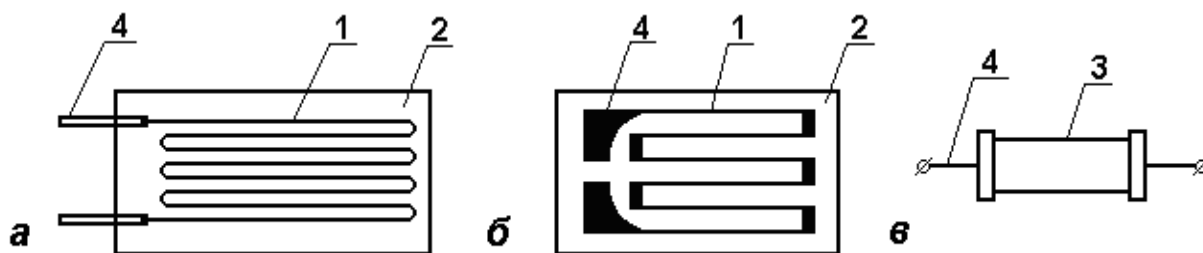


Рис. 9.6. Конструкция тензодатчиков проволочных (а), фольговых (б) и полупроводниковых (в):  
1 – металлические проводники; 2 – подложка из бумаги или лаковая пленка;  
3 – полупроводник; 4 – выводы

Показанные на рис. 9.6 датчики относятся к «наклеиваемым», т. е. вместе с подложкой их наклеивают на исследуемую деталь специальным клеем. Такие датчики просты в работе, но наличие клея ухудшает их характеристики (появляется гистерезис, «ползучесть» и потеря чувствительности со временем). Существуют бесклеивые датчики, проводники которых крепятся к взаимоперемещающимся деталям без клея с помощью механических устройств.

Для проволочных тензодатчиков, приведенных на рис. 9.6, *а* и для фольговых тензодатчиков, приведенных на рис. 9.6, *б* относительные изменения сопротивления не превышают 1 %, что может оказаться сравнимым с температурными изменениями сопротивления этих датчиков. Отсюда требования к материалу тензодатчиков – иметь малый температурный коэффициент и большой коэффициент тензочувствительности. Кроме того, материалы тензодатчиков должны иметь большое удельное сопротивление (для уменьшения габарита датчика при заданном его сопротивлении) и большую механическую прочность. Основные характеристики материалов для тензодатчиков приведены в табл. 9.1. Следует отметить, что приведенные характеристики в значительной степени зависят от состава, технологии изготовления и последующей обработки материала.

Таблица 9.1

**Характеристики материалов, используемых для тензодатчиков**

<b>Материал</b>	<b>Коэффициент тензочувствительности <math>K</math></b>	<b>Удельное сопротивление <math>\rho</math> при 20 °С, мкОм·м</b>	<b>Температурный коэффициент сопротивления (ТКС), <math>10^{-3}/^{\circ}\text{C}</math></b>
Константан	1,9÷2,2	0,47÷0,51	–0,04÷+0,02
Манганин	0,47÷0,50	0,4÷2,0	–0,03÷+0,04
Нихром	2,1÷2,3	1,0÷1,2	0,15÷0,17
Изоэластик	2,8÷3,6	–	0,47
Платина	4,1÷6,1	0,09÷1,11	2,57÷3,98
Железохромо-алюминиевый сплав	2,8÷2,9	1,35÷1,55	0,02

Данные табл. 9.1 свидетельствуют, что наибольшей тензочувствительностью (среди приведенных материалов) обладает платина. Несмотря на это, платиновые тензодатчики используются сравнительно редко из-за большого температурного коэффициента сопротивления (ТКС). Наибольшее распространение для изготовления тензодатчиков получил константан, имеющий приемлемую тензочувствительность ( $K \approx 2$ ) и малый ТКС. Полупроводниковые тензорезисторы имеют чувствительность много большую, чем металлические, но усту-

пают последним по стабильности характеристик и по температурному диапазону. Применение современной интегральной микроэлектронной технологии позволяет значительно улучшить все характеристики как металлических (фольговых), так и полупроводниковых тензодатчиков (повышаются стабильность и идентичность, уменьшаются размеры и т. п.).

Номинальные сопротивления тензодатчиков составляют от 50 до 800 Ом. Фольговые и проволоочные тензодатчики обычно имеют длину от 5 до 20 мм и ширину от 3 до 10 мм. Полупроводниковые тензодатчики представляют собой пластинку монокристалла кремния или германия (чаще кремния) длиной 5–10 мм и шириной 0,2–0,8 мм. Известны «малобазовые» тензодатчики (металлические и полупроводниковые), имеющие длину от 1 до 3 мм.

Основное назначение тензодатчиков – измерять деформацию деталей машин и механизмов, а также элементов зданий и сооружений (мостов, виадуков и т. д.). Кроме того, они могут использоваться в качестве чувствительного элемента датчиков давления, силы, параметров вибрации. Например, при измерении давления жидкости или газа тензорезисторы наносят на мембрану датчика давления и располагают их так, что при работе два из них подвергаются деформации растяжения, а два других – деформации сжатия.

Использование специальных схем включения (обычно мостовых) и специальных компенсирующих устройств обеспечивают высокие метрологические характеристики измерений. Совмещение в одной конструкции всех функциональных узлов датчика позволяет сократить число проводов в линиях связи, сформировать высокочувствительный выход и повысить помехозащищенность измерительного канала.

Справочные данные по тензодатчикам приведены во многих литературных источниках (см., например, [32, 37, 38]).

### 9.3.4. Фоторезисторные датчики

Фоторезисторные датчики (устаревшее название «фотосопротивления») представляют собой полупроводниковую пластину, которая при освещении уменьшает свое сопротивление в результате внутреннего фотоэффекта. Схема фоторезистора и его характеристика  $R = f(\Phi)$  приведены на рис. 9.7.

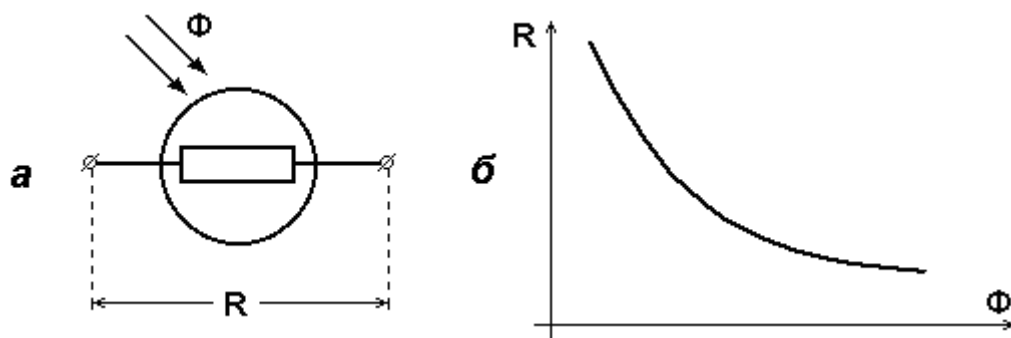


Рис. 9.7. Схема фоторезистора (а) и его статическая характеристика преобразования (б):  
R – сопротивление фоторезистора;  $\Phi$  – световой поток

В качестве фоточувствительного материала обычно используются: сернистый кадмий (тип ФС-К), сернистый свинец (тип ФС-А), селенид кадмия (тип ФС-Д), монокристаллы сернистого кадмия (тип ФС-КМ). Спектральные характеристики фоторезисторов определяются свойствами используемых полупроводниковых материалов. Полупроводниковые фоторезисторы перекрывают спектр от инфракрасных до ультрафиолетовых излучений. Характеристики полупроводниковых фоторезисторных датчиков нелинейны и температурозависимы, поэтому выбор подходящего типа фоторезистора и схемы его включения во многом зависит от конкретной области его применения.

При небольших освещенностях сопротивление фоторезистора подчиняется закону Ома:

$$R = \frac{U}{I_{\Phi}}, \quad (9.7)$$

где  $U$  – напряжение, приложенное к фоторезистору;

$I_{\Phi}$  – фототок.

При больших освещенностях фоторезистора пропорциональность между  $U$  и  $I_{\Phi}$  нарушается.

Чувствительность фоторезисторов определяется кратностью изменения их сопротивлений  $R_T$  и  $R_{CB}$ :

$$K = \frac{R_T}{R_{CB}}, \quad (9.8)$$

где  $R_T$  – темновое сопротивление (сопротивление неосвещенного фоторезистора);  $R_{CB}$  – сопротивление освещенного фоторезистора (обычно принимается освещенность  $E = 200$  лк).

Инерционность фоторезисторов характеризуется постоянной времени  $T$ , которая может принимать значения от десятков микросекунд до десятков миллисекунд. Основные характеристики фоторезисторных датчиков приведены в табл. 9.2.

Таблица 9.2

**Основные характеристики фоторезисторных датчиков**

Тип фоторезистора	Размер фоточувствительной площадки, мм <sup>2</sup>	Рабочее напряжение, В	Темновое сопротивление, МОм	Фототок, мкА	$\frac{R_T}{R_{CB}}$	Постоянная времени, мс	Спектральная чувствительность	
							$\lambda_{\max}$	$\lambda_{\text{кр}}$
1	2	3	4	5	6	7	8	9
ФСК-1	28,8	400	3,3	1500	100	80	0,64	0,9
ФСК-5	1,0	100	5,1	500	60	80	0,64	0,9
ФСД-0	28,8	300	2,0	1500	150	3,0	0,72	1,2
ФСА-1	30,0	15–60	0,05	–	1,2	0,04	2,1	2,7
ФСК-П1	12,0	100	100	80-2000	1500	0,04	0,64	0,9
ФСА-6	125	15–30	0,2	–	1,2	0,04	2,1	2,7
СФЗ-1	7,5	15	0,5	1500	3000	0,04	0,72	1,2

**Примечания**

1. Значение фототока (колонка «5») и отношение темнового сопротивления  $R_T$  к световому сопротивлению  $R_{CB}$  (колонка «6») указаны при освещенности 200 лк.
  2. Значение  $\lambda_{\max}$  (колонка «8») соответствует длине волны излучения, при которой спектральная чувствительность достигает максимума.
  3. Значение  $\lambda_{\text{кр}}$  (колонка «9») – длина волны излучения, соответствующая красной границе спектральной чувствительности.
- Более подробно с фоторезисторными датчиками можно познакомиться по литературным источникам, приведенным в библиографическом списке (справочные данные см., например, в [32, 37]).

### 9.3.5. Терморезисторные датчики

Принцип действия терморезисторных датчиков (устаревшее название – «датчики термосопротивления») основан на свойстве проводников и полупроводников изменять свое электрическое сопротивление при изменении их температуры. В качестве терморезисторов может использоваться металлический или полупроводниковый резистор.

Датчики температуры с терморезисторами иногда называют термометрами сопротивления.

Наибольшее распространение получили металлические терморезисторы, что объясняется стабильностью их статических характеристик преобразования и возможностью строить на их основе измерители температур со сравнительно малыми погрешностями.

Для изготовления полупроводниковых терморезисторов (термисторов) применяются смеси окислов металлов ( $Mn_2O_3$ ,  $Cu_2O_3$ ,  $Fe_2O_3$ ,  $NiO$  и др.), которые прессуются и спекаются при высокой температуре. Термисторы обладают высокой чувствительностью, но широкого распространения не получили из-за нестабильности их статических характеристик преобразования.

Зависимость сопротивления проводника от его температуры выражается формулой

$$R = R_0 \cdot e^{\alpha(\theta - \theta_0)} \quad (9.9)$$

где  $R$  – сопротивление проводника при температуре  $\theta$ ;

$R_0$  – сопротивление проводника при температуре  $\theta_0$ ;

$\alpha$  – температурный коэффициент сопротивления.

График зависимости  $R = f(\theta)$  приведен на рис. 9.8.

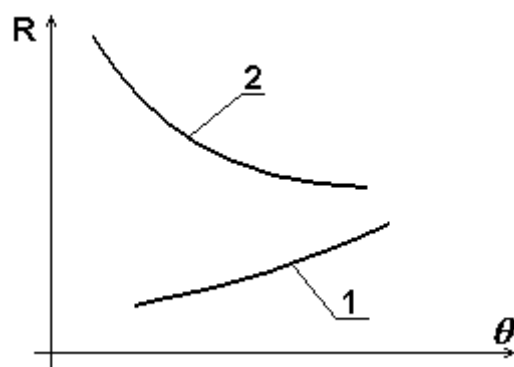


Рис. 9.8. Статические характеристики преобразования терморезисторных датчиков:  
1 – металлические терморезисторы; 2 – полупроводниковые терморезисторы

Металлические терморезисторы нормируются государственным стандартом ГОСТ 6651-84 [51]. Отметим, что ГОСТ 6651-84 вводит термин «термопреобразователи сопротивления» (далее – ТС).

В соответствии со стандартом для изготовления металлических ТС могут использоваться медные (ТСМ), платиновые (ТСП) и никелевые (ТСН) терморезисторы. Использование других металлов не рекомендуется. Основные характеристики ТС, нормируемые стандартом [51], приведены в табл. 9.3.

Таблица 9.3

**Основные характеристики термопреобразователей сопротивления**

Тип	Диапазон измеряемых температур, °С	Условные обозначения номинальных статических характеристик преобразования (НСХП)	Класс допуска
ТСМ	–200÷+200	10М; 50М; 100М	В; С
ТСП	–260÷+1100	1П; 10П; 50П; 100П; 500П	А; В; С
ТСН	–70÷+180	–	С
<b>Примечания</b> 1. Цифры в условных обозначениях НСХП обозначают значение сопротивления ТС при 0 °С ( $R_0$ ). 2. Буквы в условных обозначениях НСХП обозначают: «М» – медные ТС; «П» – платиновые ТС; «Н» – никелевые ТС.			

Значения классов допуска (А; В; С) приведены в табл. 9.4.

**Допускаемое отклонение от номинального значения сопротивления  $R_0$  при  $0^\circ\text{C}$  для нормируемых классов допуска ( $\pm \%$ )**

Тип	Класс допуска		
	A	B	C
ТСП	0,05	0,1	0,2
TSM	–	0,1	0,2
TSH	–	–	0,24

Рассмотрим более детально зависимость  $R = f(\theta)$  для металлических ТС (см. выражение (9.9)).

Разлагая правую часть (9.9) в степенной ряд и ограничиваясь первыми двумя членами ряда, получаем

$$R = R_0 \cdot [1 + \alpha(\theta - \theta_0)], \quad (9.10)$$

где  $\alpha \approx 4 \cdot 10^{-3} (^\circ\text{C})^{-1}$  – для ТСП и TSM.

Выражение (9.10) правомерно для медных ТС при температуре от 0 до  $+200^\circ\text{C}$  и в первом приближении для платиновых ТС при тех же температурах.

Для отрицательных температур и для температур больших  $+200^\circ\text{C}$  разложение выражения (9.9) в степенной ряд должно содержать уже три члена.

$$R = R_0 \cdot [1 + \alpha(\theta - \theta_0) + \beta(\theta - \theta_0)^2], \quad (9.11)$$

где  $\beta \approx -5,8 \cdot 10^{-7} (^\circ\text{C})^{-2}$  – для ТСП;

$\beta \approx -5,0 \cdot 10^{-7} (^\circ\text{C})^{-2}$  – для TSM.

Таким образом, в небольшом температурном диапазоне зависимость  $R = f(\theta)$  близка к линейной. Для больших температурных диапазонов (особенно при отрицательных температурах) эта зависимость становится нелинейной. Большей линейностью отличаются характеристики медных ТС и меньшей – платиновых ТС.

Температура терморезистора, а следовательно, и величина его сопротивления при установившемся тепловом равновесии определяются многими факторами: температурой окружающей среды; электрическим током через датчик;



геометрическими размерами датчика, его конфигурацией, наличием (или отсутствием) защитной арматуры; физическими свойствами окружающей среды; скоростью перемещения газовой или жидкой среды, в которую погружен датчик и т. д.

Зависимость сопротивления датчика от перечисленных выше факторов позволяет использовать терморезисторы для измерения различных неэлектрических величин (температуры, скорости перемещения жидкости или газа и т.д.).

К недостаткам рассматриваемых датчиков следует отнести сравнительно большую инерционность, нелинейность зависимости  $R = f(\theta)$ , большой разброс параметров у термисторов и т. д.

Более подробно с терморезисторными датчиками можно познакомиться по литературе, приведенной в библиографическом списке (справочные данные, например, см. в [3, 32, 37, 38]).

#### **9.3.6. Индуктивные датчики**

Принцип действия индуктивных датчиков основан на изменении их индуктивности под воздействием входной величины (перемещения, усилия).

Различают датчики короткоходовые и длинноходовые, нормального исполнения и дифференциальные, а также магнитоупругие датчики, в основу которых положено свойство ферромагнитных материалов изменять магнитную проницаемость при упругих деформациях.

**Короткоходовые датчики.** Схемы, поясняющие их работу, приведены на рис. 9.9.

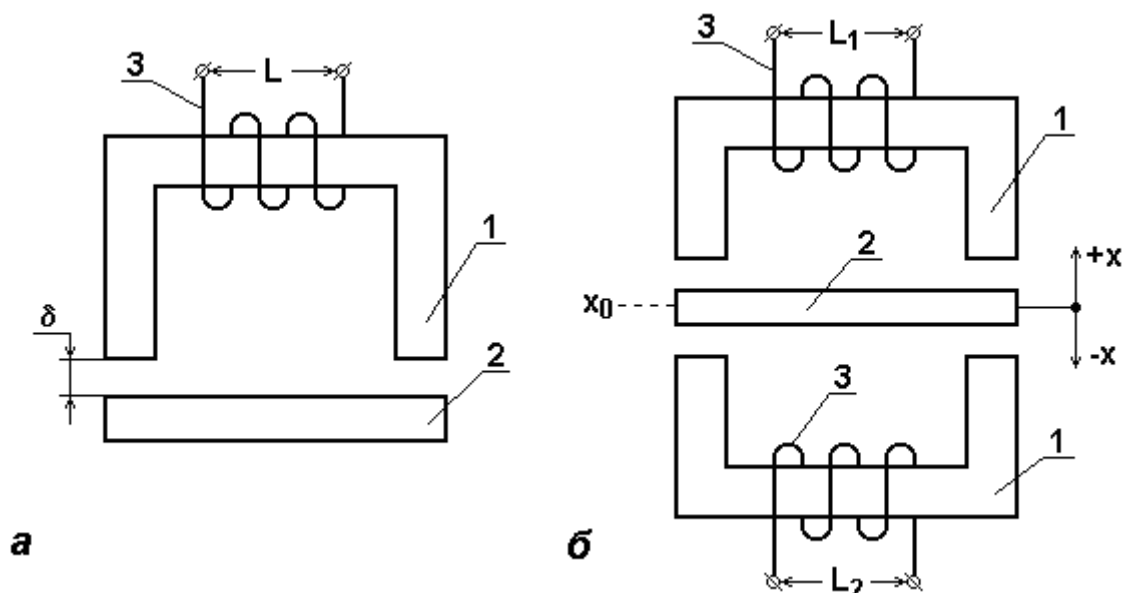


Рис. 9.9. Схемы короткоходовых датчиков нормального (а) и дифференциального исполнения (б): 1 – магнитопроводы из магнетомягкого материала; 2 – сердечники из магнетомягкого материала; 3 – обмотки датчиков;  $L, L_1, L_2$  – индуктивности датчиков;  $\delta$  – воздушный зазор;  $x_0$  – начальное положение сердечника

Индуктивность датчика  $L$  с воздушным зазором  $\delta$  (рис. 9.9, а) определяется следующим выражением:

$$L = \frac{w^2 \cdot \mu_0 \cdot S}{2\delta + l / \mu}, \quad (9.12)$$

где  $w$  – число витков;

$\mu_0$  – магнитная постоянная (в системе СИ  $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}$  Гн/м);

$S$  – площадь поперечного сечения магнитопровода;

$l$  – длина магнитопровода;

$\delta$  – воздушный зазор;

$\mu$  – относительная магнитная проницаемость.

Из соотношения (9.12) следует, что индуктивность датчика зависит от воздушного зазора (обратно пропорциональна значению зазора), а также от значения величин  $w, S, l$  и  $\mu$ . Конструкция датчиков, приведенных на рис. 9.9, а и на рис. 9.9, б, позволяет реализовать только зависимость  $L = f(\delta)$  или  $L = f(x)$ . При другой конструкции может быть использована зависимость индуктивности датчика от геометрических размеров магнитопровода, магнитной проницаемости материала магнитопровода или числа витков катушки.

Графики статических характеристик преобразования рассматриваемых индуктивных датчиков приведены на рис. 9.10.

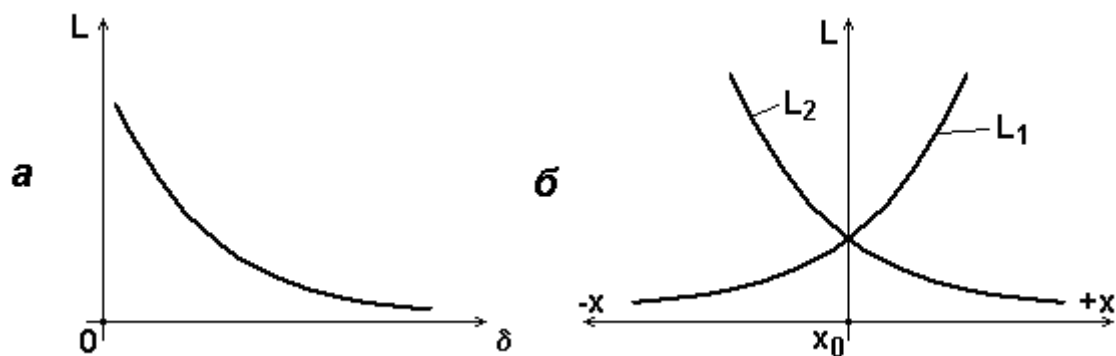


Рис. 9.10. Графики зависимостей  $L = f(\delta)$ ,  $L_1 = f_1(x)$  и  $L_2 = f_2(x)$  для короткоходовых индуктивных датчиков: *a* – одинарные датчики; *б* – дифференциальные датчики

Короткоходовые индуктивные датчики применяются для измерения малых перемещений (от 0,01 до 5 мм) и других неэлектрических величин, которые могут быть преобразованы в перемещение (усилие, давление, вращающий момент и т. п.).

К недостаткам индуктивных датчиков следует отнести нелинейность статических характеристик преобразования, зависимость индуктивного сопротивления датчика от частоты источника питания и от температуры окружающей среды, большое обратное воздействие датчика на объект исследования.

Достоинства индуктивных датчиков: простота, надежность, отсутствие подвижных контактов, относительно большая величина отдаваемой электрической мощности, возможность работы на переменном токе промышленной частоты.

**Длинноходовые датчики.** Схемы, поясняющие их работу, приведены на рис. 9.11, где рассмотрены датчики нормального исполнения (рис. 9.11, *a*) и датчики дифференциальные (рис. 9.11, *б*).

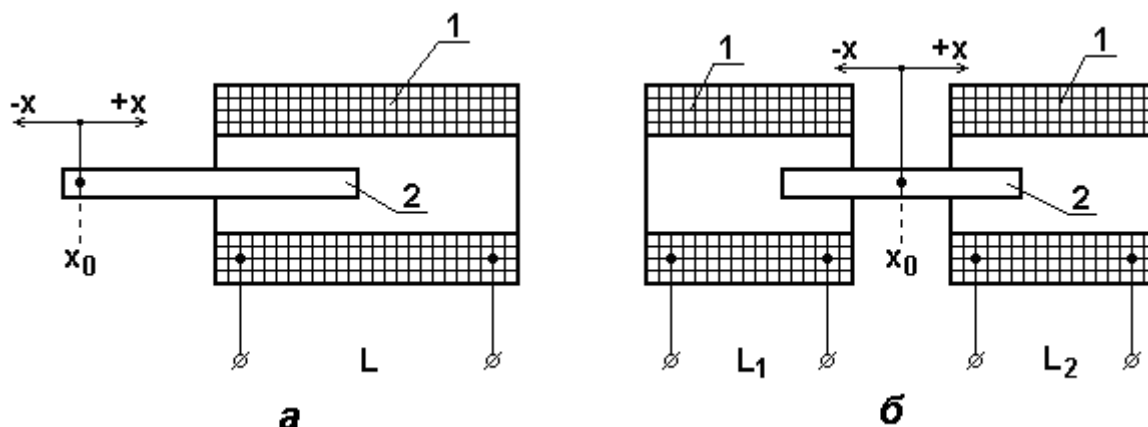


Рис. 9.11. Схемы длинноходовых датчиков нормального (а) и дифференциального (б) исполнения: 1 – катушки (с числом витков  $w$ ); 2 – сердечник (плунжер)

Сердечники рассматриваемых датчиков часто называют плунжерами. Отсюда и название этих датчиков, встречающееся в литературе, – «плунжерные датчики». Сердечники (плунжеры) могут быть ферромагнитные (из магнитомягкого материала) и диамагнитные (например, из меди).

Известно, что введение ферромагнитного сердечника увеличивает индуктивность катушки, а введение диамагнитного – уменьшает. Это обстоятельство приводит к существенному различию характеристик длинноходовых датчиков с ферромагнитными и диамагнитными сердечниками.

Индуктивность катушки с сердечником (чем по существу являются длинноходовые датчики) определяется выражением

$$L = \mu_0 \cdot \mu \cdot w^2 \cdot S / l, \quad (9.13)$$

где  $\mu_0$  – магнитная постоянная (в системе СИ  $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}$  Гн/м);

$\mu$  – относительная магнитная проницаемость материала сердечника (для ферромагнитных материалов  $\mu \gg 1$ ; для диамагнитных материалов  $\mu < 1$ );

$w$  – число витков;

$S, l$  – площадь и длина катушки.

Из (9.13) следует, что индуктивность длинноходовых датчиков прямо пропорциональна магнитной проницаемости материала сердечников (плунжеров), площади их поперечного сечения, квадрату числа витков и обратно пропорциональна длине катушки датчика.

Графики статических характеристик преобразования рассматриваемых датчиков приведены на рис. 9.12.

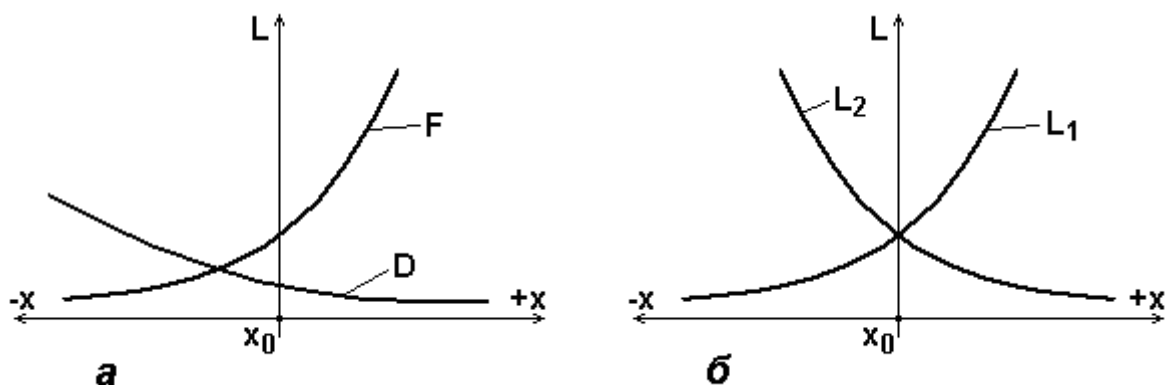


Рис. 9.12. Графики зависимостей  $L = f(x)$  для длинноходовых датчиков:  $a$  – нормальные датчики;  $б$  – дифференциальные датчики;  $F$  – ферромагнитные сердечники;  $D$  – диамагнитные сердечники;  $L_1, L_2$  – индуктивности дифференциальных датчиков при использовании ферромагнитных сердечников

Применяются длинноходовые индуктивные датчики для измерения больших перемещений. Для датчиков с ферромагнитными сердечниками (плунжерами) перемещения могут составлять до 10-15 см, а для датчиков с диамагнитными сердечниками (плунжерами) – до 20-30 см и даже более.

Датчики с ферромагнитными сердечниками имеют нелинейные статические характеристики преобразования и высокую чувствительность. Чувствительность датчиков с диамагнитными сердечниками много ниже, но зато и их статические характеристики преобразования ближе к линейным.

Остальные достоинства и недостатки длинноходовых датчиков совпадают с достоинствами и недостатками короткоходовых датчиков (см. выше).

**Магнитоупругие датчики** – это датчики, индуктивность которых изменяется при упругих деформациях ферромагнитных сердечников. Схема, поясняющая работу таких датчиков, приведена на рис. 9.13,  $a$ .

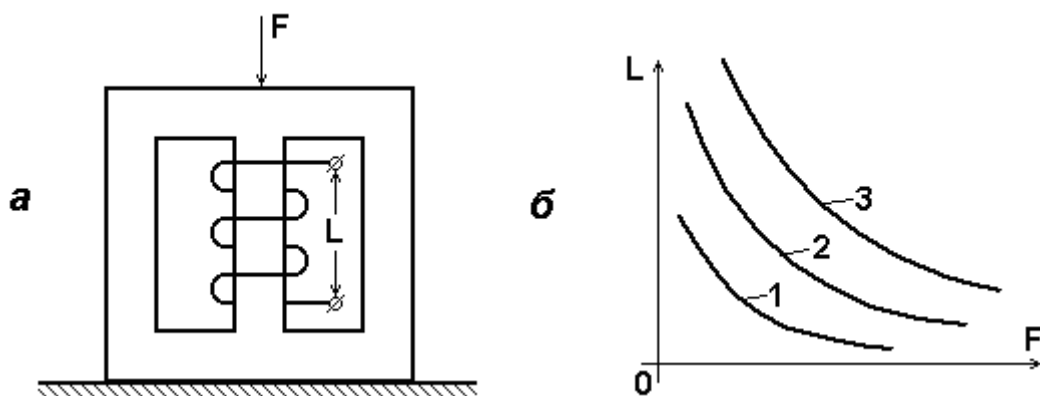


Рис. 9.13. Схема (а) и статические характеристики преобразования (б) магнитоупругих датчиков:  $F$  – усилие;  $L$  – индуктивность (1 – для  $m = m_1$ , 2 – для  $m = m_2$ , 3 – для  $m = m_3$ )

На рис. 9.13, б приведены статические характеристики преобразования магнитоупругих датчиков. Характеристики приведены для датчиков из различных ферромагнитных магнитомягких материалов, отличающихся друг от друга магнитной проницаемостью ( $\mu_1 < \mu_2 < \mu_3$ ).

Магнитоупругие датчики представляют собой катушки индуктивности с замкнутыми магнитопроводами, деформирующимися под влиянием входных величин (усилия или перемещения).

В исходном состоянии (при  $F = 0$  или  $F = F_{\min}$ ) индуктивность такого датчика максимальна. При  $F \neq 0$  или  $F > F_{\min}$  магнитопровод датчика деформируется, его магнитная проницаемость снижается и, как результат, уменьшается индуктивность. Значение индуктивности датчика  $L$  (при  $F = \text{const}$ ) определяется соотношением

$$L = \frac{w^2 \cdot S}{l} \cdot \mu_0 \cdot \mu, \quad (9.14)$$

где  $w$  – число витков;

$S, l$  – площадь поперечного сечения и длина магнитопровода;

$\mu_0$  – магнитная постоянная (в системе СИ  $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}$  Гн/м);

$\mu$  – относительная магнитная проницаемость материала сердечника.

Магнитоупругие свойства материала датчика характеризуются относительной магнитоупругой чувствительностью  $K$ :

$$K = \frac{\Delta\mu / \mu}{\Delta l / l}, \quad (9.15)$$

где  $\Delta\mu$ ;  $\Delta l$  – изменения магнитной проницаемости и длины магнитопровода датчика.

Материалом для сердечников может быть пермаллой, никель, электротехническая сталь, феррит и др. Относительная магнитоупругая чувствительность для некоторых материалов приведена в табл. 9.5.

Таблица 9.5

**Магнитоупругие свойства материалов**

Материал	Состав	Относительная магнитоупругая чувствительность
Пермаллой	68 % Ni 32 % Fe	250
	78,5 % Ni 21,5 % Fe	200
Никель	100 % Ni	100

Как правило, магнитоупругие датчики питаются от сети с частотой 50 Гц, но известны датчики с питанием от сети с повышенной частотой (от сотен герц до 20 кГц).

Магнитоупругие датчики применяются для измерения больших усилий (нажатия прокатных валков, массы автомобилей и железнодорожных вагонов и т. д.), а также для измерения деформаций в деталях конструкций (с помощью наклеиваемых датчиков).

К достоинствам магнитоупругих датчиков относятся их высокая надежность, сравнительная простота конструкции и большая мощность выходных сигналов.

Недостатком магнитоупругих датчиков является их малая точность, что объясняется наличием гистерезиса, изменением со временем характеристик, влиянием температуры окружающей среды и т. п.

Более подробно с индуктивными датчиками (короткоходовыми, длинноходовыми и магнитоупругими) можно познакомиться по литературе, приведенной в библиографическом списке в конце учебного пособия. Справочные данные по индуктивным датчикам см., например, в [3, 32, 37, 38].

### 9.3.7. Емкостные датчики

Действие емкостных датчиков основано на преобразовании входной (измеряемой) величины в электрическую емкость.

Для плоского конденсатора, образующего датчик с двумя электродами, можно записать:

$$C = \varepsilon_0 \cdot \varepsilon \cdot \frac{S}{\delta}, \quad (9.16)$$

где  $C$  – емкость конденсатора;

$\varepsilon_0$  – электрическая постоянная (в системе СИ  $\varepsilon_0 = 8,85$  пФ/м);

$\varepsilon$  – относительная диэлектрическая проницаемость диэлектрика конденсатора;

$S$  – площадь электродов (обкладок) конденсатора;

$\delta$  – расстояние между обкладками.

На рис. 9.14 приведены примеры основных типов емкостных датчиков.

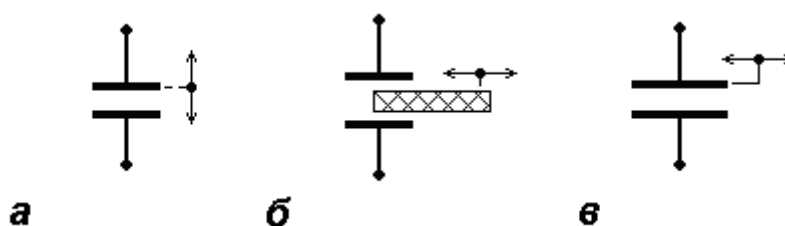


Рис. 9.14. Примеры основных типов емкостных датчиков

Изменение емкости возможно получить, изменяя:

1) расстояние между электродами (обкладками) конденсатора (рис. 9.14, а); в этом случае реализуется зависимость  $C = f(\delta)$ , где  $C$  – емкость конденсатора,  $\delta$  – расстояние между электродами (обкладками) конденсатора;

2) диэлектрическую проницаемость диэлектрика или части его (рис. 9.14, б); в этом случае реализуется зависимость  $C = f(\varepsilon)$ , где  $\varepsilon$  – относительная диэлектрическая проницаемость диэлектрика, расположенного между электродами (обкладками) конденсатора;

3) площадь электродов (обкладок), образующих емкостной датчик (рис. 9.14, в); в этом случае реализуется зависимость  $C = f(S)$ , где  $S$  – площадь электродов (обкладок) конденсатора.



Графики статических характеристик преобразования емкостных датчиков приведены на рис. 9.15.

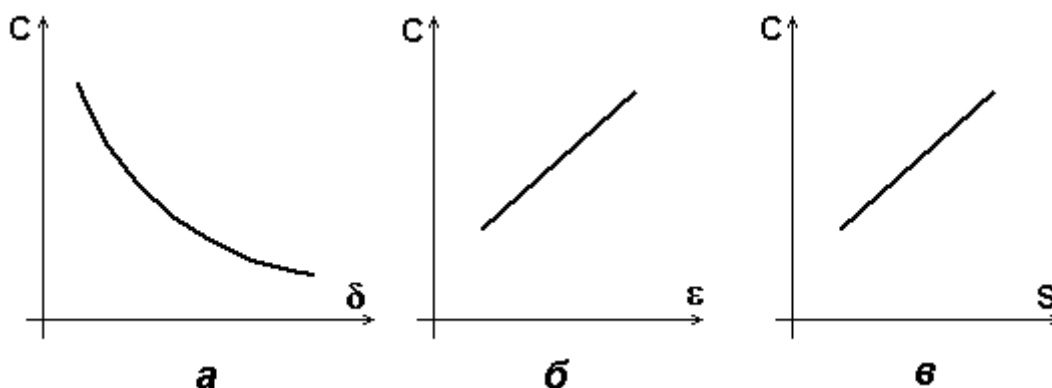


Рис. 9.15. Графики статических характеристик преобразования емкостных датчиков типов *а*, *б* и *в*

На практике наибольшее распространение получили емкостные датчики, построенные на принципе изменения расстояния между электродами, хотя такие датчики и имеют нелинейную статическую характеристику преобразования. Диэлектриком в этом случае может быть воздух, либо диэлектрическая жидкость, либо эластичный твердый диэлектрик (например, специальная резина).

Случай (*б*) представляет собой частный вариант случая (*а*) для измерения, например, диэлектрической проницаемости изоляционной ленты (или ее толщины), когда последняя проходит между обкладками конденсатора. Роль диэлектрика может выполнять жидкость при измерении, например, ее уровня.

Случай (*в*) представляет лишь одну из возможных конструкций датчиков, работающих на принципе изменения площади. Эта разновидность емкостных датчиков включает устройства такого типа, как поршень, движущийся в трубе, пластины с угловым перемещением относительно друг друга («переменные конденсаторы») и т. д.

Основными достоинствами емкостных датчиков являются: большая чувствительность, сравнительно малые размеры и вес и небольшое обратное действие на объект исследования (в отличие, например, от индуктивных датчиков, имеющих значительное обратное воздействие на объект исследования).

К числу недостатков емкостных датчиков следует отнести сильное влияние на результаты измерений паразитных емкостей и посторонних электрических полей, что требует очень тщательной экранировки этих датчиков; необходимость применения источников питания высокой частоты (от нескольких килогерц до десятков мегагерц). При низких частотах реактивное сопротивление датчика  $x_c = 1/\omega C$  весьма велико, так как собственная емкость датчика мала и составляет десятки (в лучшем случае – сотни) пикофарад, а также имеются существенные погрешности от воздействия температуры окружающей среды (температура влияет на геометрические размеры датчика и на диэлектрическую проницаемость жидких и твердых диэлектриков).

Наибольшее применение емкостные датчики получили при измерении малых перемещений, параметров вибраций, размеров изделий (например, толщины ленты из диэлектрика), углов наклона, уровней жидкостей, влажности и т. п.

Более подробно с емкостными датчиками можно познакомиться по литературным источникам, приведенным в библиографическом списке в конце учебного пособия. Справочные данные по этим датчикам см., например, в [37].

## **9.4. Генераторные датчики**

### ***9.4.1. Термоэлектрические датчики***

Термоэлектрические датчики состоят из двух разнородных проводников А и В, соединенных между собой в двух точках, как схематически показано на рис. 9.16, а.

На практике термоэлектрические датчики принято называть термопарами (ТП).

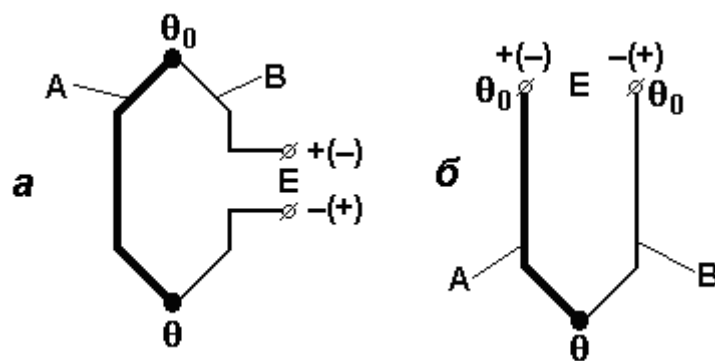


Рис. 9.16. Принципиальные схемы термоэлектрических датчиков (термопар):  
 А; В – проводники из разнородных материалов;  $\theta$ ;  $\theta_0$  – температуры спаев; Е – термоЭДС

Рассмотрим схему ТП, приведенную на рис. 9.16, *а*, на которой представлена термопара из двух разнородных проводников А и В с двумя спаями. Один из спаев (рабочий, или «горячий») помещается (в соответствующей арматуре) в место измерения температуры, а другой (свободный, или «холодный») находится во внешней цепи. В нашем случае «горячий» спай ТП имеет температуру  $\theta$ , а «холодный» спай ТП –  $\theta_0$ .

ТермоЭДС, генерируемая термопарой, может быть записана в виде

$$E \cong K(\theta - \theta_0) \quad (9.17)$$

где  $E$  – термоЭДС;

$K$  – коэффициент, зависящий от материала электродов А и В.

Соотношение (9.17) соответствует линейной статической характеристике преобразования и правомерно лишь в первом приближении. Реальные характеристики ТП нелинейны и задаются, как правило, в виде таблицы. Другим приближением (9.17) является рассмотрение термоЭДС для «холостого хода». Т. е. подразумевается, что к точкам схемы ( $\pm$ ) на рис. 9.16, *а* нет подключения какого-либо прибора. В действительности же такое подключение всегда есть, и в этом случае необходимо учитывать влияние на результирующую термоЭДС соединительных проводов. Для сведения этого влияния к минимуму используются специальные удлинительные провода, получившие название *компенсационных*. Кроме того, применяются схемные решения для компенсации температуры холодных спаев. Таким образом, при использовании ТП необходимо про-

вести подбор удлинительных проводов, выполнить компенсацию температуры холодных спаев и линеаризацию статических характеристик преобразования.

Описанный термоэлектрический эффект открыт в 1823 г. немецким физиком Зеебеком. Отсюда в литературе (особенно иностранной) прямой термоэлектрический эффект часто называют эффектом Зеебека.

В 1834 г. французский физик Пельтье открыл обратный термоэлектрический эффект, называемый также эффектом Пельтье. Суть эффекта Пельтье заключается в следующем. При протекании электрического тока через спай разнородных проводников спай нагревается при одном направлении тока и охлаждается при другом направлении тока. Нагрев или охлаждение спая прямо пропорциональны току и невелики, но все же понижения температуры спая, например, достаточно для построения микрохолодильников, которые могут использоваться при охлаждении транзисторов, интегральных микросхем и т.п. устройств. В измерительных целях обратный термоэлектрический эффект практически не используется, но учитывать его необходимо (он приводит к дополнительным погрешностям). Для сведения погрешностей от этого эффекта к минимуму надо уменьшить измерительный ток через термопару и ее спай. Это достигается использованием измерительных приборов с большим входным сопротивлением или приборов компенсационного типа.

В качестве электродов ТП могут использоваться чистые металлы, сплавы и полупроводники. Чувствительность ТП из чистых металлов составляет единицы микровольт на градус Цельсия, из сплавов – десятки микровольт на градус Цельсия, из полупроводников – сотни и даже тысячи микровольт на градус Цельсия.

Типы термоэлектрических преобразователей (ТП), условные обозначения номинальных статических характеристик (НСХ) преобразования ТП, материалы термоэлектродов и диапазоны измеряемых температур должны соответствовать требованиям ГОСТ Р 8.585 – 2001 [50] (табл. 9.6).

Стандарт [50] нормирует номинальные статические характеристики (НСХ) преобразования термопар при температуре холодного спая  $\theta_0 = 0^\circ\text{C}$ ,

пределы допускаемых отклонений термоЭДС ТП от номинального значения и аппроксимирующие полиномы НСХ преобразования. НСХ преобразования ТП приведены в виде таблиц (интервал температуры рабочего (горячего) спая 1 °С). Значения термоЭДС даны с точностью до 0,001 мВ. В качестве примера ниже приведены НСХ преобразования ТП для стандартных термопар (табл. 9.7).

В соответствии с ГОСТ Р 8.585–2002 [50] могут быть использованы (кроме приведенных в табл. 9.6) следующие термопары:

ТПП ( $R$ ) – платинородий / платиновые с диапазоном измерения от 0 до 1600 °С;

ТХК<sub>Н</sub>( $E$ ) – хромель / константановые с диапазоном измерения от –200 до 900 °С;

ТМК<sub>Н</sub>( $T$ ) – медь / константановые с диапазоном измерения от –200 до 400 °С;

ТНН( $N$ ) – нихросил / нисилловые с диапазоном измерения от –250 до 1300 °С;

ТЖК<sub>Н</sub>( $J$ ) – железо / константановые с диапазоном измерения от 0 до 900 °С.

Таблица 9.6

## Характеристики термоэлектрических преобразователей (ТП) по ГОСТ Р 8.585 – 2002 [50]

Обозначение ТП		Материал термоэлектродов		Диапазон измеряемых температур, °С
		положительного	отрицательного	
русское	международное			
1	2	3	4	5
ТВР	A-1	Сплав вольфрам-рений ВР-5 (95 % W+5 % Re)	Сплав вольфрам-рений ВР-20 (80 % W + 20 % Re)	0...2500
	A-2			0...1800
	A-3			0...1800
ТПР	B	Сплав платинородий ПР-30 (70 % Pt+30 % Rh)	Сплав платинородий ПР-6 (94 % Pt+6 % Rh)	600 – 1800
ТПП	S	Сплав платинородий ПР-10 (90 % Pt+10 % Rh)	Платина (Pt)	0 – 1600
ТХА	K	Сплав хромель ТНХ 9,5 (90,5 %Ni+9,5 % Cr)	Сплав алюмель НМЦ АК2-2-1 (94,5 % Ni+5,5 % Al, Si, Mn, Co)	минус 250 – плюс 1300
ТХК	L	Сплав хромель ТНХ 9,5 (90,5 % Ni +9,5 % Cr)	Сплав копель МНМЦ 43-0,5 (56 % Cu+44 % Ni)	минус 200 – плюс 800
ТМК	M	Медь М1 (Cu)	Сплав копель МНМЦ 43-0,5 (56 % Cu + +44 % Ni)	минус 200 – плюс 100

Примечание. Химический состав материалов термоэлектродов ориентировочный.

Таблица 9.7

## Номинальные статические характеристики преобразования стандартных ТП по ГОСТ Р 8.585-2002 [50]

(температура свободных концов 0 °С). ТермоЭДС всех ТП при 0 °С  $E_0 = 0,000$  мВ

Термоэлектрические преобразователи			ТермоЭДС, мВ, для температуры, °С						
Наименование	Обозначение		–200	+100	800	1300	1600	1800	2500
	русское	международное							
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Вольфрам-рений / вольфрамрениевые	ТВР	A1	–	1,337	12,934	20,589	24,593	26,998	33,640
Платинородий / платинородиевые	ТПР	B	–	–	3,154	7,848	11,263	13,591	–
Платинородий / платиновые	ТПП	S	–	0,646	7,345	13,159	16,777	–	–
Хромель / алюмелевые	ТХА	K	–5,891	4,096	33,275	52,410	–	–	–
Хромель / копелевые	ТХК	L	–9,488	6,862	66,466	–	–	–	–
Медь / копелевые	ТМК	M	–6,154	4,722	–	–	–	–	–

Конструктивно термопары выполняются в виде трубчатого чехла, содержащего в себе термоэлектроды и клеммовую головку. Материалом для чехлов служат химически стойкие тугоплавкие металлы и металлические соединения. Наиболее часто используются стали 1Х18Н9Т (до 800I °С) и Х27 (до 1300I °С), фарфор, кварц, окись алюминия (до 1600I °С) и др.

Термоэлектрические преобразователи (ТП) выпускаются серийно на многих приборостроительных предприятиях. В частности, Челябинским АПО «Теплоприбор» разработаны и освоены ТП для измерения температур в различных средах [84].

Например, платина-платинародиевые и платинародий-платинародиевые термопары ТПП-0192, ТПР-0192, ТПР-0292 предназначены для измерения температуры в окислительных средах и нейтральных газовых средах. Тепловая инерция – не более 90 с, материал защитной арматуры – корунд.

Бескорпусные термопары ТПП-0392 и ТПР-0392, а также хромель-алюмелевые ТХА-0292 и хромель-копелевые ТХК-0292 предназначены для измерения температуры воздуха, инертных газов и газов без серосодержащих веществ. Тепловая инерция – не более 5 с.

Более подробно с термоэлектрическими датчиками можно познакомиться по литературе, приведенной в библиографическом списке в конце учебного пособия (см., например, [32, 37, 50]).

#### ***9.4.2. Пьезоэлектрические датчики***

Пьезоэлектрические датчики (пьезодатчики) используют свойство некоторых естественных кристаллических веществ и искусственных текстур электролизоваться под действием механических напряжений (прямой пьезоэффект) и деформироваться в электрическом поле (обратный пьезоэффект). Пьезоэффект обладает «знакочувствительностью», т. е. заряды меняют знак при замене сжатия растяжением и меняется знак деформации при изменении направления электрического поля.

Пьезоэффектом обладают многие кристаллические вещества (кварц, турмалин, сегнетовая соль и др.), а также искусственно создаваемые и специально



поляризуемые пьезокерамики (титанат бария, титанат свинца, цирконат свинца и т. п.).

Описанные эффекты поясняют рис. 9.17, *а* и рис. 9.17, *б*.

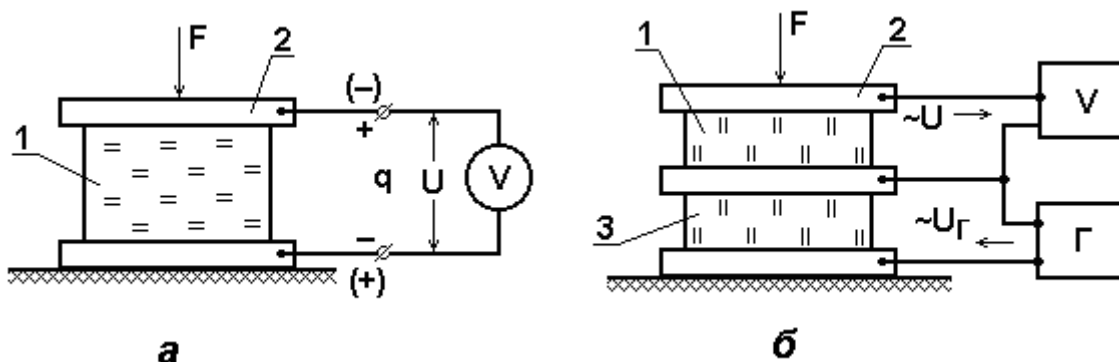


Рис. 9.17. Схемы пьезоэлектрических датчиков с одним (*а*) и двумя (*б*) пьезоэлементами: 1 – измерительные пьезоэлементы; 2 – контактные пластины; 3 – модуляционный пьезоэлемент; V – вольтметры; Г – генератор; F – сила; U – измеряемое напряжение; U<sub>Г</sub> – напряжение на выходе генератора; q – электрический заряд

Напряжение на входе вольтметра (см. рис. 9.17, *а*) запишется в виде

$$U = \frac{q}{C_0 + C_1 + C_2}, \quad (9.18)$$

где  $C_0$  – емкость пьезодатчика;

$C_1$  – емкость соединительных проводов;

$C_2$  – входная емкость вольтметра.

Значение заряда  $q$ , возникающего на пьезоэлементе при его деформации силой F, определяется соотношением

$$q = \delta \cdot F \quad (9.19)$$

где  $\delta$  – пьезомодуль.

Пьезомодуль  $\delta$  зависит от материала пьезоэлемента. Например, для кварца  $\delta \approx 10^{-12}$  Кл/Н; для пьезокерамики  $\delta \approx 10^{-10}$  Кл/Н (табл. 9.8).

Возникающие при разовой деформации заряды стекают через входное сопротивление вольтметра и изоляцию проводников, что приводит лишь к кратковременным отклонениям вольтметра от нулевых показаний. Следовательно, пьезоэлектрические датчики по схеме рис. 9.17, *а* могут быть использованы для измерения только переменных величин (изменяющихся давлений, вибраций, ускорений и т.д.) и не пригодны для измерения статических величин.

Использование обратного пьезоэффекта позволяет строить модуляционные пьезодатчики, пригодные для измерения статических величин. Схема модуляционного пьезодатчика приведена на рис. 9.17, б.

Под воздействием переменного напряжения  $U_T$ , подаваемого на модуляционный пьезоэлемент, последний начинает деформироваться («вибрировать») с частотой поданного напряжения. Возникшая вибрация передается на измерительный пьезоэлемент и приводит к его деформации. Причем значения деформации и, следовательно, напряжения  $U$  зависят и от «вибраций», и от значения силы  $F$ , воздействующей на систему из двух пьезоэлементов. В целом получается модуляционный пьезодатчик, пригодный для измерения статических величин.

Возможно включение одного пьезоэлемента – резонатора, в котором используются одновременно прямой и обратный пьезоэффекты. При включении такого пьезоэлемента в резонансный контур генератора частота генерируемых электрических колебаний будет определяться геометрическими размерами пьезоэлемента. При изменении геометрических размеров под воздействием, например, механических сил собственная резонансная частота пьезоэлемента изменится и соответственно изменится частота генерируемых колебаний. Этот принцип используется при измерении с помощью пьезодатчиков статических и динамических усилий, давлений и других величин, с предварительным преобразованием этих величин в частоту электрических сигналов.

Характеристики пьезодатчиков и значения коэффициентов, связывающих электрические и механические параметры, зависят от материала используемого пьезоэлемента, от его размеров и от типа среза. Для характеристики типа среза применяется условное буквенно-цифровое обозначение. От типа среза зависит характер воздействия на пьезоэлемент (продольное, поперечное, кручение, изгиб), на которое он реагирует в наибольшей степени. Характеристики некоторых материалов приведены в табл. 9.8. Пьезомодуль  $\delta$ , приведенный в табл. 9.8, соответствует деформации пьезоэлемента по толщине (для турмалина – по объему) и срезу материала, обеспечивающему максимальное значение пьезомодуля

(при другом срезе и другом виде деформации рассматриваемый пьезомодуль имеет меньшее значение).

Таблица 9.8

Характеристики некоторых пьезоматериалов

Материал	$\epsilon$	$\delta$ , $10^{-12}$ Кл/Н	$R_M$ , $10^3$ Ом·м	$F_d$ , $10^6$ Н/м <sup>2</sup>	Допускаемая температура, °С
Кварц	4,5	2,3	>1000	98	550
Турмалин	6,6	2,4	>100	–	–
Керамика А	1700	190	>100	80	70
Керамика В	1200	140	>100	80	70
TCL 1	1400	150	>30	–	70

*Примечания:*  $\epsilon$  – относительная диэлектрическая проницаемость (при отсутствии деформации);  $R_M$  – удельное объемное сопротивление;  $F_d$  – допустимое напряжение.

Более подробно с пьезоэлектрическими датчиками можно познакомиться по библиографическому списку, приведенному в конце учебного пособия (см., например, [1, 3, 32, 37]).

### 9.4.3. Индукционные датчики

Действие датчиков этой группы основано на использовании законов электромагнитной индукции.

По принципу действия индукционные датчики можно подразделить на две группы. В датчиках первой группы магнитное сопротивление на пути магнитного потока остается неизменным, а ЭДС наводится в катушке за счет ее перемещения (рис. 9.18, а) или за счет перемещения постоянного магнита (рис. 9.18, б). В датчиках второй группы как катушка, так и постоянный магнит неподвижны, а индуцированная ЭДС наводится за счет изменения полного магнитного сопротивления магнитной цепи (рис. 9.18, в).

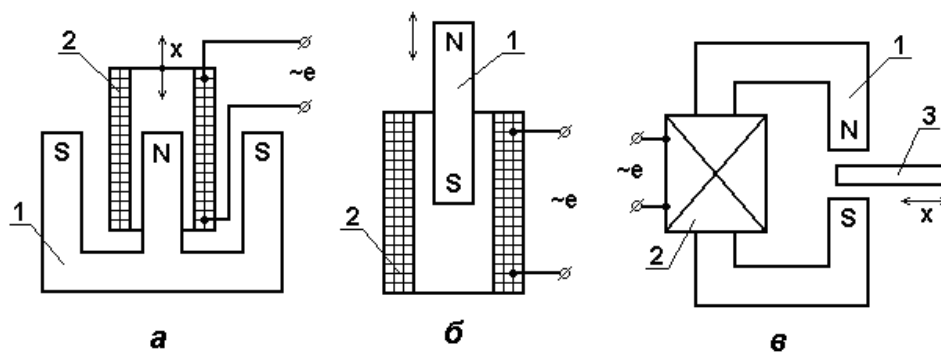


Рис. 9.18. Схемы индукционных датчиков: 1 – постоянный магнит; 2 – катушка с числом витков  $w$ ; 3 – сердечник из магнитомягкого материала

Наводимая в катушке индукционного датчика ЭДС запишется в виде

$$e = -\frac{d\Psi}{dt} = -w\frac{d\Phi}{dt}, \quad (9.20)$$

где  $e$  – значение ЭДС;

$\Psi$  – потокосцепление;

$t$  – время;

$w$  – число витков катушки датчика;

$\Phi$  – магнитный поток.

Для первой группы датчиков наводимая ЭДС пропорциональна скорости движения катушки (или постоянного магнита) и определяется по формуле

$$e_1 = -Blw \cdot v_1, \quad (9.21)$$

где  $B$  – магнитная индукция;

$l$  – средняя длина одного витка катушки;

$w$  – число витков;

$v_1$  – скорость движения катушки (или постоянного магнита).

Для датчиков второй группы изменение магнитного сопротивления магнитопровода осуществляется изменением воздушного зазора или с помощью подвижных ферромагнитных сердечников различной формы (как показано, например, на рис. 9.18, в).

При линейном изменении магнитного потока  $\Phi$  в зависимости от значения воздушного зазора (или от положения подвижного сердечника) наводимая в катушке ЭДС определяется соотношением

$$e_2 = -k_2 \cdot v_2, \quad (9.22)$$

где  $k_2$  – коэффициент пропорциональности;

$v_2$  – скорость изменения воздушного зазора или подвижного сердечника.

В общем случае значение ЭДС (см. выражение (9.20)) в зависимости от величины воздушного зазора (или положения подвижного сердечника) может быть нелинейным (или функциональным). Значение ЭДС в этом случае запишется в виде

$$e_3 = -k_3 \cdot f(x), \quad (9.23)$$

где  $k_3$  – коэффициент пропорциональности;

$x$  – величина воздушного зазора (или координата подвижного сердечника).

Непосредственно индукционные датчики могут применяться при измерении скорости линейного или углового перемещения, а также параметров, которые можно преобразовать в скорость (переменные усилия, переменные давления и т. п.). Совместно с интегрирующими и дифференцирующими элементами индукционные датчики можно использовать для измерения линейных или угловых перемещений и ускорений.

Индукционные датчики могут иметь частотный выход. В качестве частотного датчика индукционный датчик может иметь исполнение, например, в виде тахогенератора переменного тока. Частота напряжения, генерируемого таким генератором, определяется по формуле

$$f = \frac{p \cdot n}{60}, \quad (9.24)$$

где  $p$  – число пар полюсов тахогенератора;

$n$  – число оборотов в минуту.

Таким образом, индукционный частотный датчик преобразует угловую скорость вала в частоту переменного тока.

Более подробно с индукционными датчиками можно познакомиться по библиографическому списку, приведенному в конце учебного пособия (см., например, [1, 3, 32, 38]).

#### 9.4.4. Датчики Холла

Датчики этого типа используют эффект Холла, заключающийся в возникновении ЭДС на боковых гранях помещенной в магнитное поле проводящей пластинки, если по ней протекает ток (рис. 9.19).

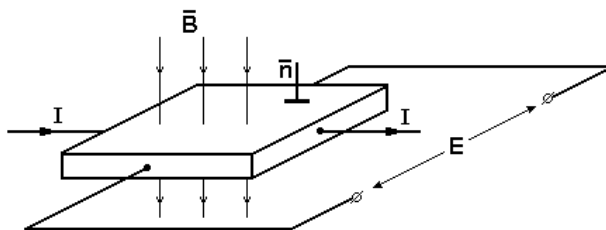


Рис. 9.19. Схема датчика Холла:  $I$  – значение тока;  $\vec{B}$  – вектор магнитной индукции;  $E$  – ЭДС Холла;  $\vec{n}$  – нормаль к плоскости датчика

Величина ЭДС Холла определяется выражением

$$E = \frac{1}{h} \cdot R_x \cdot I \cdot B \cdot \cos(\widehat{\vec{B} \vec{n}}), \quad (9.25)$$

где  $h$  – толщина пластины;

$R_x$  – постоянная Холла;

$(\widehat{\vec{B} \vec{n}})$  – угол между вектором магнитной индукции и нормалью к плоскости датчика.

Особенно значителен эффект Холла для германия (Ge), кремния (Si) и для некоторых других материалов. Постоянные Холла для полупроводниковых материалов имеют значения  $(10^{-2}–10^{-4}) \text{ м}^3/(\text{А} \cdot \text{с})$ , в то время как для чистых металлов –  $(10^{-9}–10^{-12}) \text{ м}^3/(\text{А} \cdot \text{с})$ . Например, для меди  $R_x = 6 \cdot 10^{-11} \text{ м}^3/(\text{А} \cdot \text{с})$ .

Чувствительные элементы датчиков Холла имеют вид тонких пластинок ( $h = 0,01 \div 0,02 \text{ мм}$ ), которые вырезают из монокристаллов и шлифовкой доводят до необходимой толщины. Хорошими метрологическими характеристиками отличаются пленочные преобразователи Холла из тонких поликристаллических пленок на стеклянных подложках.

ЭДС Холла, как видно из выражения (9.25), пропорциональна произведению двух входных величин – тока и магнитной индукции. Соответственно датчики Холла можно использовать для измерения тока ( $I$ ) или магнитной индукции ( $B$ ). При этом другая («неизмеряемая величина») должна быть известна. При постоянных во времени  $I$  и  $B$  ЭДС Холла также постоянна. Если же одна из входных величин ( $B$  или  $I$ ) переменная, то ЭДС Холла будет также переменной величиной с той же частотой, что и входная величина.

Данные по некоторым стандартным датчикам Холла приведены в табл. 9.9.

Характеристики датчиков Холла

Тип	Номинальный ток, мА	Чувствительность по магнитной индукции, В/Тл	Входное сопротивление, Ом	Диапазон рабочих температур, °С	Размеры, мм	Материал
Х-111	10	0,20–0,45	30–180	-40...+80	1,5×0,8×0,2	Германий
Х-211	100	0,06–0,15	0,5–5	-60...+90	1,5×0,8×0,2	Арсенид индия
ДХГ-2	13–15	0,45	220–320	-60...+70	6×3×0,15	Германий
ДХК-14	6–9	0,6	500–1000	-150...+200	6×3×0,2	Кремний

Достоинством приборов на основе эффекта Холла является возможность измерения как постоянных, так и переменных токов, как постоянных, так и переменных магнитных индукций. Датчики Холла имеют малые размеры, что обеспечивает им хорошее пространственное разрешение. Недостатком является сравнительно большая зависимость ЭДС Холла от температуры. Основная погрешность обычно составляет от долей до единиц процентов, диапазон измерений – от тысячных долей до единиц тесла.

Более подробно с датчиками Холла можно познакомиться по библиографическому списку, приведенному в конце учебного пособия (см., например, [32, 37]).

#### 9.4.5. Трансформаторные датчики

*Трансформаторные датчики* представляют собой трансформаторы, у которых под влиянием входного сигнала изменяются взаимные индуктивности обмоток, что приводит к изменению вторичного выходного напряжения.

Различают два вида трансформаторных датчиков: с подвижным сердечником и с подвижной обмоткой.

Датчики первого вида, в свою очередь, подразделяются на датчики с замкнутой и разомкнутой магнитными системами. По аналогии с индуктивными датчиками рассматриваемые датчики могут быть нормальными и диффе-

ренциальными, короткоходовыми и длинноходовыми. Примеры трансформаторных датчиков различного исполнения приведены на рис. 9.20.

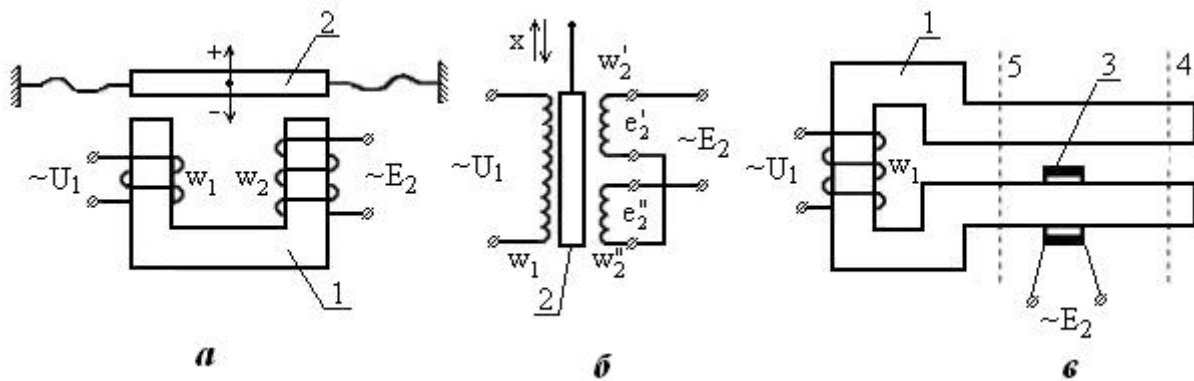


Рис. 9.20. Схемы трансформаторных датчиков: 1 – магнитопроводы из магнитомягкого материала; 2 – сердечники из магнитомягкого материала; 3 – подвижная катушка с числом витков  $w_2$  (перемещается от положения 4 до положения 5)

На рис. 9.20, *а* изображен одинарный короткоходовый трансформаторный датчик нормального исполнения с замкнутым магнитопроводом. На первичную обмотку  $w_1$  этого датчика подается от источника питания переменное напряжение  $U_1$ . Наводимая во вторичной обмотке ЭДС  $E_2$  запишется в виде

$$E_2 = \omega \cdot \frac{w_2}{w_1} \cdot \frac{F}{Z_M} = f(x) , \quad (9.26)$$

где  $\omega$  – угловая частота;

$w_1$  – число витков первичной обмотки;

$w_2$  – число витков вторичной обмотки;

$F$  – магнитодвижущая сила;

$Z_M$  – магнитное сопротивление;

$x$  – координата сердечника.

Таким образом, выходная ЭДС  $E_2$  рассматриваемого датчика зависит от положения его сердечника, т. е. датчик преобразует перемещение сердечника в ЭДС  $E_2$  (чем ближе сердечник к магнитопроводу, тем  $E_2$  больше; чем дальше сердечник от магнитопровода, тем  $E_2$  меньше). График зависимости  $E_2 = f(x)$  приведен на рис. 9.21, *а*.

На рис. 9.20, *б* изображен дифференциальный длинноходовый датчик с разомкнутым магнитопроводом.



На первичную обмотку  $w_1$  этого датчика подается переменное напряжение  $U_1$ . Во вторичной обмотке  $w'_2$  наводится ЭДС  $e'_2$ , а во вторичной обмотке  $w''_2$  наводится ЭДС  $e''_2$ . Благодаря встречному включению вторичных обмоток выходная ЭДС  $E_2$  запишется в виде

$$E_2 = e'_2 - e''_2 = f(x), \quad (9.27)$$

где  $x$  – координата сердечника датчика.

Очевидно, что при некотором среднем положении сердечника  $e'_2 = e''_2$  и  $E_2 = 0$ . При перемещении сердечника «вверх» (в сторону «+х») ЭДС  $e'_2$  становится больше ЭДС  $e''_2$  и  $E_2 \neq 0$ . При перемещении сердечника «вниз» (в сторону «-х») ЭДС  $e''_2$  становится больше ЭДС  $e'_2$  и  $E_2 \neq 0$ . График зависимости  $E_2 = f(x)$  приведен на рис. 9.21, б.

На рис. 9.20, в изображен трансформаторный датчик с подвижной катушкой, которая может перемещаться от положения 4 до положения 5 вдоль магнитопровода. Наводимая в подвижной катушке ЭДС  $E_2$  зависит от взаимной индуктивности между обмоткой этой катушки (являющейся вторичной) и обмоткой первичной катушки, на которую подается питающее переменное напряжение  $U_1$ . Датчик (рис. 9.20, в) предназначен для измерения больших линейных перемещений и, кроме катушек, содержит магнитопровод с рабочей частью в виде двух параллельных полос. При перемещении обмотки 3 от положения 4 до положения 5 индуцированная в обмотке 3 ЭДС возрастает. Зависимость ЭДС  $E_2$  от координаты подвижной катушки «х» близка к линейной, если магнитное сопротивление участка магнитопровода 4–5 мало по сравнению с магнитным сопротивлением воздушного зазора. График зависимости  $E_2 = f(x)$  для рассматриваемого датчика приведен на рис. 9.21, в.

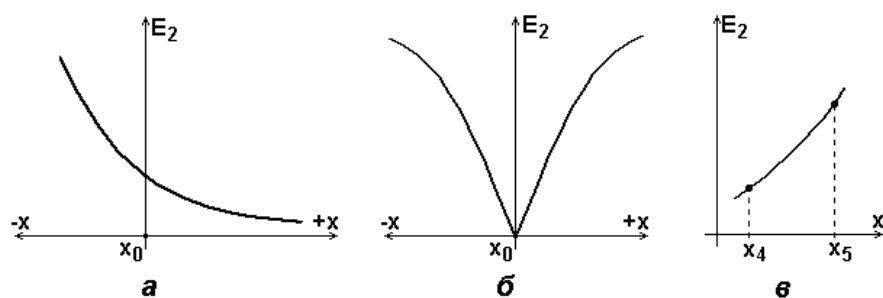


Рис. 9.21. Графики статических характеристик преобразования трансформаторных датчиков: *а* – для датчика нормального исполнения (рис. 9.20, *а*); *б* – для датчика дифференциального исполнения (рис. 9.20, *б*); *в* – для датчика с подвижной катушкой (рис. 9.20, *в*)

Трансформаторные датчики применяют для измерения линейных и угловых перемещений, а также для измерения физических величин, которые могут быть преобразованы в линейное или угловое перемещение (например, для измерения давления, расхода, силы и т. п.).

Трансформаторные датчики имеют много общего с датчиками индуктивными (область применения, достоинства, недостатки, конструкция и т. д.), но имеют и ряд преимуществ перед индуктивными датчиками. Их преимущества перед последними: отсутствие необходимости в использовании измерительных схем и отсутствие гальванической связи между цепями выхода и питания. К недостаткам трансформаторных датчиков следует отнести наличие температурных погрешностей, а также погрешностей от воздействия внешних электромагнитных полей и ферромагнитных тел. Существует даже ряд исполнений трансформаторных датчиков, реагирующих на приближение ферромагнитных тел и снабженных схемой с релейным выходом (реле близости).

Более детально с трансформаторными датчиками можно познакомиться по библиографическому списку, приведенному в конце учебного пособия (см., например, [1, 3, 32, 37]).

В настоящем учебном пособии рассмотрены наиболее распространенные типы датчиков, но далеко не все из известных датчиков и их разновидностей. Не рассмотрены в учебном пособии: ионизационные датчики, электромашинные, механотронные, струнные, электролитические, оптоэлектронные, магниторезистивные, электрохимические и некоторые другие. Часть из этих датчиков (например, ионизационные) рассматриваются в других учебных курсах, часть

из них (например, оптоэлектронные) являются разновидностью рассмотренных датчиков, часть носит узко специальный характер, а часть – сравнительно редко используется на практике. При необходимости со всеми перечисленными датчиками можно познакомиться по библиографическому списку, приведенному в конце учебного пособия (см., например, [3, 37, 38]).

### **9.5. Тенденции развития датчикоостроения**

Тенденции в развитии построения датчиков подчинены основным требованиям, которые предъявляются к современным средствам измерений: высокая точность и надежность, взаимозаменяемость отдельных узлов и элементов, самонастройка, устойчивость к внешним воздействиям, малые габариты и т. п.

Для реализации перечисленных требований постоянно совершенствуется технология изготовления датчиков и используются новые принципы их построения. Все шире в датчикоостроении применяется интегральная микросхемная технология, все чаще датчики изготавливаются с использованием «*p-n*»-переходов, монокристаллов, тонких пленок. Применение, например, полупроводниковых материалов позволяет в ряде случаев значительно увеличить чувствительность и быстродействие датчиков, а также уменьшить их габариты и вес. Усовершенствование технологии и получение новых полупроводников на основе, например, кремния и арсенида галлия позволит в дальнейшем улучшить и другие характеристики датчиков (стабильность, повторяемость характеристик, устойчивость, взаимозаменяемость и т. п.).

Большие возможности имеет использование принципиально новых (по своим свойствам) материалов. К таким материалам, кроме уже упомянутых, можно отнести классические сверхпроводники и высокотемпературные сверхпроводники (ВТСП). Отметим, что классическая сверхпроводимость открыта голландским физиком Камерлинг-Оннесом в 1911 г. и проявляется при температурах, близких к температуре абсолютного нуля (например, при температуре жидкого гелия). В силу этого практическое использование данных материалов затруднено. Более перспективны ВТСП. Высокотемпературная сверхпроводимость, открытая в 1986 г., проявляется при температурах близких к температуре

жидкого азота. Например, материал  $\text{YBa}_2\text{Cu}_3\text{O}_{7-x}$  переходит в сверхпроводящее состояние при температуре около 90 К ( $-183^\circ\text{C}$ ). Графики зависимостей  $R = f(T)$  для этого материала приведены на рис. 9.22.

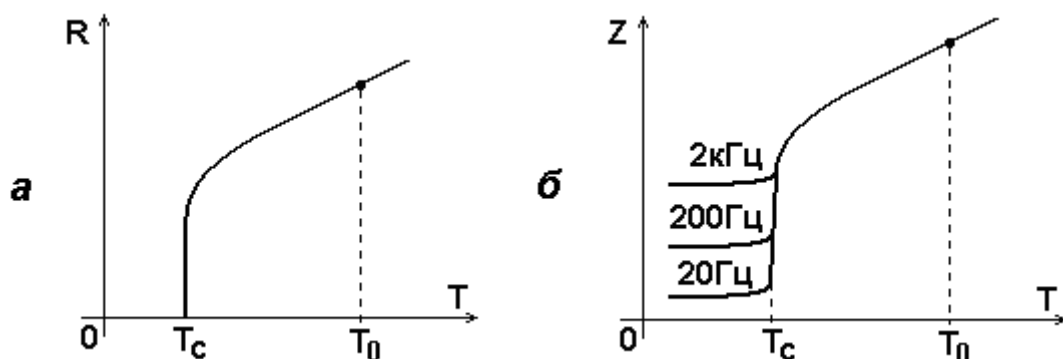


Рис. 9.22. Графики зависимостей  $R = f(T)$  и  $Z = f(T)$  для материала  $\text{YBa}_2\text{Cu}_3\text{O}_{7-x}$ :  
 а – измерения на постоянном токе; б – измерения на переменном токе

На рис. 9.22 приняты следующие обозначения:  $R$  – электрическое сопротивление;  $T$  – абсолютная температура в кельвинах (К);  $T_0$  – исходная (комнатная) температура ( $T_0 = 373$  К);  $T_c$  – критическая температура, при которой исследуемый материал переходит в сверхпроводящее состояние.

Отметим, что характер рассматриваемых зависимостей существенно изменяется при переходе от постоянного тока (рис. 9.22, а) к переменному (рис. 9.22, б). Если на постоянном токе при температуре  $T_c$  рассматриваемый материал переходит в сверхпроводящее состояние, то на переменном токе этого не происходит. На переменном токе следует рассматривать полное сопротивление  $Z = R + jX$ , где  $R$  – активная составляющая, а  $X$  – реактивная составляющая полного сопротивления. На переменном токе тоже есть «сверхпроводящий переход» при температуре материала  $T_c$ , но сверхпроводимость не наступает. За счет реактивной составляющей при  $T_c$  (и более низких температур) всегда имеется «остаточное сопротивление». Причем значение остаточного сопротивления растет с ростом частоты переменного тока, протекающего по исследуемому материалу (см. рис. 9.22, б). Описанные ВТСП благодаря их уникальным свойствам вполне могут послужить основой для построения датчиков нового поколения с новыми, присущими только им, характеристиками.

## 10. ДИНАМИКА ТЕРМОЧУВСТВИТЕЛЬНЫХ ДАТЧИКОВ

### 10.1. Исходные данные

В данной главе учебного пособия рассмотрена динамика термочувствительных датчиков при измерении с их помощью температуры окружающей среды. Представлено два случая: при изменении измеряемой температуры скачком и при ее изменении по линейному закону. Схема размещения датчика и принятые обозначения приведены на рис. 10.1.

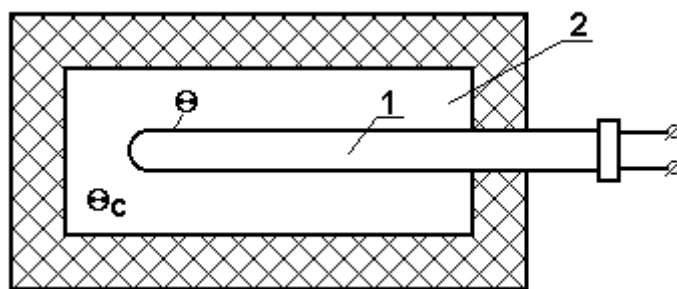


Рис. 10.1. Схема размещения датчика: 1 – датчик; 2 – среда (жидкость, газ), температура которой измеряется;  $\theta$  – температура датчика;  $\theta_c$  – температура среды

Датчики температуры (например, терморезисторы или термопары) обычно имеют защитные чехлы, предохраняющие их от различных механических и химических воздействий. Наличие защитных чехлов значительно повышает инерционность датчиков, что приводит к росту «отставания» его температуры от температуры окружающей среды. Это обстоятельство еще раз подчеркивает большое значение анализа динамических свойств датчиков температуры.

Для облегчения анализа примем ряд допущений. Будем полагать, что присутствие датчика не изменяет температуру окружающей среды и что рассматривается некоторая усредненная тепловая инерция датчика без разделения ее на тепловую инерцию чувствительного элемента, защитного чехла (одного или нескольких) и наполнителя, находящегося между защитным чехлом и чувствительным элементом, т. е. будем полагать, что рассматривается некоторый идеальный датчик, для которого правомерны допущения:

- 1) датчик монолитный и однородный;
- 2) термочувствительный элемент занимает весь объем датчика.

Конструкция стандартных датчиков с защитной арматурой не соответствует принятым допущениям (нет монолитности, однородности, и термочувствительный элемент занимает часть объема датчика).

Принятым допущениям соответствуют датчики, схемы которых приведены на рис. 10.2.

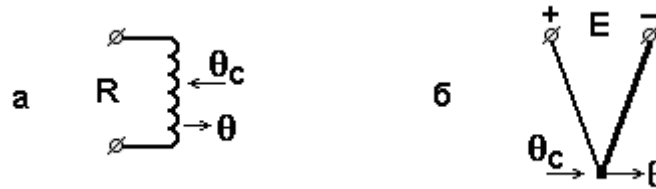


Рис. 10.2 Схемы идеальных термочувствительных датчиков:

*a* – терморезистор; *б* – термопара;  $\theta$  – температура датчика;  $\theta_c$  – температура среды

Для вывода дифференциального уравнения, описывающего изменение температуры датчика, предполагаем, что датчик с температурой  $\theta$  помещается в среду с температурой  $\theta_c$ . При этом на нагрев датчика будет расходоваться тепло  $dQ_1$ , связанное с параметрами датчика и его температурой соотношением

$$dQ = m \cdot c \cdot d\theta, \quad (10.1)$$

где  $m$  – масса датчика;

$c$  – удельная теплоемкость материала датчика.

Тепло  $dQ_2$ , передаваемое датчиком среде, определяется соотношением

$$dQ_2 = S \cdot \beta \cdot (\theta_c - \theta) dt \quad (10.2)$$

где  $S$  – площадь поверхности датчика;

$\beta$  – коэффициент теплопередачи;

$t$  – время.

Условие теплового равновесия  $dQ_1 = dQ_2$  запишется в виде

$$m \cdot c \cdot d\theta = S \cdot \beta \cdot (\theta_c - \theta) dt \quad (10.3)$$

Выражение (10.3) может быть приведено к виду

$$T \cdot \dot{\theta} + \theta = \theta_c, \quad (10.4)$$

где  $T = \frac{m \cdot c}{S \cdot \beta}$  – постоянная времени;

$\dot{\theta} = \frac{d\theta}{dt}$  – первая производная от  $\theta$  по времени.

Отметим, что  $T$  имеет размерность времени, а соотношение (10.4) является дифференциальным уравнением, описывающим поведение датчика температуры в динамическом режиме.

Выражение (10.4) правомерно для «идеальных» датчиков (см. рис. 10.2) и для принятых допущений. При наличии, например, защитного чехла появляется время чистого запаздывания, а при использовании многослойной изоляции кроме чистого запаздывания усложняется и зависимость  $\theta = f(t)$  (в дальнейшем  $\theta(t)$ ); соответствующее дифференциальное уравнение имеет более сложный вид, чем соотношение (10.4). Более детально данный вопрос освещен в литературе [3, 27, 32].

## 10.2. Скачкообразное изменение температуры

### Начальные условия

При скачкообразном изменении температуры среды, окружающей датчик (от 0 до  $\theta_0$ , рис. 10.3), исследуемое дифференциальное уравнение (10.4) принимает вид

$$T \cdot \dot{\theta}(t) + \theta(t) = \theta_0 \quad (10.5)$$

где  $\theta_0$  – постоянная величина.

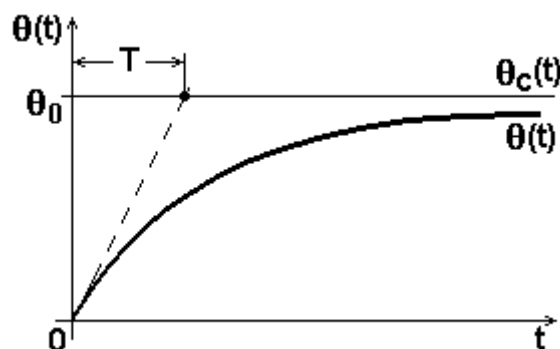


Рис. 10.3. Графики зависимостей  $\theta_c(t)$  и  $\theta(t)$  при скачкообразном изменении температуры окружающей датчик среды:  $\theta_c(t)$  – температура окружающей среды;  $\theta(t)$  – температура датчика

Начальные условия в рассматриваемом случае запишутся

$$\text{для } t = 0 \quad \theta(t) = 0, \quad \theta_c = \theta_0$$

### Классический метод анализа

При классическом методе анализа дифференциального уравнения (10.5) решение имеет вид

$$\theta(t) = \theta_n(t) + \theta_y(t) \quad (10.6)$$

где  $\theta_n(t)$  – характеризует переходный режим (общее решение);

$\theta_y(t)$  – характеризует установившийся режим (частное решение).

Общее решение исследуемого дифференциального уравнения (10.5) находится из однородного уравнения (10.7), на основе которого составляется характеристическое уравнение (10.8), имеющее корень  $\lambda$  (10.9).

$$T \cdot \lambda + 1 = 0 \quad (10.8)$$

$$\lambda = -\frac{1}{T} \quad (10.9)$$

В данном случае характеристическое уравнение имеет один вещественный корень, и соответственно  $\theta_n(t)$  имеет вид

$$\theta_n(t) = B \cdot e^{\lambda t} = B \cdot e^{-t/T} \quad (10.10)$$

где  $B$  – постоянная интегрирования.

Значение  $\theta_y(t)$  определяется видом правой части исходного уравнения (10.5). При постоянной правой части (что имеет место в рассматриваемом случае)  $\theta_y(t)$  – тоже постоянная величина:

$$\theta_y(t) = C \quad (10.11)$$

Таким образом,  $\theta(t)$  и  $\dot{\theta}(t)$  запишутся в виде

$$\theta(t) = B \cdot e^{-t/T} + C \quad (10.12)$$

$$\dot{\theta}(t) = -\frac{1}{T} \cdot B \cdot e^{-t/T} + 0 \quad (10.13)$$

Подставляя значения  $\theta(t)$  и  $\dot{\theta}(t)$  в (10.7), получим

$$T \left( -\frac{1}{T} \cdot B \cdot e^{-t/T} \right) + B \cdot e^{-t/T} + C = \theta_0$$

или

$$-B \cdot e^{-t/T} + B \cdot e^{-t/T} + C = \theta_0$$



После приведения подобных (в последнем соотношении) определяется значение  $C = \theta_0$ .

Подставляя значение  $C = \theta_0$  в (10.12), получим

$$\theta(t) = B \cdot e^{-t/T} + \theta_0.$$

Для нахождения постоянной интегрирования «В» воспользуемся начальными условиями (при  $t = 0$   $\theta(t) = 0$ ).

$$0 = B \cdot e^0 + \theta_0.$$

Учитывая, что  $e^0 = 1$ , находим, что постоянная интегрирования  $B = -\theta_0$ .

Итак, окончательно решение дифференциального уравнения (10.5) запишется в виде

$$\theta(t) = -\theta_0 \cdot e^{-t/T} + \theta_0 = \theta_0(1 - e^{-t/T}). \quad (10.14)$$

Таким образом, при скачкообразном изменении температуры окружающей среды температура датчика изменяется по экспоненциальному закону. График зависимости  $\theta = f(t)$  в соответствии с выражением (10.14) приведен на рис. 10.3.

Отметим, что с погрешностью  $\pm 5\%$  переходный процесс заканчивается за время, равное трем постоянным времени датчика  $T$ , т. е. через  $t = 3T$  можно считать, что с указанной погрешностью температура датчика становится равной температуре окружающей среды.

За время  $t = 5T$  переходный процесс заканчивается с погрешностью  $\pm 1\%$ .

Другими словами, за время  $3T$  проходит 95 % переходного процесса, а за время  $5T$  проходит 99 % переходного процесса.

Таким образом, постоянная времени  $T$  характеризует тепловую инерционность датчика. При больших  $T$  датчик медленно реагирует на изменения температуры окружающей среды, а при малых  $T$  датчик быстро «отрабатывает» изменения температуры.

В паспортных данных датчиков обычно приводятся значения не постоянной времени  $T$ , а значения близкой к ней величины, называемой «показатель тепловой инерции (ПТИ)». ПТИ по определению – это время, необходимое для

того, чтобы при внесении датчика в среду с постоянной температурой разность температур среды и любой точки внесенного в нее датчика стала равной 0,37 того значения, которое она имела бы в момент наступления регулярного теплового режима [51].

Различают датчики малоинерционные (ПТИ < 10 секунд), датчики средней инерционности (ПТИ от 10 до 60 секунд) и датчики большой инерционности (ПТИ > 60 секунд).

Метод определения показателя тепловой инерции изложен в литературе (см., например, [27]) и в настоящем учебном пособии не рассматривается. Значения показателя тепловой инерции для различных типов датчиков приведены, например, в справочнике [37].

#### Операторный метод анализа

При операторном методе решения дифференциального уравнения (10.5) необходимо его представить в виде операторного изображения, используя для этого преобразование Лапласа (подробней см. в литературе [29–32]):

$$T \cdot [p \cdot \theta(p) - \theta(0)] + \theta(p) = \theta_0 / p \quad (10.15)$$

где  $\theta(p)$  – изображение по Лапласу оригинала  $\theta(t)$ ;

$\theta(0)$  – значение  $\theta(t)$  при  $t = 0$ .

Начальные условия для рассматриваемого уравнения сформулированы выше (отметим, что при  $t = 0$   $\theta(0) = 0$ ;  $\theta_c(0) = \theta_0$ ).

Решая уравнение (10.15) относительно  $\theta(p)$  с учетом начальных условий, получим

$$\theta(p) = \frac{\theta_0}{p(Tp + 1)} \quad (10.16)$$

Для перехода от изображения  $\theta(p)$  к оригиналу  $\theta(t)$  воспользуемся данными табл. 10.1.

Таблица 10.1

## Значения оригиналов и их изображений по Лапласу

№ п/п	Оригинал	Изображение
1	2	3
1	A	$\frac{A}{p}$
2	t	$1/p^2$
3	$f(t)$	$F(p)$
4	$e^{-\alpha t}$	$\frac{1}{p + \alpha}$
6	$t \cdot e^{-\alpha t}$	$\frac{1}{(p + \alpha)^2}$
7	$\frac{t}{\alpha} - \frac{1}{\alpha^2} + \frac{e^{-\alpha t}}{\alpha^2}$	$\frac{1}{p^2(p + \alpha)}$
5	$1 - e^{-\alpha t}$	$\frac{\alpha}{p(p + \alpha)}$

Для приведения выражения (10.16) к табличному виду разделим числитель и знаменатель этого выражения на величину  $T$ . При этом равенство (10.16) принимает вид

$$\theta(p) = \theta_0 \frac{1/T}{p(p + 1/T)} \quad (10.17)$$

Выражение (10.17) соответствует табличному значению изображения, приведенного в таблице под номером «5» (при  $a = 1/T$ ).

Тогда в соответствии с таблицей оригинал изображения (10.17) запишется в виде

$$\theta(t) = \theta_0(1 - e^{-t/T}). \quad (10.18)$$

Выражение (10.18) полностью совпадает с выражением (10.14), которое получено классическим методом. Соответственно полностью правомерны выводы по результатам решения дифференциального уравнения (10.5), сделанные выше.

### 10.3. Линейное изменение температуры

#### Начальные условия

При линейном изменении температуры окружающей среды, окружающей датчик (рис. 10.4), исследуемое дифференциальное уравнение (10.4) принимает следующий вид:

$$T \cdot \dot{\theta}(t) + \theta(t) = \theta_0 + b \cdot t \quad (10.19)$$

где  $b$  – коэффициент, характеризующий скорость линейного изменения температуры окружающей среды.

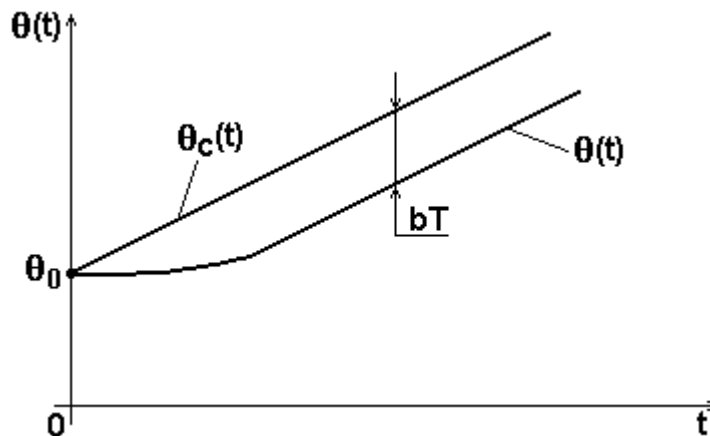


Рис. 10.4. Графики зависимостей  $\theta_c(t)$  и  $\theta(t)$  при линейном изменении температуры окружающей среды:  $\theta_c(t)$  – температура окружающей среды;  $\theta(t)$  – температура датчика

Начальные условия в рассматриваемом случае запишутся

$$\text{для } t = 0 \quad \theta(t) = 0, \quad \theta_c = \theta_0$$

#### Классический метод анализа

При классическом методе анализа дифференциального уравнения (10.19) остаются в силе положения, изложенные выше.

Величины  $\theta_n(t)$  и  $\theta_y(t)$  при этом принимают вид

$$\theta_n(t) = B \cdot e^{-t/T}, \quad (10.20)$$

$$\theta_y(t) = C + D \cdot t, \quad (10.21)$$

где  $B$  – постоянная интегрирования;

$C$  и  $D$  – постоянные коэффициенты.

Соответственно  $\theta(t)$  и  $\dot{\theta}(t)$  и запишутся в виде

$$\theta(t) = B \cdot e^{-t/T} + C + D \cdot t, \quad (10.22)$$

$$\dot{\theta}(t) = -\frac{1}{T} B \cdot e^{-t/T} + D. \quad (10.23)$$

Подставляя значения  $\theta(t)$  и  $\dot{\theta}(t)$  в исходное дифференциальное уравнение (10.19), получим

$$T \left[ -\frac{1}{T} \cdot B \cdot e^{-\frac{t}{T}} + D \right] + B \cdot e^{-\frac{t}{T}} + C + D \cdot t = \theta_0 + b \cdot t. \quad (10.24)$$

Раскрыв скобки и выполнив приведение подобных, приводим выражение (10.24) к виду

$$T \cdot D + C + D \cdot t = \theta_0 + b \cdot t. \quad (10.25)$$

Уравнение (10.25) правомерно, если равны коэффициенты при переменной величине  $t$ , имеющей равные степени.

Отсюда получим:

$$\text{для } t^0 \quad T \cdot D + C = \theta_0, \quad (10.26)$$

$$\text{для } t^1 \quad D = b. \quad (10.27)$$

Совместное решение уравнений (10.26) и (10.27) дает значение коэффициента  $C$ :

$$C = \theta_0 - b \cdot T \quad (10.28)$$

Подставляя значения коэффициентов  $D$  и  $C$  в уравнение (10.28), получим

$$\theta(t) = B \cdot e^{-t/T} + \theta_0 - b \cdot T + b \cdot t. \quad (10.29)$$

Для определения постоянной интегрирования  $B$  воспользуемся начальными условиями (при  $t = 0$   $\theta(0) = \theta_0$ ):

$$\theta_0 = B \cdot e^0 + \theta_0 - b \cdot T + b \cdot 0, \quad (10.30)$$

откуда получаем

$$B = b \cdot T. \quad (10.31)$$

В окончательном виде температура датчика запишется в виде

$$\theta(t) = \theta_0 + b \cdot t - b \cdot T(1 - e^{-t/T}). \quad (10.32)$$

График зависимости  $\theta = f(t)$  для рассматриваемого случая приведен на рис. 10.4.

Приведенный анализ позволяет сделать следующие выводы:

1) при линейном изменении температуры окружающей среды температура датчика не равна этой температуре даже после окончания переходного процесса (при  $t \rightarrow \infty$ );

2) температура датчика меньше температуры окружающей среды на величину  $b \cdot T$ , где  $b$  – коэффициент, характеризующий скорость изменения температуры среды, а  $T$  – постоянная времени датчика, характеризующая его тепловую инерцию;

3) динамическая погрешность при измерении линейно изменяющейся температуры окружающей среды датчиком с постоянной времени  $T$  растет с ростом величин « $b$ » и « $T$ » и уменьшается при уменьшении величин « $b$ » и « $T$ ».

#### Операторный метод анализа

В операторной форме уравнение (10.19) принимает вид

$$T[p \cdot \theta(p) - \theta(0)] + \theta(p) = \theta_0 / p + b / p^2, \quad (10.33)$$

где  $\theta(p)$  – изображение по Лапласу оригинала  $\theta(t)$ ;

$\theta(0)$  – значение  $\theta(t)$  при  $t = 0$ .

Начальные условия в рассматриваемом случае сформулированы выше (отметим, что при  $t = 0$   $\theta(t) = \theta_0$ ; т. е.  $\theta(0) = \theta_0$ ).

Решая уравнение (10.33) относительно  $\theta(p)$  с учетом начальных условий, получим

$$\theta(p) = \frac{b + p \cdot \theta_0 + p^2 \cdot \theta_0 \cdot T}{p^2(Tp + 1)} \quad (10.34)$$

или

$$\theta(p) = \frac{b}{p^2(Tp + 1)} + \frac{\theta_0}{Tp + 1} + \frac{\theta_0 \cdot T}{Tp + 1} \quad (10.35)$$

Для приведения выражения (10.35) к табличному виду (см. табл. 10.1) разделим числитель и знаменатель этого выражения на величину  $T$ .

После деления на величину  $T$  и проведения необходимых преобразований выражение (10.35) примет вид

$$\theta(p) = \frac{b}{T} \cdot \frac{1}{p^2(p+1/T)} + \theta_0 \cdot \frac{1/T}{p(p+1/T)} + \theta_0 \cdot \frac{1}{p+1/T} \quad (10.36)$$

Первый член выражения (10.36) соответствует изображению, приведенному в табл. 10.1 под номером 7, второй – под номером 5 и третий – под номером 4 (при  $a = 1/T$ ).

Оригинал изображения (10.36) имеет вид

$$\theta(t) = \frac{b}{T} \cdot \left( \frac{t}{1/T} - \frac{1}{1/T^2} + \frac{e^{-t/T}}{1/T^2} \right) + \theta_0(1 - e^{-t/T}) + \theta_0 \cdot e^{-t/T} \quad (10.37)$$

Раскрыв скобки и выполнив приведение подобных, окончательно получим

$$\theta(t) = \theta_0 + b \cdot t - bT(1 - e^{-t/T}) \quad (10.38)$$

Выражение (10.38) целиком совпадает с выражением (10.32), полученным при анализе исследуемого дифференциального уравнения классическим методом. Соответственно полностью правомерны выводы, сделанные выше и для рассматриваемого случая при анализе дифференциального уравнения (10.19) операторным методом.

## 11. МОСТОВЫЕ ИЗМЕРИТЕЛЬНЫЕ СХЕМЫ

### 11.1. Общие положения

В данной главе рассмотрены основные соотношения и терминология, используемые при анализе четырехплечих мостовых измерительных схем постоянного тока (рис. 11.1).

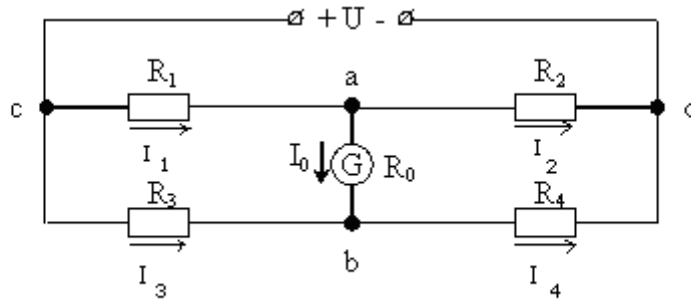


Рис. 11.1. Принципиальная электрическая схема четырехплечего измерительного моста:

$U$  – напряжение источника питания;  $G$  – измерительный прибор (например, микроамперметр магнитоэлектрической системы);  $a-b$  – измерительная диагональ;  $c-d$  – питающая диагональ;  $c-a$  – первое,  $a-d$  – второе,  $c-b$  – третье,  $b-d$  – четвертое плечи мостовой схемы;  $R_0$  – внутренне сопротивление прибора в измерительной диагонали;  $I_0$  – ток в измерительной диагонали

В рассматриваемом случае сопротивления плеч мостовой измерительной схемы равны  $R_1, R_2, R_3, R_4$ .

Ток в измерительной диагонали  $I_0$  связан с остальными параметрами мостовой схемы соотношением

$$I_0 = U \cdot \frac{R_1 R_4 - R_2 R_3}{R_0 (R_1 + R_2)(R_3 + R_4) + R_1 R_2 (R_3 + R_4) + R_3 R_4 (R_1 + R_2)}. \quad (11.1)$$

Соотношение (11.1) может быть получено путем анализа мостовой измерительной схемы, приведенной на рис. 11.1, одним из методов электротехники (например, с использованием первого и второго законов Кирхгофа). Выражение (11.1) обычно именуют основным соотношением для таковой мостовой измерительной схемы.

При равновесии мостовой схемы ток в измерительной диагонали  $I_0$  тождественно равен нулю. Отметим также, что если в момент считывания показаний



ний ток  $I_0 = 0$ , то мостовая схема называется равновесной, а если в момент считывания показаний ток  $I_0 \neq 0$ , то мостовая схема называется неравновесной.

Если значение  $R_0$  (см. рис. 11.1) во много раз превосходит каждое из сопротивлений плеч моста, то мостовая схема называется потенциальной. Для потенциальных мостовых измерительных схем обычно принимают  $R_0 \rightarrow \infty$ , что позволяет считать ток  $I_0 = 0$  и в качестве выходной величины рассматривать напряжение на измерительной диагонали  $U_0$ .

В этом случае падение напряжения на измерительной диагонали  $U_0 = U_{ab}$  запишется в виде

$$U_0 = U_{ab} = U_a - U_b, \quad (11.2)$$

где  $U_a$  – потенциал точки  $a$ ;

$U_b$  – потенциал точки  $b$ .

$$U_a = I_1 \cdot R_1 = R_1 \cdot \frac{U}{R_1 + R_2}, \quad (11.3)$$

$$U_b = I_3 \cdot R_3 = R_3 \cdot \frac{U}{R_3 + R_4}, \quad (11.4)$$

где  $U$ ,  $R_1$ ,  $R_2$ ,  $R_3$ ,  $R_4$  – определены выше.

Подставляя значения  $U_a$  и  $U_b$  в (11.2), получим

$$U_0 = U \frac{R_1(R_3 + R_4) - R_3 \cdot (R_1 + R_2)}{(R_1 + R_2) \cdot (R_3 + R_4)} \quad (11.5)$$

После раскрытия скобок и приведения подобных выражение (11.5) принимает вид

$$U_0 = U \frac{R_1 \cdot R_4 - R_2 \cdot R_3}{(R_1 + R_2)(R_3 + R_4)}. \quad (11.6)$$

Выражение (11.6) обычно именуют основным соотношением для потенциальной мостовой схемы.

При равновесии потенциальной мостовой схемы напряжение в измерительной диагонали  $U_0$  тождественно равно нулю. Отметим также, что если в момент считывания показаний напряжение  $U_0 = 0$ , то любая мостовая схема на-

зывается равновесной, а если в момент считывания показаний напряжение  $U_0 \neq 0$ , то мостовая схема называется неравновесной.

Выражения (11.1) и (11.6) свидетельствуют, что как для токовой, так и для потенциальной мостовых измерительных схем равновесие наступает при выполнении условия

$$R_1 \cdot R_4 = R_2 \cdot R_3, \quad (11.7)$$

где  $R_1$ ,  $R_2$ ,  $R_3$  и  $R_4$  – определены выше.

Подробный анализ равновесных и неравновесных мостовых измерительных схем с выходом по току («токовые схемы») и с выходом по напряжению («потенциальные схемы») приводится ниже, в последующих главах учебного пособия.

Мостовые схемы с токовым выходом («токовые схемы») используются в том случае, когда внутреннее сопротивление измерительного прибора  $R_0$  примерно равно каждому из сопротивлений плеч моста  $R_1$ ,  $R_2$ ,  $R_3$ ,  $R_4$  или отличается от них не более чем в 15–20 раз.

## 11.2. Основные соотношения при исследовании чувствительности

Для мостовых измерительных схем могут быть определены их чувствительности по мощности  $S(P_0)$ , по напряжению  $S(U_0)$  и по току  $S(I_0)$ .

$$S(P_0) = \lim_{\Delta R \rightarrow 0} \frac{\Delta P_0}{\Delta R}, \quad (11.8)$$

$$S(U_0) = \lim_{\Delta R \rightarrow 0} \frac{\Delta U_0}{\Delta R}, \quad (11.9)$$

$$S(I_0) = \lim_{\Delta R \rightarrow 0} \frac{\Delta I_0}{\Delta R}, \quad (11.10)$$

где  $P_0$ ,  $U_0$ ,  $I_0$  – соответственно мощность, напряжение и ток в измерительной диагонали;

$\Delta P_0$ ,  $\Delta U_0$ ,  $\Delta I_0$  – изменения мощности, напряжения и тока в измерительной диагонали;

$\Delta R$  – изменение сопротивления датчика (вызвавшее изменение мощности, напряжения или тока в измерительной диагонали мостовой схемы).

При размещении датчика в 1–м плече мостовой схемы  $\Delta R = \Delta R_1$ , при размещении во 2–м плече  $\Delta R = \Delta R_2$  и т. д. При размещении нескольких датчиков в одном, двух или нескольких плечах мостовой схемы  $\Delta R$  имеет некоторое эквивалентное значение, зависящее от числа датчиков и от их размещения. Порядок определения эквивалентных значений  $\Delta R$  рассмотрен ниже, в последующих главах учебного пособия.

Чувствительность по мощности, напряжению и току может быть оценена по приближенным формулам:

$$S(P_0) \approx \frac{\Delta P_0}{\Delta R}, \quad (11.11)$$

$$S(U_0) \approx \frac{\Delta U_0}{\Delta R}, \quad (11.12)$$

$$S(I_0) \approx \frac{\Delta I_0}{\Delta R}. \quad (11.13)$$

Чувствительность по мощности рассматривается в том случае, когда в измерительной диагонали включен прибор, внутреннее сопротивление которого соизмеримо с сопротивлениями плеч мостовой схемы. Например, при использовании приборов магнитоэлектрической системы, что обычно имеет место на практике, справедливо соотношение

$$\alpha = k \cdot \sqrt{\frac{P_0}{R_0}} \quad (11.14)$$

где  $\alpha$  – показание прибора;  $k$  – постоянный коэффициент;  $P_0$  – мощность, потребляемая прибором;  $R_0$  – внутреннее сопротивление прибора.

Таким образом, при  $R_0 = \text{const}$  показания выходного прибора пропорциональны корню квадратному из мощности, потребляемой прибором.

Чувствительность по напряжению рассматривается в том случае, когда в измерительную диагональ включен прибор, внутреннее сопротивление которого значительно больше сопротивлений плеч мостовой схемы ( $R_0 \rightarrow \infty$ ). На практике этот случай имеет место, когда в качестве измерителей используются, например, электронные вольтметры.

### 11.3. Основные соотношения при исследовании линейности

В данном параграфе учебного пособия приводятся основные соотношения при исследовании линейности четырехплечих мостовых измерительных схем (см. рис. 11.1) постоянного тока с выходом по току и по напряжению.

О линейности (или нелинейности) токовых мостовых измерительных схем можно судить по характеру зависимости (11.15), получаемой из (11.1) при изменении сопротивления датчика (или датчиков).

$$I_0 = f(\Delta R), \quad (11.15)$$

где  $I_0$  – ток в измерительной диагонали;

$\Delta R$  – изменение сопротивления датчика.

Линейность (или нелинейность) потенциальных мостовых измерительных схем характеризуется видом зависимости (11.16), получаемой из (11.16) при  $\Delta R \neq 0$ .

$$U_0 = f(\Delta R), \quad (11.16)$$

где  $U_0$  – напряжение на измерительной диагонали.

При анализе соотношений (11.15) и (11.14) обычно рассматривают несколько вариантов мостовых схем:

- 1) с одним датчиком ( $\Delta R \neq 0$  в одном плече схемы);
- 2) с двумя датчиками ( $\Delta R \neq 0$  в двух плечах схемы);
- 3) с тремя датчиками ( $\Delta R \neq 0$  в трех плечах схемы);
- 4) с четырьмя датчиками ( $\Delta R \neq 0$  в четырех плечах схемы).

Для анализа линейности неравновесных мостовых измерительных схем удобно принять следующие обозначения:

- 1) текущее сопротивление датчика в первом плече схемы  $R_{g1} = R_1 + \Delta R_1$ ,
- 2) во втором плече  $R_{g2} = R_2 + \Delta R_2$ ,
- 3) в третьем плече  $R_{g3} = R_3 + \Delta R_3$ ,
- 4) в четвертом плече  $R_{g4} = R_4 + \Delta R_4$ ,
- 5) где  $R_1, R_2, R_3, R_4$  – начальные (исходные) сопротивления датчиков;
- 6)  $\Delta R_1, \Delta R_2, \Delta R_3, \Delta R_4$  – изменение сопротивления соответствующих датчиков.

## 12. НЕРАВНОВЕСНЫЕ ТОКОВЫЕ МОСТОВЫЕ ИЗМЕРИТЕЛЬНЫЕ СХЕМЫ

### 12.1. Чувствительность токовых мостовых схем

#### 12.1.1. Общие положения

Исследование чувствительности неравновесных токовых мостовых измерительных схем проводится при допущении, что используется один датчик, включенный в первое плечо мостовой схемы (рис. 12.1).

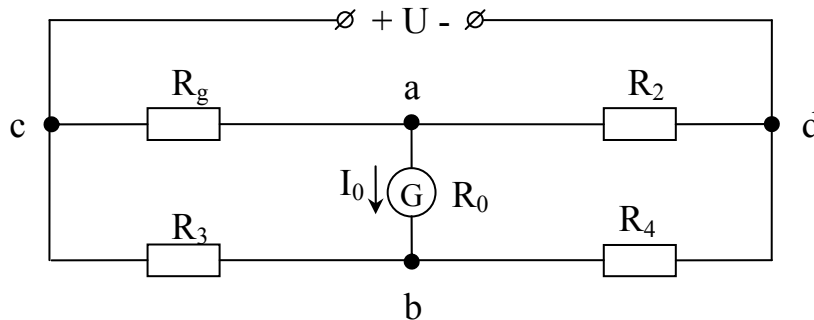


Рис. 12.1. Принципиальная схема неравновесного токового моста  
с одним датчиком

Для схемы, приведенной на рис. 12.1, ток в измерительной диагонали мостовой схемы  $I_0$  имеет значение:

$$I_0 = U \frac{R_g R_4 - R_2 R_3}{R_0 (R_g + R_2)(R_3 + R_4) + R_g R_2 (R_3 + R_4) + R_3 R_4 (R_g + R_2)}, \quad (12.1)$$

где  $U$  – напряжение питания;

$R_0$  – сопротивление прибора в измерительной диагонали мостовой схемы;

$R_g$  – сопротивление датчика;

$R_2, R_3, R_4$  – сопротивление плеч моста.

Дальнейший анализ рассматриваемой мостовой схемы проводится при следующих допущениях:

- 1) сопротивление датчика  $R_g$  определяется соотношением

$$R_g = R_1 + \Delta R_1, \quad (12.2)$$

где  $R_1$  – начальное (исходное) сопротивление датчика;

$\Delta R_1$  – изменение сопротивления датчика;

2) изменение сопротивления датчика много меньше сопротивления самого датчика, т. е.

$$\Delta R_1 \ll R_1, \quad (12.3)$$

где  $\Delta R_1$  и  $R_1$  – определены выше;

3) в исходном состоянии мостовая схема уравновешена, т.е. справедливо равенство

$$R_1 \cdot R_4 = R_2 \cdot R_3, \quad (12.4)$$

где  $R_1, R_2, R_3$  и  $R_4$  – определены выше.

С учетом условий (12.2), (12.3) и (12.4) выражение (12.1) для тока  $I_0$  в измерительной диагонали мостовой схемы принимает вид

$$I_0 = U \frac{\Delta R_1 \cdot R_4}{R_0(R_1 + \Delta R_1 + R_2)(R_3 + R_4) + R_2(R_1 + \Delta R_1)(R_3 + R_4) + R_3 R_4(R_1 + \Delta R_1 + R_4)}, \quad (12.5)$$

где  $I_0, U, R_0, R_1, R_2, R_3, R_4, \Delta R_1$  – определены выше.

В зависимости от соотношения параметров различают следующие виды мостовых схем:

- 1) первой симметрии ( $R_1 = R_2; R_3 = R_4$ );
- 2) второй симметрии ( $R_1 = R_3; R_2 = R_4$ );
- 3) равноплечие ( $R_1 = R_2 = R_3 = R_4$ );
- 4) асимметричные ( $R_1 \neq R_2; R_3 \neq R_4$ ).

Используя выражение (12.5), можно получить значения тока  $I_0$  для каждого вида мостовых схем (для схем первой симметрии, второй симметрии, равноплечих и асимметричных).

Для схемы первой симметрии

$$I_0 = U \frac{\Delta R_1}{2R_0(2R_1 + \Delta R_1) + 2R_1(R_1 + \Delta R_1) + R_4(2R_1 + \Delta R_1)} \quad (12.6)$$

Для схемы второй симметрии

$$I_0 = U \frac{\Delta R_1}{R_0(R_1 + R_4 + \Delta R_1)(R_1 + R_4) + R_4(R_1 + \Delta R_1)(R_1 + R_4) + R_1 R_4(R_1 + R_4 + \Delta R_1)} \quad (12.7)$$

Для равноплечей схемы

$$I_0 = U \frac{\Delta R_1}{2R_0(2R_1 + \Delta R_1) + 2R_1(R_1 + \Delta R_1) + R_1(2R_1 + \Delta R_1)}. \quad (12.8)$$

Для асимметричной схемы

$$I_0 = U \frac{\Delta R_1}{R_0(R_1 + R_2 + \Delta R_1)(R_3 + R_4) + R_2(R_1 + \Delta R_1)(R_3 + R_4) + R_3R_4(R_1 + R_2 + \Delta R_1)}. \quad (12.9)$$

Считая, что  $R_1 \gg \Delta R_1$  и пренебрегая в силу этого значением  $\Delta R_1$  в знаменателе соотношений (11.4), (11.5), (11.6), (11.7), получим следующие уравнения:

для схемы первой симметрии

$$I_0 = U \cdot \frac{\Delta R_1}{4R_0R_1 + 2R_1^2 + 2R_1R_4}; \quad (12.10)$$

для схемы второй симметрии

$$I_0 = U \cdot \frac{\Delta R_1 R_4}{R_0(R_1 + R_4)^2 + 2R_1R_4(R_1 + R_4)}; \quad (12.11)$$

для равноплечей схемы

$$I_0 = U \cdot \frac{\Delta R_1}{4R_0R_1 + 4R_1^2}; \quad (12.12)$$

для асимметричной схемы

$$I_0 = U \cdot \frac{\Delta R_1 R_4}{R_0(R_1 + R_2) + (R_3 + R_4) + R_2R_1(R_3 + R_4) + R_3R_4(R_1 + R_2)}. \quad (12.13)$$

где  $I_0$ ,  $U$ ,  $\Delta R_1$ ,  $R_0$ ,  $R_1$ ,  $R_2$ ,  $R_3$ ,  $R_4$  – определены выше.

Полученные соотношения (12.10), (12.11), (12.12) и (12.13) позволяют проанализировать рассматриваемые мостовые измерительные схемы с точки зрения их чувствительности и линейности. Соответствующие исследования приведены ниже, в последующей главе учебного пособия.

### **12.1.2. Основные соотношения**

В главе 11 (пп. 11.1 и 11.2) показано, что чувствительность токовых мостовых схем при использовании электромеханических приборов для измерения тока  $I_0$  тем выше, чем большая мощность выделяется в измерительной диагонали моста. Отсюда следует, что для токовых мостовых схем необходимо рас-

сма́тривать чувствительность по мощности (см. выражения (11.8) и (11.11), приведенные в п. 11.2 учебного пособия).

Тогда для рассмотренных схем (первой и второй симметрий, равноплечей и асимметричной) правомерны нижеследующие соотношения.

#### Схемы первой симметрии

Мощность, выделяемая в измерительной диагонали мостовой схемы, определяется соотношением

$$P_0 = I_0^2 \cdot R_0, \quad (12.14)$$

где  $I_0$  – ток в измерительной диагонали;

$R_0$  – внутреннее сопротивление прибора, включенного в измерительную диагональ.

Значение тока  $I_0$  для схемы первой симметрии оценивается по выражению (12.10), приведенному выше. Для дальнейшего анализа выражение (12.10) удобно преобразовать, разделив числитель и знаменатель на  $R_1$  и введя обозначение  $\varepsilon = \frac{\Delta R_1}{R_1}$ . Тогда выражение (12.10) примет вид

$$I_0 = U \frac{\varepsilon}{4R_0 + 2R_1 + 2R_4}, \quad (12.15)$$

где  $\varepsilon$  – относительное измерение сопротивления датчика.

Подставляя в (12.14) значение тока  $I_0$ , получим

$$P_0 = U^2 \varepsilon^2 \frac{R_0}{(4R_0 + 2R_1 + 2R_4)^2} \quad (12.16)$$

Как показано выше, чувствительность мостовой схемы по мощности  $S(P_0)$  может быть оценена (при принятых допущениях) соотношением (12.17).

$$S(P_0) = \frac{P_0}{\Delta R_1}. \quad (12.17)$$

Таким образом, при  $\varepsilon = \text{const}$  чувствительность мостовой схемы прямо пропорциональна мощности, потребляемой в ее измерительной диагонали. Очевидно, что при  $\varepsilon = \text{const}$   $P_0 \rightarrow \max$  (см. (12.16), приведенное выше), если



$U \rightarrow \max$ , а  $R_4 \rightarrow 0$ . Примем, что  $U = \text{const}$  и максимально возможно для рассматриваемой мостовой схемы, а  $R_4 = 0$ . Тогда выражение (12.16) принимает вид

$$P_0 = U^2 \varepsilon^2 \frac{R_0}{(4R_0 + 2R_1)^2}, \quad (12.18)$$

где  $U = \text{const}$ ,  $\varepsilon = \text{const}$ ,  $R_1 = \text{const}$ .

Для оценки значения  $R_0$  необходимо исследовать соотношение (12.18) на максимум. Для этого, как известно, надо найти производную  $\frac{dP_0}{dR_0}$  и приравнять ее нулю.

$$\frac{dP_0}{dR_0} = U^2 \varepsilon^2 \frac{1 \cdot (4R_0 + 2R_1)^2 - R_0 \cdot 2 \cdot (4R_0 + 2R_1) \cdot 4}{(4R_0 + 2R_1)^2} = 0. \quad (12.19)$$

Дробь равна нулю, если ноль – ее числитель. В числителе  $U \neq 0$ ,  $\varepsilon \neq 0$  (по условию). Приравниваем нулю оставшийся сомножитель числителя.

$$(4R_0 + 2R_1)^2 - 8R_0(4R_0 + 2R_1) = 0. \quad (12.20)$$

$$(4R_0 + 2R_1)(4R_0 + 2R_1 - 8R_0) = 0. \quad (12.21)$$

Если произведение двух сомножителей равно нулю, то ноль – один из сомножителей или равны нулю оба сомножителя.

Приравнивая к нулю первый сомножитель соотношения (12.21), получим  $R_0 = -\frac{1}{2}R_1$  и, приравнивая к нулю второй сомножитель, получим  $R_0 = \frac{1}{2}R_1$ . Отрицательное значение сопротивления физического смысла не имеет, и отрицательный корень уравнения (12.21) отбрасывается.

Таким образом, при заданном исходном (начальном) сопротивлении датчика  $R$ , заданном и постоянном его абсолютном приращении  $\Delta R$  (или заданном и постоянном относительном приращении  $\varepsilon$ ) мостовая схема первой симметрии имеет максимальную чувствительность, если выполняются следующие условия:

$$U \rightarrow \max, R_2 = R_1, R_3 = R_4 \rightarrow 0, R_0 = \frac{1}{2}R_1.$$

### Схемы второй симметрии

Мощность, выделяемая в измерительной диагонали мостовой схемы (независимо от вида симметрии), определяется соотношением (12.14), а ток в этой же диагонали для схемы второй симметрии – соотношением (12.11).

Для дальнейшего анализа выражение (12.11) удобно преобразовать, разделив числитель и знаменатель на  $R_1 \cdot R_4$  и введя обозначение  $\varepsilon = \frac{\Delta R_1}{R_1}$ .

В этом случае выражение (12.11) принимает вид

$$I_0 = U \frac{\varepsilon}{\frac{R_0}{R_1 \cdot R_4} \cdot (R_1 + R_4)^2 + 2(R_1 + R_4)}, \quad (12.22)$$

где  $\varepsilon$  – относительное изменение сопротивления датчика.

Преобразуем принципиальную электрическую схему четырехплечего измерительного моста, представленную на рис. 12.1, и представим ее в виде схемы, приведенной на рис. 12.2.

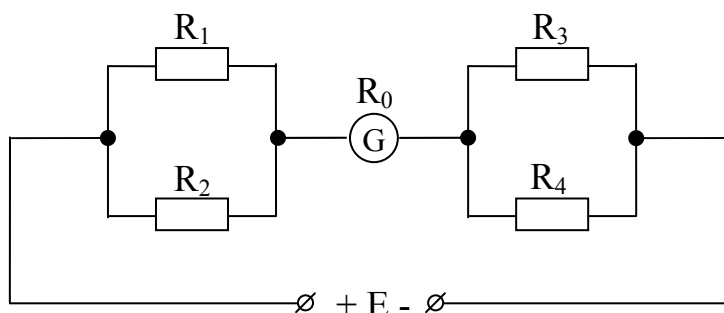


Рис. 12.2. Эквивалентная принципиальная схема четырехплечего моста постоянного тока

На схеме (см. рис. 12.2) величина  $E$  является некоторой эквивалентной ЭДС, зависящей от напряжения питания  $U$  и параметров мостовой схемы.

Рис. 12.2 позволяет заключить, что измеритель « $G$ » питается через некоторое эквивалентное сопротивление  $R_{\text{э}}$ , определяемое соотношением (12.3).

$$R_{\text{э}} = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} + \frac{R_3 R_4}{R_3 + R_4}. \quad (12.23)$$

Учитывая, что для мостовой схемы второй симметрии  $R_1 = R_3$  и  $R_2 = R_4$ , получим

$$R_{\mathcal{O}}' = 2 \cdot \frac{R_1 \cdot R_4}{R_1 + R_4}. \quad (12.24)$$

Для оптимального согласования нагрузки с сопротивлением источника сигнала необходимо, как известно, чтобы сопротивление нагрузки равнялось сопротивлению источника сигнала. В нашем случае необходимо, чтобы внутреннее сопротивление  $R_0$  прибора  $G$ , являющегося нагрузкой для мостовой схемы, равнялось сопротивлению  $R_{\mathcal{O}}'$ , являющемуся сопротивлением эквивалентного источника питания с ЭДС ( $E$ ).

$$R_0 = R_{\mathcal{O}}' = 2 \cdot \frac{R_1 \cdot R_4}{R_1 + R_4}. \quad (12.25)$$

Подставляя найденное значение  $R_0$  в (12.22), получим

$$I_0 = U \frac{\varepsilon}{4(R_1 + R_4)}. \quad (12.26)$$

Подставляя найденное значение тока  $I_0$  в (12.14), получим для мощности в измерительной диагонали:

$$P_0 = I_0^2 \cdot R_0 = U^2 \cdot \varepsilon^2 \cdot \frac{R_1 \cdot R_4}{8(R_1 + R_4)^3} = 0. \quad (12.27)$$

Для оценки значения  $R_4$  необходимо исследовать соотношение (12.27) на максимум. Для этого, как известно, надо найти первую производную  $\frac{dP_0}{dR_0}$  и приравнять ее нулю.

$$\frac{dP_0}{dR_4} = U^2 \cdot \varepsilon^2 \cdot \frac{R_1 \cdot 8(R_1 + R_4)^3 - R_1 R_4 \cdot 24(R_1 + R_4)^2 \cdot 1}{64 \cdot (R_1 + R_4)^6} = 0. \quad (12.28)$$

Решая уравнение (12.28) относительно  $R_4$ , получим

$$R_4 = \frac{2}{3} R_1. \quad (12.29)$$

Подставляя найденное значение  $R_4$  в (12.22), получим

$$R_0 = \frac{2}{3} R_1. \quad (12.30)$$

Таким образом, при заданном начальном сопротивлении датчика  $R$  и принятых допущениях мостовая схема второй симметрии имеет максимальную чувствительность по мощности при  $U \rightarrow \max$ :

$$R_3 = R_1 R_4 = \frac{1}{2} R_1 R_0 = \frac{2}{3} R_1.$$

#### Равноплечие мостовые схемы

Независимо от вида симметрии мощность  $P_0$ , выделяемая в измерительной диагонали мостовой схемы, определяется соотношением (12.14).

Ток  $I_0$  в измерительной диагонали равноплечей мостовой схемы определяется соотношением (12.12).

Для дальнейшего анализа чувствительности рассматриваемой мостовой схемы по мощности удобно разделить числитель и знаменатель соотношения (12.12) на  $R_1$  и ввести обозначение  $\varepsilon = \frac{\Delta R_1}{R_1}$ . В этом случае выражение для тока  $I_0$  принимает вид

$$I_0 = U^2 \cdot \varepsilon^2 \cdot \frac{R_0}{(4R_0 + 4R_1)}. \quad (12.31)$$

Подставляя в (12.12) полученное значение тока  $I_0$  (см. выражение (12.31), и приведенное выше), получим

$$P_0 = U^2 \cdot \varepsilon^2 \cdot \frac{R_0}{(4R_0 + 4R_1)^2}. \quad (12.32)$$

Для оценки значения  $R_0$  необходимо исследовать на максимум полученное соотношение (12.32). Для этого найдем первую производную  $\frac{dP_0}{dR_0}$  и приравняем ее нулю

$$\frac{dP_0}{dR_4} = U^2 \cdot \varepsilon^2 \cdot \frac{1(4R_0 + 4R_1)^2 - 2 \cdot (4R_0 + R_1) \cdot 4R_0}{(4R_0 + 4R_1)^4} = 0. \quad (12.33)$$

Решая уравнение (12.33) относительно  $R_0$ , получим

$$R_0 = R_1. \quad (12.34)$$

Таким образом, при заданном сопротивлении датчика и принятых допущениях равноплечевая мостовая схема имеет максимальную чувствительность по мощности при  $U \rightarrow \max$  и  $R_1 = R_2 = R_3 = R_4 = R_0$ .

### Асимметричные мостовые схемы

Независимо от вида симметрии мощность в измерительной диагонали мостовой схемы определяется соотношением (12.14), а ток в этой диагонали для асимметричной схемы – соотношением (12.13).

Для анализа чувствительности асимметричной мостовой схемы по мощности преобразуем принципиальную электрическую схему моста (см. рис. 12.1) и представим ее в виде схемы, приведенной на рис. 12.3.

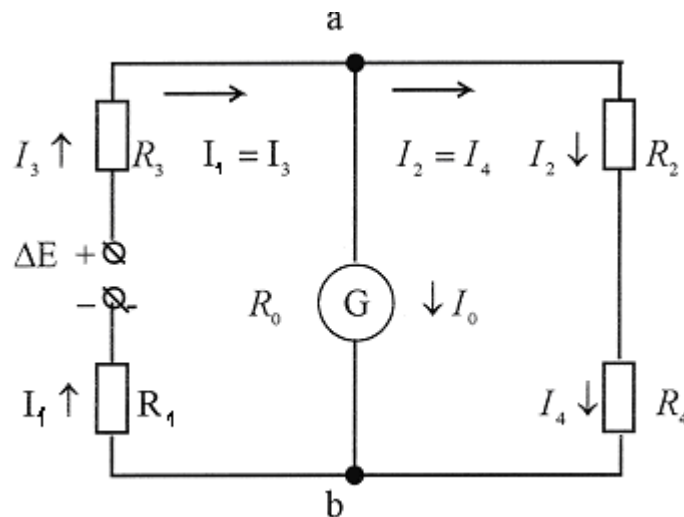


Рис. 12.3. Эквивалентная принципиальная схема четырехплечего моста постоянного тока:  
 $\Delta E$  – эквивалентная ЭДС, зависящая от напряжения питания  $U$  и параметров мостовой схемы;  $R_1$  – сопротивление датчика (начальное)

$\Delta E$  оценивается соотношением

$$\Delta E = \Delta R_1 \cdot I_1, \quad (12.35)$$

где  $\Delta R_1$  – изменение сопротивления датчика;

$I_1$  – ток через датчик.

Отметим, что  $I_1 = I_3$ . По принятому условию  $\Delta R_1 = \text{const}$  и много меньше сопротивления датчика в исходном (начальном) состоянии системы. Тогда справедливо положение, что  $I_1 \cong \text{const}$  и  $\Delta E \cong \text{const}$ .

При постоянстве значений  $\Delta E$  и  $R_0$  максимальное значение мощности в измерительной диагонали моста будет соответствовать максимальному значе-

нию тока  $I_0$ . Ток  $I_0$  (при принятых допущениях) принимает максимальное значение при  $R_0 \rightarrow 0$ , а  $(R_2 + R_4) \rightarrow \infty$ . Считая, что  $\Delta E = \text{const}$ ,  $R_1 = \text{const}$ ,  $R_3 = 0$ ,  $(R_2 + R_4) \rightarrow \infty$ , получим

$$I_0 = \frac{\Delta E}{R_1 + R_0}, \quad (12.36)$$

$$P_0 = I_0 \cdot R_0 = \Delta E^2 \cdot \frac{R_0}{(R_1 + R_0)^2}. \quad (12.37)$$

Для оценки значения  $R_0$  необходимо исследовать на максимум полученное соотношение (12.37).

С этой целью найдем первую производную  $\frac{dP_0}{dR_0}$  и приравняем ее нулю.

$$\frac{dP_0}{dR_0} = \Delta E^2 \cdot \frac{1 \cdot (R_1 + R_0) - 2 \cdot (R_1 + R_0) \cdot R_0}{(R_1 + R_0)^4} = 0. \quad (12.38)$$

Решая уравнение (12.38) относительно  $R_0$ , получим, что  $R_0 = R_1$ . Таким образом, при заданном сопротивлении датчика и принятых допущениях асимметричная мостовая схема имеет максимальную чувствительность по мощности при  $U \rightarrow \text{max}$ ,  $R_2 + R_4 \rightarrow \infty$ ,  $R_3 \rightarrow 0$ ,  $R_0 = R_1$ .

### 12.1.3. Выводы и рекомендации

Проведен анализ чувствительности неравновесных измерительных схем по мощности  $S(P_0)$ . Анализ проведен из предположений, что датчик с сопротивлением  $R_g = R_1 + \Delta R_1$  включен в первое плечо моста, изменение сопротивления датчика  $\Delta R_1 \ll R_1$ , а мостовая схема в исходном (начальном) положении при  $R_g = R_1$  уравновешена, где  $R_1$  – исходное (начальное) сопротивление датчика.

Результаты анализа сведены в таблицу (табл. 12.1). В таблице приведены сведения по чувствительности токовых мостовых измерительных схем (асимметричных, 1-й симметрии, 2-й симметрии, равноплечих или симметричных). Вид рассматриваемой схемы приведен в 1-м столбце таблицы. Во 2-м столбце приведены характеристики мостовых схем, в 3-м – рассматриваемая чувствительность, в 4-м и 5-м – оптимальные соотношения.

Таблица 12.1

**Сводная таблица по результатам анализа чувствительности неравновесных мостовых измерительных схем постоянного тока**

Вид схемы	Характеристика	Рассматриваемая чувствительность	Оптимальные соотношения		$\left(\frac{P_0}{P_1}\right)_{\max}$
			теоретические	практические	
1	2	3	4	5	6
Асимметричная	$R_1 \neq R_2 \neq R_3 \neq R_4$	$S(P_0)$	$R_2 + R_4 \rightarrow \infty,$ $R_3 \rightarrow 0,$ $R_0 \neq R_1$	$R_3 \approx 0,1R_1,$ $R_2 \approx 10R_1,$ $R_4 \approx R_1,$ $R_0 \approx R_1 + R_3$	$\frac{1}{4}\varepsilon^2$
1-й симметрии	$R_1 = R_2,$ $R_3 = R_4$	$S(P_0)$	$R_2 = R_1,$ $R_3 = R_4 \rightarrow 0,$ $R_0 \neq \frac{1}{2}R_1$	$R_1 = R_2,$ $R_3 = R_4 \approx 0,1R_1$ $R_0 \neq \frac{1}{2}(R_1 + R_4)$	$\frac{1}{8}\varepsilon^2$
Равноплечая	$R_1 = R_2 = R_3 = R_4$	$S(P_0)$	$R_0 = R_2 = R_3 = R_4 = R$	Совпадают с теоретическими	$\frac{1}{16}\varepsilon^2$
2-й симметрии	$R_2 = R_4$	$S(P_0)$	$R_2 = R_4 = \frac{1}{2}R_1,$ $R_3 = R_1,$ $R_0 = \frac{2}{3}R_1$	Совпадают с теоретическими	$\frac{1}{24}\varepsilon^2$

Табл. 12.1 содержит сведения по оптимальным параметрам различных типов неравновесных мостовых схем. Приведены как теоретические соотношения, так и практические рекомендации. Последний 6-й столбец таблицы, обозначенный  $\left(\frac{P_0}{P_1}\right)_{\max}$ , позволяет сравнить чувствительность различных типов неравновесных схем между собой. Из этого сравнения следует, что при прочих равных условиях наибольшей чувствительностью среди токовых схем облада-

ют асимметричные схемы, на втором месте по чувствительности – схемы 1-й симметрии, на третьем – равноплечие схемы и на последнем (четвертом) месте по чувствительности находятся мостовые схемы 2-й симметрии.

## 12.2. Линейность токовых мостовых схем

### 12.2.1. Общие положения

Линейность неравновесных токовых мостовых измерительных схем исследуется при допущении, что используются четыре датчика, включенные в первое, второе, третье и четвертое плечо мостовой схемы (рис. 12.4).

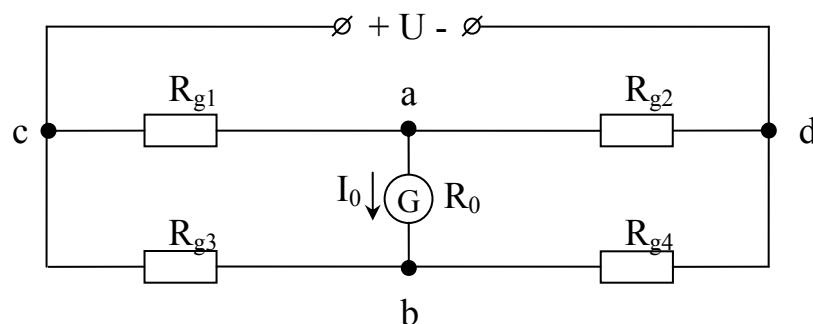


Рис. 12.4. Схема токового моста с четырьмя датчиками

Для схемы, приведенной на рис. 12.4, ток в измерительной диагонали мостовой схемы  $I_0$  запишется в виде

$$I_0 = U \frac{R_{g1} \cdot R_{g4} - R_{g2} \cdot R_{g3}}{R_0(R_{g1} + R_{g2})(R_{g3} + R_{g4}) + R_{g1} \cdot R_{g2}(R_{g3} + R_{g4}) + R_{g3} \cdot R_{g4}(R_{g1} + R_{g2})}, \quad (12.39)$$

где  $U$  – напряжение питания;

$R_0$  – сопротивление прибора в измерительной диагонали мостовой схемы;

$R_{g1}, R_{g2}, R_{g3}, R_{g4}$  – сопротивления датчиков.

Дальнейший анализ рассматриваемой мостовой схемы проводится при следующих допущениях:

- 1) сопротивления датчиков определяются соотношениями

$$R_{g1} = R_1 + \Delta R_1, \quad (12.40)$$

$$R_{g2} = R_2 + \Delta R_2, \quad (12.41)$$

$$R_{g3} = R_3 + \Delta R_3, \quad (12.42)$$

$$R_{g4} = R_4 + \Delta R_4, \quad (12.43)$$



где  $R_1, R_2, R_3$  и  $R_4$  – начальные (исходные) сопротивления датчиков;

$\Delta R_1, \Delta R_2, \Delta R_3$  и  $\Delta R_4$  – измерения сопротивлений датчиков.

2) изменения сопротивлений датчиков много меньше сопротивлений самих датчиков, т. е.

$$\Delta R_1 \ll R_1, \quad (12.44)$$

$$\Delta R_2 \ll R_2, \quad (12.45)$$

$$\Delta R_3 \ll R_3, \quad (12.46)$$

$$\Delta R_4 \ll R_4, \quad (12.47)$$

где  $\Delta R_1, \Delta R_2, \Delta R_3, \Delta R_4, R_1, R_2, R_3$  и  $R_4$  – определены выше;

3) в исходном состоянии мостовая схема уравновешена, т. е.

$$R_1 \cdot R_4 = R_2 \cdot R_3, \quad (12.48)$$

где  $R_1, R_2, R_3$  и  $R_4$  – определены выше.

4) квадраты и кубы приращений датчиков малы и ими можно пренебречь, т. е.  $\Delta R_1^2 \approx 0, \Delta R_1^3 \approx 0, \Delta R_2^2 \approx 0, \Delta R_2^3 \approx 0$  и т. д.

Принятые допущения позволяют значительно упростить соотношение (12.39), которое при подстановке значений сопротивлений датчиков и при выполнении принятых допущений принимает вид

$$I_0 = U \frac{\Delta R_1 \cdot R_4 - \Delta R_2 \cdot R_3 - \Delta R_3 \cdot R_2 + \Delta R_4 \cdot R_1}{A + B \cdot \Delta R_1 + C \cdot \Delta R_2 + D \cdot \Delta R_3 + F \cdot \Delta R_4}, \quad (12.49)$$

где  $A = R_0(R_1 \cdot R_3 + R_1 \cdot R_4 + R_2 \cdot R_3 + R_2 \cdot R_4) + R_1 \cdot R_2 \cdot (R_3 + R_4) + R_3 \cdot R_4 \cdot (R_1 + R_2)$ ;

$$B = R_0 \cdot R_3 + R_0 \cdot R_4 + R_3 \cdot R_4 + R_2 \cdot R_3 + R_2 \cdot R_4;$$

$$C = R_0 \cdot R_3 + R_0 \cdot R_4 + R_3 \cdot R_4 + R_1 \cdot R_3 + R_1 \cdot R_4;$$

$$D = R_0 \cdot R_1 + R_0 \cdot R_2 + R_1 \cdot R_2 + R_1 \cdot R_4 + R_2 \cdot R_4;$$

$$F = R_0 \cdot R_1 + R_0 \cdot R_2 + R_1 \cdot R_2 + R_2 \cdot R_3 + R_1 \cdot R_3.$$

Отметим, что  $R_1, R_2, R_3, R_4$  – постоянные сопротивления, соответствующие исходным сопротивлениям датчиков;  $\Delta R_1, \Delta R_2, \Delta R_3, \Delta R_4$  – приращения (положительные или отрицательные) сопротивлений датчиков;  $A, B, C,$

$D$ ,  $F$  – постоянные коэффициенты, зависящие от значений исходных сопротивлений датчиков и не зависящие от их приращений.

### 12.2.2. Основные соотношения

#### Схемы с одним датчиком

Предполагается, что датчик с начальным (исходным) сопротивлением  $R_1$  расположен в первом плече мостовой схемы. В трех других плечах мостовой схемы установлены постоянные сопротивления  $R_2$ ,  $R_3$  и  $R_4$  (см. рис. 12.4). Приращения сопротивления датчика удовлетворяют условию  $\Delta R_1 \neq 0$ . Все другие приращения тождественно равны нулю. В этом случае выражение (12.49) принимает вид

$$I_0 = U \frac{\Delta R_1 \cdot R_4}{A + B \cdot \Delta R_1}. \quad (12.50)$$

График зависимости  $I_0 = f(\Delta R_1)$  приведен на рис. 12.5.

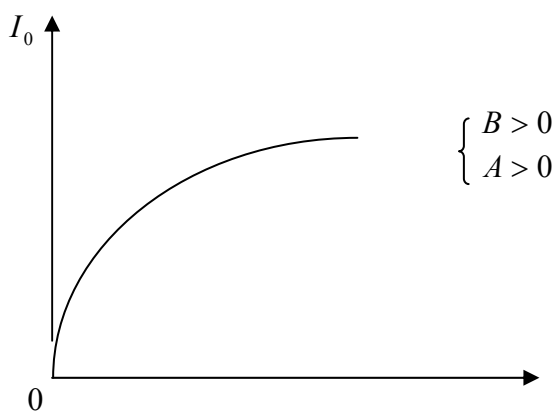


Рис. 12.5. Зависимость  $I_0 = f(\Delta R_1)$  для неравновесной мостовой схемы с одним датчиком (датчик в первом плече)

Соотношение (12.50) и график свидетельствуют о том, что неравновесные мостовые измерительные схемы с одним датчиком, расположенным в первом плече, нелинейны. Этот вывод также справедлив при расположении одного датчика в любом другом плече неравновесной схемы. Последнее утверждение дается без доказательств, но оно может быть легко получено студентами самостоятельно при анализе соотношения (12.49).

#### Схемы с двумя датчиками

##### Датчики в первом и втором плечах моста

Предполагается, что датчики с начальными (исходными) сопротивлениями  $R_1$  и  $R_2$  расположены соответственно в первом и втором плечах мостовой схемы. В двух других плечах мостовой схемы установлены постоянные сопротивления  $R_3$  и  $R_4$ . Приращения сопротивлений датчиков удовлетворяют условию  $|\Delta R_1| = |-\Delta R_2| = |\Delta R|$ . Приращения  $\Delta R_3$  и  $\Delta R_4$  тождественно равны нулю. С учетом допущений, изложенных в п. 12.2.1 и в данном параграфе учебного пособия, выражение (12.49) принимает вид

$$I_0 = U \cdot \frac{\Delta R \cdot (R_3 + R_4)}{A + (B - C) \cdot \Delta R}. \quad (12.51)$$

График зависимости тока в измерительной диагонали мостовой схемы  $I_0$  от приращения сопротивлений датчика  $\Delta R$  при различных соотношениях между  $B$  и  $C$  приведен на рис. 12.6.

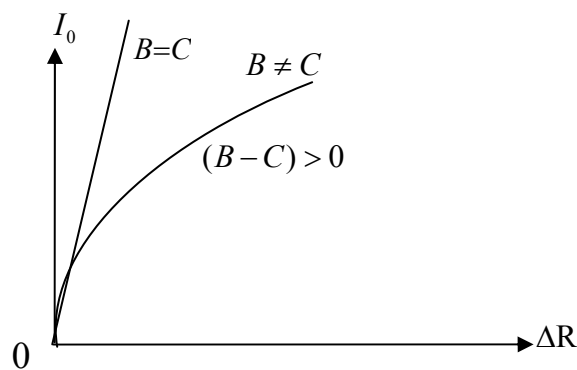


Рис. 12.6. Зависимость  $I_0 = f(\Delta R)$  для неравновесной мостовой схемы с двумя датчиками (датчики в первом и втором плечах схемы)

Анализ зависимости  $I_0 = f(\Delta R)$  позволяет сделать вывод о том, что в общем случае (при  $B \neq C$ ) мостовая схема нелинейна. В частном же случае (при  $B = C$ ) рассматриваемая мостовая схема линейна. Сравнение выражений для коэффициентов  $B$  и  $C$ , приведенных в п. 12.2.1, показывает, что  $B = C$  при  $R_1 = R_2$ .

Таким образом, для линейности мостовой измерительной схемы с двумя датчиками, размещенными в первом и втором плечах схемы, необходимо выполнение двух условий:

1) сопротивления датчиков  $R_1$  и  $R_2$  в исходном состоянии должны быть равны;

2) приращения сопротивлений датчиков  $\Delta R_1$  и  $\Delta R_2$  должны быть равны между собой по абсолютной величине и противоположны по знаку.

Отметим, что положительные приращения сопротивлений датчиков соответствуют увеличению их сопротивлений, а отрицательные приращения соответствуют уменьшению сопротивлений датчиков. Для выполнения второго условия линейности необходимо, чтобы при увеличении сопротивления датчика в первом плече на  $\Delta R_1$  сопротивление датчика во втором плече уменьшилось бы на это же значение.

#### Датчики в первом и четвертом плечах моста

Предполагается, что датчики с начальными сопротивлениями  $R_1$  и  $R_4$  расположены соответственно в первом и четвертом плечах мостовой схемы. Во втором и третьем плечах мостовой схемы установлены постоянные сопротивления  $R_2$  и  $R_3$ . Приращения сопротивлений датчиков удовлетворяют условию  $|\Delta R_1| = |\Delta R_4| = |\Delta R|$ . С учетом допущений, изложенных в п. 12.2.1 и данном параграфе, выражение (12.49) принимает вид

$$I_0 = U \frac{\Delta R \cdot (R_1 + R_4)}{A + (B + F) \cdot \Delta R} \quad (12.52)$$

График зависимости  $I_0 = f(\Delta R)$  приведен на рис. 12.7.

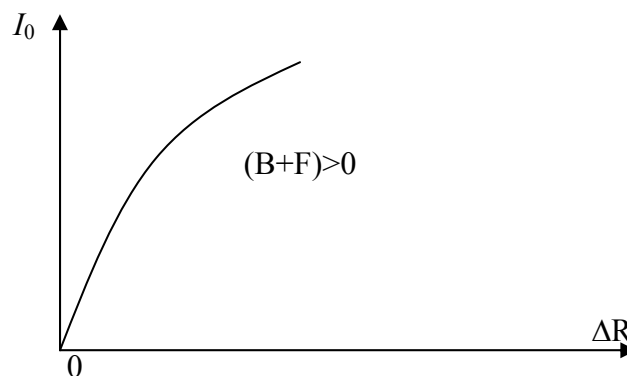


Рис. 12.7. Зависимость  $I_0 = f(\Delta R)$  для неравновесной мостовой схемы с двумя датчиками (датчики в первом и четвертом плечах мостовой схемы)

Анализ зависимости  $I_0 = f(\Delta R)$  позволяет сделать вывод, что мостовая измерительная схема с двумя датчиками в первом и четвертом плечах схемы нелинейна при любом соотношении параметров.

#### Датчики в первом и третьем плечах схемы

Предполагается, что датчики с начальными (исходными) сопротивлениями  $R_1$  и  $R_3$  расположены соответственно в первом и третьем плечах мостовой схемы. В двух других плечах мостовой схемы установлены постоянные сопротивления  $R_2$  и  $R_4$ . Приращения сопротивлений датчиков удовлетворяют условию  $|\Delta R_1| = |-\Delta R_3| = |\Delta R|$ . Приращения сопротивлений  $\Delta R_2$  и  $\Delta R_4$  тождественно равны нулю. С учетом изложенных допущений выражение (12.49) принимает вид

$$I_0 = U \cdot \frac{\Delta R \cdot (R_2 + R_4)}{A + (B - D) \cdot \Delta R}. \quad (12.53)$$

График зависимости  $I_0 = f(\Delta R)$  приведен на рис. 12.8.

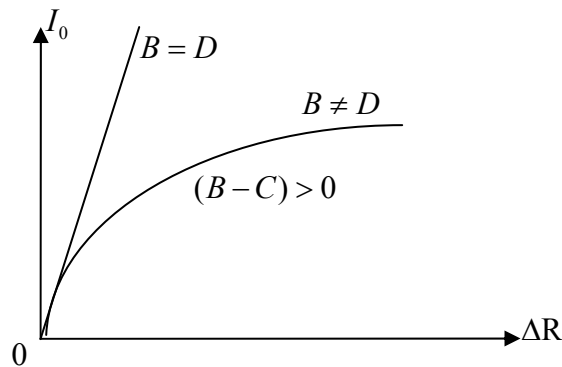


Рис. 12.8. Зависимость  $I_0 = f(\Delta R)$  для неравновесной мостовой схемы с двумя датчиками (датчики в первом и третьем плечах мостовой схемы)

Анализ зависимости  $I_0 = f(\Delta R)$  позволяет сделать вывод о том, что в общем случае (при  $B \neq D$ ) мостовая схема нелинейна. В частном же случае (при  $B = D$ ) рассматриваемая мостовая схема линейна. Для удовлетворения условия  $B = D$  (см. п. 12.2.1) необходимо, чтобы  $R_1 = R_3$ ,  $R_2 = R_4$ ,  $R_3 = R_4$ ,  $R_1 = R_2$ , т. е. сопротивления всех плеч мостовой схемы (в исходном положении при  $\Delta R = 0$ ) должны быть равны между собой.

Таким образом, для линейности мостовой измерительной схемы с двумя датчиками, размещенными в первом и третьем плечах схемы, необходимо выполнение двух условий:

- 1) сопротивления плеч мостовой схемы  $R_1, R_2, R_3, R_4$  при  $\Delta R = 0$  должны быть равны между собой;
- 2) приращения сопротивлений датчиков  $\Delta R_1$  и  $\Delta R_3$  должны быть равны между собой и противоположны по знаку.

Отметим, что анализ проведен для случая, когда приращение  $\Delta R_1$  положительное, а приращение  $\Delta R_3$  – отрицательное.

#### Датчики во втором и четвертом плечах схемы

Предполагается, что датчики с начальными (исходными) сопротивлениями  $R_2$  и  $R_4$  расположены соответственно во втором и четвертом плечах мостовой схемы. В двух других плечах мостовой схемы установлены постоянные сопротивления  $R_1$  и  $R_3$  (см. рис. 12.4). Приращения сопротивлений датчиков  $R_2$  и  $R_4$  удовлетворяют условию  $|\Delta R_2| = |\Delta R_4| = |\Delta R|$ . Приращения сопротивлений  $\Delta R_1$  и  $\Delta R_3$  тождественно равны нулю. С учетом изложенных допущений выражение (12.49) принимает вид

$$I_0 = U \frac{\Delta R \cdot (R_1 + R_4)}{A + (B + F) \cdot \Delta R} \quad (12.54)$$

График зависимости  $I_0 = f(\Delta R)$  приведен на рис. 12.9.

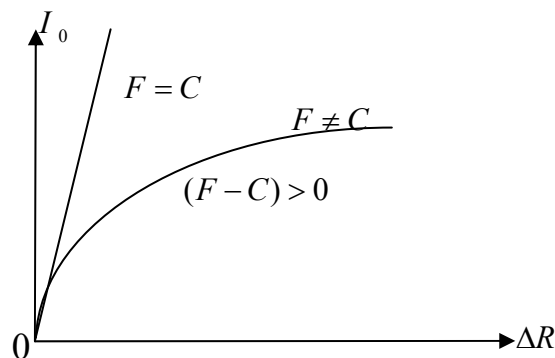


Рис. 12.9. Зависимость  $I_0 = f(\Delta R)$  для неравновесной мостовой схемы с двумя датчиками (датчики во втором и четвертом плечах мостовой схемы)

Анализ зависимости  $I_0 = f(\Delta R)$  позволяет сделать вывод о том, что в общем случае (при  $F \neq C$ ) мостовая схема нелинейна. В частном же случае (при  $F = C$ ) рассматриваемая мостовая схема линейна (см. рис. 12.9). Сравнение выражений  $F$  и  $C$  показывает, что  $F = C$ , если  $R_1 = R_2 = R_3 = R_4$ , т. е. сопротивления всех плеч мостовой схемы (в исходном положении при  $\Delta R = 0$ ) должны быть равны между собой.

Таким образом, для линейности мостовой измерительной схемы с двумя датчиками, размещенными во втором и четвертом плечах схемы, необходимо выполнение двух условий:

- 1) сопротивления плеч мостовой схемы  $R_1, R_2, R_3, R_4$  при  $\Delta R = 0$  должны быть равны между собой;
- 2) приращения сопротивлений датчиков  $\Delta R_2$  и  $\Delta R_4$  должны быть равны между собой и противоположны по знаку.

#### Датчики в третьем и четвертом плечах схемы

Предполагается, что датчики с начальными (исходными) сопротивлениями  $R_3$  и  $R_4$  расположены соответственно в третьем и четвертом плечах мостовой схемы. В двух других плечах мостовой схемы установлены постоянные сопротивления  $R_1$  и  $R_2$  (см. рис. 12.4). Приращения сопротивлений датчиков  $R_3$  и  $R_4$  удовлетворяют условию  $|\Delta R_3| = |\Delta R_4| = |\Delta R|$ . Приращения сопротивлений  $\Delta R_1$  и  $\Delta R_2$  тождественно равны нулю. С учетом изложенных допущений выражение (12.49) принимает вид

$$I_0 = U \cdot \frac{\Delta R \cdot (R_2 + R_4)}{A + (B - D) \cdot \Delta R}. \quad (12.55)$$

График зависимости  $I_0 = f(\Delta R)$  приведен на рис. 12.10.

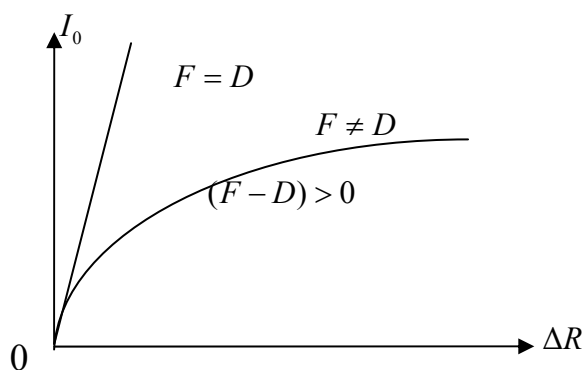


Рис. 12.10. Зависимость  $I_0 = f(\Delta R)$  для неравновесной мостовой схемы с двумя датчиками (датчики в третьем и четвертом плечах мостовой схемы)

Анализ зависимости  $I_0 = f(\Delta R)$  позволяет сделать вывод о том, что в общем случае (при  $F \neq D$ ) мостовая схема нелинейна. В частном же случае (при  $F = D$ ) рассматриваемая мостовая схема линейна. Сравнение выражений  $F$  и  $D$  показывает, что  $F = D$ , если  $R_1 = R_2$ ,  $R_3 = R_4$ , т. е. для линейности схемы в рассматриваемом случае необходимо использовать мостовую схему 1-й симметрии.

Таким образом, для линейности мостовой измерительной схемы с двумя датчиками, размещенными в третьем и четвертом плечах схемы, необходимо выполнение двух условий:

- 1) сопротивления плеч мостовой схемы  $R_1$ ,  $R_2$ ,  $R_3$ ,  $R_4$  при  $\Delta R = 0$  должны удовлетворять условию 1-й симметрии;
- 2) приращения сопротивлений датчиков  $\Delta R_2$  и  $\Delta R_4$  должны быть равны между собой и противоположны по знаку.

#### Датчики во втором и третьем плечах схемы

Предполагается, что датчики с начальными (исходными) сопротивлениями  $R_2$  и  $R_3$  расположены соответственно во втором и третьем плечах мостовой схемы. В двух других плечах мостовой схемы установлены постоянные сопротивления  $R_1$  и  $R_4$  (см. рис. 12.4). Приращения сопротивлений датчиков  $R_2$  и  $R_3$  удовлетворяют условию  $|\Delta R_2| = |\Delta R_3| = |\Delta R|$ . Приращения сопротивлений  $\Delta R_1$  и  $\Delta R_4$  тождественно равны нулю. С учетом изложенных допущений выражение (12.49) принимает вид



$$I_0 = U \cdot \frac{\Delta R \cdot (R_3 + R_2)}{A + (C + D) \cdot \Delta R} \quad (12.56)$$

График зависимости  $I_0 = f(\Delta R)$  приведен на рис. 12.11.

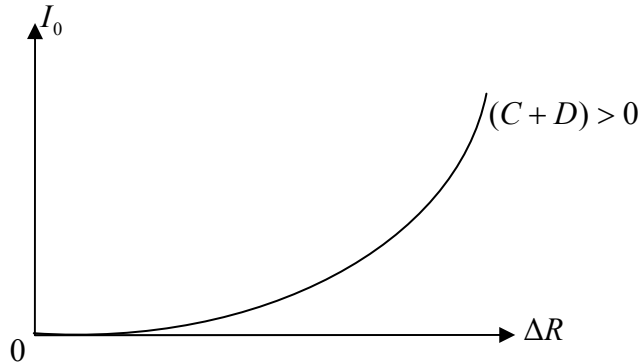


Рис. 12.11. Зависимость  $I_0 = f(\Delta R)$  для неравновесной мостовой схемы с двумя датчиками (датчики во втором и третьем плечах мостовой схемы)

Анализ зависимости  $I_0 = f(\Delta R)$  позволяет сделать вывод о том, что мостовая измерительная схема с двумя датчиками во втором и третьем плечах схемы нелинейна при любом соотношении параметров.

### Схемы с тремя датчиками

Предполагается, что датчики с начальными (исходными) сопротивлениями  $R_1$ ,  $R_2$ ,  $R_3$  расположены соответственно в первом, во втором и в третьем плечах мостовой схемы. В четвертом плече мостовой схемы установлено постоянное сопротивление  $R_4$  (см. рис. 12.4). Приращения датчиков  $R_1$ ,  $R_2$ ,  $R_3$  удовлетворяют условию  $|\Delta R_1| = |-\Delta R_2| = |-\Delta R_3| = |\Delta R|$ . Приращение сопротивления  $R_4$  тождественно равно нулю (т.е.  $\Delta R_4 = 0$ ). С учетом изложенных допущений выражение (12.49) принимает вид

$$I_0 = U \cdot \frac{\Delta R \cdot (R_3 + R_2 + R_4)}{A + (B - C - D) \cdot \Delta R} \quad (12.57)$$

График зависимости (12.57) приведен на рис. 12.12.

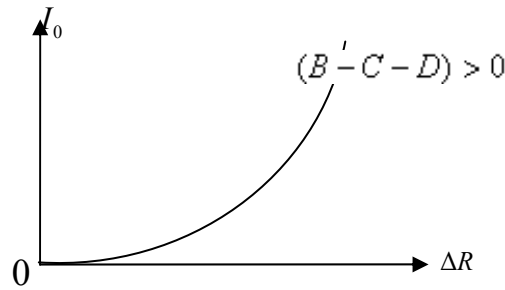


Рис. 12.12. Зависимость  $I_0 = f(\Delta R)$  для неравновесной мостовой измерительной схемы с тремя датчиками (датчики в первом, втором и третьем плечах мостовой схемы)

Анализ зависимости  $I_0 = f(\Delta R)$  позволяет сделать вывод о том, что мостовая измерительная схема с тремя датчиками в первом, втором и третьем плечах схемы нелинейна при любом соотношении параметров.

### Схемы с четырьмя датчиками

При анализе схемы с четырьмя датчиками будем полагать, что датчики включены во все плечи мостовой измерительной схемы и имеют в исходном состоянии сопротивления  $R_1, R_2, R_3, R_4$  (датчик с сопротивлением  $R_1$  включен в первое плечо моста,  $R_2$  – во второе,  $R_3$  – в третье,  $R_4$  – в четвертое). Приращения сопротивлений датчиков должны удовлетворять условию:  $|\Delta R_1| = |\Delta R_2| = |\Delta R_3| = |\Delta R_4| = |\Delta R|$ . С учетом принятых допущений выражение (12.49) принимает вид

$$I_0 = U \cdot \frac{\Delta R \cdot (R_1 + R_3 + R_2 + R_4)}{A + (B - C - D + F) \cdot \Delta R}.$$

График зависимости (12.58) для различных соотношений между  $B, C, F, D$  имеет вид, приведенный на рис. 12.13

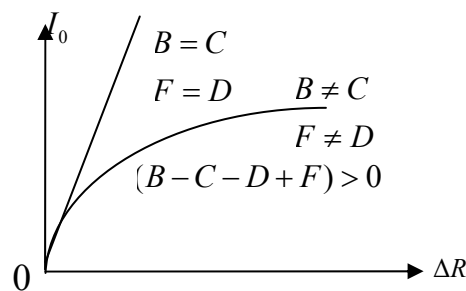


Рис. 12.13. Зависимость  $I_0 = f(\Delta R)$  для неравновесной мостовой измерительной схемы с четырьмя датчиками (датчики во всех плечах мостовой схемы)

Нетрудно видеть, что в общем случае (при  $B \neq C$  и  $F \neq D$ ) неравновесная мостовая схема нелинейна. Равенства  $F = D$  и  $B = C$  возможны при  $R_1 = R_2$  и  $R_3 = R_4$ , и в этом случае рассматриваемая схема линейна.

Таким образом, для линейности неравновесной мостовой измерительной схемы с четырьмя датчиками необходимо, чтобы сопротивления датчиков в первом и втором, третьем и четвертом плечах мостовой измерительной схемы были в исходном состоянии равны, а их приращения были равны и попарно разнозначны.

### ***12.2.3. Выводы и рекомендации***

Проведенные исследования линейности неравновесных токовых мостовых измерительных схем позволяют сделать вполне определенные выводы и дать практические рекомендации по включению датчиков в то или иное плечо мостовой схемы.

Ниже приводятся выводы и даются рекомендации при использовании одного, двух, трех и четырех датчиков.

1. Неравновесная токовая мостовая схема с одним датчиком нелинейна при любом включении датчика (в первое, второе, третье или четвертое плечо мостовой схемы). Схема с одним датчиком может быть рекомендована лишь при малых изменениях сопротивления датчика и при малых диапазонах измерений.

2. Мостовая схема с двумя датчиками может быть линейна, если датчики включены в первое и второе или третье и четвертое плечо мостовой схемы. При этом начальные (исходные) сопротивления датчиков должны быть равны, а их приращения равны и разнозначны (т. е. при росте сопротивления одного датчика сопротивление второго датчика должно на это же значение уменьшаться). При несоблюдении этих условий линейность мостовой схемы нарушается.

3. Мостовая схема с тремя датчиками нелинейна при любом их включении. Использовать схему с тремя датчиками не рекомендуется.

4. Мостовая схема с четырьмя датчиками может быть линейной при соблюдении ряда условий: используемые датчики должны иметь равные началь-

ные (исходные) сопротивления, а их приращения должны быть равными и попарно разнозначными, т. е. датчики в первом и четвертом плечах мостовой схемы должны иметь положительные приращения, а во втором и третьем – отрицательные. При несоблюдении этих условий линейность мостовой схемы нарушается.

## 13. НЕРАВНОВЕСНЫЕ ПОТЕНЦИАЛЬНЫЕ МОСТОВЫЕ СХЕМЫ

### 13.1. Чувствительность потенциальных мостовых схем

#### 13.1.1. Общие положения

Исследование чувствительности неравновесных потенциальных мостовых измерительных схем проводится при допущении, что используется один датчик, включенный в первое плечо мостовой схемы (рис. 13.1).

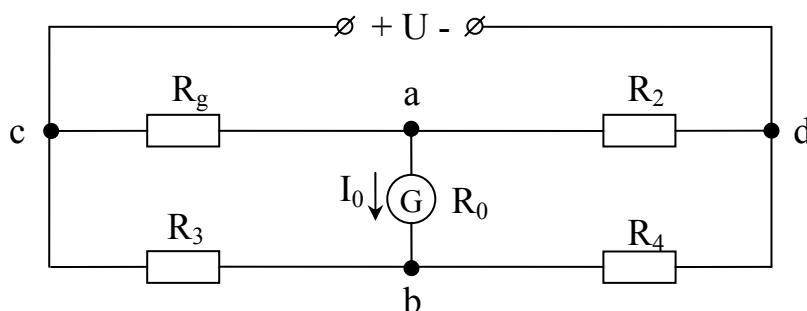


Рис. 13.1. Потенциальная мостовая измерительная схема с одним датчиком

В п. 11.1 учебного пособия было отмечено, что мостовая схема считается потенциальной, если сопротивление прибора  $G$ , включенного в измерительную диагональ моста, много больше сопротивлений плеч мостовой схемы. В этом же пункте сделан вывод основного соотношения потенциальной мостовой схемы (см. выражение (11.6)).

Для мостовой схемы, приведенной на рис. 13.1, выражение (11.6) принимает вид

$$U_0 = U \frac{R_g \cdot R_4 - R_2 \cdot R_3}{(R_g + R_2)(R_3 + R_4)}, \quad (13.1)$$

где  $U_0$  – напряжение на измерительной диагонали мостовой схемы;

$U$  – напряжение питания;

$R_g$  – сопротивление датчика;

$R_2, R_3, R_4$  – сопротивление плеч моста.

Дальнейший анализ рассматриваемой мостовой схемы проводится при следующих допущениях:

$$R_g = R_1 + \Delta R_1, \quad (13.2)$$

$$\Delta R_1 \ll R_1, \quad (13.3)$$

$$R_1 \cdot R_4 = R_2 \cdot R_3, \quad (13.4)$$

где  $R_1$  – начальное (исходное) сопротивление датчика;

$\Delta R_1$  – измерение сопротивления датчика;

$R_g, R_2, R_3, R_4$  – определены выше.

С учетом принятых допущений (13.2), (13.3) и (13.4) выражение (13.1) преобразуется в соотношение

$$U_0 = U \frac{\Delta R_1 \cdot R_4}{(R_1 + R_2)(R_3 + R_4)}, \quad (13.5)$$

где  $U_0, U, \Delta R_1, R_1, R_2, R_3, R_4$  – определены выше.

### **13.1.2. Основные соотношения**

В п. 11.2 учебного пособия даны точное и приближенное определения чувствительности неравновесной потенциальной мостовой измерительной схемы. В данном пункте учебного пособия используется приближенное значение чувствительности по напряжению, приведенное ниже.

$$S(U_0) \approx \frac{\Delta U_0}{\Delta R_1}, \quad (13.6)$$

где  $S(U_0)$  – чувствительность по напряжению;

$\Delta R_1$  – изменение сопротивления датчика;

$\Delta U_0$  – изменение напряжения в измерительной диагонали мостовой схемы при изменении сопротивления датчика на  $\Delta R_1$ .

Дальнейший анализ проводится для оценки оптимальных параметров потенциальных мостовых измерительных схем, позволяющих получить максимальную чувствительность при заданных допущениях, т. е. при заданных условиях (13.2)–(13.4) и при заданном значении  $\Delta R_1$  можно найти значения  $U, R_2, R_3$  и  $R_4$ , при которых чувствительность  $S(U_0)$  максимальна. Из (13.6) следует,

что при  $\Delta R_1 = \text{const}$  чувствительность максимальна при максимальном значении приращения  $\Delta U_0$ , которое определяется соотношением

$$\Delta U_0 = U_0 - U_{0H}, \quad (13.7)$$

где  $U_{0H}$  – напряжение на измерительной диагонали в исходном состоянии мостовой схемы (при  $\Delta R_1 = 0$ );

$\Delta U_0$ ,  $U_0$  – определены выше.

Поскольку в исходном состоянии рассматриваемая мостовая схема уравновешена, то  $U_{0H} = 0$  и  $\Delta U_0 = U_0$  (см. выражение (13.7)).

Другими словами, для принятых допущений чувствительность  $S(U_0) \rightarrow \text{max}$ , если напряжение  $U_0$ , определяемое соотношением (13.5), также стремится к максимальному значению.

Для дальнейшего анализа чувствительности рассматриваемой мостовой схемы по напряжению удобно разделить числитель и знаменатель выражения

(13.5) на  $R_1 \cdot R_4$  и ввести обозначение  $\varepsilon = \frac{\Delta R_1}{R_1}$ .

$$U_0 = U \frac{\varepsilon}{\left(1 + \frac{R_2}{R_1}\right) \cdot \left(1 + \frac{R_3}{R_4}\right)} \quad (13.8)$$

Обозначим отношение  $\frac{R_2}{R_1}$  через  $K$ .

$$\frac{R_2}{R_1} = K. \quad (13.9)$$

Тогда, в силу равновесия моста в исходном состоянии, справедливы соотношения

$$R_1 \cdot R_4 = R_2 \cdot R_3, \quad (13.10)$$

$$\frac{R_3}{R_4} = \frac{1}{K}. \quad (13.11)$$

Подставляя (13.9) и (13.11) в уравнение (13.8), получим

$$U_0 = U \frac{\varepsilon \cdot K}{(1+K)^2}. \quad (13.12)$$

Для оценки значения  $K$  необходимо исследовать полученное соотношение (13.12) на максимум. Для этого найдем первую производную  $\frac{dU_0}{dK}$  и приравняем ее нулю.

$$\frac{dU_0}{dK} = U \cdot \varepsilon \cdot \frac{1 \cdot (1+K)^2 - K \cdot 2 \cdot (1+K) \cdot 1}{(1+K)^4} = 0. \quad (13.13)$$

Произведение нескольких сомножителей равно нулю, если ноль – один из сомножителей. Соотношение (13.13) состоит из трех сомножителей. Первые два сомножителя ( $U$  и  $\varepsilon$ ) не равны нулю, т. е. нулю равен третий сомножитель, представляющий собой дробь. Дробь, в свою очередь, равна нулю, если ноль – ее числитель. Приравнивая нулю числитель рассматриваемой дроби, получим

$$(1+K)^2 - 2K(1+K) = 0.$$

Полученное выражение, после приведения подобных, принимает вид

$$1-K = 0.$$

Решая полученное уравнение относительно  $K$ , находим

$$K = 1. \quad (13.14)$$

Из (13.14) следует, что  $R_2 = R_1$  и  $R_3 = R_4$ .

Таким образом, при заданном сопротивлении датчика и принятых допущениях потенциальная мостовая измерительная схема имеет максимальную чувствительность по напряжению при  $U \rightarrow \infty$ ,  $R_2 = R_1$  и  $R_3 = R_4$ .

## **13.2. Линейность потенциальных мостовых схем**

### **13.2.1. Общие положения**

Исследование линейности неравновесных потенциальных мостовых измерительных схем проводится при допущении, что датчики включены во все четыре плеча мостовой схемы (рис. 13.2).



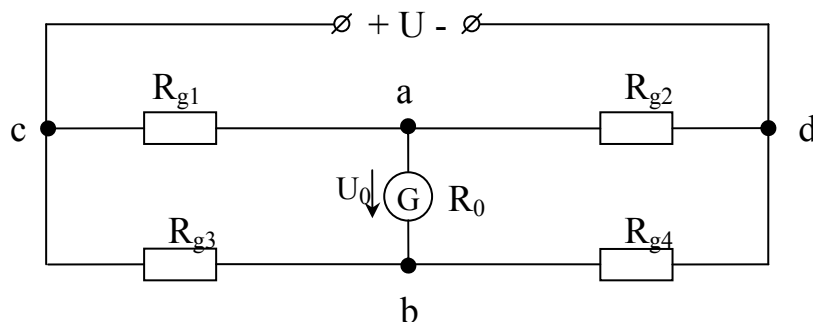


Рис. 13.2. Принципиальная схема неравновесного потенциального моста с четырьмя датчиками

Выведенное выше основное соотношение потенциальной мостовой схемы (11.6) для схемы, приведенной на рис. 13.2, принимает вид

$$U_0 = U \frac{R_{g1} \cdot R_{g4} - R_{g2} \cdot R_{g3}}{(R_{g1} + R_{g2})(R_{g3} + R_{g4})}, \quad (13.15)$$

где  $U_0$  – напряжение на измерительной диагонали мостовой схемы;

$U$  – напряжение питания;

$R_0$  – сопротивление прибора  $G$  (принято, что  $R_0 \rightarrow \infty$ );

$R_{g1}, R_{g2}, R_{g3}, R_{g4}$  – сопротивление датчиков.

Дальнейший анализ рассматриваемой мостовой схемы проводится при следующих допущениях:

$$R_{g1} = R_1 + \Delta R_1, \quad (13.16)$$

$$R_{g2} = R_2 + \Delta R_2, \quad (13.17)$$

$$R_{g3} = R_3 + \Delta R_3, \quad (13.18)$$

$$R_{g4} = R_4 + \Delta R_4, \quad (13.19)$$

$$R_1 \cdot R_4 = R_2 \cdot R_3, \quad (13.20)$$

где  $R_1, R_2, R_3, R_4$  – начальные сопротивления датчиков;

$\Delta R_1, \Delta R_2, \Delta R_3, \Delta R_4$  – приращения сопротивлений датчиков.

Изменения сопротивлений датчиков  $\Delta R_1, \Delta R_2, \Delta R_3, \Delta R_4$  много меньше сопротивлений самих датчиков, т. е.

$$\Delta R_1 \ll R_1, \quad (13.21)$$

$$\Delta R_2 \ll R_2, \quad (13.22)$$

$$\Delta R_3 \ll R_3, \quad (13.23)$$

$$\Delta R_4 \ll R_4, \quad (13.24)$$

где  $\Delta R_1, \Delta R_2, \Delta R_3, \Delta R_4$  – определены выше.

Квадраты и кубы приращений датчиков малы и ими можно пренебречь, т. е.  $\Delta R_1^2 \approx 0, \Delta R_1^3 \approx 0, \Delta R_2^2 \approx 0, \Delta R_2^3 \approx 0$  и т. д.

С учетом принятых допущений (13.16) – (13.24) и равенства нулю квадратов и кубов приращений датчиков выражение (13.15) принимает вид

$$U_0 = U \frac{\Delta R_1 \cdot R_4 + \Delta R_2 \cdot R_3 + \Delta R_3 \cdot R_2 + \Delta R_4 \cdot R_1}{A + \Delta R_1 \cdot B + \Delta R_2 \cdot C + \Delta R_3 \cdot D + \Delta R_4 \cdot F}, \quad (13.25)$$

где  $U, U_0, R_1, R_2, R_3, R_4, \Delta R_1, \Delta R_2, \Delta R_3, \Delta R_4$  определены выше;

$$A = R_1 \cdot R_3 + R_1 \cdot R_4 + R_2 \cdot R_3 + R_2 \cdot R_4;$$

$$B = C = R_3 + R_4;$$

$$D = F = R_3 + R_2.$$

Полученное выражение (13.25) позволяет проанализировать линейность неравновесных потенциальных мостовых схем.

### **13.2.2. Основные соотношения**

Полученное в п. 13.2.1 выражение (13.25) позволяет проанализировать линейность неравновесных потенциальных мостовых измерительных схем (см. рис. 13.2) при использовании одного, двух, трех и четырех датчиков.

#### **Схемы с одним датчиком**

При анализе мостовой схемы с одним датчиком предполагается, что датчик с начальным (исходным) сопротивлением  $R_1$  расположен в первом плече мостовой схемы. В трех других плечах мостовой схемы установлены постоянные сопротивления  $R_2, R_3, R_4$ . Приращение сопротивления датчика  $\Delta R_1 \neq 0$ . Все другие приращения ( $\Delta R_2, \Delta R_3, \Delta R_4$ ) тождественно равны нулю. В этом случае выражение (13.25) принимает вид

$$U_0 = U \frac{\Delta R_1 \cdot R_4}{A + \Delta R_1 \cdot B}, \quad (13.26)$$

где  $U_0, U, A, B, \Delta R_1, R_4$  – определены выше.

График зависимости  $U_0 = f(\Delta R_1)$  приведен на рис. 13.3.

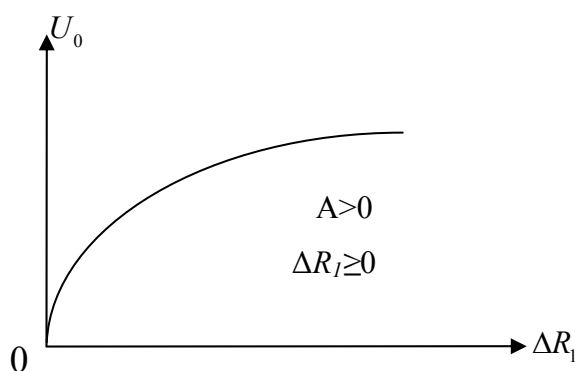


Рис. 13.3. Зависимость  $U_0 = f(\Delta R_1)$  для потенциальной мостовой измерительной схемы с одним датчиком (датчик в первом плече схемы)

Соотношение (13.26) и график, приведенный на рис. 13.3, свидетельствуют о том, что неравновесная потенциальная мостовая измерительная схема с одним датчиком, расположенным в первом плече схемы, нелинейна. Этот вывод также справедлив при расположении одного датчика в любом другом плече схемы. Последнее утверждение дается без доказательств, но оно может быть легко получено студентами самостоятельно при анализе соотношения (13.25).

### **Схемы с двумя датчиками**

#### Датчики в первом и втором плечах схемы

При анализе схемы с двумя датчиками принимаются следующие допущения (см. рис. 13.2): начальные (исходные) сопротивления датчиков  $R_1$  и  $R_2$ ; в исходном положении мостовая схема уравновешена (т. е.  $R_1 \cdot R_4 = R_2 \cdot R_3$ ); приращения сопротивлений датчиков удовлетворяют условию  $|\Delta R_1| = |-\Delta R_2| = |\Delta R|$ ; приращения  $\Delta R_3$  и  $\Delta R_4$  тождественно равны нулю. С учетом изложенных допущений выражение (13.25) принимает вид

$$U_0 = U \frac{\Delta R \cdot (R_3 + R_4)}{A} \quad (13.27)$$

где  $A$  – постоянный коэффициент (определен выше).

График зависимости  $U_0 = f(\Delta R)$  приведен на рис. 13.4.

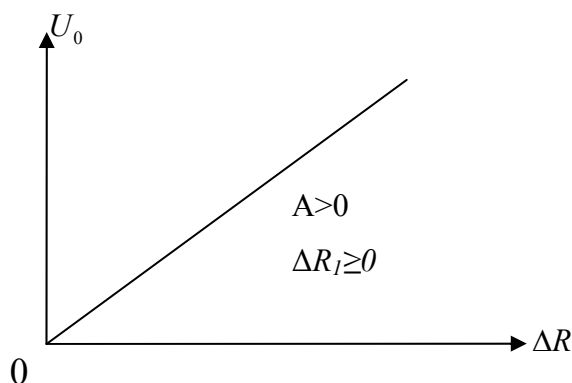


Рис. 13.4. Зависимость  $U_0 = f(\Delta R)$  для потенциальной мостовой измерительной схемы с двумя датчиками (датчики в первом и втором плечах схемы)

Соотношение (13.27) и график, приведенный на рис. 13.4, свидетельствуют о том, что неравновесные потенциальные мостовые измерительные схемы с двумя датчиками (в первом и втором плечах) линейны, если выполняется условие  $|\Delta R_1| = |-\Delta R_2| = |\Delta R|$ .

Таким образом, для линейности неравновесной потенциальной мостовой измерительной схемы с двумя датчиками, размещенными в первом и втором плечах схемы, необходимо, чтобы приращения сопротивлений датчиков  $\Delta R_1$  и  $\Delta R_2$  были равны между собой по модулю и противоположны по знаку.

Отметим, что положительные приращения сопротивлений датчиков соответствуют увеличению их сопротивлений, а отрицательные приращения соответствуют уменьшению сопротивлений датчиков. Для выполнения условия линейности схемы необходимо, чтобы при увеличении сопротивления датчика в первом плече на  $\Delta R$  сопротивление датчика во втором плече уменьшалось бы на эту же величину.

#### Датчики в первом и третьем плечах схемы

При анализе схемы в этом случае предполагается, что датчики с начальными (исходными) сопротивлениями  $R_1$  и  $R_3$  расположены в первом и третьем плечах мостовой схемы. В двух других плечах мостовой схемы установлены постоянные сопротивления  $R_2$  и  $R_4$  (см. рис. 13.2). Приращения сопротивлений датчиков удовлетворяют условию  $|\Delta R_1| = |-\Delta R_3| = |\Delta R|$ . Приращения  $\Delta R_2$  и  $\Delta R_4$  тождественно равны нулю. Мостовая схема в исходном состоянии уравновеше-

на (т. е.  $R_1 \cdot R_4 = R_2 \cdot R_3$ ). С учетом изложенных допущений выражение (13.25) принимает вид

$$U_0 = U \frac{\Delta R \cdot (R_2 + R_4)}{A + \Delta R \cdot (B - D)}, \quad (13.28)$$

где  $A, B, D$  – постоянные коэффициенты (определены выше).

Выражение (13.28) получено из предположения, что приращения сопротивлений датчиков равны и разнозначны. Очевидно, что это предположение может быть выполнено, если использованы одинаковые датчики с равными начальными сопротивлениями. Кроме того, для обеспечения равновесия мостовой схемы необходимо, чтобы были равны сопротивления, установленные во втором и четвертом плечах схемы. Таким образом, должны быть правомерны следующие равенства:

$$R_1 = R_3, \quad (13.29)$$

$$R_2 = R_4. \quad (13.30)$$

С учетом (13.29) и (13.30) выражение (13.28) принимает вид

$$U_0 = U \frac{\Delta R \cdot (R_2 + R_4)}{A - \Delta R}. \quad (13.31)$$

Учитывая, что  $A \gg \Delta R^2$ , окончательно получим

$$U_0 = U \frac{\Delta R \cdot (R_2 + R_4)}{A} \quad (13.32)$$

График зависимости  $U_0 = f(\Delta R)$  приведен на рис. 13.5.

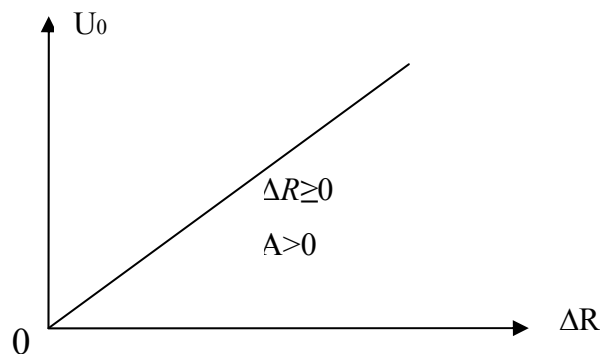


Рис. 13.5. Зависимость  $U = f(\Delta R)$  для неравновесной потенциальной мостовой измерительной схемы с двумя датчиками (датчики в первом и третьем плечах схемы)

Соотношение (13.31) и график, приведенный на рис. 13.5, свидетельствуют о том, что неравновесные потенциальные мостовые измерительные схемы с двумя датчиками (в первом и третьем плечах) при выполнении принятых допущений линейны.

#### Датчики в первом и четвертом плечах схемы

При анализе схемы в этом случае предполагается, что датчики с начальными (исходными) сопротивлениями  $R_1$  и  $R_4$  расположены в первом и четвертом плечах мостовой схемы (см. рис. 13.2). В двух других плечах схемы установлены постоянные сопротивления  $R_2$  и  $R_3$  (приращения  $\Delta R_2$  и  $\Delta R_3$  соответственно равны нулю). Приращения сопротивлений датчиков удовлетворяют условию:  $|\Delta R_1| = |\Delta R_4| = |\Delta R|$ . Предполагается также, что в исходном состоянии мостовая схема уравновешена (т. е.  $R_1 \cdot R_4 = R_2 \cdot R_3$ ). С учетом изложенных допущений выражение (13.25) принимает вид

$$U_0 = U \frac{\Delta R \cdot (R_1 + R_4)}{A + \Delta R \cdot (B + F)}$$

где  $A, B, F$  – постоянные величины.

График зависимости  $U_0 = f(\Delta R)$  приведен на рис. 13.6.

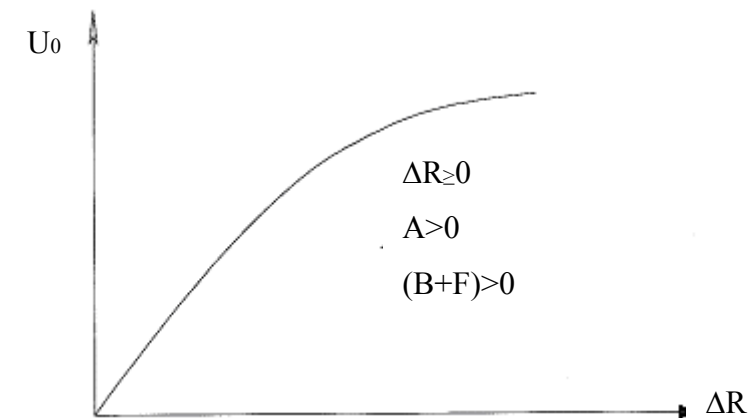


Рис. 13.6. Зависимость  $U_0 = f(\Delta R)$  для неравновесной потенциальной мостовой измерительной схемы с двумя датчиками (датчики в первом и четвертом плечах схемы)

Соотношение (13.33) и график, приведенный на рис. 13.6, свидетельствуют о том, что неравновесные потенциальные мостовые измерительные схемы с датчиками в первом и четвертом плечах нелинейны.

#### Датчики во втором и третьем плечах схемы

При анализе схемы в этом случае предполагается, что датчики с начальными (исходными) сопротивлениями  $R_2$  и  $R_3$  расположены во втором и третьем плечах схемы (см. рис. 13.2). Приращения сопротивлений датчиков удовлетворяют условию:  $|\Delta R_2| = |\Delta R_3| = |\Delta R|$ . В двух других плечах схемы установлены постоянные сопротивления  $R_1$  и  $R_4$ , и их приращения соответственно равны нулю. Предполагается также, что в исходном состоянии мостовая схема уравновешена (т. е.  $R_1 \cdot R_4 = R_2 \cdot R_3$ ). С учетом изложенных допущений выражение (13.25) принимает вид

$$U_0 = U \frac{\Delta R \cdot (R_2 + R_3)}{A - \Delta R \cdot (B + D)}, \quad (13.34)$$

где  $A, B, D$  – постоянные коэффициенты.

График зависимости  $U_0 = f(\Delta R)$  приведен на рис. 13.7.

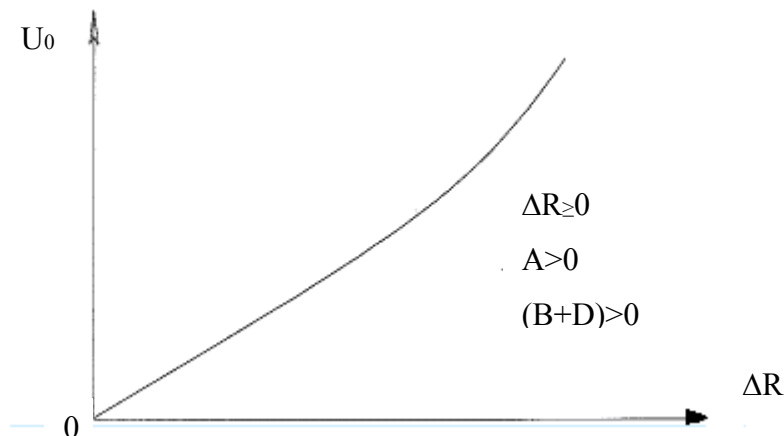


Рис. 13.7. Зависимость  $U_0 = f(\Delta R)$  для неравновесной потенциальной мостовой измерительной схемы с двумя датчиками (датчики во втором и третьем плечах схемы)

Соотношение (13.34) и график, приведенный на рис. 13.7, свидетельствуют о том, что неравновесные потенциальные мостовые измерительные схемы с датчиками во втором и третьем плечах нелинейны.

### Датчики во втором и четвертом плечах схемы

При анализе схемы в этом случае предполагается, что датчики с начальными (исходными) сопротивлениями  $R_1$  и  $R_4$  расположены во втором и четвертом плечах схемы (см. рис. 13.2). Приращения сопротивлений датчиков удовлетворяют условию  $|\Delta R_2| = |\Delta R_4| = |\Delta R|$ . В двух других плечах схемы установлены постоянные сопротивления  $R_2$  и  $R_4$ , и их приращения соответственно равны нулю. Предполагается также, что в исходном состоянии мостовая схема уравновешена (т. е.  $R_1 \cdot R_4 = R_2 \cdot R_3$ ). С учетом изложенных допущений выражение (13.25) принимает вид

$$U_0 = U \frac{\Delta R \cdot (R_1 + R_3)}{A + \Delta R \cdot (F - B)}, \quad (13.35)$$

где  $A, B, F$  – постоянные коэффициенты.

Принимая, что  $R_1 = R_4$ ,  $R_2 = R_3$  окончательно получим

$$U_0 = U \frac{\Delta R \cdot (R_2 + R_4)}{A} \quad (13.36)$$

График зависимости  $U_0 = f(\Delta R)$  приведен на рис. 13.8.

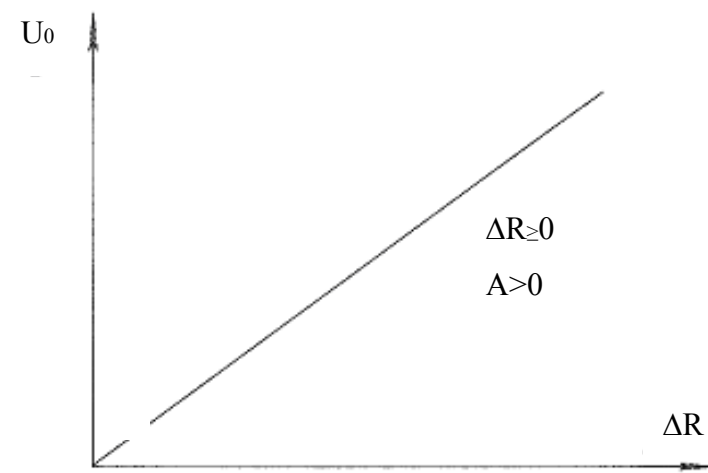


Рис. 13.8. Зависимость  $U_0 = f(\Delta R)$  для неравновесной потенциальной мостовой измерительной схемы с двумя датчиками (датчики во втором и четвертом плечах схемы)

Соотношение (13.36) и график, приведенный на рис. 13.8, свидетельствуют о том, что неравновесные потенциальные мостовые измерительные схемы с



датчиками во втором и четвертом плечах при выполнении принятых допущений линейны.

#### Датчики в третьем и четвертом плечах схемы

При анализе схемы в этом случае предполагается, что датчики с начальными (исходными) сопротивлениями  $R_3$  и  $R_4$  расположены в третьем и четвертом плечах схемы (см. рис. 13.2). Приращения сопротивлений датчиков удовлетворяют условию  $|\Delta R_3| = |\Delta R_4| = |\Delta R|$ . В двух других плечах схемы установлены постоянные сопротивления, и их приращения соответственно равны нулю. Предполагается также, что в исходном положении мостовая схема уравновешена и выполняется условие  $R_1 \cdot R_4 = R_2 \cdot R_3$ . С учетом принятых допущений выражение (13.25) принимает вид

$$U_0 = U \frac{\Delta R \cdot (R_1 + R_2)}{A} \quad (13.37)$$

где  $A$  – постоянный коэффициент.

График зависимости  $U_0 = f(\Delta R)$  приведен на рис. 13.9.

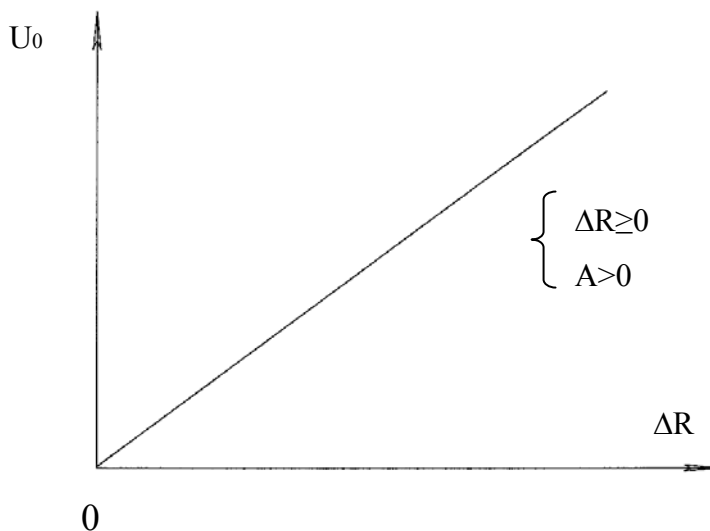


Рис. 13.9. Зависимость  $U_0 = f(\Delta R)$  для неравновесной потенциальной мостовой измерительной схемы с двумя датчиками (датчики в третьем и четвертом плечах схемы)

Соотношение (13.37) и график, приведенный на рис. 13.9, свидетельствуют о том, что неравновесные потенциальные мостовые измерительные схемы с датчиками в третьем и четвертом плечах схемы при выполнении принятых допущений линейны.

## Схемы с тремя датчиками

### Датчики в первом, втором и третьем плечах схемы

При анализе схемы в этом случае предполагается, что датчики с начальными (исходными) сопротивлениями  $R_1$ ,  $R_2$ ,  $R_3$  расположены в первом, втором и третьем плечах схемы (см. рис. 13.2). Приращения сопротивлений датчиков удовлетворяют условию  $|\Delta R_1| = |-\Delta R_2| = |-\Delta R_3| = |\Delta R|$ . В четвертом плече схемы установлено постоянное сопротивление  $R_4$ . Предполагается также, что в исходном положении мостовая схема уравновешена и соответственно выполняется условие  $R_1 \cdot R_4 = R_2 \cdot R_3$ . С учетом принятых допущений, выражение (13.25) принимает вид

$$U_0 = U \cdot \frac{\Delta R \cdot (R_2 + R_3 + R_4)}{A - \Delta R \cdot (C + D - B)}, \quad (13.38)$$

где  $A$ ,  $C$ ,  $D$  – постоянные коэффициенты.

График зависимости  $U_0 = f(\Delta R)$  приведен на рис. 13.10.

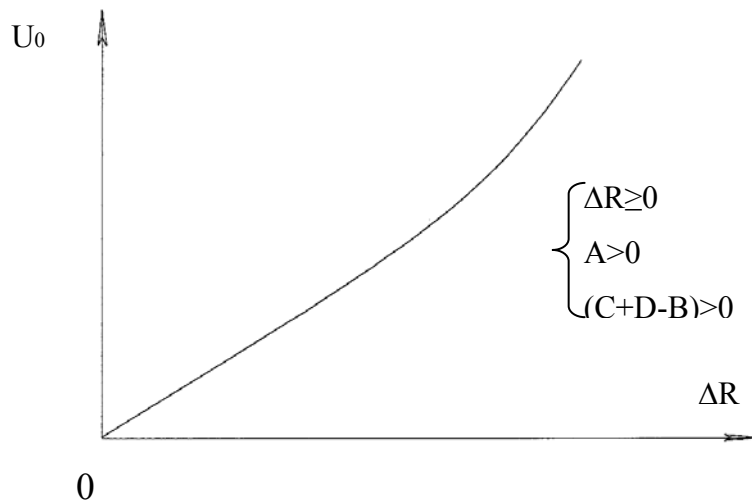


Рис. 13.10. Зависимость  $U_0 = f(\Delta R)$  для неравновесной потенциальной мостовой измерительной схемы с тремя датчиками (датчики в первом, втором и третьем плечах схемы)

Соотношение (13.38) и график, приведенный на рис. 13.10, свидетельствуют о том, что неравновесные потенциальные мостовые измерительные схемы с датчиками в первом, втором и третьем плечах схемы нелинейны. Нелинейность схемы сохраняется при размещении трех датчиков в любых других плечах мостовых измерительных схем.

### Схемы с четырьмя датчиками

При анализе схемы в этом случае предполагается, что датчики с начальными (исходными) сопротивлениями  $R_1, R_2, R_3, R_4$  размещены в первом, втором, третьем и четвертом плечах схемы (см. рис. 13.2). Приращения сопротивлений датчиков должны удовлетворять условию  $|\Delta R_1| = |\Delta R_2| = |\Delta R_3| = |\Delta R_4| = |\Delta R|$ . Предполагается также, что в исходном положении мостовая схема уравновешена и соответственно выполняется условие  $R_1 \cdot R_4 = R_2 \cdot R_3$ . С учетом принятых допущений выражение (13.25) принимает вид

$$U_0 = U \cdot \frac{\Delta R \cdot (R_1 + R_2 + R_3 + R_4)}{A} \quad (13.39)$$

где  $A$  – постоянный коэффициент.

График зависимости  $U_0 = f(\Delta R)$  приведен на рис. 13.11.

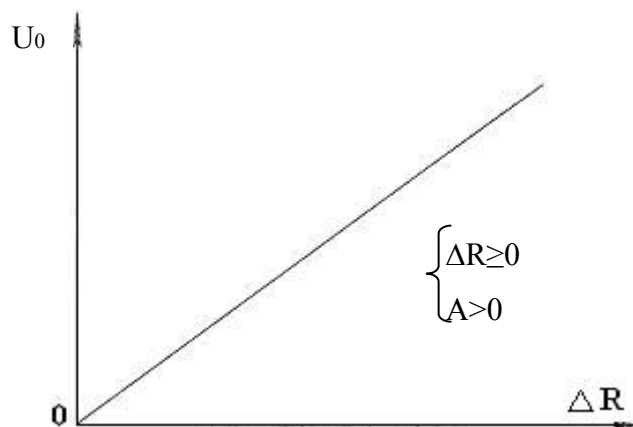


Рис. 13.11. Зависимость  $U_0 = f(\Delta R)$  для неравновесной потенциальной мостовой измерительной схемы с четырьмя датчиками

Соотношение (13.39) и график, приведенный на рис. 13.11, свидетельствуют о том, что неравновесные потенциальные мостовые измерительные схемы с четырьмя датчиками (во всех плечах измерительной схемы) при выполнении принятых допущений линейны.

#### 13.2.3. Выводы и рекомендации

Анализ линейности мостовых измерительных схем (как токовых, так и потенциальных) свидетельствует о том, что при нечетном числе датчиков схе-

мы нелинейны, а при четном (два или четыре датчика) могут быть линейны при выполнении ряда условий. Эти условия сводятся к следующему: мостовые схемы должны быть симметричными, исходные (начальные) сопротивления датчиков должны быть одинаковы, а их приращения равными и попарно разнозначными. Подробно условия линейности неравновесных мостовых измерительных схем приведены в пп. 13.2.1 и 13.2.2 настоящего учебного пособия.

Рассмотрим, насколько реализуемы условия линейности неравновесных мостовых измерительных схем, приведенные выше. Оценим возможность практического выполнения этих условий при построении измерительных устройств различного назначения.

Предположим, что требуется включить в мостовую измерительную схему четыре тензодатчика, наклеенных на балку (рис. 13.12).

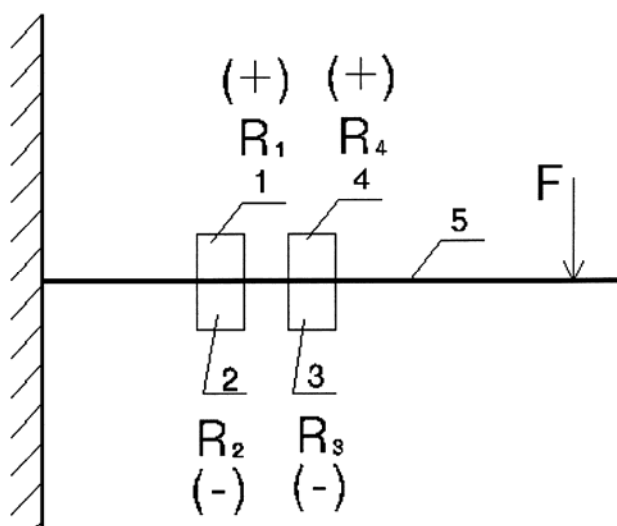


Рис. 13.12. Схема размещения тензодатчиков:  
1, 2, 3, 4 – тензодатчики; 5 – балка;  $R_1$ ,  $R_2$ ,  $R_3$ ,  $R_4$  – сопротивления тензодатчиков;  $F$  – сила, изгибающая балку

Два тензодатчика наклеены сверху и при деформации балки имеют положительные приращения сопротивлений, а два других тензодатчика наклеены снизу и при деформации балки имеют отрицательные приращения сопротивлений.

Другими словами, при деформации балки 5 силой  $F$  сопротивления  $R_1$  и  $R_4$  будут возрастать, сопротивления  $R_3$ ,  $R_4$  – уменьшаться.

Для реализации условия линейности необходимо, чтобы сопротивления тензодатчиков в исходном состоянии (до деформации) были попарно равны ( $R_1 = R_2$  и  $R_3 = R_4$ ), а их приращения были попарно равны и разнозначны ( $|\Delta R_1| = |-\Delta R_2|$ ,  $|\Delta R_4| = |-\Delta R_3|$ ). Очевидно, что эти условия практически вполне выполнимы. Для этого необходимо использовать однотипные тензодатчики с одинаковыми характеристиками. При этом первый тензодатчик с сопротивлением  $R_1$  необходимо включить в первое плечо, второй с сопротивлением  $R_2$  – во второе плечо, третий – в третье и четвертый – в четвертое плечо неравновесной мостовой измерительной схемы, соединив их так, как это показано на рис. 13.2. В этом случае мостовая схема при принятых допущениях будет иметь линейную характеристику.

## 14. РАВНОВЕСНЫЕ МОСТОВЫЕ СХЕМЫ

### 14.1. Общие положения

В данной главе учебного пособия проведен анализ равновесных мостовых измерительных схем постоянного тока. Рассмотрены различные варианты включения датчиков в равновесные мостовые схемы, примеры расчета схем, а также сделаны выводы по результатам исследований и даны рекомендации по практическому использованию рассматриваемых устройств.

Принципиальная электрическая схема равновесной мостовой схемы приведена на рис. 14.1.

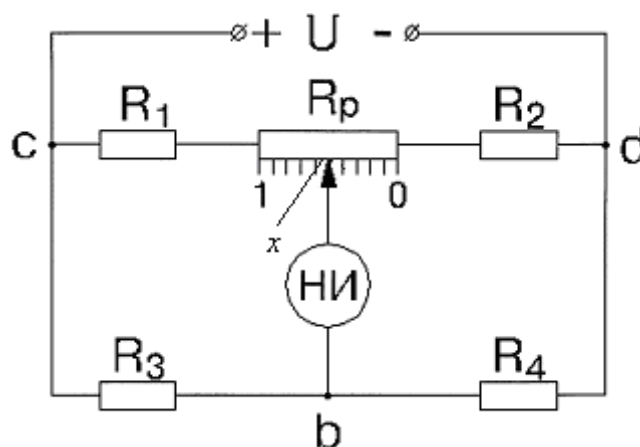


Рис. 14.1. Принципиальная электрическая схема равновесной мостовой измерительной схемы постоянного тока:  $R_p$  – сопротивление реохорда;

$x$  – координаты движка реохорда; НИ – нуль-индикатор;

$R_1$ ,  $R_2$ ,  $R_3$ ,  $R_4$  – электрические сопротивления;

$U$  – напряжение питания

Ниже рассматриваются четыре возможных варианта включения датчиков: датчик в первом плече; датчик во втором плече; датчик в третьем плече; датчик в четвертом плече мостовой схемы. Для каждого случая проведен анализ чувствительности и линейности мостовой схемы, сделаны соответствующие выводы.

### 14.2. Датчик в первом плече

Предполагается, что датчик с начальным (исходным) сопротивлением  $R_H$  включен в первое плечо равновесной мостовой измерительной схемы постоянного тока (см. рис. 14.1). Предполагая, что приращение сопротивления датчика

составляет  $\Delta R_1$ , координата  $x=0$  при положении движка реохорда в крайнем правом положении и координата  $x=1$  при положении движка реохорда в крайнем левом положении, запишем условие равновесия для рассматриваемой схемы.

$$(R_H + \Delta R_1 + R_p - R_p \cdot x) \cdot R_4 = (R_2 + R_p \cdot x) \cdot R_3. \quad (14.1)$$

Раскрыв скобки в уравнении (14.1), сделав приведение подобных (по принятому допущению  $R_H \cdot R_4 = R_2 \cdot R_3$ ) и решив рассматриваемое уравнение относительно  $x$ , получим:

$$x = \frac{R_4}{R_3 + R_4} + \Delta R_1 \cdot \frac{1}{R_p} \cdot \frac{R_4}{R_3 + R_4}. \quad (14.2)$$

Введем обозначение:

$$\frac{R_4}{R_3 + R_4} = A. \quad (14.3)$$

С учетом (14.3) выражение (14.2) принимает вид

$$x = A + \Delta R_1 \cdot A \cdot \frac{1}{R_p} = A \left( 1 + \Delta R_1 \cdot \frac{1}{R_p} \right). \quad (14.4)$$

График полученной зависимости приведен на рис. 14.2.

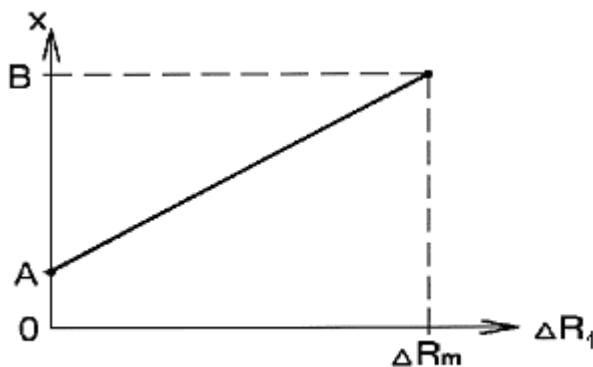


Рис. 14.2. Зависимость  $x = f(\Delta R_1)$  для равновесной мостовой измерительной схемы с датчиком в первом плече

Отметим, что при  $\Delta R_1=0$  координата  $x=A$ , а при  $\Delta R_1=\Delta R_m$  (где  $\Delta R_m$  — максимальное приращение сопротивления датчика) координата  $x=B$ , где  $B$  определяется соотношением

$$B = \frac{R_4}{R_3 + R_4} \cdot \left( 1 + \frac{\Delta R_m}{R_p} \right) \quad (14.5)$$

Анализ зависимости  $x = f(\Delta R_1)$  показывает, что при размещении датчика в первом плече равновесная мостовая измерительная схема линейна.

Чувствительность равновесной схемы  $S$  определяется выражением

$$S = \lim_{\Delta R_1 \rightarrow 0} \frac{\Delta x}{\Delta R_1}, \quad (14.6)$$

где  $\Delta x$  – приращение выходной величины (изменение координаты движка реохорда);

$\Delta R_1$  – приращение входной величины (изменение сопротивления датчика).

При  $\Delta R_1 = \text{const}$  чувствительность  $S$  растет при росте приращения  $\Delta x$ . Приращение  $\Delta x$  растет в соответствии с (14.4) при уменьшении сопротивления  $R_p$ . Таким образом, при прочих равных и неизменных условиях чувствительность равновесной схемы растет при уменьшении сопротивления реохорда. Отметим, что рост чувствительности в этом случае сопровождается уменьшением диапазона возможных изменений сопротивления датчика.

Рассмотрим зависимость  $x = f(\Delta R_1)$  с датчиком в первом плече в общем случае, т. е. не накладывая какие-либо ограничения на значения параметров мостовой схемы (в том числе считаем, что  $R_H \cdot R_4 \neq R_2 \cdot R_3$ ). Тогда, решая уравнение (14.1) относительно  $x$ , получим

$$x = \frac{R_H \cdot R_4 - R_2 \cdot R_3 + R_p \cdot R_4 + \Delta R_1 \cdot R_4}{R_p \cdot (R_3 + R_4)}. \quad (14.7)$$

Разделим числитель и знаменатель соотношения (14.7) на  $R_4$  и введем обозначение:

$$a = \frac{R_3}{R_4}. \quad (14.8)$$

С учетом (14.8) соотношение (14.7) принимает вид

$$x = \frac{R_H - a \cdot R_2 + R_p}{R_p \cdot (1 + a)} + \Delta R_1 \cdot \frac{1}{R_p \cdot (1 + a)}. \quad (14.9)$$



Сравнивая выражения (14.4) и (14.9) легко убедиться, что усложнение зависимости  $x = f(\Delta R_1)$  за счет отказа от равенства  $R_H \cdot R_4 = R_2 \cdot R_3$  не дает каких-либо существенных преимуществ. Более того, при этом не меняются основные свойства мостовой схемы:  $x = f(\Delta R_1)$  по-прежнему имеет линейный характер, а чувствительность мостовой схемы зависит от значения сопротивления реохорда  $R_p$  (чувствительность растет при уменьшении  $R_p$  и падает при росте этого сопротивления). Исходя из результатов анализов, можно заключить, что отказ от упрощения рассматриваемого соотношения не дает принципиально новых результатов. В силу этого все дальнейшие исследования проведены из предположения, что в исходном состоянии схемы справедливо равенство  $R_H \cdot R_4 = R_2 \cdot R_3$ .

### 14.3. Датчик во втором плече

Рассматривается случай включения датчика с начальным (исходным) сопротивлением  $R_{2H}$  во второе плечо равновесной мостовой измерительной схемы постоянного тока (см. рис. 14.1). Проведем исследование схемы при следующих допущениях: приращение (изменение) сопротивления датчика равно  $\Delta R$ ; координата  $x = 0$  при крайнем правом положении движка реохорда; координата  $x = 1$  при крайнем левом положении движка реохорда, кроме того, считаем справедливым соотношение

$$R_1 \cdot R_4 = R_{2H} \cdot R_3, \quad (14.10)$$

где  $R_{2H}$  – начальное (исходное) сопротивление датчика ( $R_2 = R_{2H} + \Delta R_2$ ).

Условие равновесия для исследуемой мостовой схемы запишется в виде

$$(R_1 + R_p - R_p \cdot x) \cdot R_4 = (R_{2H} + \Delta R_2 + R_p \cdot x) \cdot R_3. \quad (14.11)$$

Раскрывая скобки в уравнении (14.11), сокращая подобные члены и решая рассматриваемое уравнение относительно  $x$ , получим

$$x = \frac{R_4}{R_3 + R_4} + \Delta R_2 \cdot \frac{1}{R_p} \cdot \frac{R_4}{R_3 + R_4}, \quad (14.12)$$

где  $\frac{R_4}{R_3 + R_4} = A$ ;  $\frac{R_3}{R_3 + R_4} = C$ .

Учитывая принятые обозначения, окончательно запишем зависимость  $x = f(\Delta R_2)$ :

$$x = A - \Delta R_2 \cdot \frac{1}{R_p} \cdot C. \quad (14.13)$$

График полученной зависимости приведен на рис. 14.3.

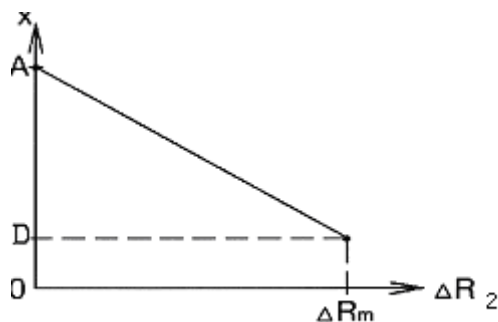


Рис. 14.3. Зависимость  $x = f(\Delta R_2)$  для равновесной мостовой измерительной схемы с датчиком во втором плече

Отметим, что при  $\Delta R_2 = 0$  координата  $x = A$  и при  $\Delta R_2 = \Delta R_m$  координата  $x = D$  (где  $\Delta R_m$  – максимальное приращение сопротивления датчика;  $D$  – величина, определяемая соотношением (14.13) при  $\Delta R_2 = \Delta R_m$ ).

$$D = A - \frac{\Delta R_m}{R_p} C \quad (14.14)$$

Характер зависимости  $x = f(\Delta R_2)$  свидетельствует о том, что при размещении датчика во втором плече равновесная мостовая измерительная схема линейна.

Чувствительность рассматриваемой равновесной мостовой измерительной схемы (в соответствии с соотношением (14.6), приведенным выше) зависит от значения сопротивления реохорда  $R_p$ . При росте сопротивления реохорда чувствительность мостовой схемы уменьшается, а при снижении сопротивления реохорда чувствительность мостовой схемы возрастает. Отметим, что при росте чувствительности мостовой схемы одновременно уменьшается диапазон возможных изменений сопротивления датчика.

#### 14.4. Датчик в третьем плече

Предполагается, что датчик включен в третье плечо равновесной мостовой измерительной схемы (см. рис. 14.1) и имеет в исходном (начальном) состоянии сопротивление  $R_{3H}$ .

Исследование мостовой схемы проводится при следующих допущениях: приращение (изменение) сопротивления датчика равно  $\Delta R_3$ ; координата движка реохорда  $x=0$  при крайнем правом его положении; координата движка реохорда  $x=1$  при крайнем левом его положении; справедливо соотношение  $R_1 \cdot R_4 = R_2 \cdot R_{3H}$  ( $R_3 = R_{3H} + \Delta R_3$ ).

Условие равновесия для исследуемой мостовой схемы запишется в виде

$$(R_1 + R_p - R_p \cdot x) \cdot R_4 = (R_2 + R_p \cdot x) \cdot (R_{3H} + \Delta R_3). \quad (14.15)$$

Раскрыв скобки в уравнении (14.15), сократив подобные члены и решив рассматриваемое соотношение относительно  $x$ , получим

$$x = \frac{R_4}{R_3 + R + \Delta R_3} - \Delta R_3 \cdot \frac{1}{R_p} \cdot \frac{R_2}{R_4 + R + R_3}. \quad (14.16)$$

График полученной зависимости  $x = f(\Delta R)$  приведен на рис. 14.4.

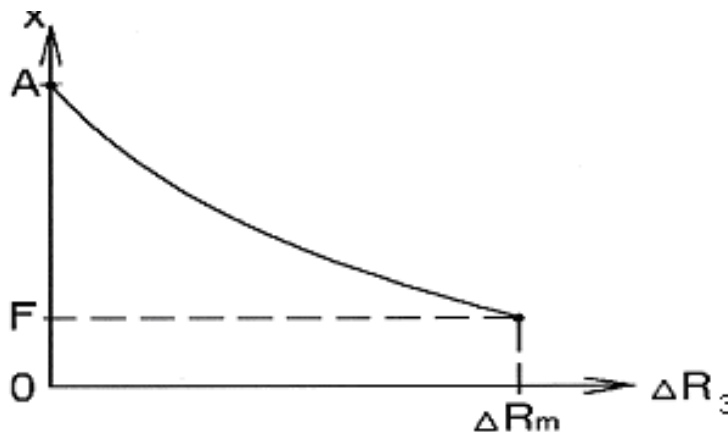


Рис. 14.4. Зависимость  $x = f(\Delta R_3)$  для равновесной мостовой измерительной схемы с датчиком в третьем плече

Отметим, что при  $\Delta R_3=0$  координата  $x=A$  и при  $\Delta R_3=\Delta R_m$  координата  $x=F$ , где  $\Delta R_m$  — максимальное приращение (изменение) сопротивления датчика; величина  $A$  — определяется соотношением (14.17), а величина  $F$  — соотношением (14.18).

$$A = \frac{R_4}{R_2 + R_{3H}}; \quad (14.17)$$

$$F = \frac{R_4}{R_4 + R_{3H} + \Delta R_m} - \Delta R_m \cdot \frac{1}{R_p} \cdot \frac{R_2}{R_4 + R_{3H} + \Delta R_m}, \quad (14.18)$$

где  $R_{3H}$  – начальное (исходное) сопротивление датчика.

Характер зависимости  $x = f(\Delta R_3)$  свидетельствует о том, что при размещении датчика в третьем плече равновесная мостовая измерительная схема нелинейна.

Чувствительность рассматриваемой равновесной мостовой измерительной схемы (см. соотношение (14.6), приведенное выше) зависит от значения сопротивления реохорда  $R_p$ . При росте сопротивления реохорда чувствительность мостовой схемы снижается, а при уменьшении сопротивления реохорда чувствительность мостовой схемы возрастает. Отметим, что при росте чувствительности мостовой схемы (за счет уменьшения  $R_p$ ) одновременно уменьшается диапазон возможных изменений сопротивления датчика.

#### 14.5. Датчик в четвертом плече

Предполагается, что датчик включен в четвертое плечо равновесной мостовой измерительной схемы (см. рис. 14.1) и имеет в исходном (начальном) состоянии сопротивление  $R_{4H}$  ( $R_4 = R_{4H} + \Delta R_4$ ).

Исследование мостовой схемы проводится при следующих допущениях: приращение (изменение) сопротивления датчика равно  $\Delta R_4$ ; координата движка реохорда  $x = 0$  при крайнем правом его положении; координата движка реохорда  $x = 1$  при крайнем левом его положении; справедливо соотношение

$$R_1 \cdot R_{4H} = R_2 \cdot R_3.$$

Условие равновесия для исследуемой мостовой схемы запишется в виде

$$(R_1 + R_p - R_p \cdot x) \cdot (R_{4H} + \Delta R) = (R_2 + R_p \cdot x) \cdot R_3. \quad (14.19)$$

Раскрыв скобки в уравнении (14.19), сократив подобные члены и решив рассматриваемое соотношение относительно  $x$ , получим

$$x = \frac{R_{4H}}{R_{4H} + \Delta R_4 + R_3} + \Delta R_4 \cdot \frac{R_1 + R_p}{R_p \cdot (R_{4H} + \Delta R_4 + R_3)}. \quad (14.20)$$

График полученной зависимости  $x = f(\Delta R_4)$  приведен на рис. 14.5.

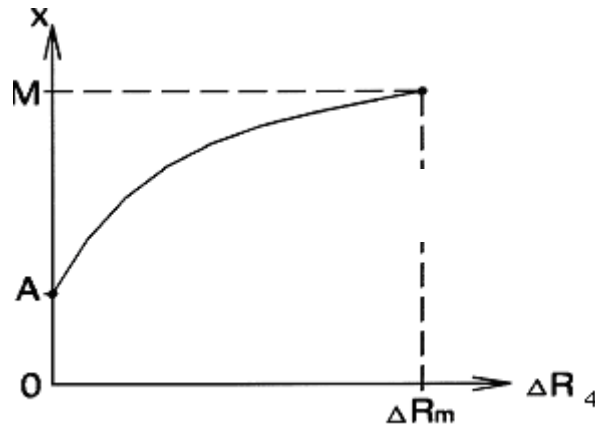


Рис. 14.5. Зависимость  $x = f(\Delta R_4)$  для равновесной мостовой измерительной схемы с датчиком в четвертом плече

Проанализируем полученную зависимость  $x = f(\Delta R_4)$ . При отсутствии приращения (изменения) сопротивления датчика (при  $\Delta R_4 = 0$ ) координата движка реохорда  $x = A$ , где величина  $A$  – определяется соотношением (14.21). При максимальном приращении (изменении) сопротивления датчика (при  $\Delta R_4 = \Delta R_m$ ) координата движка реохорда  $x = M$  определяется соотношением (14.22).

$$A = \frac{R_{4H}}{R_{4H} + R_3}; \quad (14.21)$$

$$M = \frac{R_{4H}}{R_{4H} + \Delta R_m + R_3} - \Delta R_m \cdot \frac{R_1 + R_p}{R_p \cdot (R_{4H} + \Delta R_m + R_3)}, \quad (14.22)$$

где  $R_{4H}$  – начальное (исходное) сопротивление датчика  $R_{4H}$  ( $R_4 = R_{4H} + \Delta R_4$ ).

Зависимость  $x = f(\Delta R_4)$  в рассматриваемом случае нелинейна, что свидетельствует о нелинейности равновесной мостовой измерительной схемы при размещении датчика в четвертом плече (см. рис. 14.1).

Чувствительность равновесной мостовой измерительной схемы с датчиком в четвертом плече зависит от значения сопротивления реохорда (см. соотношения (14.6) и (14.20), приведенные выше), но в рассматриваемом случае эта

зависимость менее выражена и носит более сложный характер, чем в случаях размещения датчиков в других плечах мостовой схемы. Вместе с тем и при размещении датчика в четвертом плече с ростом сопротивления реохорда уменьшается чувствительность мостовой схемы, а при уменьшении сопротивления реохорда чувствительность мостовой схемы возрастает.

Влияние сопротивления реохорда на чувствительность мостовой схемы рассмотрено при условии неизменности всех других параметров схемы (сопротивлений плеч, сопротивления датчика и его приращения, напряжения питания, чувствительности нуль-индикатора). Необходимо также отметить, что при росте чувствительности мостовой схемы (за счет  $R_p$ ) уменьшается диапазон возможных изменений сопротивления датчика, а при уменьшении чувствительности (за счет увеличения  $R_p$ ) диапазон возможных изменений сопротивления датчика возрастает.

#### 14.6. Примеры расчета равновесных схем

##### Пример 1

Считаются заданными следующие величины (см. рис. 14.1): начальное сопротивление датчика  $R_n$ ; конечное сопротивление датчика  $R_k$ , значения сопротивлений  $R_3$  и  $R_4$ . Датчик включен в 1-е плечо ( $R_1$  – текущее сопротивление датчика).

Требуется найти значение сопротивления реохорда  $R_p$  и значение сопротивления  $R_2$ .

Предполагаем, что сопротивление датчика равно  $R_n$  и движок реохорда при этом находится в крайнем левом положении (т. е.  $x = 0$ ). Тогда условие равновесия (для схемы, изображенной на рис. 14. 1) запишется в виде

$$(R_n + R_p) \cdot R_4 = R_2 \cdot R_3. \quad (14.23)$$

Разделим правую и левую части равенства (14.23) на  $R_4$  и введем обозначение  $a = \frac{R_3}{R_4}$ , которое уже использовалось в п. 14.1 настоящего учебного посо-

бия (см. выражение (14.8), приведенное выше). В этом случае выражение (14.23) принимает вид

$$R_H + R_P = R_2 \cdot a. \quad (14.24)$$

Предполагая, что сопротивление датчика равно  $R_K$  и движок реохорда при этом находится в крайнем правом положении (т. е.  $x = 1$ ), запишем условие равновесия (для схемы на рис. 14.1):

$$R_K + R_4 = (R_2 + R_P) \cdot R_3 \quad (14.25)$$

Используя принятое обозначение  $a = \frac{R_3}{R_4}$ , запишем уравнение (14.25) в виде

$$R_K = (R_2 + R_P) \cdot a \quad (14.26)$$

Решая совместно уравнения (14.24) и (14.26) относительно  $R_P$  и  $R_2$ , получим

$$R_P = \frac{R_K - R_H}{1 + a}, \quad (14.27)$$

$$R_2 = \frac{R_K + a \cdot R_H}{a \cdot (1 + a)}. \quad (14.28)$$

Полученные соотношения (14.27) и (14.28) позволяют рассчитать значения искомых величин  $R_P$  и  $R_2$  по значениям заданных величин  $R_H$ ,  $R_K$  и  $a = R_3/R_4$ .

### Пример 2

Рассчитать мостовую схему, приведенную на рис. 14.6.

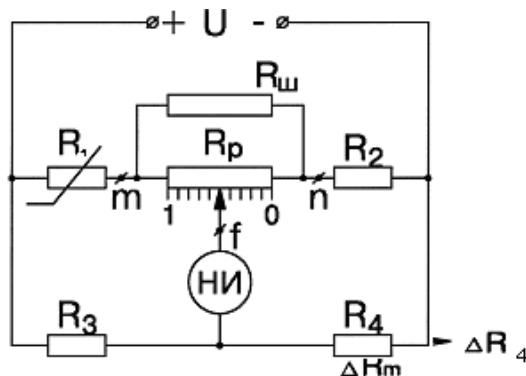


Рис. 14.6. Расчетная принципиальная схема равновесного моста постоянного тока с шунтом:  $R_{ш}$  – сопротивление шунта;  $R_1$  – сопротивление датчика (текущее)

Считаются заданными следующие величины: начальное сопротивление датчика  $R_n$ ; конечное сопротивление датчика  $R_k$ ; сопротивление реохорда  $R_p$ ; значение сопротивлений  $R_3$  и  $R_4$ .

Требуется найти: значение сопротивления шунта  $R_{ш}$  и значение сопротивления  $R_2$ .

Рассмотрим параллельное соединение сопротивлений  $R_{ш}$  и  $R_p$ .

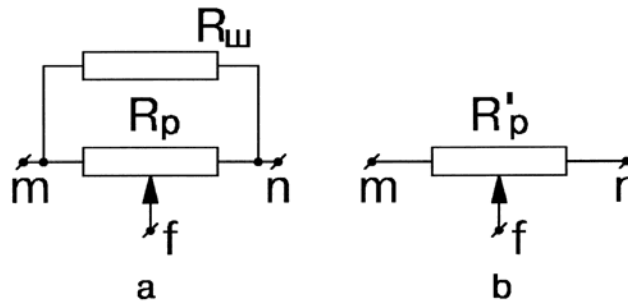


Рис. 14.7. Эквивалентные электрические схемы

Электрическая схема, приведенная на рис. 14.7, *a*, эквивалентна схеме, приведенной на рис. 14.7, *b*, если удовлетворяется условие

$$R'_p = \frac{R_p \cdot R_{ш}}{R_p + R_{ш}} \quad (14.29)$$

Таким образом, схема рис. 14.6 сводится к схеме, приведенной на рис. 11.1 (если принять  $R_p = R'_p$ ), а пример 2 сводится к примеру 1, уже рассмотренному выше. Исходя из сказанного, можно записать для рассматриваемого случая:

$$R'_p = \frac{R_k - R_n}{1 + a}, \quad (14.30)$$

$$R_2 = \frac{R_k + a \cdot R_n}{a \cdot (1 + a)}. \quad (14.31)$$

Решая уравнение (14.29) относительно  $R_{ш}$ , получим

$$R_{ш} = \frac{R_p \cdot R'_p}{R_p - R'_p}. \quad (14.32)$$



Подставляя в (14.32) значение  $R'_p$  в соответствии с выражением (14.30), найдем соотношение, связывающее значение сопротивления шунта  $R_{\text{ш}}$  с заданными по условию величинами:

$$R_{\text{ш}} = \frac{R_p \cdot (R_k - R_n)}{R_p \cdot (1 + a) - R_k + R_n} \quad (14.33)$$

Полученные соотношения (14.31) и (14.33) позволяют рассчитать значения величин  $R_2$  и  $R_{\text{ш}}$  (по значениям заданных величин). Отметим, что шунтирование реохорда повышает чувствительность схемы и изменяет диапазон возможных изменений сопротивления датчика (диапазон при этом сокращается по сравнению со случаем без шунтирования реохорда).

## 15. МОСТОВЫЕ СХЕМЫ ПЕРЕМЕННОГО ТОКА

### 15.1. Общие положения

В данном разделе рассмотрены основные положения и соотношения, используемые при анализе четырехплечих мостовых измерительных схем переменного тока (рис. 15.1).

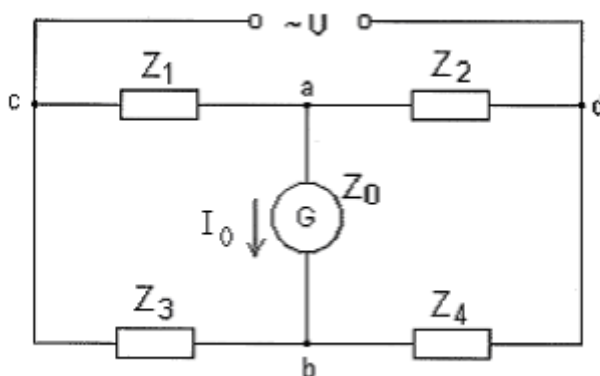


Рис. 15.1. Принципиальная электрическая схема четырехплечего измерительного моста переменного тока

В главах 11, 12, 13 и 14 учебного пособия рассмотрены основные соотношения и характеристики применительно к мостовым измерительным схемам постоянного тока. Мостовая схема постоянного тока является частным случаем мостовой схемы переменного тока (когда  $Z = R$  и  $f = 0$ , где  $f$  – частота питающего схему тока) и все соотношения для мостов постоянного тока в основном сохраняют правомерность и для мостов переменного тока, если в них активные сопротивления  $R$  заменить комплексными сопротивлениями  $Z$ , а напряжения и токи – комплексами соответствующих величин. При этом у мостов переменного тока появляются новые свойства, которыми не обладают мостовые схемы постоянного тока и которые будут рассмотрены ниже, в последующих параграфах учебного пособия. В данном разделе исследуем рассматриваемый вопрос чисто формально, путем замены величин  $R$ ,  $I$  и  $U$  на комплексные величины.

Прежде чем проводить замены, рассмотрим принятый порядок обозначения комплексных величин.

Государственный стандарт ГОСТ 1494–77 [56] устанавливает следующие буквенные обозначения комплексных величин (табл. 15.1).

Таблица 15.1

**Обозначение комплексных величин**

Наименование величины	Обозначение	
	основное	резервное
Действительная часть	$A'$	$\operatorname{Re} \underline{A}$
Мнимая часть	$A''$	$\operatorname{Im} \underline{A}$
Комплексная величина	$\underline{A} = A' + jA''$ $\underline{A} = A \cdot e^{j\varphi}$ $\underline{A} = A \angle \varphi$	$\underline{A} = \operatorname{Re} \underline{A} + j \operatorname{Im} \underline{A}$ $\underline{A} =  \underline{A}  \cdot e^{j\varphi}$ $\underline{A} =  \underline{A}  \angle \varphi$

Для комплексных величин следует применять обозначения типа  $\underline{C} = \operatorname{Re} \underline{C} + j \operatorname{Im} \underline{C}$  или  $\underline{C} = B + jD$ , где под  $C$ ,  $B$ ,  $D$  понимаются любые величины. Кроме рассмотренной алгебраической формы записи комплексного числа, может быть использована показательная форма записи:  $\underline{C} = C \cdot e^{j\varphi}$ , где  $C$  – модуль комплексного числа;  $\varphi$  – аргумент комплексного числа.

Для электрических величин используемые буквенные обозначения приведены в 15.2.

Отметим, что по государственному стандарту [56] допускается модули комплексных величин, не являющихся изображениями функции времени, обозначать строчными буквами.

Допускается для обозначения комплексных действующих и амплитудных значений величин, являющихся синусоидальными функциями времени, взамен способов, указанных в табл. 15.1 и 15.2, над основным обозначением величины ставить точку.

Обозначение электрических комплексных величин

Наименование величины	Обозначение	
	основное	резервное
Действительная часть (активное сопротивление)	$R$	$\operatorname{Re} \underline{Z}$
Мнимая часть (реактивное сопротивление)	$X$	$\operatorname{Im} \underline{Z}$
Комплексная величина (комплексное (полное) со- противление)	$\underline{Z} = R + jX$ $\underline{Z} = Z \cdot e^{j\varphi}$ $\underline{Z} = Z \angle \varphi$ $\dot{I}; \dot{I}_m$ $\dot{U}; \dot{U}_m$	$\underline{Z} = \operatorname{Re} \underline{Z} + j \operatorname{Im} \underline{Z}$ $\underline{Z} =  Z  \cdot e^{j\varphi}$ $\underline{Z} =  Z  \angle \varphi$

В табл. 15.2 приняты следующие обозначения:  $\underline{Z}$  – комплексное сопротивление;  $Z$  – модуль комплексного сопротивления;  $R$  – активное сопротивление;  $X$  – реактивное сопротивление;  $\varphi$  – аргумент комплексного сопротивления (сдвиг по фазе между током и напряжением);  $\dot{I}$  и  $\dot{U}$  – комплексы действующих значений тока и напряжения;  $\dot{I}_m$  и  $\dot{U}_m$  – комплексы амплитудных значений тока и напряжения. Отметим, что в электротехнической литературе принято обозначать комплексное сопротивление через  $Z$  большое (печатное), а модуль комплексного сопротивления – через  $z$  малое (прописное). Представим ток в измерительной диагонали мостовой схемы с учетом приведенных обозначений:

$$\dot{I}_0 = \dot{U} \cdot \frac{\underline{Z}_1 \cdot \underline{Z}_4 - \underline{Z}_2 \cdot \underline{Z}_3}{\underline{Z}_0 \cdot (\underline{Z}_1 + \underline{Z}_2) \cdot (\underline{Z}_3 + \underline{Z}_4) + \underline{Z}_1 \cdot \underline{Z}_2 \cdot (\underline{Z}_3 + \underline{Z}_4) + \underline{Z}_3 \cdot \underline{Z}_4 \cdot (\underline{Z}_1 + \underline{Z}_2)} \quad (15.1)$$

где  $\dot{I}_0$  – комплекс тока в измерительной диагонали;

$\dot{U}$  – комплекс напряжения питания;

$\underline{Z}_0$  – комплексное сопротивление прибора  $G$ , установленного в измерительной диагонали мостовой схемы;

$\underline{Z}_1, \underline{Z}_2, \underline{Z}_3, \underline{Z}_4$  – комплексные сопротивления плеч мостовой схемы.

Равновесие мостовой схемы наступает при таком подборе параметров моста, при котором  $\dot{I}_0 = 0$ , что имеет место при выполнении условия

$$\underline{Z}_1 \cdot \underline{Z}_4 = \underline{Z}_2 \cdot \underline{Z}_3. \quad (15.2)$$

В развернутом виде выражения комплексных (полных) сопротивлений могут быть представлены в алгебраической или показательной форме. В алгебраической форме эти выражения принимают вид

$$\underline{Z}_1 = R_1 + jX_1, \quad (15.3)$$

где  $R_1$  и  $X_1$  – активная и реактивная составляющие комплексного (полного) сопротивления первого плеча мостовой схемы;

$$\underline{Z}_2 = R_2 + jX_2, \quad (15.4)$$

где  $R_2$  и  $X_2$  – активная и реактивная составляющие комплексного (полного) сопротивления второго плеча мостовой схемы;

$$\underline{Z}_3 = R_3 + jX_3, \quad (15.5)$$

где  $R_3$  и  $X_3$  – активная и реактивная составляющие комплексного (полного) сопротивления третьего плеча мостовой схемы;

$$\underline{Z}_4 = R_4 + jX_4, \quad (15.6)$$

где  $R_4$  и  $X_4$  – активная и реактивная составляющие комплексного (полного) сопротивления четвертого плеча мостовой схемы.

В показательной форме рассматриваемые выражения принимают вид

$$\underline{Z}_1 = Z_1 \cdot e^{j\varphi_1}, \quad (15.7)$$

где  $Z_1 = \sqrt{R_1^2 + X_1^2}$  – модуль комплексного (полного) сопротивления первого плеча мостовой схемы;

$\varphi_1 = \arctg \frac{X_1}{R_1}$  – угол фазового сдвига тока относительно напряжения в первом плече мостовой схемы;

$$\underline{Z}_2 = Z_2 \cdot e^{j\varphi_2}, \quad (15.8)$$

где  $Z_2 = \sqrt{R_2^2 + X_2^2}$  – модуль комплексного (полного) сопротивления второго плеча мостовой схемы;

$\varphi_1 = \arctg \frac{X_2}{R_2}$  – угол фазового сдвига тока относительно напряжения во

втором плече мостовой схемы;

$$\underline{Z}_3 = Z_3 \cdot e^{j\varphi_3}, \quad (15.9)$$

где  $Z_3 = \sqrt{R_3^2 + X_3^2}$  – модуль комплексного (полного) сопротивления третьего плеча мостовой схемы;

$\varphi_1 = \arctg \frac{X_3}{R_3}$  – угол фазового сдвига тока относительно напряжения в третьем

плече мостовой схемы;

$$\underline{Z}_4 = Z_4 \cdot e^{j\varphi_4}, \quad (15.10)$$

где  $Z_4 = \sqrt{R_4^2 + X_4^2}$  – модуль комплексного (полного) сопротивления четвертого плеча мостовой схемы;

$\varphi_1 = \arctg \frac{X_4}{R_4}$  – угол фазового сдвига тока относительно напряжения в четвертом

плече мостовой схемы.

Подставляя в (15.2) значения  $\underline{Z}_1$ ,  $\underline{Z}_2$ ,  $\underline{Z}_3$  и  $\underline{Z}_4$  в показательной форме (15.7), (15.8), (15.9) и (15.10), получим

$$Z_1 \cdot e^{j\varphi_1} \cdot Z_4 \cdot e^{j\varphi_4} = Z_2 \cdot e^{j\varphi_2} \cdot Z_3 \cdot e^{j\varphi_3}, \quad (15.11)$$

$$Z_1 \cdot Z_4 \cdot e^{j(\varphi_1 + \varphi_4)} = Z_2 \cdot Z_3 \cdot e^{j(\varphi_2 + \varphi_3)}. \quad (15.12)$$

Выражение (15.12) правомерно, если выполняются условия:

$$Z_1 \cdot Z_4 = Z_2 \cdot Z_3, \quad (15.13)$$

$$\varphi_1 + \varphi_4 = \varphi_2 + \varphi_3. \quad (15.14)$$

Таким образом, для уравнивания мостовой схемы переменного тока необходимо выполнить два условия: (15.13) и (15.14). Другими словами, для уравнивания рассматриваемой схемы необходимо две регулировки («по модулям» и «по фазам»), в то время как для уравнивания мостовой схемы постоянного тока достаточно одной регулировки.

Условие (15.14) показывает, при каком расположении сопротивлений, в зависимости от их характера, можно уравновесить мостовую схему. Если смежные плечи моста, например третье и четвертое, имеют чисто активные сопротивления  $R_3$  и  $R_4$  (то есть  $\varphi_3 = \varphi_4 = 0$ ), то сопротивление двух других плеч должно иметь или индуктивный, или емкостной характер. Если противоположные плечи имеют чисто активные сопротивления, то одно из двух других должно иметь индуктивный характер, а второе – емкостной.

В мостах переменного тока (как и в мостах постоянного тока) в качестве измерительных и нуль-индикаторов могут использоваться электронные приборы с большим внутренним сопротивлением ( $R_0 \rightarrow \infty$ ). Такие мосты, как уже отмечалось, называются *потенциальными мостовыми измерительными схемами*. Для этих схем напряжение между точками  $a$  и  $b$  (рис. 15.1) можно определить по соотношению

$$\dot{U}_{ab} = \dot{U}_0 = \dot{U} \cdot \frac{\underline{Z}_1 \cdot \underline{Z}_4 - \underline{Z}_2 \cdot \underline{Z}_3}{(\underline{Z}_1 + \underline{Z}_4) \cdot (\underline{Z}_2 + \underline{Z}_3)}, \quad (15.15)$$

где  $\dot{U}_{ab}$ ,  $\dot{U}_0$ ,  $\dot{U}$  – комплексы соответствующих напряжений;

$\underline{Z}_1$ ,  $\underline{Z}_2$ ,  $\underline{Z}_3$ ,  $\underline{Z}_4$  – комплексные (полные) сопротивления, включенные соответственно в первое, второе, третье и четвертое плечи мостовой схемы.

Отметим, что если в момент считывания показаний мостовая схема уравновешена (соотношение (15.2) выполняется), то такая мостовая схема называется *равновесной*. Если же в момент считывания показаний мостовая схема не уравновешена (соотношение (15.2) не выполняется), то такая мостовая схема называется *неравновесной*. В дальнейшем основное внимание будет уделено равновесным мостовым схемам, а неравновесные схемы (как менее распространенные) будут рассмотрены сравнительно кратко в виде обзора возможных вариантов схем переменного тока.

## 15.2. Измерения параметров катушек индуктивности

Для измерения индуктивностей и для включения индуктивных датчиков широко используются равновесные мостовые схемы переменного тока. При

этом электрическая схема замещения катушек индуктивностей может быть последовательной (рис. 15.2) или параллельной (рис. 15.3).

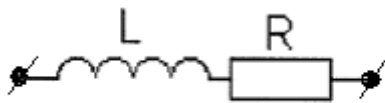


Рис. 15.2. Последовательная схема замещения реальной катушки индуктивностей:  
 $L$  – идеальная индуктивность;  $R$  – активное сопротивление

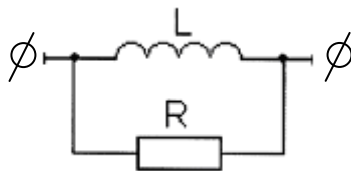


Рис. 15.3. Параллельная схема замещения реальной катушки индуктивностей:  
 $L$  – идеальная индуктивность;  $R$  – активное сопротивление

Последовательная схема замещения используется при большой добротности исследуемой катушки индуктивности ( $Q > 1$ ), а параллельная схема замещения используется при малой добротности исследуемой катушки индуктивности ( $Q < 1$ ).

Добротность  $Q$  для обеих схем замещения определяется соотношением

$$Q = \frac{X_{\text{э}}}{R_{\text{э}}}, \quad (15.16)$$

где  $X_{\text{э}}$  – эквивалентное реактивное сопротивление исследуемой катушки индуктивности;

$R_{\text{э}}$  – эквивалентное активное сопротивление исследуемой катушки индуктивности.

Для последовательной схемы замещения справедливы неравенства:

$$X_{\text{э}} = X = \omega L, \quad (15.17)$$

$$R_{\text{э}} = R, \quad (15.18)$$

$$Q = \frac{\omega L}{R}, \quad (15.19)$$

где  $\omega = 2\pi f$  – угловая частота;

$f$  – частота тока, протекающего по плечам мостовой схемы.



Для параллельной схемы замещения можно записать (см. рис. 15.3):

$$\underline{Z}_3 = \frac{R \cdot j\omega L}{R + j\omega L}, \quad (15.20)$$

$$\underline{Z}_3 = \frac{\omega^2 L^2 R}{R^2 + \omega^2 L^2} + j \frac{\omega L R^2}{R^2 + \omega^2 L^2}, \quad (15.21)$$

$$\underline{Z}_3 = R_3 + jX_3, \quad (15.22)$$

$$R_3 = \frac{\omega^2 L^2 R}{R^2 + \omega^2 L^2}, \quad (15.23)$$

$$x_3 = \frac{\omega L R^2}{R^2 + \omega^2 L^2}, \quad (15.24)$$

$$Q = \frac{X_3}{R_3} = \frac{R}{\omega L}. \quad (15.25)$$

Полученные выражения (15.19) и (15.25) позволяют рассчитать добротность катушек индуктивностей при использовании соответственно последовательной и параллельной схем замещения.

Необходимо отметить, что четырехплечие мосты обладают плохой сходимостью (трудно уравниваются) при малых значениях коэффициентов добротности (в том числе и при параллельной схеме замещения) и, в силу этого, используются редко. Чаще применяются (при измерениях малых значений коэффициентов добротности) шестиплечие мосты, описываемые ниже, в последующих пунктах учебного пособия.

В данном параграфе учебного пособия рассматривается измерение индуктивностей при использовании последовательной схемы замещения (рис. 15.4).

Условие равновесия для мостовой схемы рис. 15.4 запишется в виде

$$(R + j\omega L) \cdot R_4 = (R_2 + j\omega L_2) \cdot R_3, \quad (15.26)$$

$$R \cdot R_4 + j\omega L R_4 = R_2 \cdot R_3 + j\omega L_2 R_3. \quad (15.27)$$

Два комплексных числа равны между собой, если равны их вещественные и мнимые части. Приравнявая левые и правые вещественные и мнимые части уравнения (15.27) и решая полученные равенства относительно искомых величин  $R$ ,  $L$  и  $Q$ , получим

$$R = R_2 \cdot \frac{R_3}{R_4}, \quad (15.28)$$

$$L = L_2 \cdot \frac{R_3}{R_4}. \quad (15.29)$$

Поскольку в данном случае использована последовательная схема замещения, добротность катушки индуктивностей оценивается соотношением (15.19).

Таким образом, добившись равновесия мостовой схемы с помощью магазинов сопротивлений  $R_2$  и индуктивностей  $L_2$ , можно по выражениям (15.28), (15.29) и (15.19) определить измеряемые величины  $R$ ,  $L$  и  $Q$ .

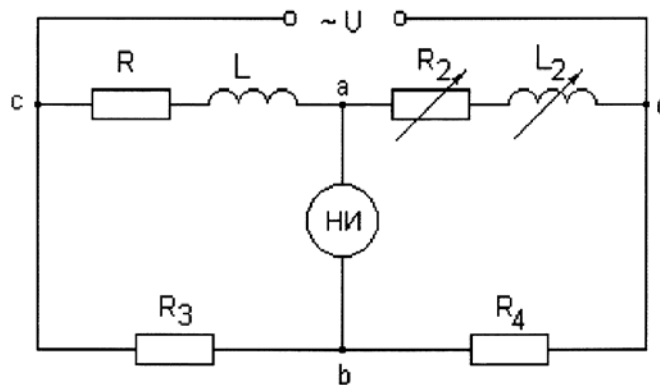


Рис. 15.4. Принципиальная электрическая схема четырехплечего моста для измерения параметров катушек индуктивностей (первый вариант):

$R$ ,  $L$  – измеряемые величины;  $R_2$  – магазин сопротивлений;

$L_2$  – магазин индуктивностей;  $R_3$ ,  $R_4$  – постоянные сопротивления; НИ – нуль-индикатор

Для измерения искомых величин  $R$  и  $L$ , кроме описанной схемы рис. 15.4, может быть использована мостовая схема с магазином емкостей (рис. 15.5).

Комплексные сопротивления плеч моста следующие значения (см. рис. 15.5):

первое плечо  $\underline{Z}_1 = R + j\omega L$ ;

второе плечо  $\underline{Z}_2 = R_2$ ;

третье плечо  $\underline{Z}_3 = R_3$ ;

четвертое плечо  $\underline{Z}_4 = \frac{R_4 \cdot (j\omega C_4)^{-1}}{R_4 + (j\omega C_4)^{-1}} = \frac{R_4}{1 + j\omega C_4 R_4}$ .

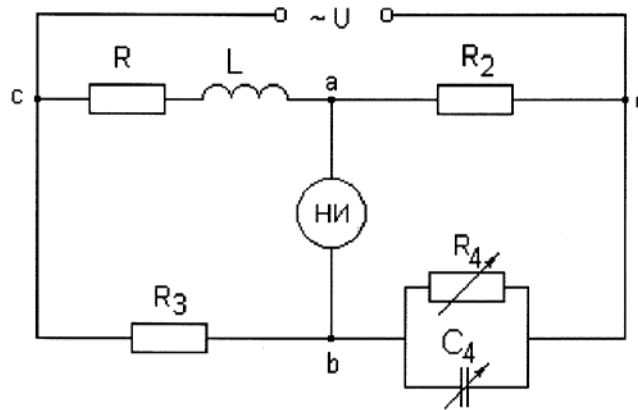


Рис. 15.5. Принципиальная электрическая схема четырехплечего моста для измерения параметров катушки индуктивностей (второй вариант):

$R$ ,  $L$  – измеряемые величины;  $R_4$  – магазин сопротивлений;

$C_4$  – магазин емкостей;  $R_2$ ,  $R_3$  – постоянные сопротивления; НИ – нуль-индикатор

При равновесии мостовой схемы имеет место следующее соотношение:

$$(R + j\omega L) \cdot \frac{R_4}{1 + j\omega C_4 R_4} = R_2 \cdot R_3, \quad (15.30)$$

$$R \cdot R_4 + j\omega L R_4 = R_2 \cdot R_3 + j\omega C_4 R_2 R_3 R_4. \quad (15.31)$$

Приравнивая левые и правые вещественные и мнимые части уравнения (15.31) друг другу и решая эти равенства относительно искомых величин  $R$  и  $L$ , получим

$$R = R_2 \cdot \frac{R_3}{R_4}, \quad (15.32)$$

$$L = C_4 R_2 R_3. \quad (15.33)$$

Добротность исследуемой катушки индуктивностей записывается в виде

$$Q = \frac{\omega L}{R} = \omega C_4 R_4. \quad (15.34)$$

Таким образом, добившись равновесия мостовой схемы с помощью магазина сопротивлений  $R_4$  и магазина емкостей  $C_4$ , можно по выражениям (15.32)–(15.34) определить измеряемые величины  $R$ ,  $L$  и  $Q$ .

### 15.3. Измерение параметров конденсаторов

Реальный конденсатор представляется эквивалентной электрической схемой в виде идеальной емкости, последовательно или параллельно соединенной с активным сопротивлением, обусловленным потерями в исследуемом конденсаторе.

На рис. 15.6 приведены эквивалентные электрические схемы реального конденсатора с потерями.

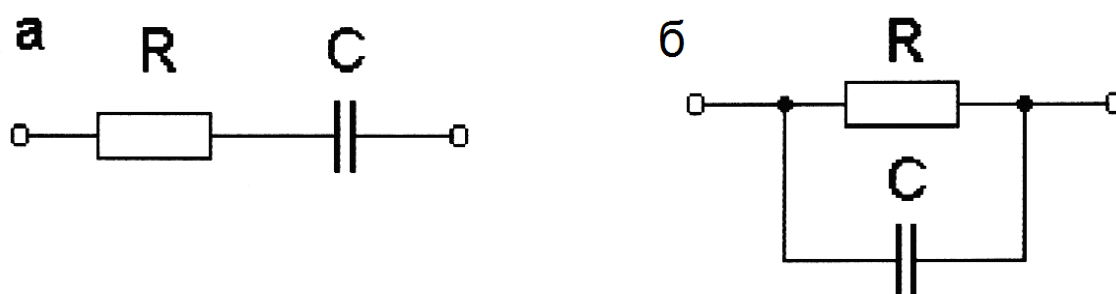


Рис. 15.6. Последовательная (а) и параллельная (б) электрические эквивалентные схемы реального конденсатора с потерями

Потери в реальном конденсаторе принято оценивать величиной тангенса угла потерь ( $\operatorname{tg} \delta$ ), определяемого соотношением

$$\operatorname{tg} \delta = \frac{R_{\text{э}}}{X_{\text{э}}}, \quad (15.35)$$

где  $R_{\text{э}}$  – активная составляющая эквивалентной схемы замещения конденсатора;  $X_{\text{э}}$  – реактивная составляющая эквивалентной схемы замещения конденсатора.

Для последовательной схемы замещения (рис. 15.6, а) справедливы равенства:

$$X_{\text{э}} = X_c = \frac{1}{\omega C}, \quad (15.36)$$

$$R_{\text{э}} = R, \quad (15.37)$$

$$\operatorname{tg} \delta = \omega \cdot C \cdot R, \quad (15.38)$$

где  $\omega = 2\pi f$  – угловая частота.

Для параллельной схемы замещения (рис. 15.6, б) справедливы равенства:

$$\underline{Z}_3 = \frac{R \cdot (j\omega \cdot C)^{-1}}{R + (j\omega \cdot C)^{-1}}, \quad (15.39)$$

$$\underline{Z}_3 = \frac{R}{1 + \omega^2 C^2 R^2} - j \frac{\omega C R^2}{1 + \omega^2 C^2 R^2}, \quad (15.40)$$

$$\underline{Z}_3 = R_3 - jx_3, \quad (15.41)$$

$$R_3 = \frac{R}{1 + \omega^2 C^2 R^2}, \quad (15.42)$$

$$X_3 = \frac{\omega C R^2}{1 + \omega^2 C^2 R^2}, \quad (15.43)$$

$$\operatorname{tg} \delta = \frac{1}{\omega C R}. \quad (15.44)$$

Полученные выражения (15.38) и (15.44) позволяют рассчитать  $\operatorname{tg} \delta$  при использовании соответственно последовательной и параллельной схем замещения реальных конденсаторов.

Для измерения параметров конденсаторов с малыми потерями используются последовательные схемы замещения (рис. 15.7).

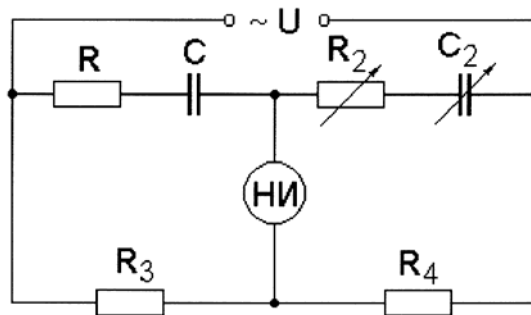


Рис. 15.7. Принципиальная электрическая схема моста переменного тока для измерения параметров реального конденсатора с использованием последовательной схемы замещения:  $R$ ,  $C$  – измеряемые величины;  $R_2$  – магазин сопротивлений;  $C_2$  – магазин емкостей;  $R_3$ ,  $R_4$  – постоянные сопротивления; НИ – нуль-индикатор

Полные (комплексные) сопротивления плеч мостовой схемы, приведенной на рис. 15.7, имеют следующие значения:

первое плечо  $\underline{Z}_1 = R - j \frac{1}{\omega C}$ ;

второе плечо  $\underline{Z}_2 = R_2 - j \frac{1}{\omega C_2}$ ;

третье плечо  $\underline{Z}_3 = R_3$ ;

четвертое плечо  $\underline{Z}_4 = R_4$ .

При равновесии рассматриваемой мостовой схемы должно выполняться условие (15.2), которое в нашем случае имеет вид

$$\left( R - j \frac{1}{\omega C} \right) \cdot R_4 = \left( R_2 - j \frac{1}{\omega C_2} \right) \cdot R_3, \quad (15.45)$$

$$R \cdot R_4 - j \frac{R_4}{\omega C} = R_2 \cdot R_3 - j \frac{R_3}{\omega C_2} \quad (15.46)$$

Два комплексных числа равны между собой, если равны их вещественные и мнимые части. Приравнивая вещественные и мнимые части уравнения (15.46) и решая полученные равенства относительно искомых величин  $R$  и  $C$ , получим

$$R = R_2 \cdot \frac{R_3}{R_4}, \quad (15.47)$$

$$C = C_2 \cdot \frac{R_4}{R_3}. \quad (15.48)$$

Таким образом, добившись равновесия мостовой схемы, приведенной на рис. 15.7, с помощью магазина сопротивлений  $R_2$  и магазина емкостей  $C_2$ , можно по выражениям (15.47), (15.48) и (15.38) определить параметры реального конденсатора:  $R$  (эквивалентное активное сопротивление),  $C$  (идеальную емкость) и  $\operatorname{tg} \delta$  (тангенс угла потерь).

Для измерения параметров конденсаторов с большими потерями используются параллельные схемы замещения (рис. 15.8).

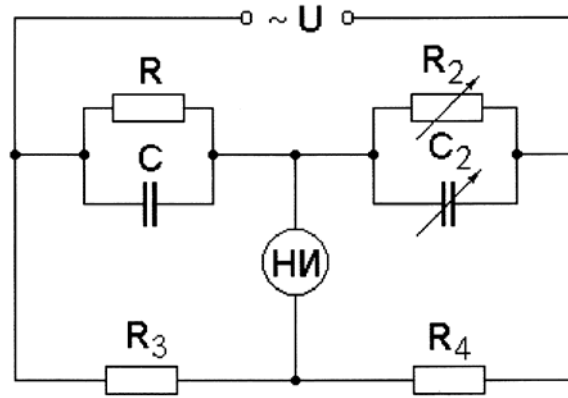


Рис. 15.8. Принципиальная электрическая схема моста переменного тока для измерения параметров реального конденсатора с использованием параллельной схемы замещения:  $R$ ,  $C$  – измеряемые величины;  $R_2$  – магазин сопротивлений;  $C_2$  – магазин емкостей;  $R_3$ ,  $R_4$  – постоянные сопротивления; НИ – нуль-индикатор

Полные (комплексные) сопротивления плеч рассматриваемой мостовой схемы имеют следующие значения:

$$\text{первое плечо } \underline{Z}_1 = \frac{R \cdot (j\omega C)^{-1}}{R + (j\omega C)^{-1}};$$

$$\text{второе плечо } \underline{Z}_2 = \frac{R_2 \cdot (j\omega C)^{-1}}{R_2 + (j\omega C)^{-1}};$$

$$\text{третье плечо } \underline{Z}_3 = R_3;$$

$$\text{четвертое плечо } \underline{Z}_4 = R_4.$$

При равновесии исследуемой мостовой схемы должно выполняться условие (15.2), которое в рассматриваемом случае имеет вид

$$\frac{R \cdot (j\omega C)^{-1}}{R + (j\omega C)^{-1}} \cdot R_4 = \frac{R_2 \cdot (j\omega C)^{-1}}{R_2 + (j\omega C)^{-1}} \cdot R_2. \quad (15.49)$$

$$R \cdot R_2 \cdot R_4 \cdot \omega C_2 - jR \cdot R_4 = R \cdot R_2 \cdot R_3 \cdot \omega C - jR_2 \cdot R_3. \quad (15.50)$$

Приравнявая вещественные и мнимые части уравнения (15.50), находящиеся в левой и правой частях этого уравнения, и решая полученные равенства относительно искомых величин, получим

$$R = R_2 \cdot \frac{R_3}{R_4}, \quad (15.51)$$

$$C = C_2 \cdot \frac{R_4}{R_3}. \quad (15.52)$$

Таким образом, добившись равновесия мостовой схемы с помощью магазина сопротивлений  $R_2$  и магазина емкостей  $C_2$ , можно по выражениям (15.51), (15.52) и (15.44) определить параметры исследуемого конденсатора:  $R$  (эквивалентное активное сопротивление),  $C$  (идеальную емкость) и  $\operatorname{tg} \delta$  (тангенс угла потерь).

#### 15.4. Шестиплечие мостовые схемы

Шестиплечие мостовые схемы нашли широкое применение для измерения параметров катушек индуктивностей ( $R$ ,  $L$  и  $Q$ ) при малых значениях коэффициентов добротности. Использование четырехплечих мостов в этом случае затруднительно, т. к. для них при коэффициенте добротности  $Q=1$  процесс уравнивания схемы становится затруднительным, а при  $Q < 0,5$  приведение моста в состояние равновесия практически невыполнимо. Хорошую сходимость при малых коэффициентах добротности имеют шестиплечие мосты. Принципиальная электрическая схема шестиплечевого моста приведена на рис. 15.9.

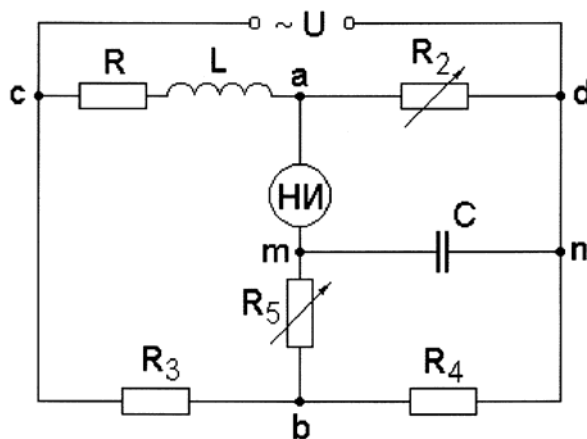


Рис. 15.9. Принципиальная электрическая схема шестиплечевого моста для измерения параметров катушек индуктивностей с малой добротностью:

$R$ ,  $L$  – измеряемые величины;  $R_2$ ,  $R_5$  – магазины сопротивлений;

$R_3$ ,  $R_4$  – постоянные сопротивления;  $C$  – постоянная емкость;

НИ – нуль-индикатор



Условия равновесия шестиплечего моста, приведенного на рис. 15.9, можно найти путем трансформации треугольника  $m - n - b$ , образованного элементами  $C$ ,  $R_4$  и  $R_5$ , в звезду. После такой трансформации шестиплечий мост преобразуется в четырехплечий, уравнение равновесия которого хорошо известно и уже многократно приводилось и использовалось.

После указанных преобразований находим два условия равновесия мостовой схемы:

$$R = R_2 \cdot \frac{R_3}{R_4}, \quad (15.53)$$

$$L = C \cdot \frac{R_2}{R_4} (R_3 \cdot R_4 + R_5 (R_2 + R_3)). \quad (15.54)$$

Мост уравнивается регулировкой переменных сопротивлений  $R_2$  и  $R_5$ . Первоначально изменением сопротивления  $R_2$  выполняется первое условие равновесия моста (см. выражение (15.53)), затем изменением сопротивления  $R_5$  выполняется второе условие равновесия моста (см. выражение (15.54)). Значение  $R_5$  не входит в первое условие равновесия. Благодаря такому свойству шестиплечий мост обладает хорошей сходимостью, которая сохраняется и при малых значениях коэффициента добротности исследуемой катушки индуктивностей.

Таким образом, добившись равновесия мостовой схемы с помощью магазинов сопротивлений  $R_2$  и  $R_5$ , можно по выражениям (15.53), (15.54) и (15.19) определить параметры исследуемой катушки: активное сопротивление  $R$ , индуктивность  $L$  и добротность  $Q$ .

### 15.5. Трансформаторные мостовые схемы

Четырехплечие трансформаторные измерительные мосты отличаются от мостов, рассмотренных выше, наличием индуктивно связанных плеч в диагонали источника питания (рис. 15.10) или в цепи нуль-индикатора (рис. 15.11).

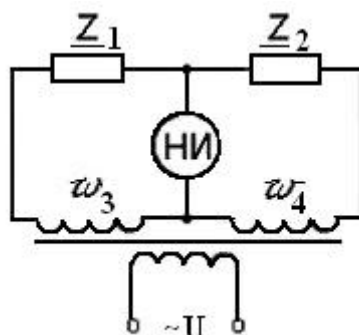


Рис. 15.10. Принципиальная электрическая схема трансформаторного измерительного моста с индуктивно связанными плечами (первый вариант):  $\underline{Z}_1$ ,  $\underline{Z}_2$  – комплексные сопротивления;  $w_3$ ,  $w_4$  – обмотки трансформатора, образующие третье и четвертое плечи мостовой схемы

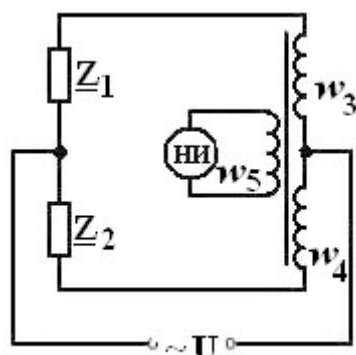


Рис. 15.11. Принципиальная электрическая схема трансформаторного измерительного моста с индуктивно связанными плечами (второй вариант):  $\underline{Z}_1$ ,  $\underline{Z}_2$  – комплексные сопротивления;  $w_3$ ,  $w_4$  – обмотки трансформатора, образующие третье и четвертое плечи мостовой схемы;  $w_5$  – обмотка трансформатора в цепи нуль-индикатора

В мостах переменного тока, рассмотренных в пп. 15.1, 15.2, 15.3, 15.4 учебного пособия, третье и четвертое плечи содержат резисторы. Между тем на повышенных частотах начинают проявляться не только их активные сопротивления  $R_3$  и  $R_4$  (что использовано во всех рассмотренных случаях), но и реактивные параметры этих резисторов (индуктивность, емкость), что приводит к появлению дополнительных погрешностей при проведении измерений. Указанные погрешности можно уменьшить, если вместо резисторов использовать обмотки трансформатора с тесной индуктивной связью (см. рис. 15.10 и 15.11). Тесная индуктивная связь обмоток достигается тем, что проводники обмоток свиваются в жгут, который наматывается на сердечник трансформатора, образуя секции обмоток  $w_3$ ,  $w_4$  и  $w_5$ . При равновесии моста справедливо соотношение

$$\underline{Z}_1 = \underline{Z}_2 \cdot \frac{w_3}{w_4}. \quad (15.55)$$

Если  $\underline{Z}_1$  – измеряемое комплексное сопротивление, то мост уравнивается регулировкой известного комплексного сопротивления  $\underline{Z}_2$  и переключением секций обмоток  $w_3$  и  $w_4$ . Условие равновесия трансформаторного измерительного моста, выражаемое формулой (15.55), обычно называется идеальным условием равновесия, т. к. в этом случае не учитываются потоки рассеяния обмоток и принимаются допущения об идеальной связи между ними и о пропорциональности потерь в проводах числу витков обмоток. На практике при реализации мостов этого типа всегда принимаются меры, позволяющие считать принятые допущения правомерными, а идеальное условие равновесия (15.55) справедливым.

Достоинством трансформаторных измерительных мостов является их практически постоянная чувствительность в широком диапазоне частот и сравнительно малая погрешность при проведении измерений.

Следует отметить широкие возможности при использовании трансформаторных мостовых схем для измерения неэлектрических величин электрическими методами (уровнемеры, влагомеры, измерительные преобразователи перемещений и т. п.).

Кроме рассмотренных четырехплечих мостов, известны также двойные и многоплечие трансформаторные мостовые измерительные схемы.

## 15.6. Выводы и рекомендации

Рассмотренные в данном параграфе учебного пособия мостовые измерительные схемы переменного тока позволяют решить самые разнообразные вопросы измерительной техники. Вместе с тем эти мостовые схемы требуют выполнения ряда обязательных условий при их использовании. В противном случае устройства начинают работать с большими погрешностями или становятся вообще неработоспособными. Сказанное в равной степени относится и к равновесным, и к неравновесным схемам. Последние используются сравнительно

редко, поэтому в учебном пособии основное внимание уделено равновесным мостовым схемам. Равновесие мостов переменного тока, как уже отмечалось в п. 15.1 пособия, возможно лишь при строгом соблюдении определенного характера сопротивлений в плечах мостовой схемы. Нарушение этих требований приводит к тому, что равновесие схем становится невозможным. Большое значение имеет влияние на равновесие схемы частоты питания. По влиянию частоты все мостовые схемы переменного тока делятся на схемы, равновесие которых не зависит от частоты питающего тока (частотно-независимые схемы), и схемы, равновесие которых зависит от частоты (частотно-зависимые схемы).

При измерении параметров электрических цепей частотная зависимость мостовой схемы приводит к дополнительным трудностям и дополнительным погрешностям. Поэтому все приведенные в учебном пособии мостовые схемы являются частотно-независимыми. Причем переход от одной схемы к другой (от частотно-независимой к частотно-зависимой) может произойти от переключения всего одного элемента одного из плеч схемы. Например, на рис. 15.5 приведена частотно-независимая схема. Однако стоит резистор  $R_4$  (в четвертом плече схемы) подключить последовательно с конденсатором  $C_4$  (а не параллельно конденсатору, как на рис. 15.5), и мостовая схема становится частотно-зависимой. Частотно-зависимые схемы тоже находят применение (например, для измерения частоты), но применения эти носят ограниченный характер и в данном учебном пособии не рассматриваются.

Таким образом, рассмотренные мостовые измерительные схемы могут проявить все свои возможности и достоинства лишь при соблюдении целого ряда условий, значительная часть которых изложена в настоящем учебном пособии и которые могут быть использованы как при изучении этого вопроса, так и при практическом использовании мостовых схем для измерения электрических и неэлектрических величин.

Дополнительные сведения по мостовым измерительным схемам можно найти в литературных источниках [1–3].

## 16. ПРИМЕРЫ ИСПОЛЬЗОВАНИЯ РАВНОВЕСНЫХ МОСТОВЫХ ИЗМЕРИТЕЛЬНЫХ СХЕМ

### 16.1. Двух- и трехпроводные схемы включения датчиков

Двухпроводная схема подключения резистивного датчика к равновесной мостовой измерительной схеме постоянного тока приведена на рис. 16.1.

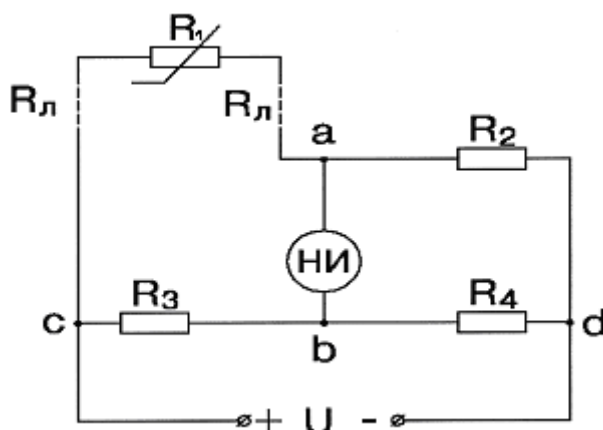


Рис. 16.1. Двухпроводная схема подключения датчиков:

$R_1$  – сопротивление датчика;  $R_L$  – сопротивление проводов, составляющих двухпроводную линию связи датчика с мостовой схемой

Условие равновесия для рассматриваемого случая запишется в виде

$$(R_L + R_1 + R_L) \cdot R_4 = R_2 \cdot R_3, \quad (16.1)$$

где  $(R_L + R_1 + R_L)$  – сопротивление первого плеча мостовой схемы (от точки  $c$  схемы, к которой подключено питание, до точки  $a$  схемы, к которой подключен нуль-индикатор НИ).

Легко заметить: изменение сопротивлений проводов соединительной линии  $R_L$  (за счет, например, повышения или понижения температуры окружающей среды) приведет к нарушению равенства (16.1), что является причиной возникновения дополнительной погрешности при проведении измерений с использованием двухпроводных схем подключения датчиков.

Трехпроводная схема подключения резистивного датчика к равновесной мостовой измерительной схеме постоянного тока приведена на рис. 16.2.

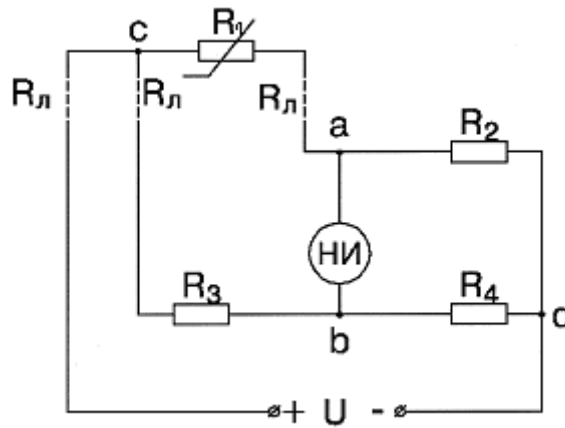


Рис. 16.2. Трехпроводная схема подключения датчиков (обозначения на рис. 16.2 аналогичны соответствующим обозначениям, принятым на рис. 16.1)

Условие равновесия для рассматриваемого случая запишется в виде

$$(R_1 + R_{\text{л}}) \cdot R_4 = R_2 \cdot (R_3 + R_{\text{л}}), \quad (16.2)$$

где  $(R_1 + R_{\text{л}})$  – сопротивление первого плеча мостовой схемы (от точки подключения питания (точка  $c$ ) до точки подключения нуль-индикатора (точка  $a$ ));

$R_1 + R_{\text{л}}$  – сопротивление третьего плеча мостовой схемы (от точки подключения питания (точка  $c$ ) до точки подключения нуль-индикатора (точка  $b$  схемы)).

Сопротивления проводов соединительной линии  $R_{\text{л}}$  входят в левую и в правую части равенства (16.2). В результате изменение этих сопротивлений на одну и ту же величину (за счет, например, повышения или понижения температуры окружающей среды) не нарушает рассматриваемого равенства. Этот вывод правилен при определенных соотношениях между сопротивлениями, образующими мостовую схему (например, при  $R_2 = R_4$ ,  $R_1 = R_3$ ,  $R_{\text{л}} \ll R_1$ ,  $R_{\text{л}} \ll R_3$ ). Таким образом, при использовании трехпроводной линии связи для подключения датчиков к равновесным мостовым схемам удастся избежать дополнительных погрешностей при изменении сопротивлений подводящих проводов.

## 16.2. Автоматические мостовые схемы

На основе равновесных мостовых измерительных схем часто строятся автоматические устройства, используемые для измерения различных физических величин (например, температуры).

Упрощенная схема автоматического моста приведена на рис. 16.3.

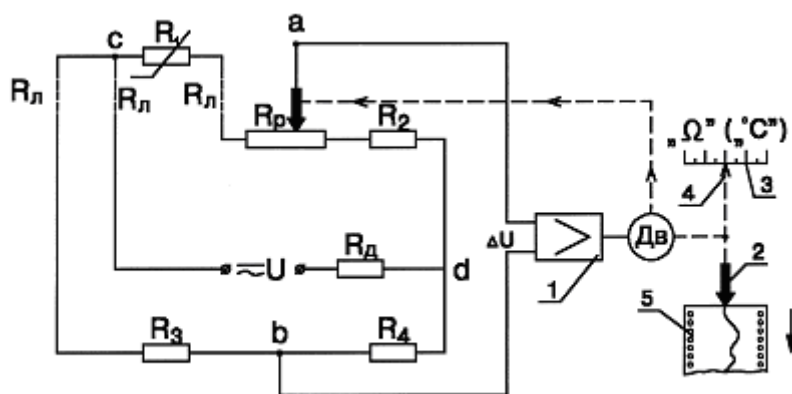


Рис. 16.3. Упрощенная принципиальная схема автоматического моста:  $R_1$  – сопротивление датчика (например, реостатный датчик или терморезисторный датчик («термометр сопротивления»));  $R_{\text{л}}$  – сопротивление проводов соединительной линии (использована трехпроводная схема подключения датчика);  $R_{\text{д}}$  – ограничительное сопротивление в цепи питания;  $R_{\text{р}}$  – сопротивление реохорда;  $R_2$ ,  $R_3$ ,  $R_4$  – постоянные сопротивления; Дв – двигатель; 1 – усилитель; 2 – перо самописца; 3 – шкала; 4 – указатель (стрелка); 5 – диаграммная лента. Электрические цепи на схеме показаны сплошными линиями, а механические связи – пунктирными линиями

При использовании реостатного датчика прибор градуируется, как правило, в единицах сопротивления (Ом), а при использовании терморезисторного датчика – в единицах температуры ( $^{\circ}\text{C}$ ).

Питание мостовой схемы может осуществляться как постоянным током, так и переменным. Использование переменного тока не вызывает в данном случае каких-либо затруднений при уравнивании схемы, т. к. в схеме нет реактивных элементов и все сопротивления чисто активные.

Если мост уравновешен, то напряжение между точками  $a$  и  $b$  (на измерительной диагонали моста) равно нулю и соответственно напряжение на входе усилителя 1  $\Delta U = U_{ab} = 0$ . При изменении сопротивления датчика  $R_1$  мостовая схема выходит из равновесия и на измерительной диагонали (между точками  $a$  и  $b$ ) появляется напряжение ( $\Delta U = U_{ab} \neq 0$ ). Это напряжение усиливается усилителем и подается на реверсивный двигатель Дв, который перемещает движок реохорда  $R_{\text{р}}$  в сторону достижения равновесия моста. Одновременно двигатель перемещает перо самописца 2 и указатель (стрелку) 3. Ротор двигателя вращается до тех пор, пока не будет достигнуто равновесие рассматриваемой мосто-

вой схемы. Если автоматический мост предназначен для регулирования, то тем же двигателем приводятся в действие регулирующие устройства.

Промышленность выпускает различные типы автоматических мостов, различающихся габаритами, числом измеряемых величин и другими характеристиками. Так, например, запись измеряемых величин может производиться на диаграммную линейку в прямоугольной системе координат (как показано на рис. 16.3) или на дисковую диаграмму в полярной системе координат. Отметим, что в том и другом случае диаграммная бумага перемещается равномерно специальным синхронным двигателем (линейно или по кругу). Соответственно шкала 3 может быть линейной или круговой. Прямоугольно-координатные автоматические мосты имеют обозначения: ЭМП (старое обозначение), КСМ2, КСМ4 (новое обозначение) и т. д. Автоматические мосты с дисковыми диаграммами и круговыми шкалами обозначаются: ЭМД (старое обозначение) и КСМ3. Указанные обозначения получили наибольшее распространение, но есть автоматические мосты с другими обозначениями их типов.

Основная приведенная относительная погрешность автоматических мостов от  $\pm 0,25$  до  $\pm 1$  %. Наиболее часто встречаются автоматические мосты с относительной погрешностью  $\pm 0,5$  %. Быстродействие автоматических мостов изменяется в широких пределах и зависит от исполнения и типа прибора. Время прохождения указателем шкалы составляет от 1 с до 10–20 с. В широких пределах изменяется также скорость перемещения диаграммной бумаги (как ленточной, так и дисковой), что позволяет фиксировать и быстро, и медленно изменяющиеся величины.

## **17. АНАЛОГОВЫЕ ЭЛЕКТРОМЕХАНИЧЕСКИЕ ПРИБОРЫ**

### **17.1. Общие положения**

Аналоговые электромеханические измерительные приборы непосредственной оценки (в дальнейшем – «измерительные приборы») состоят из измерительной цепи (ИЦ), измерительного механизма (ИМ) и отсчетного устройства (ОУ) (рис. 17.1).



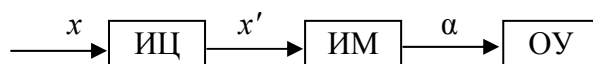


Рис. 17.1. Структурная схема аналоговых электромеханических измерительных приборов непосредственной оценки

*Измерительная цепь* (ИЦ) служит для преобразования измеряемой электрической величины  $x$  в электрическую же величину  $x'$ , удобную для измерения и непосредственного воздействия на измерительный механизм.

*Измерительный механизм* (ИМ) преобразует электрическую величину  $x'$  в механическое перемещение  $\alpha$  (угловое или линейное).

*Отсчетное устройство* (ОУ) служит для визуального отсчитывания значений измеряемой величины.

ИЦ содержит обычно резисторы (или другие элементы), необходимые для требуемого преобразования измеряемой величины.

ИМ состоит из подвижной и неподвижной частей. В зависимости от принципа построения различают измерительные механизмы магнитоэлектрические, электромагнитные, электродинамические, электростатические, индукционные, ферродинамические, вибрационные.

ОУ состоит из указателя (стрелочного или светового), связанного с подвижной частью измерительного механизма, и неподвижной шкалы. На шкалу наносятся деления в единицах измеряемой величины. Кроме того, на шкалу наносятся условные обозначения класса точности прибора, рода измеряемого тока, знака системы, рабочего положения прибора (например, вертикального или горизонтального), испытательного напряжения и т. д.

Условные обозначения, наносимые на шкалы и корпуса приборов, приведены в приложениях.

Ниже рассмотрены приборы наиболее распространенных систем. При рассмотрении приборов основное внимание уделено измерительным механизмам и несколько меньшее внимание – другим составным частям приборов (измерительным цепям и отсчетным устройствам).

Более детально затронутые вопросы рассмотрены в литературных источниках [1; 2; 5; 8; 35; 36].

## 17.2. Магнитоэлектрические приборы

Приборы магнитоэлектрической системы основаны на использовании взаимодействия поля постоянного магнита и катушки (рамки), обтекаемой электрическим током. Конструктивно магнитоэлектрические приборы могут быть выполнены с подвижной рамкой и с подвижным магнитом. Наибольшее распространение получили приборы с подвижной рамкой и внешним постоянным магнитом. Устройство такого прибора схематически показано на рис. 17.2.

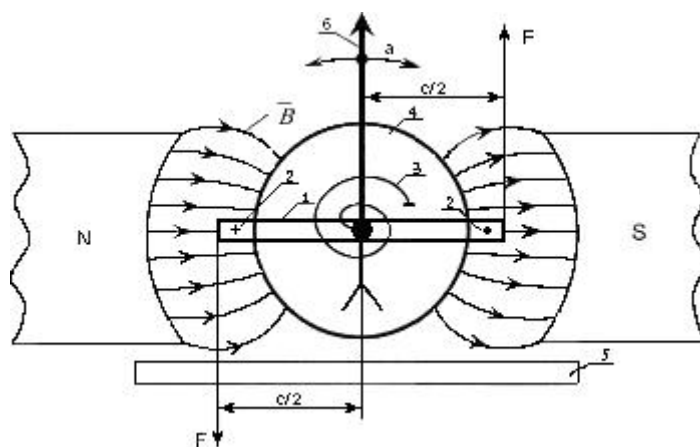


Рис. 17.2. Схема магнитоэлектрического прибора с подвижной рамкой:

- |                               |   |
|-------------------------------|---|
| 1 – рамка;                    | (+•) – направление тока в обмотках рамки;             |
| 2 – обмотка рамки;            | ( $F-F$ ) – пара сил, действующих на рамку;           |
| 3 – спиральная пружина;       | ( $N-S$ ) – полюсные наконечники постоянного магнита; |
| 4 – ферромагнитный сердечник; | $\alpha$ – угол поворота подвижной части;             |
| 5 – магнитный шунт;           | $\bar{B}$ – магнитная индукция;                       |
| 6 – стрелка;                  | $c/2$ – половина ширины рамки                         |

Постоянный магнит с магнитопроводом и полюсными наконечниками (на рис. 17.2 изображены только полюсные наконечники  $N-S$ ) создает в воздушном зазоре магнитное поле с индукцией  $\bar{B}$ . Благодаря цилиндрическому сердечнику 4 индукция в воздушном зазоре радиальная и равномерная за исключением поля на краях полюсных наконечников («краевой эффект»). На рис. 17.2 краевой эффект (для наглядности) несколько преувеличен. В достоверности искажение магнитного поля на краях полюсных наконечников меньше показанного на

схеме. Магнитный шунт 5 служит для регулировки значения магнитной индукции в некоторых пределах (от 5 до 10 %), что позволяет изменять пределы измерения прибора. Магнитопровод, полюсные наконечники и магнитный шунт изготавливаются из магнитомягкого материала.

Стрелка 6 жестко связана с рамкой 1. Спиральная пружина 3 служит для создания момента, противодействующего повороту рамки и стрелки. На рис. 17.2 показана одна спиральная пружина. В реальных приборах спиральных пружин две (или несколько), и они служат не только для создания противодействующего момента, но и для токоподвода к обмотке рамки. Рамка имеет прямоугольную форму. Ширина рамки – « $c$ », ее длина – « $b$ ». При протекании по обмотке рамки постоянного тока  $I$  происходит его взаимодействие с магнитным полем и возникает пара сил « $F-F$ », стремящихся повернуть рамку. Направление действия сил определяется правилом левой руки. Оно зависит от направления индукции магнитного поля и направления тока (направление индукции показано на рис. 17.2 стрелками, направление тока «от нас» показано знаком «+», направление тока «к нам» показано знаком «•»). Значение каждой из сил  $F$  определяется соотношением

$$F = B \cdot I \cdot w \quad (17.1)$$

где  $w$  – число витков обмотки рамки.

Каждая из сил  $F$  действует на плече « $c/2$ ». Вместе силы « $F-F$ » создают вращающий момент:

$$-M_{\text{вр.}} = F \frac{c}{2} + F \frac{c}{2} = F \cdot c \quad (17.2)$$

где  $c$  – ширина рамки.

Вращающий момент уравнивается противодействующим моментом  $M_{\text{пр.}}$ :

$$-M_{\text{пр.}} = D \cdot \alpha \quad (17.3)$$

где  $D$  – удельный противодействующий момент;

$\alpha$  – угол поворота подвижной части прибора.

В момент считывания показаний  $M_{\text{вр.}} = M_{\text{пр.}}$ , т. е. можно записать:

$$F \cdot c = D \cdot \alpha \quad (17.4)$$

$$B \cdot w \cdot b \cdot c \cdot I = D \cdot \alpha \quad (17.5)$$

Решая уравнение (17.5) относительно  $\alpha$ , получаем

$$\alpha = \frac{1}{D} \cdot B \cdot w \cdot b \cdot c \cdot I, \quad (17.6)$$

$$k_1 = \frac{B \cdot w \cdot b \cdot c}{D}, \quad (17.7)$$

$$\alpha = k \cdot I \quad (17.8)$$

Полученное выражение (17.8) носит название «уравнение шкалы». Согласно уравнению шкалы угол отклонения подвижной части приборов магнитоэлектрической системы пропорционален току, протекающему по обмотке рамки. Коэффициент пропорциональности  $k_1$  (см. (17.7)) называется *чувствительностью по току*.

Значение  $k_1$  является величиной постоянной, зависящей от конструктивных параметров измерительного механизма и не зависящей от измеряемого тока  $I$ . Поэтому шкалы магнитоэлектрических приборов равномерны. Изменение направления тока ведет к изменению направления угла отклонения подвижной части прибора.

Приборы магнитоэлектрической системы могут использоваться как для измерения постоянных токов, так и для измерения постоянных напряжений. При измерении постоянного напряжения уравнение шкалы (см. (17.8)) принимает вид

$$\alpha = k_2 \cdot U, \quad (17.8a)$$

где  $k_2$  – постоянный коэффициент, характеризующий чувствительность по напряжению;

$U$  – измеряемое напряжение.

При измерении постоянных токов и напряжений рассматриваемые магнитоэлектрические приборы являются самыми чувствительными и точными среди электромеханических приборов. Температура окружающей среды и внешние магнитные поля мало влияют на их работу. Равномерный характер шкалы и

малое потребление энергии также являются достоинствами этих приборов. Магнитоэлектрические приборы реагируют только на постоянную составляющую измеряемого тока или напряжения. Для измерений в цепях переменного тока требуется предварительное преобразование переменных величин в постоянные. К недостаткам этих приборов следует отнести их малую перегрузочную способность (сгорают токоподводы). Знак приборов магнитоэлектрической системы, наносимой на шкалу, приведен в прил. 4.

На основе магнитоэлектрических механизмов строятся приборы для измерения постоянных токов (амперметры), постоянных напряжений (вольтметры), электрических сопротивлений (омметры), малых токов и напряжений (гальванометры), количества электричества (баллистические гальванометры) и т. п.

Дополнительные сведения по затронутым вопросам приведены в литературе [1; 2; 5; 8; 35].

### **17.3. Электромагнитные приборы**

Приборы электромагнитной системы основаны на взаимодействии магнитного поля, создаваемого током в неподвижной катушке, с подвижным ферромагнитным сердечником. В настоящее время находят применение электромагнитные механизмы с плоской катушкой и механизмы с круглой катушкой.

Схема, поясняющая принцип работы приборов электромагнитной системы, приведена на рис. 17.3.

При протекании тока  $I$  по катушке 1 создается магнитное поле, под действием которого сердечник 2 втягивается внутрь катушки. Благодаря тому, что сердечник выполнен из магнитомягкого материала, он втягивается в катушку независимо от направления тока (и соответственно независимо от полярности приложенного к катушке напряжения  $U$ ). С сердечником 2 жестко связаны пружина 3 и стрелка (указатель) 4.

Пружина создает противодействующий момент, а стрелка позволяет проводить отсчет показаний по шкале 5.

Для быстрейшего «успокоения» подвижной части прибора используются специальные успокоители (обычно воздушные). Успокоители на рис. 17.3 не

показаны. Возможные конструкции успокоителей приведены, например, в [1; 2]. Рассмотренные ранее магнитоэлектрические приборы в специальных успокоителях не нуждались. Необходимое «успокоение» подвижной части этих приборов достигалось за счет взаимодействия вихревых токов, наводимых в рамке устройства, с магнитным полем.

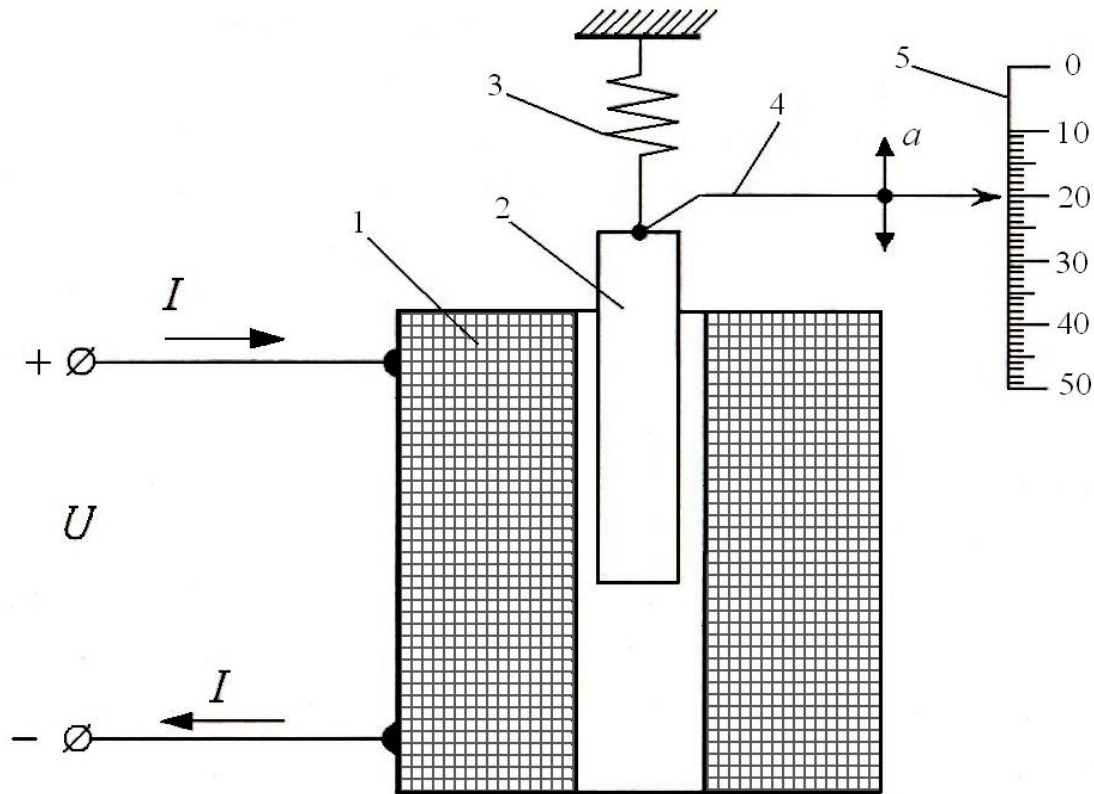


Рис. 17.3 Схема прибора электромагнитной системы:  
1 – катушка с числом витков  $w$  и индуктивностью  $L$ ; 2 – ферромагнитный сердечник (из магнитомягкого материала); 3 – пружина (с удельным противодействующим моментом  $D$ ); 4 – стрелка; 5 – шкала

Положение подвижной части прибора электромагнитной системы в установившемся режиме можно определить из условия равенства вращающего и противодействующего моментов.

Согласно законам механики выражение для «вращающего» момента имеет вид

$$M = \frac{dW}{dx}, \quad (17.9)$$

где  $M$  – «вращающий» момент, перемещающий подвижную часть устройства;

$W$  – электрокинетическая энергия;

$x$  – координата подвижной части устройства.

Для приборов электромагнитной системы:

$$W = W_M = \frac{1}{2} I^2 \cdot L, \quad (17.10)$$

где  $W_M$  – энергия магнитного поля катушки

$I$  – ток через катушку;

$L$  – индуктивность катушки.

$$M = \frac{dW_M}{d\alpha} = \frac{1}{2} I^2 \frac{dL}{d\alpha}, \quad (17.11)$$

где  $\alpha$  – перемещение подвижной части прибора.

$$M_{\text{пр}} = D \cdot \alpha, \quad (17.12)$$

где  $M_{\text{пр}}$  – противодействующий момент (создается пружиной);

$D$  – удельный противодействующий момент.

При установившемся положении механизма  $M = M_{\text{пр}}$ , т. е.:

$$\frac{1}{2} I^2 \frac{dL}{d\alpha} = D \cdot \alpha, \quad (17.13)$$

$$\alpha = \frac{1}{2D} \cdot I^2 \frac{dL}{d\alpha} \quad (17.14)$$

Выражение (17.14) носит название «уравнение шкалы» (или «уравнение преобразования») приборов электромагнитной системы на постоянном токе.

Рассмотрим работу приборов на переменном токе.

$$i(t) = I_m \cdot \sin \omega t, \quad (17.15)$$

$$I = \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T [i(t)]^2 dt}, \quad (17.16)$$

где  $i(t)$  – мгновенное значение переменного тока;

$I_m$  – амплитудное значение переменного тока;

$I$  – действующее значение переменного тока;

$T$  – период переменного тока, протекающего по катушке прибора.

Мгновенное  $m(t)$  и среднее  $M_{\text{ср}}$  значения вращающего момента запишутся в виде

$$m(t) = \frac{1}{2} [i(t)]^2 \frac{dL}{d\alpha} , \quad (17.17)$$

$$M = \frac{1}{T} \int_0^T m(t) dx . \quad (17.18)$$

Подставляя в (17.18) значение  $m(t)$ , получаем

$$M_{\text{cp}} = \frac{1}{T} \int_0^T \frac{1}{2} [i(t)]^2 \frac{dL}{d\alpha} dt = \frac{1}{2} \cdot \frac{dL}{d\alpha} \cdot \frac{1}{T} \int_0^T [i(t)]^2 dt . \quad (17.19)$$

Среднее значение вращающего момента (на которое реагирует прибор) с учетом (17.16) принимает вид

$$M_{\text{cp}} = \frac{1}{2} \cdot I^2 \frac{dL}{d\alpha} . \quad (17.20)$$

Учитывая, что в установившемся режиме  $M_{\text{cp}} = M_{\text{пр}}$ , можно записать:

$$\frac{1}{2} \cdot I^2 \cdot \frac{dL}{d\alpha} = D \cdot \alpha . \quad (17.21)$$

Решая (17.21) относительно  $\alpha$ , окончательно получим

$$\alpha = \frac{1}{2D} \cdot I^2 \cdot \frac{dL}{d\alpha} , \quad (17.22)$$

где  $I$  – действующее значение переменного тока.

Выражение (17.22) носит название «*уравнение шкалы*» (или «*уравнение преобразования*») приборов электромагнитной системы на переменном токе.

Полученные соотношения (17.14) и (17.22) позволяют сделать вывод о нелинейности шкалы рассматриваемых приборов. Начало и конец шкалы сжаты (особенно начало). В результате до 10 % шкалы в ее начале вообще не используется. Середина шкалы имеет благоприятный равномерный характер.

На основе электромагнитных механизмов строятся приборы для измерения постоянных и переменных токов (амперметры), постоянных и переменных напряжений (вольтметры) и резонансные (вибрационные) частотомеры.

К достоинствам приборов электромагнитной системы относят: простоту конструкции, низкую стоимость, надежность, способность выдерживать боль-



шие перегрузки и универсальность (возможность использования в цепях постоянного и переменного тока).

К недостаткам этих приборов следует отнести: большое собственное потребление энергии, сравнительно малые чувствительность и точность, сильное влияние внешних магнитных полей. Последнее обстоятельство вынуждает применять специальные методы защиты (магнитные экраны и астазирование).

Приборы электромагнитной системы применяют обычно как щитовые амперметры и вольтметры переменного тока промышленной частоты (с классами точности 1,5 и 2,5). В отдельных случаях они используются на повышенных частотах (до нескольких сотен и даже тысяч герц). Эти приборы могут также использоваться как лабораторные переносные приборы классов точности 0,5 и 1,0.

Знак приборов электромагнитной системы, наносимый на шкалу, приведен в прил. 4. Приборы описаны в литературе [1; 2; 5; 8; 35].

#### 17.4. Электродинамические приборы

Приборы электродинамической системы основаны на взаимодействии магнитных полей двух неподвижных и одной подвижной катушек, по которым протекает ток.

Схема, поясняющая принцип работы приборов электродинамической системы, приведена на рис. 17.4.

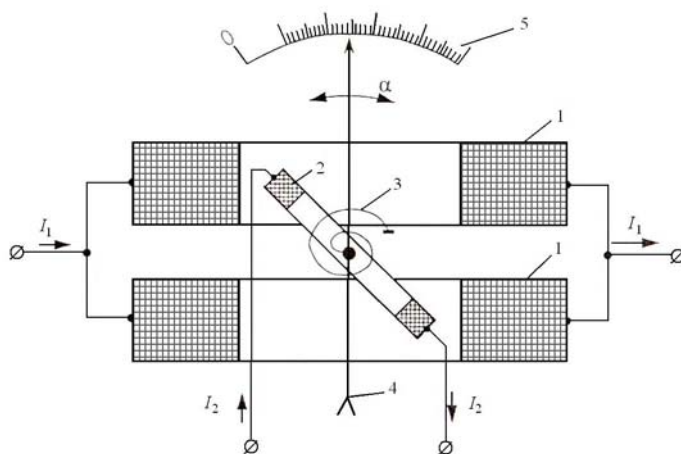


Рис. 17.4. Схема приборов электродинамической системы:  
1 – неподвижные катушки; 2 – подвижная катушка; 3 – спиральная пружина;  
4 – стрелка; 5 – шкала;  $\alpha$  – угол поворота подвижной части прибора

По неподвижным катушкам 1 протекает ток  $I_1$ . По подвижной катушке 2 протекает ток  $I_2$ . Стрелка 4 жестко связана с подвижной катушкой 2. Спиральная пружина 3 (с удельным противодействующим моментом  $D$ ) создает противодействующий момент. На рис. 17.3 показана одна спиральная пружина. В реальных устройствах используются обычно две пружины (известны также конструкции, в которых используется несколько спиральных пружин). Пружины 3 одновременно могут быть токоподводами к подвижной катушке 2. Чаше подключение подвижной катушки к внешней цепи осуществляется с использованием специальных безмоментных токоподводов. Неподвижные катушки 1 имеют суммарную индуктивность  $L_1$ . Индуктивность подвижной катушки –  $L_2$ . Взаимная индуктивность между неподвижными и подвижной катушками –  $M$ . Для сокращения времени колебаний подвижной катушки используются специальные, обычно воздушные, успокоители (на рис. 17.4 они не показаны).

Энергия магнитного поля катушек с токами  $I_1$  и  $I_2$  запишется следующим образом:

$$W_M = \frac{1}{2} I_1^2 \cdot L_1 + \frac{1}{2} I_2^2 \cdot L_2 + I_1 I_2 M, \quad (17.23)$$

где  $I_1, I_2, L_1, L_2, M$  – определены выше.

Поскольку индуктивности  $L_1$  и  $L_2$  не зависят от угла поворота подвижной части прибора  $\alpha$ , то вращающий момент  $M_{вр}$  запишется в виде

$$M = \frac{dW_M}{d\alpha} = I_1 I_2 \frac{dM}{d\alpha}. \quad (17.24)$$

Противодействующий момент, создаваемый спиральной пружиной с удельным противодействующим моментом  $D$ , определяется соотношением

$$M_{пр} = D \cdot \alpha, \quad (17.25)$$

где  $M_{пр}$  – противодействующий момент;

$\alpha$  – угол поворота подвижной части прибора.

В установившемся режиме  $M_{вр} = M_{пр}$ , т. е.

$$I_1 I_2 \frac{dM}{d\alpha} = D \cdot \alpha, \quad (17.26)$$

$$\alpha = \frac{1}{D} \cdot I_1 \cdot I_2 \cdot \frac{dM}{d\alpha} . \quad (17.27)$$

Полученное выражение (17.27) носит название «уравнение шкалы» (или «уравнение преобразования») приборов электродинамической системы на постоянном токе.

Рассмотрим работу приборов на переменном токе:

$$i_1 = I_{1m} \sin \omega t , \quad (17.28)$$

$$i_2 = I_{2m} \sin(\omega t - \varphi) , \quad (17.29)$$

где  $i_1, i_2$  – мгновенные значения токов;

$I_{1m}, I_{2m}$  – амплитудные значения токов;

$\varphi$  – фазовый сдвиг между токами  $i_1$  и  $i_2$ .

Мгновенное значение вращающего момента:

$$m(t) = i_1(t) \cdot i_2(t) \cdot \frac{dM}{d\alpha} . \quad (17.30)$$

Среднее значение вращающего момента, на которое реагирует прибор:

$$M_{cp} = \frac{1}{T} \int_0^T m(t) dt . \quad (17.31)$$

Подставляя в (17.31) значение величины  $m(t)$ , определяемое соотношением (17.30), получим

$$M_{cp} = \frac{1}{T} \int_0^T I_{1m} \sin \omega t \cdot I_{2m} \sin(\omega t - \varphi) \frac{dM}{d\alpha} , \quad (17.32)$$

$$M_{cp} = I_1 \cdot I_2 \cos \varphi \frac{dM}{d\alpha} , \quad (17.33)$$

где  $I_1, I_2$  – действующие значения токов.

Приравняв значение  $M_{cp}$  значению противодействующего момента  $M_{пр}$ , определяемого соотношением (17.25), и решив полученное равенство относительно угла поворота  $\alpha$ , получим

$$\alpha = \frac{1}{D} I_1 I_2 \cos \varphi \frac{dM}{d\alpha} . \quad (17.34)$$

Полученное выражение (17.34) свидетельствует, что перемещение подвижной части рассматриваемого измерительного механизма зависит не только от токов в его катушках, но и от разности фаз между этими токами. Последнее позволяет использовать приборы электродинамической системы в качестве ваттметров (кроме использования в качестве амперметров и вольтметров).

Выражение (17.34) обычно называют *уравнением шкалы* (или *уравнением преобразования*) приборов электродинамической системы на переменном токе.

К достоинствам приборов электродинамической системы следует отнести их универсальность (т. е. возможность использовать их в цепях как постоянного, так и переменного тока) и высокую точность (эти приборы самые точные на переменном токе среди электромеханических приборов).

Недостатки приборов электродинамической системы: нелинейность шкалы (шкала сжата в начале, растянута в середине и в конце; из-за нелинейности до 5–8 % шкалы в начале не градуируется и вообще не используется); малая надежность (при перегрузках сгорают токоподводы к подвижной катушке); значительное влияние на показания приборов магнитных полей (для защиты используются магнитные экраны и астазирование); частотные погрешности при измерениях на переменном токе, а также некоторые другие.

Знак приборов электродинамической системы, наносимый на шкалу, приведен в прил. 4.

Более детально с приборами электродинамической системы можно ознакомиться по литературным источникам [1; 2; 5; 8; 35].

### **17.5. Электростатические приборы**

Приборы электростатической системы основаны на взаимодействии электрически заряженных проводников.

Схема, поясняющая принцип работы приборов электростатической системы, приведена на рис. 17.5.

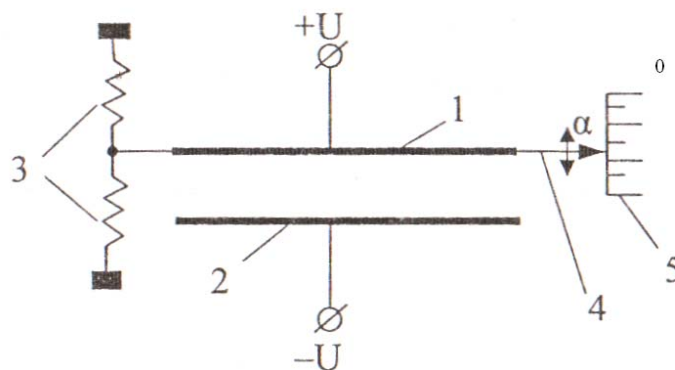


Рис. 17.5. Схема приборов электростатической системы:

1 – подвижная пластина; 2 – неподвижная пластина; 3 – пружины; 4 – стрелка; 5 – шкала

Подвижная пластина 1 жестко связана со стрелкой 4 и пружинами 3, создающими противодействующий момент. К пластинам 1 и 2 подводится измеряемое напряжение. Под действием электростатических сил подвижная пластина перемещается на величину  $\alpha$ . Движение прекращается, когда противодействующий момент пружин становится равным вращающему моменту.

Энергия электростатического поля имеет следующее значение:

$$W_э = \frac{1}{2} \cdot C \cdot U^2, \quad (17.35)$$

где  $C$  – емкость между подвижной и неподвижной пластинами;

$U$  – измеряемое напряжение.

«Вращающий» момент, перемещающий подвижную часть устройства:

$$M = \frac{dW_э}{d\alpha} = \frac{1}{2} U^2 \frac{dC}{d\alpha}. \quad (17.36)$$

Противодействующий момент:

$$M_{np} = D \cdot \alpha, \quad (17.37)$$

где  $D$  – удельный противодействующий момент;

$\alpha$  – перемещение подвижной пластины.

При равновесии  $M = M_{np}$ , т. е.

$$D \cdot \alpha = \frac{1}{2} U^2 \frac{dC}{d\alpha}. \quad (17.38)$$

Решая (17.38) относительно  $\alpha$ , получаем

$$\alpha = \frac{1}{2D} U^2 \frac{dC}{d\alpha} . \quad (17.39)$$

В случае переменного напряжения следует произвести усреднение показаний во времени:

$$\begin{aligned} \alpha &= \frac{1}{T} \int_0^T \frac{1}{2D} \cdot u^2(t) \cdot \frac{dC}{d\alpha} dt , \\ \alpha &= \frac{1}{2D} \cdot \frac{dC}{d\alpha} \int_0^T u^2(t) dt , \\ \alpha &= \frac{1}{2D} \cdot \frac{dC}{d\alpha} \cdot U^2 , \end{aligned} \quad (17.40)$$

где  $u(t)$  – мгновенное значение измеряемого переменного напряжения;

$U$  – действующее значение измеряемого переменного напряжения;

$T$  – период времени, за который производится усреднение.

Выражение (17.39) является уравнением шкалы при измерении постоянного напряжения, а выражение (17.40) – при измерении переменного напряжения. Приборы электростатической системы пригодны для измерения только электрических напряжений.

К достоинствам приборов электростатической системы относятся: их универсальность (т. е. способность измерять постоянные и переменные напряжения), широкий частотный диапазон, малое потребление энергии, высокая надежность, независимость показаний от внешних магнитных полей.

К недостаткам следует отнести нелинейность шкалы (из-за нелинейности около 5 % шкалы в ее начале вообще не используется), низкую чувствительность, сравнительно невысокую точность, зависимость показаний от внешних электрических полей.

Знак приборов электростатической системы, наносимый на шкалу, приведен в прил. 4.

Более подробно с приборами электростатической системы можно ознакомиться по литературным источникам [1; 2; 5; 8; 35].

### **17.6. Индукционные приборы**

Индукционные приборы состоят из индукционного измерительного механизма, отсчетного устройства и элементов измерительной схемы.

Индукционный измерительный механизм основан на взаимодействии магнитных потоков электромагнитов и вихревых токов, наведенных магнитными потоками в подвижной части, выполненной в виде алюминиевого диска.

Индукционные измерительные механизмы по устройству делятся на несколько типов, основные из которых – однопоточные и многопоточные.

Однопоточные измерительные механизмы имеют один электромагнит и подвижную часть в виде диска, асимметрично расположенного на оси. Такие механизмы просты по устройству, но в настоящее время не применяются из-за малой величины вращающего момента.

В многопоточных механизмах на подвижную часть действуют два или более переменных потоков, не совпадающих по фазе и в пространстве. Эти потоки образуют вращающееся или бегущее магнитное поле, пересекающее подвижную часть механизма. От взаимодействия индуцируемых при этом в подвижной части вихревых токов с магнитным полем возникает вращающий момент, перемещающий подвижную часть механизма.

Индукционные приборы используются только на переменном токе. Они могут применяться как амперметры, вольтметры, ваттметры и счетчики электрической энергии. В настоящее время нашли широкое применение именно счетчики электроэнергии.

Устройство и схема включения индукционного счетчика показаны на рис. 17.6.

Для индукционного счетчика вращающий момент  $M_{вр}$  пропорционален мощности переменного тока, т. е.

$$M_{вр} = kUI \cos(\varphi), \quad (17.41)$$

где  $k$  – постоянный коэффициент;

$U$  – напряжение;

$\varphi$  – сдвиг по фазе между напряжением и током.

На подвижную часть счетчика (алюминиевый диск) действует противодействующий момент  $M_{\text{пр}}$ , пропорциональный скорости (частоте) вращения диска. Этот момент создается за счет взаимодействия магнитного поля постоянного магнита 4 и вихревых токов, наводимых в диске 3.

$$M_{\text{пр}} = k_1 \cdot \frac{d\alpha}{dt} = k_1 \cdot v, \quad (17.42)$$

где  $k_1$  – постоянный коэффициент;

$\frac{d\alpha}{dt} = v$  – скорость (частота) вращения диска.

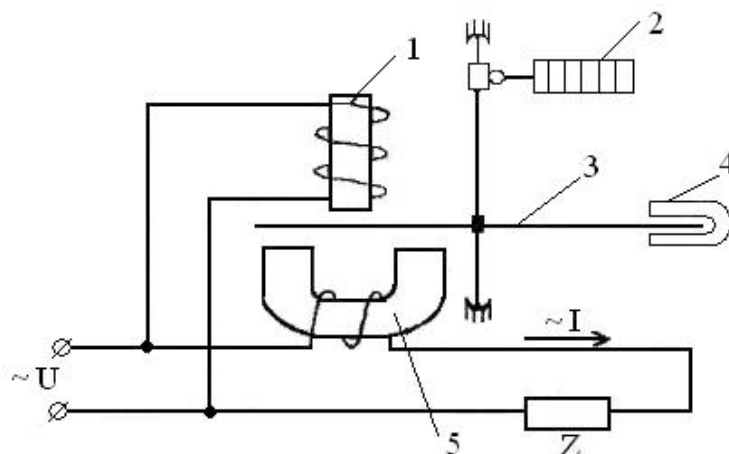


Рис. 17.6. Устройство и схема включения индукционного счетчика:

1 – трехстержневой магнитопровод с обмоткой напряжения; 2 – счетный механизм;  
3 – алюминиевый диск, укрепленный на оси; 4 – постоянный магнит для создания тормозного момента; 5 – П-образный магнитопровод с токовой обмоткой; Z – полное сопротивление нагрузки

Если допустить, что момент трения отсутствует, то для установившейся скорости (частоты) вращения момент  $M_{\text{вр}}$  равен тормозному моменту  $M_{\text{пр}}$ :

$$k \cdot U \cdot I \cdot \cos\varphi = k_1 \cdot v. \quad (17.43)$$

Интегрируя правую и левую части равенства (17.43) в пределах изменения времени от  $t_1$  до  $t_2$ , получим

$$W = C \cdot N, \quad (17.44)$$



где  $W$  – энергия, «прошедшая» через нагрузку  $Z$  за время  $\Delta = t_2 - t_1$ ,

$$W = \int_{t_1}^{t_2} UI \cdot \cos \varphi \cdot dt$$

$C$  – постоянный коэффициент ( $C = \frac{k_1}{k \cdot k_2}$ );

$N$  – число оборотов диска за время  $\Delta t = t_2 - t_1$  ( $N = k_2 \cdot \int_{t_1}^{t_2} v \cdot dt$ ).

Отсчет энергии производится по показаниям счетного механизма – счетчика оборотов, проградуированного в единицах энергии. Единице электрической энергии (обычно 1 кВт/ч), регистрируемой счетным механизмом, соответствует определенное число оборотов подвижной части счетчика. Это соотношение указывается на приборе. Выпускаемые счетчики активной энергии имеют следующие классы точности: 0,5; 1,0; 2,0; 2,5; счетчики реактивной энергии – 1,5; 2,0; 4,0. Выпускаются однофазные и трехфазные счетчики активной и реактивной энергии. Дополнительные погрешности счетчиков возникают из-за искажения формы кривой тока и напряжения, колебаний напряжения и частоты, резкого перепада мощности и некоторых других факторов. К достоинству счетчиков следует отнести малое влияние на их показания температуры и внешних магнитных полей.

Знак приборов индукционной системы приведен в прил. 4.

Более подробно с приборами индукционной системы можно ознакомиться по литературным источникам [1; 8].

### 17.7. Логометры

К логометрам относятся электроизмерительные приборы с электрическим противодействующим моментом. Показания таких приборов пропорциональны отношению электрических величин (обычно – отношению электрических токов). Используются логометры следующих систем: магнитоэлектрические с подвижными рамками, магнитоэлектрические с подвижными магнитами, элек-

тромагнитные, электродинамические, ферродинамические, индукционные. Условные обозначения логометров приведены в приложении в табл. П. 4.1.

В настоящем учебном пособии рассматриваются магнитоэлектрические логометры с подвижными рамками (рис. 17.7).

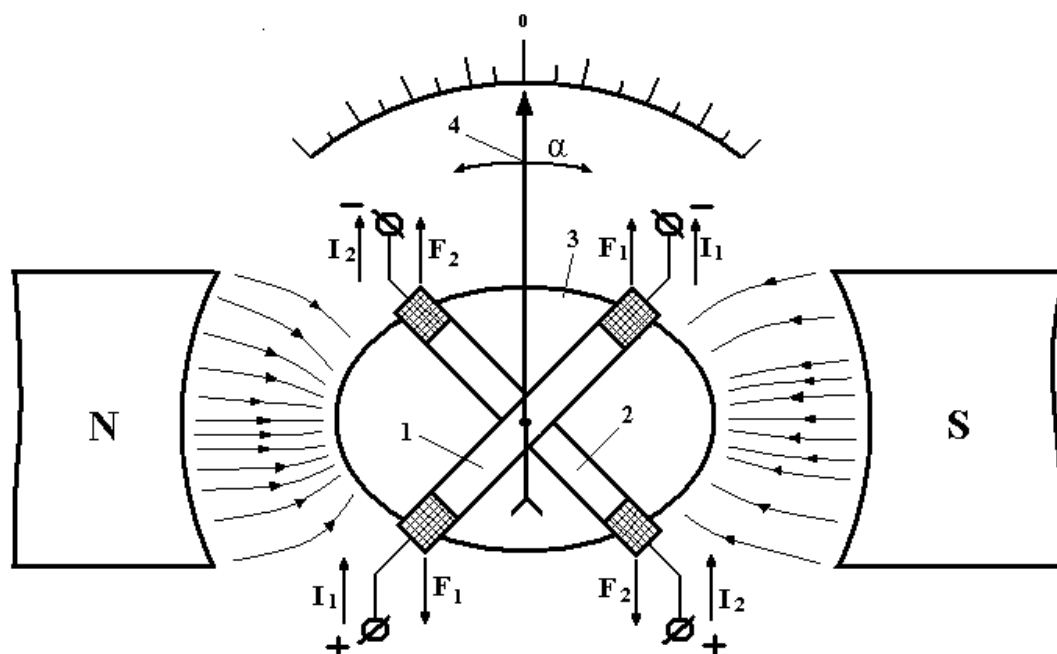


Рис. 17.7. Схема логометра магнитоэлектрической системы с подвижными рамками:  
1 – первая рамка; 2 – вторая рамка; 3 – эллиптический ферромагнитный сердечник;  
4 – стрелка (указатель);  $\alpha$  – угол поворота; N–S – полюсные наконечники постоянного магнита

Рамки 1 и 2 жестко скреплены друг с другом и со стрелкой, которая перемещается вдоль проградуированной шкалы. По обмотке первой рамки протекает ток  $I_1$ . По обмотке второй рамки протекает ток  $I_2$ . К внешним цепям обмотки рамок подключаются с помощью безмоментных токоподводов (на схеме токоподводы не показаны). Создаваемое постоянным магнитом магнитное поле в воздушном зазоре прибора неравномерно благодаря эллиптическому ферромагнитному сердечнику: в центральной части системы индукция магнитного поля больше, а на периферии – меньше.

При взаимодействии тока  $I_1$ , протекающего по обмотке первой рамки, и магнитного поля возникает пара сил  $F_1$ – $F_1$ . Пара сил  $F_1$ – $F_1$  создает вращающий момент  $M_1$ , который стремится повернуть рамки и указатель против часовой стрелки.

$$M_1 = I_1 \cdot f_1(\alpha), \quad (17.45)$$

где  $I_1$  – ток в обмотке первой рамки;

$\alpha$  – угол поворота подвижной части прибора.

При взаимодействии тока  $I_2$ , протекающего по второй обмотке, и магнитного поля возникает пара сил  $F_2$ – $F_2$ , создающих вращающий момент  $M_2$ . Вращающий момент  $M_2$  стремится повернуть рамки и указатель по часовой стрелке.

$$M_2 = I_2 \cdot f_2(\alpha), \quad (17.46)$$

где  $I_2$  – ток в обмотке второй рамки.

Отметим, что из-за неравномерности магнитного поля вращающие моменты  $M_1$  и  $M_2$  возрастают при перемещении рамок с обмотками к центру и, наоборот, уменьшаются при перемещении рамок с обмотками к периферии.

При равенстве вращающих моментов  $M_1$  и  $M_2$  движение рамок и стрелки (указателя) прекращается. В этом случае:

$$I_1 \cdot f_1(\alpha) = I_2 \cdot f_2(\alpha), \quad (17.47)$$

$$\frac{I_1}{I_2} = \frac{f_2(\alpha)}{f_1(\alpha)} = f_3(\alpha). \quad (17.48)$$

Решая уравнение (17.48) относительно угла поворота  $\alpha$ , получаем

$$\alpha = F\left(\frac{I_1}{I_2}\right). \quad (17.49)$$

Полученное выражение (17.49) носит название уравнения шкалы логометров магнитоэлектрической системы с подвижными рамками.

Уравнение шкалы свидетельствует, что показания магнитоэлектрических логометров пропорциональны отношению токов, протекающих по обмоткам рамок прибора.

Более детально логометры описаны в литературных источниках [1; 2; 8].

## 18. ПРИБОРЫ СРАВНЕНИЯ

### 18.1. Общие положения

Приборами сравнения (а также компенсаторами или потенциометрами) называют приборы для измерения методом сравнения напряжения, ЭДС или величин, связанных с ними определенной зависимостью. Существуют компенсаторы постоянного и переменного тока. Те и другие компенсаторы могут быть автоматическими и с ручным управлением.

Как известно, напряжение и ЭДС могут быть измерены с помощью электромеханических приборов непосредственной оценки. Такой способ измерения имеет существенный недостаток, так как электромеханические приборы непосредственной оценки обладают заметным собственным потреблением энергии. Например, электромеханические вольтметры непосредственной оценки шунтируют тот участок цепи, к которому подключаются. Это искажает режим цепи и меняет распределение потенциалов. С другой стороны, эти приборы имеют ограниченную точность. Их погрешность, в лучшем случае, составляет (0,1–0,2) %, а обычно – значительно больше.

Применение компенсаторов устраняет указанные недостатки. Общие сведения о компенсаторах приведены в литературе [1; 2; 8].

### 18.2. Компенсаторы постоянного тока с ручным управлением

Схема компенсатора приведена на рис. 18.1.

Нормальный элемент  $E_0$  представляет собой гальванический элемент со стабильной ЭДС. Каждый нормальный элемент проходит индивидуальную аттестацию, и его ЭДС, определяемая при аттестации, заносится в паспорт. Допускаемое отклонение ЭДС за 1 год нормируется. В зависимости от класса точности (кл. т.) оно не должно превышать определенных значений. Например, для нормальных элементов Э–303 класса точности 0,02 допускаемое отклонение ЭДС за 1 год должно быть не более 190 мкВ; для нормальных элемен-

тов X–480 класса точности 0,005 – не более 50 мкВ; для элементов X–482 класса точности 0,002 – не более 10 мкВ.

Приведем значения ЭДС для некоторых конкретных нормальных элементов (ЭДС даны при температуре  $+20\text{ }^{\circ}\text{C}$ ):

ненасыщенный нормальный элемент Э–303 № 66901 кл. т. 0,02,  $E_0 = 1,01923\text{ В}$ ;

Э–303 № 66902 кл. т. 0,02,  $E_0 = 1,01930\text{ В}$ ;

X–480 № 1525 кл. т. 0,005,  $E_0 = 1,018622\text{ В}$ .

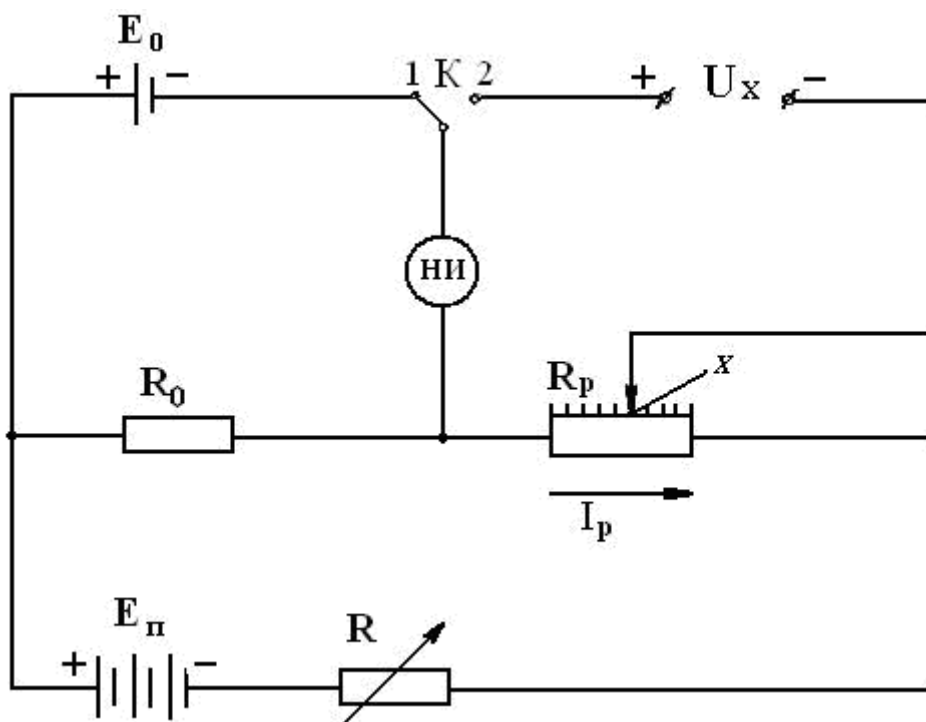


Рис. 18.1. Схема компенсатора с ручным управлением:

$E_0$ – нормальный элемент;	$R$ – переменное сопротивление;
$U_x$ – измеряемое напряжение;	$R_p$ – реохорд;
$R_0$ – образцовое сопротивление;	НИ – нуль-индикатор;
$E_{\text{п}}$ – источник питания;	К – ключ

К недостаткам нормальных элементов следует отнести значительную зависимость их ЭДС от температуры. Например, при поверке нормальных элементов температура окружающей среды должна быть  $+20\text{ }^{\circ}\text{C}$  с точностью  $\pm 0,1\text{ }^{\circ}\text{C}$ . При работе нормальные элементы высокого класса помещаются в специальные термостаты и без них эксплуатироваться не могут. Другим их недостатком является «боязнь» тряски, вибраций, ускорений и т. д.

Нормальные элементы должны соответствовать требованиям государственного стандарта ГОСТ 1954–84 [114].

Из-за эксплуатационных недостатков нормальные элементы в последнее время частично заменяются источниками стабильных ЭДС на основе параметрических и электронных стабилизаторов.

Другим важным элементом компенсатора, обеспечивающим его малую погрешность, является образцовое сопротивление высокого класса  $R_0$ .

Работа компенсаторов постоянного тока протекает в следующей последовательности.

**1-й этап.** На первом этапе проводится установка рабочего тока  $I_p$ . Для этого переключатель К устанавливается в положение 1. В этом случае к нуль-индикатору НИ прикладывается разность  $\Delta U_0$  между ЭДС нормального элемента  $E_0$  и падением напряжения  $U_0$  на сопротивлении  $R_0$ .

$$U_0 = I_p \cdot R_0, \quad (18.1)$$

где  $I_p$  – рабочий ток;

$R_0$  – образцовое сопротивление.

$$\Delta U_0 = U_0 - E_0, \quad (18.2)$$

где  $E_0$  – ЭДС нормального элемента;

$U_0$  – падение напряжения на образцовом сопротивлении.

При  $\Delta U_0 \neq 0$  показания НИ отличны от нуля. Изменяя переменное сопротивление  $R$  (и тем самым изменяя рабочий ток  $I_p$ ), добиваются нулевых показаний нуль-индикатора НИ. При этом  $\Delta U = 0$  и  $E_0 = U_0$ . Тогда, учитывая соотношение (18.1), можно записать

$$I_p = \frac{E_0}{R_0}. \quad (18.3)$$

**2-й этап.** На втором этапе проводится измерение искомого напряжения  $U_x$ . Для этого переключатель К переводится в положение 2. В этом случае к нуль-индикатору НИ прикладывается разность  $\Delta U$  между измеряемым напряжением  $U_x$  и падением напряжения на реохорде  $U_p$ .

$$U_p = I_p \cdot R_p \cdot x, \quad (18.4)$$

где  $R_p$  – сопротивление реохорда;

$x$  – координата движка реохорда.

$$\Delta U = U_x - U_p. \quad (18.5)$$

Если  $\Delta U \neq 0$ , то показания НИ отличны от нуля. Перемещая движок реохорда, добиваются нулевых показаний нуль-индикатора НИ. При этом  $\Delta U = 0$  и  $U_x = U_p$ .

Учитывая соотношения (18.4) и (18.3), можно записать

$$U_x = I_p \cdot R_p \cdot x = \frac{E_0}{R_0} \cdot R_p \cdot x. \quad (18.6)$$

Полученное выражение (18.6) является «уравнением шкалы» компенсаторов постоянного тока с ручным управлением. Входящие в (18.6) величины  $E_0$ ,  $R_0$ ,  $R_p$ ,  $x$  известны с высокой точностью, что позволяет со столь же высокой точностью измерять искомые напряжения и ЭДС. Классы точности компенсаторов обычно имеют значения: 0,5; 0,1; 0,05; 0,02 и выше. Другим достоинством компенсаторов является их большое внутреннее сопротивление в момент компенсации (и соответственно в момент считывания показаний).

К недостаткам компенсаторов относятся их громоздкость, которая растет с ростом класса точности, и малое быстродействие.

Компенсаторы постоянного тока с ручным управлением описаны также в литературных источниках [1; 2; 8].

### **18.3. Автоматические компенсаторы постоянного тока**

Электрические цепи на схеме показаны сплошными линиями, а механические связи – пунктирами. Автоматические компенсаторы имеют много общего с компенсаторами ручного управления (см. п. 18.1). В автоматических компенсаторах также используются нормальные элементы (или заменяющие их электронные стабилизаторы), реохорды, источники питания и другие общие элементы схемы. Работа автоматических компенсаторов протекает в следующей последовательности.

Схема автоматического компенсатора приведена на рис. 18.2.

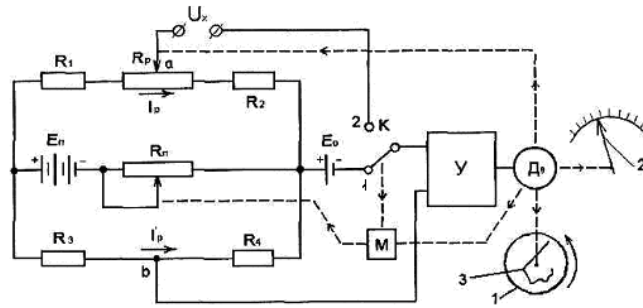


Рис. 18.2. Схема автоматического компенсатора постоянного тока:

- |                                |  |
|--------------------------------|--|
| 1 – дисковая диаграмма;        | $R_p$ – реохорд;                               |
| 2 – указатель;                 | $E_{\Pi}$ – источник питания;                  |
| 3 – перо самописца;            | $R_{\Pi}$ – переменный резистор;               |
| У – усилитель;                 | К – ключ;                                      |
| Дв – двигатель;                | $E_0$ – нормальный элемент;                    |
| М – электрохимическая муфта;   | $R_1, R_2, R_3$ и $R_4$ – постоянные резисторы |
| $U_x$ – измеряемое напряжение; |  |

### 1-й этап. Установка рабочего тока

Для установки рабочего тока  $I_p$  через реохорд и рабочего тока  $I'_p$  в цепи сопротивлений  $R_3$ – $R_4$  необходимо перевести ключ К в положение 1. При этом включается электрохимическая муфта М. Через муфту М двигатель Дв соединяется с движком переменного резистора  $R_{\Pi}$ . Одновременно образуется электрическая цепь: ключ К – нормальный элемент  $E_0$  – образцовое сопротивление  $R_4$  – точка «b» схемы. Напряжение  $\Delta U_0$ , снимаемое с этой цепи, подается через вход усилителя.

$$\Delta U_0 = U_4 - E_0, \quad (18.7)$$

$$U_4 = I'_p \cdot R_4, \quad (18.8)$$

$$I'_p = \frac{E_I}{R_I + R_3 + R_4}, \quad (18.9)$$

где  $U_4$  – падение напряжения на образцовом сопротивлении;

$E_0$  – ЭДС нормального элемента;

$R_4$  – образцовое сопротивление.

При  $\Delta U_0 = 0$  усилитель У усиливает это напряжение. С выхода усилителя напряжение подается на двигатель Дв, который начинает работать и через муфту М перемещает движок резистора  $R_{\Pi}$ . Перемещение движка приводит к изменению значения сопротивления  $R_{\Pi}$  и, в соответствии с (18.9), – к изменению значения тока  $I_p$ . Ток  $I_p$  изменяется до тех пор, пока не выполняются условия:



$U_4 = E_0$  и  $\Delta U_0 = 0$ . При этом двигатель останавливается, и работа по установке рабочего тока прекращается.

## 2-й этап. Измерение

Для проведения измерения ключ К переводится в положение 2. При этом муфта М отключает двигатель Дв от движка переменного резистора  $R_{\Pi}$ . Одновременно образуется электрическая цепь: ключ К – измеряемое напряжение  $U_x$  – точка схемы «а» – точка схемы «б». Напряжение  $\Delta U$ , снимаемое с этой цепи, подается на вход усилителя.

$$\Delta U_0 = U_x - U_{AB}, \quad (18.10)$$

где  $U_x$  – измеряемое напряжение;

$U_{AB}$  – разность потенциалов между точками схемы «а» и «б».

Если  $\Delta U \neq 0$ , то это напряжение усиливается и подается на двигатель, который начинает работать и перемещать движок реохорда  $R_p$ , стрелку (указатель) 2 и перо самописца 3. Перемещение движка реохорда  $R_p$  приводит к изменению значения напряжения  $U_{AB}$ . Напряжение  $U_{AB}$  изменяется до тех пор, пока не станет равно измеряемому напряжению  $U_x$ . При этом в соответствии с (18.10)  $\Delta U = 0$ , двигатель останавливается. Результат измерения считывается со шкалы (в зависимости от положения указателя 2) и с дисковой диаграммы по кривой, нанесенной пером самописца. Шкалы могут быть круговыми (как на рис. 18.2) и прямолинейными. Диаграммы могут быть дисковыми (как на рис. 18.2) и ленточными. Компенсаторы градуируются в вольтах (или в милливольтх). Иногда компенсаторы (особенно часто автоматические) используются в комплекте с термопарами для измерения температуры. В этом случае приборы градуируются в градусах Цельсия. Погрешность таких приборов составляет, как правило, 0,5 %. Погрешность записи результатов измерений – около 1 %.

Дополнительные сведения по автоматическим компенсаторам постоянного тока можно почерпнуть в литературных источниках [1; 2; 8].

#### 18.4. Полярно-координатные компенсаторы переменного тока

Для уравнивания двух электрических величин на переменном токе необходимо выполнение следующих условий: равенство величин по модулю; противоположность их фаз; равенство частот; идентичность формы измеряемой и компенсирующей величин.

Возможность осуществления перечисленных условий обеспечивается конструкцией компенсаторов (потенциометров) и порядком их использования.

Полярно-координатные компенсаторы содержат фазорегулятор и делитель напряжения (реохорд), с помощью которых регулируется компенсирующее напряжение по фазе и по модулю (рис. 18.3).

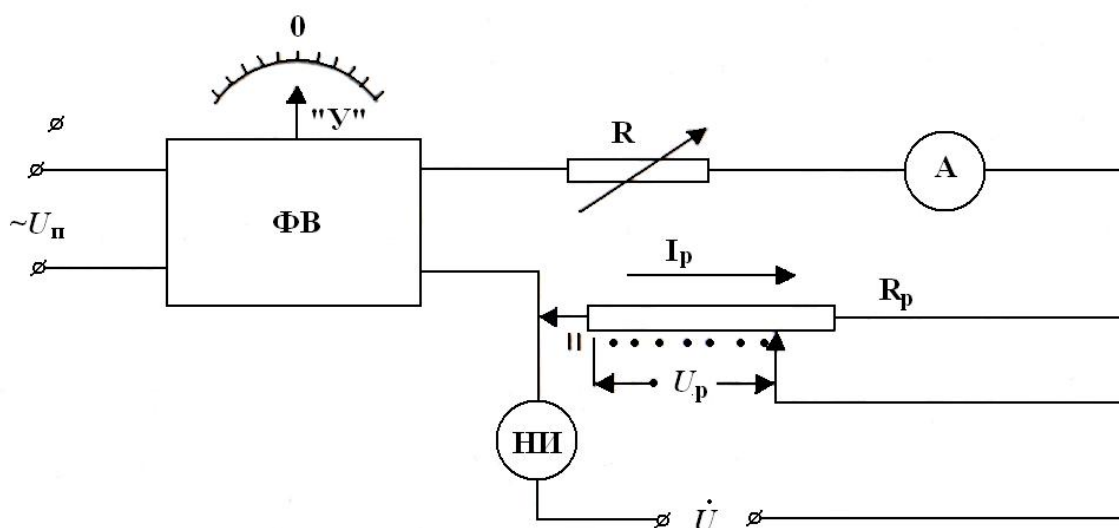


Рис. 18.3. Схема полярно-координатного компенсатора переменного тока:

ФВ – фазовращатель;

НИ – нуль-индикатор;

$R$  – переменный резистор;

$R_p$  – реохорд;

$I_p$  – рабочий ток;

$U_{\Pi}$  – напряжение питания;

$\dot{U}$  – измеряемое напряжение (комплексная величина)

Рабочий ток  $I_p$  устанавливается с помощью переменного резистора  $R$  (изменением его сопротивления) по амперметру (или миллиамперметру). Класс точности используемых амперметров электродинамической системы не выше 0,1 или 0,2. Использование амперметров для установки  $I_p$  снижает точность компенсаторов переменного тока (по сравнению с компенсаторами постоянного тока) и объясняется отсутствием меры ЭДС переменного тока, аналогичной нормальному элементу. В качестве нуль-индикатора обычно используется вибрационный галь-

ванометр. При измерении компенсация искомого напряжения  $\dot{U}$  проводится по модулю и по фазе. Перемещением движка реохорда  $R_p$  и регулятора фазовращателя ФВ добиваются нулевых показаний нуль-индикатора НИ. При этом фазы измеряемого и компенсирующего напряжений противоположны, а модули равны:

$$\dot{U} = U_p \cdot e^{j\varphi}, \quad (18.11)$$

$$U_k = I_p \cdot R'_p, \quad (18.12)$$

где  $U_k$  – модуль компенсирующего напряжения;

$\varphi$  – угол между компенсирующим напряжением и опорным (за опорное обычно принимается напряжение питания  $U_{\Pi}$ );

$R'_p$  – сопротивление использованной части реохорда (от 0 до движка).

При заданном рабочем токе  $I_p$  реохорд  $R_p$  может быть проградуирован в вольтах (или милливольтх), что дает возможность непосредственного отсчета модуля действующего (или амплитудного) значения измеряемого напряжения. Отсчет угла  $\varphi$  осуществляется по шкале, которой снабжен фазовращатель ФВ.

Существенным недостатком этого типа компенсаторов является большая погрешность измерения фазы искомого напряжения (до  $1^\circ$ ). Причина – в трудности изготовления фазовращателей высокой точности. По этой причине полярно-координатные компенсаторы переменного тока не нашли широкого применения.

Дополнительные сведения по рассмотренным компенсаторам приведены в литературе [1; 2; 8].

### 18.5. Прямоугольно-координатные компенсаторы переменного тока

Принцип действия рассматриваемых компенсаторов переменного тока основан на раздельной компенсации активной и реактивной составляющих измеряемого напряжения соответствующими составляющими компенсирующего напряжения (рис. 18.4).

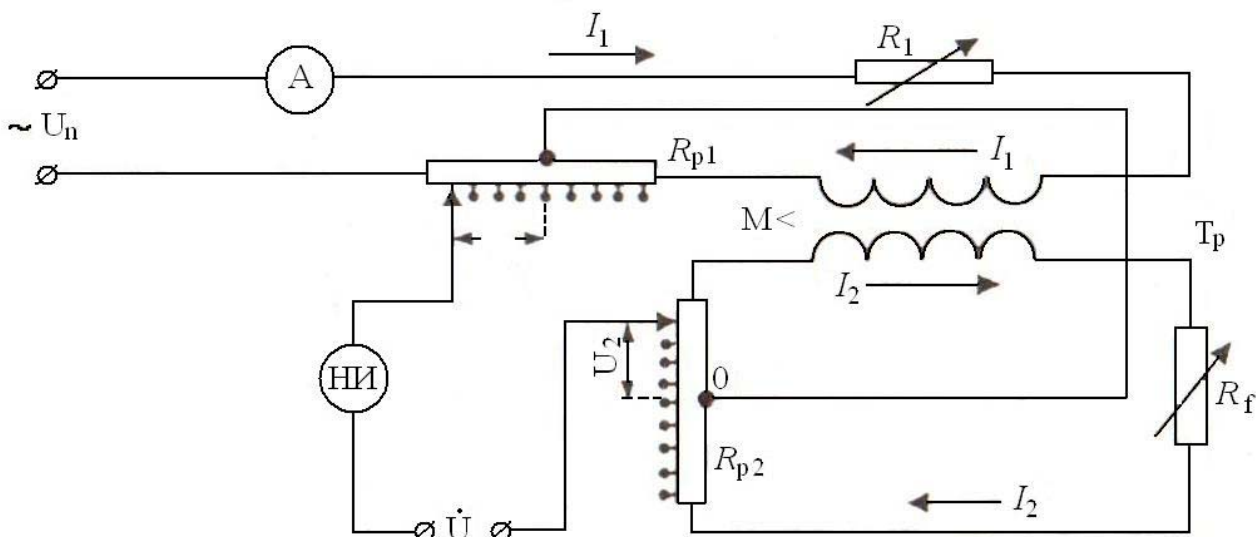


Рис. 18.4. Схема прямоугольно-координатного компенсатора переменного тока:

$R_{p1}$ ,  $R_{p2}$  – реохорды;

$T_p$  – воздушный трансформатор;

$R_f$  – переменный резистор;

$U_{\Pi}$  – напряжение питания;

$\dot{U}$  – измеряемое напряжение (комплексная величина);

НИ – нуль-индикатор;

$I_1$  – рабочий ток первого контура;

$I_2$  – рабочий ток второго контура;

$R_1$  – переменное сопротивление;

$M$  – взаимная индуктивность между обмотками трансформатора  $T_p$

Прямоугольно-координатные компенсаторы имеют две рабочих цепи. Первая рабочая цепь состоит из реохорда  $R_{p1}$ , первичной обмотки воздушного трансформатора  $T_p$ , переменного сопротивления  $R_1$  и амперметра. К этой цепи прикладывается питание (с напряжением  $U_{\Pi}$ ). Вторая рабочая цепь состоит из реохорда  $R_{p2}$ , вторичной обмотки воздушного трансформатора  $T_p$  и переменного сопротивления  $R_f$ . Рабочие цепи связаны между собой индуктивно (взаимная индуктивность между обмотками трансформатора  $M$ ). Ток  $I_1$  устанавливается по амперметру с помощью переменного сопротивления  $R_1$ . Значение тока  $I_2$  зависит от взаимной индуктивности  $M$  и значений сопротивлений  $R_{p2}$  и  $R_f$ . Сопротивление резистора  $R_f$  служит для поддержания требуемого значения  $I_2$  при изменении частоты. Токи  $I_1$  и  $I_2$  сдвинуты по фазе относительно друг друга на  $90^\circ$ . Падения напряжений от этих токов на сопротивлениях реохордов  $R_{p1}$  и  $R_{p2}$  также сдвинуты по фазе на  $90^\circ$ . Середины реохордов соединены между собой перемычкой. В силу этого потенциалы средних точек реохордов могут быть приняты за ноль. Меняя путем перемещения движков реохордов величину падений напряжений  $U_1$  и  $U_2$  между движками и начальной точкой «0», можно

получить компенсацию измеряемого напряжения  $\dot{U}$  в любом из четырех квадрантов координатной плоскости.

О компенсации измеряемого напряжения судят по показаниям нуль-индикатора НИ (в момент компенсации НИ показывает ноль). В этом случае измеряемое комплексное напряжение  $\dot{U}$  уравнивается геометрической суммой напряжений  $U_1$  и  $U_2$ :

$$U = U_1 + jU_2 . \quad (18.13)$$

Модуль и фаза измеряемого напряжения равны:

$$|U| = \sqrt{U_1^2 + U_2^2} , \quad (18.14)$$

$$\varphi = \arctg \frac{U_2}{U_1} . \quad (18.15)$$

При синфазности рабочего тока первого контура  $I_1$  и напряжения питания  $U_{\Pi}$  угол  $\varphi$  представляет собой фазовый сдвиг измеряемого напряжения относительно напряжения питания (как и в полярно-координатных компенсаторах).

Компенсаторы переменного тока значительно уступают по точности компенсаторам постоянного тока. Это связано с тем, что рабочий ток приходится устанавливать по электродинамическим амперметрам, классы точности которых, в лучшем случае, – 0,1 или 0,2. Поэтому, обладая большим входным сопротивлением (как и аналогичные приборы постоянного тока), прямоугольно-координатные компенсаторы переменного тока имеют относительные погрешности на уровне 0,2–0,5 %.

Дополнительные сведения по рассмотренным компенсаторам переменного тока приведены в литературных источниках [1; 2; 8].

## 19. АНАЛОГОВЫЕ ЭЛЕКТРОННЫЕ ПРИБОРЫ

### 19.1. Общие положения

Аналоговые электронные приборы представляют собой средства измерений, в которых преобразование измеряемой величины осуществляется с помощью аналоговых электронных устройств (рис. 19.1). Аналоговые электронные приборы применяются при измерении практически всех электрических величин: напряжения, тока, мощности, частоты и т. д.

Применение электронных устройств значительно расширяет возможности средств измерений: повышается чувствительность приборов; расширяется диапазон измерений; уменьшается мощность, потребляемая от измерительных цепей, и т. п.

В настоящее время получили распространение такие приборы, как электронные вольтметры и амперметры постоянного и переменного тока, омметры, измерители индуктивностей и емкостей, частотомеры, анализаторы спектров и др. Вместе с тем следует отметить, что аналоговые электронные приборы частично вытесняются соответствующими цифровыми приборами.

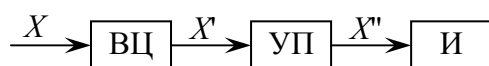


Рис. 19.1. Структурная схема аналоговых электронных приборов:  
ВЦ – входная цепь; УП – усилитель–преобразователь; И – измеритель

В состав входной цепи (ВЦ) входят делители, фильтры, защитные устройства от перегрузки, переключатели пределов измерения и т. п. На вход ВЦ подается измеряемая электрическая величина  $X$ , а с выхода снимается электрическая величина  $X'$ .

Усилитель-преобразователь (УП) представляет собой блок, обеспечивающий усиление и преобразование электрической величины  $X'$ . Усилительно-преобразовательный блок строится на основе различных электронных устройств: полупроводниковых диодов, транзисторов, электронных ламп, микросхем и т. д. В общем случае УП и усиливает, и преобразует подаваемую

мые на его вход электрические величины, но в частном случае это может быть только усилитель или только преобразователь. С выхода УП снимается электрическая величина  $X''$ .

Электрическая величина  $X''$  подается на измеритель (И). В качестве измерителя обычно используются электромеханические приборы магнитоэлектрической системы. Могут также применяться электромеханические приборы электростатической системы и газоразрядные устройства.

Примеры обозначений аналоговых электронных приборов приведены в приложении (см. прил. 4).

Описание рассматриваемых приборов приведено в литературных источниках [1; 2; 36].

## 19.2. Вольтметры средних значений

Упрощенная схема вольтметра средних значений выпрямительной системы приведена на рис. 19.2.

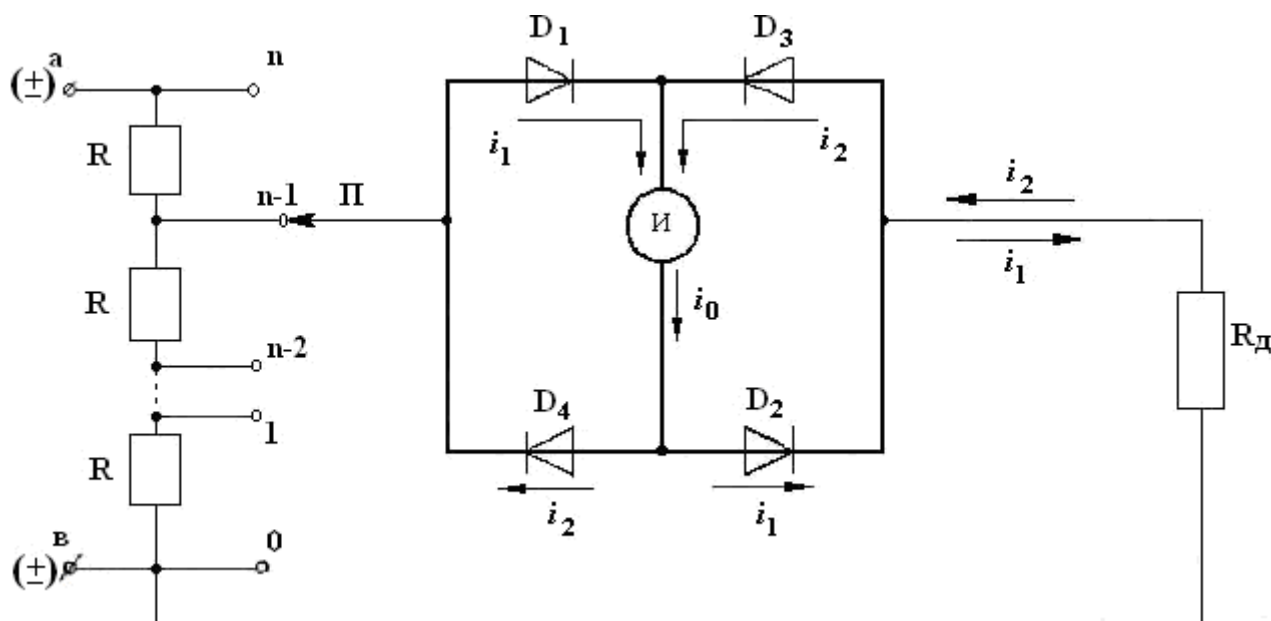


Рис. 19.2. Схема вольтметра средних значений:  $R$  – постоянные сопротивления;  $\Pi$  – переключатель; 0-1-...- $n$  – неподвижные контакты переключателя;  $\sim U$  – измеряемое переменное напряжение;  $D_1$ ;  $D_2$ ;  $D_3$ ;  $D_4$  – полупроводниковые диоды;  $\text{И}$  – измеритель (электромеханический прибор магнитоэлектрической системы);  $R_{\text{д}}$  – постоянное сопротивление;  $+(-)$  – полярность точки «а» при положительных и отрицательных полупериодах измеряемого напряжения;  $-(+)$  – полярность точки «в» при отрицательных и положительных полупериодах измеряемого напряжения

Входная цепь (ВЦ) приведенного на рис. 19.2 вольтметра средних значений представляет собой делитель из  $n$  резисторов  $R$ . С помощью переключателя, перемещающегося по неподвижным контактам делителя, выбирают необходимое значение измеряемого напряжения. Выбранное напряжение подается на выпрямительный мост, собранный на диодах  $D_1, D_2, D_3, D_4$ , и далее (после выпрямления) – на измеритель И магнитоэлектрической системы. Графики напряжений и токов, действующих в рассматриваемой схеме, приведены на рис. 19.3.

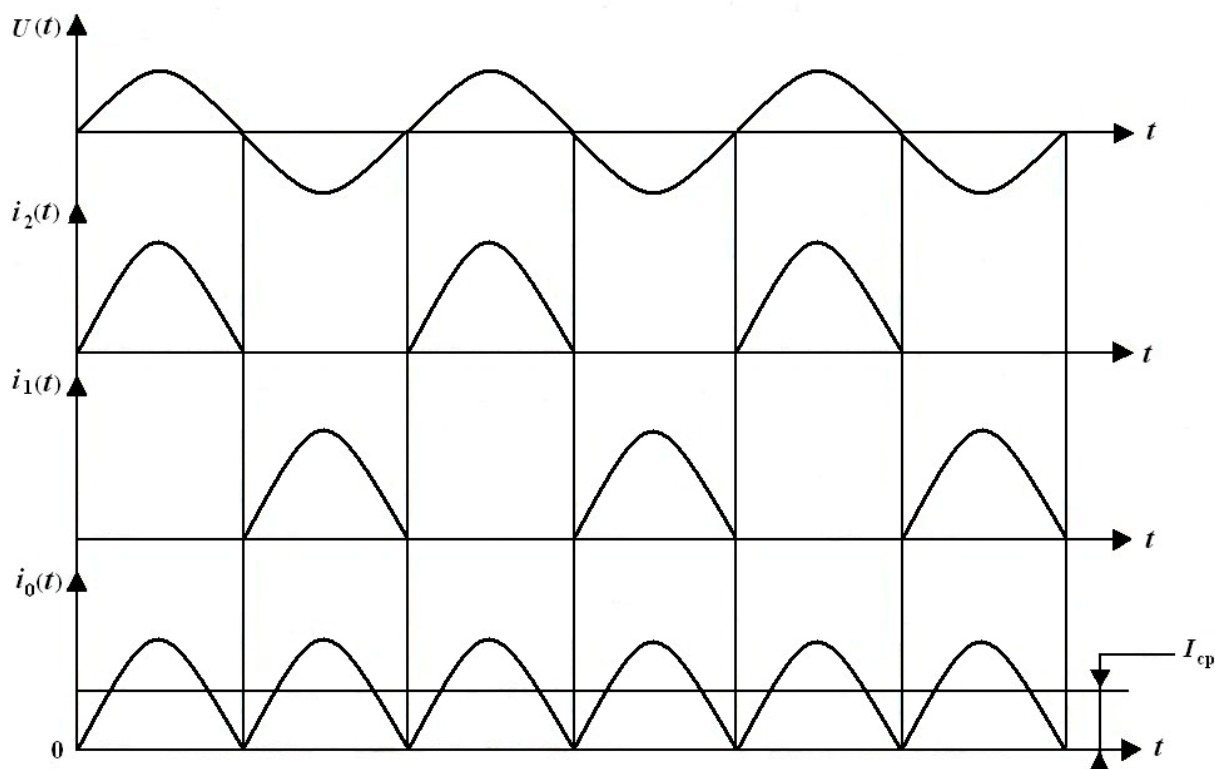


Рис. 19.3. Графики напряжений и токов:  $U(t)$  – мгновенное значение измеряемого напряжения;  $i_1(t)$  – мгновенное значение тока в положительные полупериоды измеряемого напряжения;  $i_2(t)$  – мгновенное значение тока в отрицательные полупериоды измеряемого напряжения;  $i_0(t)$  – мгновенное значение тока, протекающего через измеритель;  $I_{cp}$  – среднее значение тока;  $t$  – время

Работа вольтметра средних значений протекает в следующей последовательности. При положительном полупериоде измеряемого напряжения (в этом случае «+» приложен к точке «а» схемы и «–» приложен к точке «в» (см. рис. 19.2)) ток  $i_1$  протекает по цепи: точка «а» – сопротивление  $R$  – диод  $D_1$  – измеритель И – диод  $D_2$  – сопротивление  $R_d$  – точка «в». При отрицательном полупериоде измеряемого напряжения («+» в точке «в», «–» в точке «а») ток  $i_2$



протекает по цепи: точка «в» – сопротивление  $R_d$  – диод  $D_3$  – измеритель И – диод  $D_4$  – переключатель П – резистор  $R$  – точка «а».

Через измеритель И в оба полупериода протекает суммарный ток  $i_0$ , являющийся током двухполупериодного выпрямления.

Измеритель И магнитоэлектрической системы реагирует на средний ток  $I_{cp}$ . Показания измерителя:

$$\alpha = K_I \cdot I_{cp}, \quad (19.1)$$

$$I_{cp} = \frac{1}{T} \int_0^T i_0(t) dt, \quad (19.2)$$

где  $\alpha$  – показание прибора (измерителя);

$K_I$  – коэффициент пропорциональности по току;

$I_{cp}$  – среднее значение тока;

$T$  – период измеряемого напряжения.

$$I_{cp} = \frac{U_{cp}}{R_{\Sigma}}, \quad (19.3)$$

где  $U_{cp}$  – среднее значение измеряемого напряжения;

$R_{\Sigma}$  – суммарное сопротивление в цепи измерителя.

Подставляя в (19.1) значение  $I_{cp}$  по (19.3), получаем

$$\alpha = \frac{K_I}{R_{\Sigma}} \cdot U_{cp}, \quad (19.4)$$

$$\alpha = K_2 \cdot U_{cp}, \quad (19.5)$$

где  $K_2$  – коэффициент пропорциональности по среднему значению напряжения.

Полученное выражение (19.5) свидетельствует, что показания рассматриваемого вольтметра (см. рис. 19.2) прямо пропорциональны среднему значению измеряемого переменного напряжения.

$$U = \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T [U(t)]^2 dt}, \quad (19.6)$$

$$U_{cp} = \frac{U}{k_{\phi}}, \quad (19.7)$$

где  $U$  – действующее (эффективное) значение измеряемого напряжения;  
 $k_{\phi}$  – коэффициент формы.

Подставляя (19.7) в (19.5), получаем

$$\alpha = \frac{K_2}{k_{\phi}} \cdot U = K \cdot U, \quad (19.8)$$

где  $K$  – коэффициент пропорциональности по действующему значению синусоидального напряжения;  
 $k_{\phi} = 1,11$  – для синусоидального напряжения.

Описываемый вольтметр является вольтметром средних значений и, согласно (19.5), может быть проградуирован в средних значениях ( $U_{cp}$ ) независимо от формы измеряемого напряжения.

При градуировке прибора в действующих значениях измеряемого напряжения его показания, согласно (19.8), зависят от формы этого напряжения. Для синусоидального напряжения будут одни показания прибора, для прямоугольного напряжения – другие показания, для треугольного – третьи и т. д.

Если вольтметр проградуирован в действующих значениях, то в обязательном порядке указывается форма измеряемого напряжения. Как правило, такие вольтметры предназначены для измерения действующих значений синусоидальных напряжений. Измерение напряжений, отличных от синусоидальных, приводит в этом случае к появлению дополнительных погрешностей, которые тем больше, чем больше измеряемое напряжение отличается от синусоидального.

Отметим, что рассматриваемые вольтметры называют также приборами выпрямительной системы. Обозначения этих приборов приведены в приложении (см. прил. 4).

Дополнительные сведения по вольтметрам средних значений приведены в литературных источниках [1; 2; 5; 36].

### 19.3. Вольтметры амплитудных значений

В зависимости от принципа построения различают вольтметры амплитудных значений (или «пиковые вольтметры») с открытым входом (рис. 19.4) и вольтметры с закрытым входом (рис. 19.6). На рис. 19.5 приведены временные диаграммы сигналов вольтметров амплитудных значений с открытым входом.

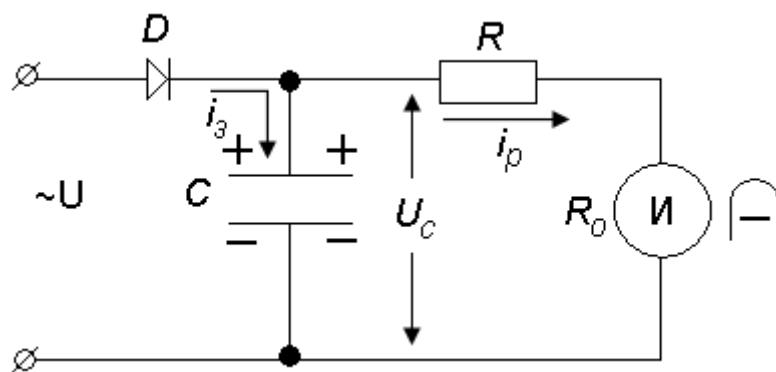


Рис. 19.4. Схема амплитудного вольтметра с открытым входом:

$\sim U$  – измеряемое (входное) напряжение;

$D$  – полупроводниковый диод;

$C$  – емкость конденсатора;

$R$  – постоянное сопротивление;

$I$  – измеритель магнитоэлектрической системы;

$R_o$  – внутреннее сопротивление измерителя

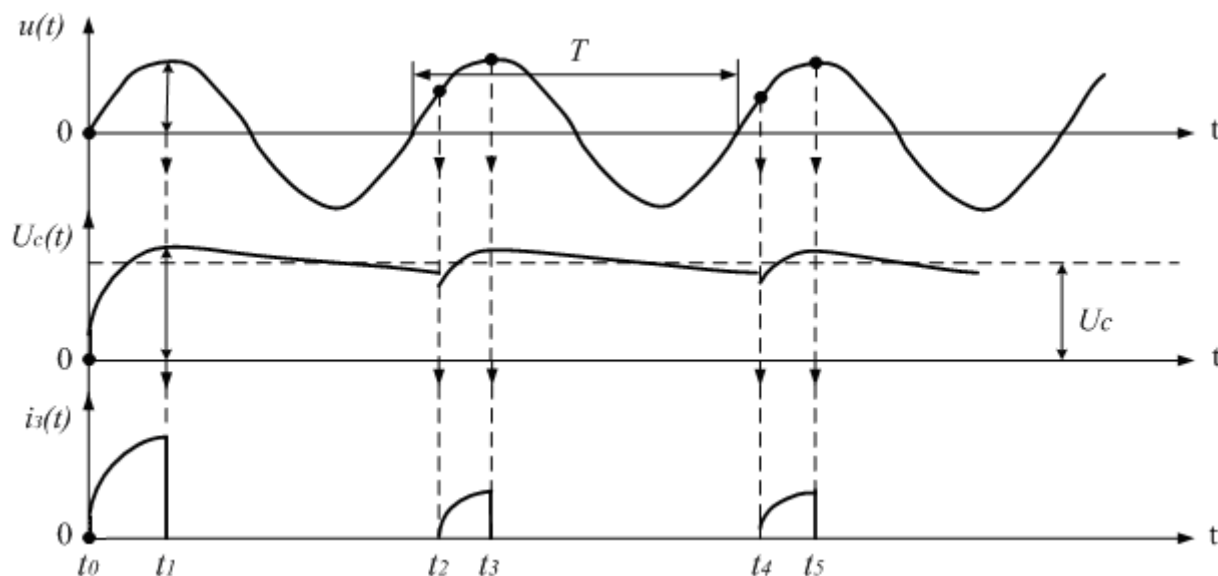


Рис. 19.5. Временные диаграммы сигналов амплитудных вольтметров с открытым входом:

$u(t)$  – мгновенное значение измеряемого (входного) напряжения;  $u_c(t)$  – мгновенное значение напряжения на конденсаторе;  $i_3$  – мгновенное значение тока заряда

Рассмотрим работу амплитудных вольтметров с открытым входом при подаче на вход синусоидального напряжения. Пусть в некоторый момент времени  $t_0$  на вход рассматриваемого вольтметра (см. рис. 19.4) прикладывается

синусоидальное напряжение  $U = U_m \sin(\omega t)$ , которое через открытый диод  $D$  начинает заряжать конденсатор  $C$ .

Постоянная времени заряда  $T_3$ :

$$T_3 = (R_c + R_d) \cdot C \quad (19.9)$$

где  $R_c$  – внутреннее сопротивление источника сигнала;

$R_d$  – сопротивление открытого диода;

$C$  – емкость конденсатора.

Конденсатор  $C$  заряжается до амплитудного значения измеряемого напряжения  $U_m$  (см. рис. 19.5) при выполнении условия

$$T_3 < 0,5T, \quad (19.10)$$

где  $T$  – период измеряемого напряжения.

На этом же рисунке показан зарядный ток  $i_3$  в первую четверть периода (от  $t_0$  до  $t_1$ ). С момента времени  $t_1$  входное напряжение уменьшается, диод закрывается. Конденсатор будет разряжаться через сопротивления  $R$  и  $R_0$  (ток разряда  $i_p$ ) до момента времени  $t_2$ , когда входное (измеряемое) напряжение становится равным напряжению на конденсаторе, после чего диод открывается и конденсатор подзаряжается до  $U_m$  (момент времени  $t_2$ – $t_3$ ). Ток подзаряда в моменты времени от  $t_2$  до  $t_3$  показан на рис. 19.5. Аналогично происходит подзаряд конденсатора в моменты времени  $t_4$ – $t_5$  и  $t_6$ – $t_7$ .

Постоянная времени разряда конденсатора  $C$ :

$$T_p = (R + R_0), \quad (19.11)$$

где  $T_p$  – постоянная времени разряда;

$R$  – сопротивление цепи;

$R_0$  – внутреннее сопротивление измерителя магнитоэлектрической системы.

Для медленного разряда конденсатора необходимо выполнить условие:

$$T_p \gg T. \quad (19.12)$$

При выполнении условия (19.12) среднее значение напряжения на конденсаторе  $U_{cp}$  близко к  $U_m$  (см. рис. 19.5), т. е.

$$U_m = U_{cp}. \quad (19.13)$$

Показания измерителей магнитоэлектрической системы пропорциональны средним значениям электрических величин. С учетом (19.13) можно записать:

$$\alpha = k \cdot U_m, \quad (19.14)$$

где  $\alpha$  – показание амплитудного вольтметра;

$k$  – коэффициент пропорциональности;

$U_m$  – амплитуда входного (измеряемого) напряжения.

При наличии постоянной составляющей во входном сигнале  $\pm U_0$  выходное напряжение (и соответственно показание) амплитудного вольтметра с открытым входом пропорционально величине  $U_m \pm U_0$ , т. е.

$$\alpha = k(U_m \pm U_0). \quad (19.15)$$

Приведенная на рис. 19.4 схема предназначена для измерения амплитуды входного сигнала положительной полярности. Для измерения амплитуды отрицательной полярности необходимо изменить полярность включения диода.

На рис. 19.6 приведена схема амплитудного вольтметра с закрытым входом.

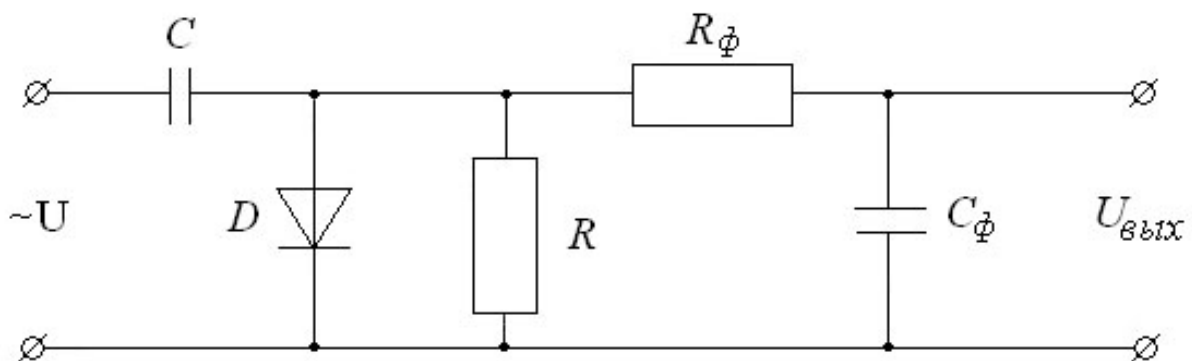


Рис. 19.6. Схема амплитудного вольтметра с закрытым входом:  $U$  – действующее значение измеряемого (входного) напряжения;  $R_\phi$ ,  $C_\phi$  – сопротивление и емкость фильтра;  $U_{\text{вых}}$  – выходное напряжение;  $R$  – постоянное сопротивление

В этой схеме процесс заряда конденсатора аналогичен процессу, рассмотренному в схеме амплитудного вольтметра с открытым входом. Напряжение на конденсаторе устанавливается и остается близким к значению  $U_m$ . С помощью фильтра  $R_\phi C_\phi$  напряжение усредняется. Выходное напряжение  $U_{\text{вых}}$  постоянно и

близко к  $U_m$ . Амплитудные вольтметры с закрытым входом не реагируют на постоянную составляющую входного (измеряемого) напряжения.

Напряжение  $U_{\text{вых}}$  может быть измерено с помощью, например, измерителя магнитоэлектрической системы так же, как для амплитудных вольтметров с открытым входом. В этом случае уравнение шкалы для вольтметров с закрытым входом аналогично уравнению шкалы для вольтметров с открытым входом (см. соотношение (19.14)).

Следует отметить, что лучшие результаты обеспечивает подключение магнитоэлектрических измерителей к амплитудным вольтметрам через электронные усилители. Использование электронных усилителей позволяет легче выполнить условие (19.12) и получить более благоприятные метрологические характеристики приборов.

Рассмотренные вольтметры обычно градуируются в амплитудных значениях измеряемого напряжения. В этом случае показания вольтметров не зависят от формы входного (измеряемого) напряжения. Если же приборы проградуированы в действующих значениях синусоидального напряжения, то при измерении напряжений другой формы необходимо делать соответствующий пересчет с учетом коэффициента амплитуды измеряемого напряжения.

Более детально с амплитудными вольтметрами можно ознакомиться по литературным источникам [1; 2; 36].

#### **19.4. Конденсаторные частотомеры**

Электронные конденсаторные частотомеры используются для измерения частоты периодических напряжений в диапазоне от 20 Гц до 500 кГц. Приведенная погрешность таких приборов обычно находится в пределах 1,0–2,5 %.

Принцип действия электронного конденсаторного частотомера поясняется схемой, приведенной на рис. 19.7, и временными диаграммами, приведенными на рис. 19.8.

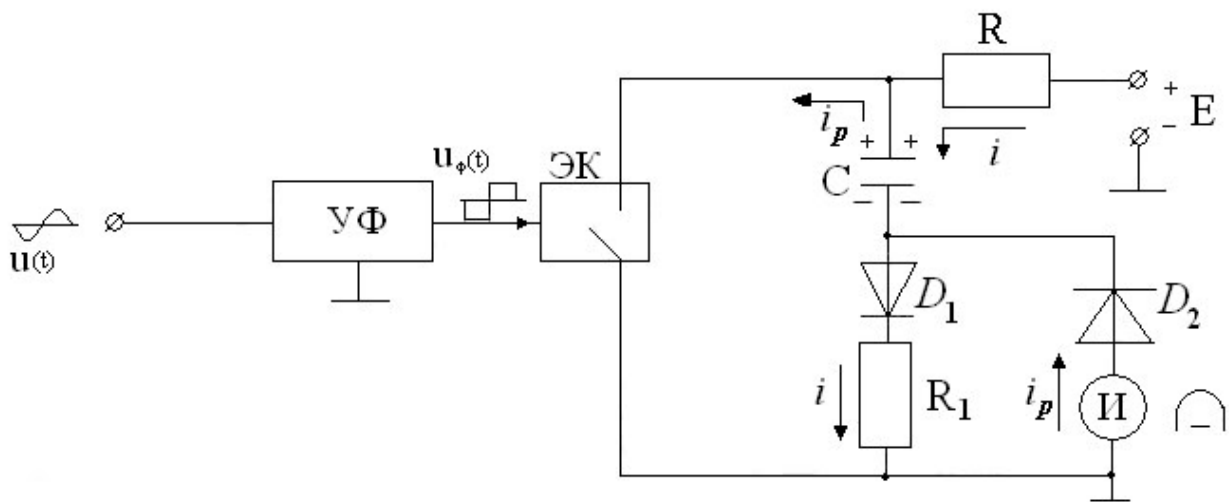


Рис. 19.7. Схема электронного конденсаторного частотомера:

УФ – усилитель-формирователь; ЭК – электронный ключ;  $D_1, D_2$  – полупроводниковые диоды; И – измеритель магнитоэлектрической системы;  $R, R_1$  – постоянные сопротивления

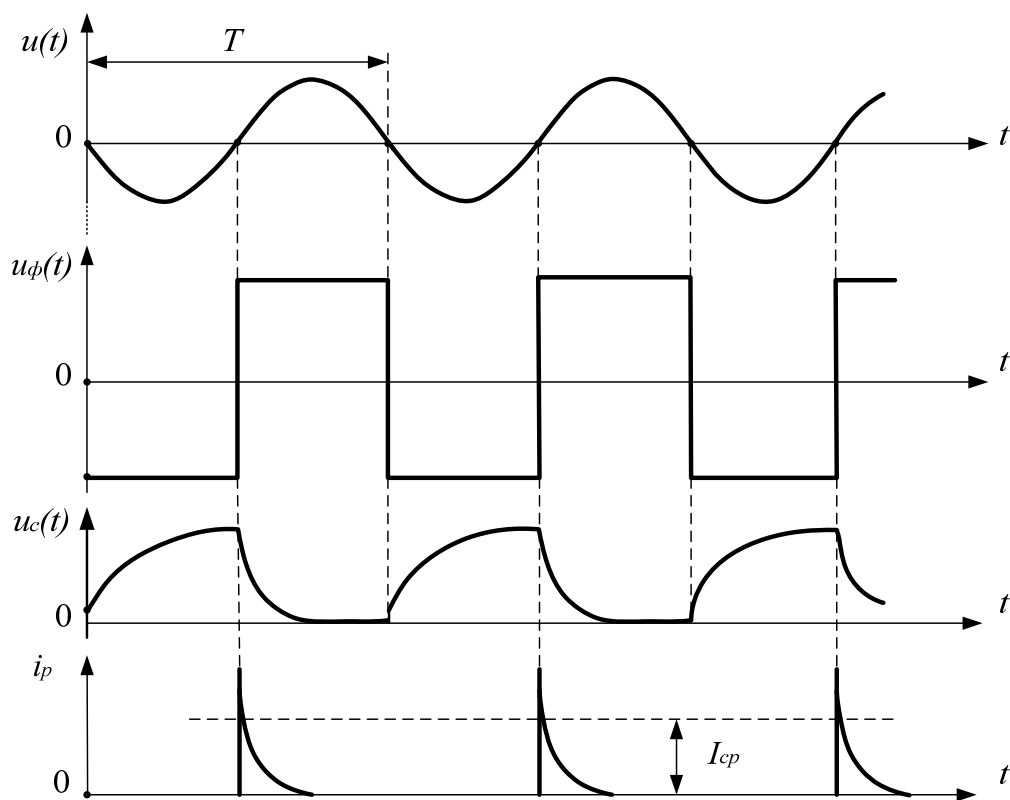


Рис. 19.8. Временная диаграмма сигналов электронного конденсаторного частотомера:

$u(t)$  – входной сигнал;  $u_c(t)$  – напряжение на конденсаторе  $C$ ;  
 $u_\phi(t)$  – напряжение на выходе усилителя-формирователя;  $i_p$  – ток разряда

Напряжение, частота которого изменяется  $u(t)$  (рис. 19.7, 19.8), подается на вход усилителя-формирователя УФ, усиливающего входное напряжение и

формирующего из него прямоугольное напряжение. Этим напряжением управляется схема электронного ключа ЭК. Предполагается, что при отрицательных сигналах ЭК разомкнут, а при положительных замкнут. При разомкнутом состоянии ключа в течение половины периода конденсатор  $C$  через  $R_A$  заряжается до значения  $E$ . Ток заряда  $i_z$  протекает через диод  $D_1$ . При замыкании ЭК конденсатор  $C$  разряжается через замкнутый ключ, измеритель И и диод  $D_2$ .

Заряд конденсатора  $C$  до напряжения питания произойдет при выполнении условия

$$t_z < 0,5T, \quad (19.16)$$

где  $t_z$  – время заряда;

$T$  – период входного напряжения.

Полный разряд конденсатора  $C$  произойдет при выполнении условия

$$t_p < 0,5T, \quad (19.17)$$

где  $t_p$  – время разряда.

При выполнении условий (19.16) и (19.17) конденсатор  $C$  за первую половину периода запасает заряд  $q$ . За вторую половину периода это количество электричества проходит через измеритель И.

$$q = E \cdot C, \quad (19.18)$$

где  $E$  – ЭДС источника питания.

Показания измерителя магнитоэлектрической системы пропорциональны среднему току, проходящему через него.

$$\alpha = K_{\Pi} \cdot I_{cp}, \quad (19.19)$$

$$I_{cp} = \frac{1}{T} \int_0^t i_p(t) dt, \quad (19.20)$$

$$q = \int_0^t i_p(t) dt, \quad (19.21)$$

$$f = \frac{1}{T}, \quad (19.22)$$



где  $\alpha$  – показания прибора;

$K_{\Pi}$  – коэффициент пропорциональности;

$I_{\text{ср}}$  – среднее значение разрядного тока;

$i_p$  – мгновенное значение тока разряда конденсатора;

$t$  – текущее время;

$f$  – частота входного напряжения.

На основании соотношений (19.18)–(19.22) можно записать:

$$\alpha = K_{\Pi} \cdot \frac{1}{T} \cdot q = K_{\Pi} \cdot f \cdot E \cdot C, \quad (19.23)$$

$$K = K_{\Pi} \cdot E \cdot C, \quad (19.24)$$

$$\alpha = K \cdot f, \quad (19.25)$$

где  $K$  – коэффициент пропорциональности по частоте.

Выражение (19.25) свидетельствует, что показания рассматриваемого прибора прямо пропорциональны частоте входного сигнала.

Дополнительные сведения по электронным конденсаторным частотомерам приведены в литературных источниках [1; 2].

### 19.5. Омметры

Электронные омметры широко используются для измерения активных сопротивлений резисторов, контактов, изоляции, поверхностных и объемных сопротивлений и в других случаях.

Погрешность таких омметров составляет от 1–2 до 10–15 %. Особенно велики погрешности при измерении особо больших сопротивлений (при  $R > (10^{10}–10^{12})$  Ом). В зависимости от диапазона измерений рассматриваемые приборы называют миллиомметрами, омметрами, мегаомметрами, тераомметрами.

Работа электронных омметров основана, как правило, на преобразовании измеряемого сопротивления в постоянное напряжение, которое подается на магнитоэлектрический измеритель со шкалой, проградуированной в единицах сопротивления.

Наибольшее распространение получили схемы омметров, приведенные на рис. 19.9; 19.10; 19.11.

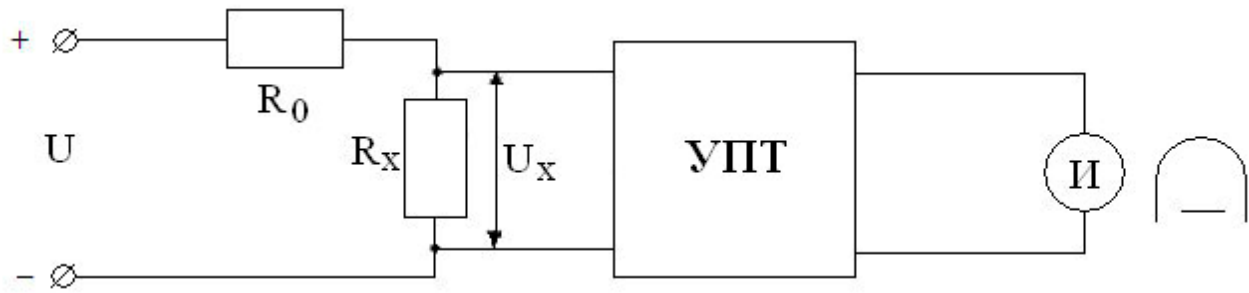


Рис. 19.9. Первый вариант омметра с усилителем постоянного тока

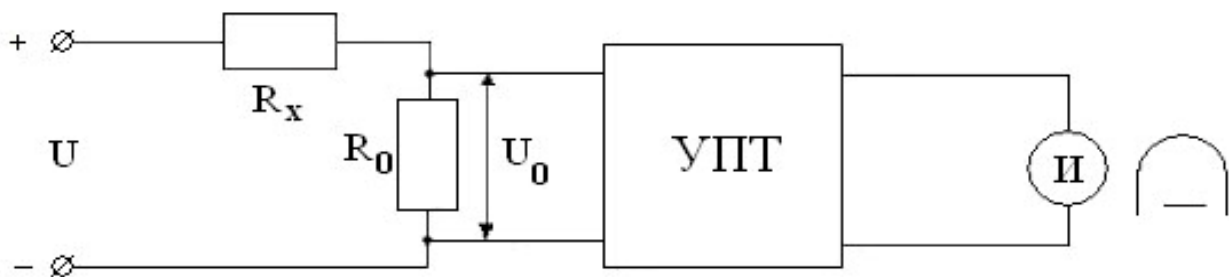


Рис. 19.10. Второй вариант омметра с усилителем постоянного тока:  
 $U$  – напряжение стабильного источника питания; УПТ – усилитель постоянного тока;  
 $R_0$  – образцовое известное сопротивление;  $R_x$  – измеряемое сопротивление;  
 $И$  – измеритель магнитоэлектрической системы

Для схемы, приведенной на рис. 19.9, можно записать:

$$U_x = U \frac{R_x}{R_x + R_0}. \quad (19.26)$$

Считая, что  $R_x \ll R_0$ , получаем

$$U_x = U \frac{R_x}{R_0}, \quad (19.27)$$

$$\alpha = k \cdot U_x = k \cdot U \cdot \frac{R_x}{R_0}, \quad (19.28)$$

где  $\alpha$  – показание измерителя магнитоэлектрической системы (совпадает с показаниями омметра);

$k$  – коэффициент преобразования УПТ и измерителя.

Соотношение (19.28) свидетельствует, что показания омметра, построенного по схеме рис. 19.9, прямо пропорциональны измеряемому сопротивлению.

Для схемы, приведенной на рис. 19.10, можно записать:

$$U_0 = U \cdot \frac{R_0}{R_x + R_0}. \quad (19.29)$$

Считая, что  $R_x \gg R_0$ , получаем

$$U_0 = U \cdot \frac{R_0}{R_x}, \quad (19.30)$$

$$\alpha = k \cdot U_0 = k \cdot U \cdot \frac{R_0}{R_x}. \quad (19.31)$$

Соотношение (19.31) свидетельствует, что показания омметра, построенного по схеме рис. 19.10, обратно пропорциональны измеряемому сопротивлению.

Очевидно, что омметры по первой схеме (см. рис. 19.9) целесообразно использовать при измерении малых сопротивлений, а омметры по второй схеме (см. рис. 19.10) – для измерения больших сопротивлений.

В омметрах, построенных по схеме рис. 19.11, использован операционный усилитель, в цепь отрицательной обратной связи которого включен резистор  $R_x$ .

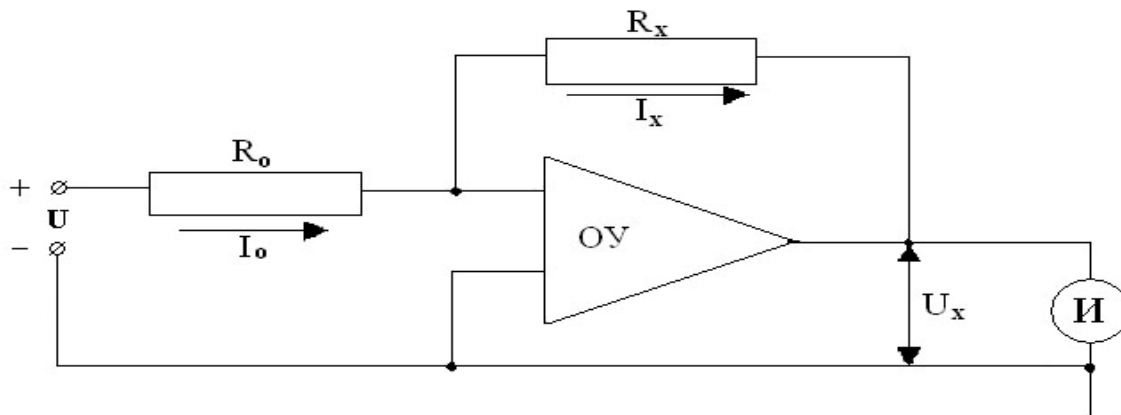


Рис. 19.11. Схема электронного омметра с операционным усилителем:  
 ОУ – операционный усилитель;  $R_x$  – измеряемое сопротивление;  $R_0$  – образцовое известное сопротивление;  $U$  – напряжение стабильного источника питания; И – измеритель магнитоэлектрической системы

Операционный усилитель (ОУ) имеет большой коэффициент усиления  $K$ , большое входное сопротивление и очень малые входные токи, которыми можно пренебречь. Тогда потенциал точки «а» близок к нулю и падение напряжения на  $R_x$  можно принять равным напряжению на измерителе (см. рис. 19.11). Следовательно, токи  $I_0$  и  $I_x$  равны и справедливы соотношения

$$I_0 = I_x = \frac{U_0}{R_0} = \frac{U_x}{R_x}, \quad (19.32)$$

$$U_0 = U, \quad (19.33)$$

$$U_x = U \cdot \frac{R_x}{R_0}, \quad (19.34)$$

$$\alpha = S_U \cdot U \cdot \frac{R_x}{R_0}, \quad (19.35)$$

где  $\alpha$  – показание измерителя магнитоэлектрической системы, являющееся одновременно показанием рассматриваемого омметра;

$S_U$  – чувствительность измерителя И по напряжению.

Таким образом, согласно (19.35), показания электронного омметра, построенного по схеме рис. 19.11, прямо пропорциональны измеряемому сопротивлению.

Рассмотренные схемы нашли применение в приборах, выпускаемых серийно. Омметры типов Е6-12; Е6-15 имеют структуру, близкую к схемам рис. 19.9 и 19.10. Омметры типов Е6-10; Е6-13 построены по схеме, приведенной на рис. 19.11.

Сведения по электронным омметрам приведены в литературных источниках [1; 67; 73; 101; 108; 109].

Мостовые методы измерения сопротивлений, широко используемые на практике, в настоящем учебном пособии не рассматриваются. Сведения по этим методам измерений приведены во многих других учебных пособиях (см., например, [1; 2]).

## 20. ЦИФРОВЫЕ ИЗМЕРИТЕЛЬНЫЕ ПРИБОРЫ

### 20.1. Общие положения

Работа большинства цифровых измерительных приборов основана на преобразовании непрерывной (аналоговой) измеряемой величины в дискретную (цифровую). Исключение составляют некоторые приборы, предназначенные для измерения дискретных величин (счетчики ядерных частиц, счетчики числа импульсов и т. д.). Процесс цифрового кодирования непрерывной величины является совокупностью квантования (дискретизации) этой величины по уровню и по времени.

В цифровых измерительных приборах (ЦИП) происходит автоматическое преобразование входной измеряемой величины в цифровой код. Автоматизм преобразования измеряемой величины в цифровой код является определяющим признаком ЦИП. На этом основании приборы, в которых результат измерения хотя и выводится на цифровое отсчетное устройство, но образуется за счет ручных операций, к цифровым не относятся. Так, компенсаторы напряжения постоянного тока и мосты с декадными магазинами сопротивлений, в которых уравнивание выполняется вручную, цифровыми приборами считать не принято.

ЦИП включают в себя два обязательных функциональных узла: аналого-цифровые преобразователи (АЦП) и цифровые отсчетные устройства (ЦОУ). Кроме АЦП и ЦОУ, цифровые приборы могут содержать цифро-аналоговые преобразователи (ЦАП). АЦП и ЦАП применяют не только как узлы ЦИП, но и как автономные устройства.

В результате квантования измеряемой величины по уровню возникает погрешность дискретности, обусловленная тем, что бесконечное множество значений измеряемой величины отражается лишь ограниченным количеством показаний ЦИП.

Погрешность дискретности присуща ЦИП и отсутствует у аналоговых приборов. Однако эта погрешность не является препятствием для увеличения

точности приборов, так как соответствующим выбором числа уровней квантования погрешность дискретности можно сделать сколь угодно малой. Практика показывает, что ЦИП, как правило, имеют значительно меньшие погрешности, чем аналоговые приборы, предназначенные для измерения тех же самых физических величин.

Дискретизация непрерывной величины  $x(t)$  по времени проводится в целях преобразования  $x(t)$  в дискретную (прерывную) во времени величину, которая совпадает с соответствующими значениями  $x(t)$  только в определенные моменты времени. Промежуток времени между двумя соседними моментами времени дискретизации называется шагом дискретизации, который может быть постоянным или переменным.

Дискретизация по времени (так же, как и квантование по уровню) непрерывной измеряемой величины является принципиальным источником погрешности ЦИП. Однако выбором соответствующего шага дискретизации (как и уровня квантования) рассматриваемая погрешность может быть сведена к минимуму.

В конструктивном отношении ЦИП можно разделить на электромеханические и электронные. В первых используются контактные элементы (шаговые двигатели, реле), во вторых – бесконтактные элементы (электронные или полупроводниковые). Развитие ЦИП идет по пути замены контактных устройств бесконтактными.

В зависимости от преобразования измеряемой величины в код различают ЦИП последовательного преобразования, ЦИП пространственного преобразования, ЦИП поразрядного уравнивания (кодоимпульсные) и др.

По роду измеряемой величины ЦИП подразделяют на вольтметры, частотомеры, омметры, фазометры и т. д. Часто ЦИП являются универсальными, что позволяет одним прибором измерять разные электрические величины. Например, универсальный цифровой прибор может быть предназначен для измерения постоянных и переменных напряжений, постоянных и переменных токов, электрических сопротивлений и т. д.

Дополнительные сведения по ЦИП приведены в литературных источниках [1; 2; 5; 35].

## 20.2. Электромеханические цифровые приборы

Электромеханические («контактные») цифровые приборы имеют в своем составе шаговые двигатели, реле, переключатели и т. д. В силу того, что они имеют большое время измерения и небольшой срок службы, они не нашли широкого применения. К достоинствам этих приборов следует отнести их малую погрешность. В качестве примера ниже рассматривается электромеханический цифровой вольтметр, предназначенный для измерения постоянных напряжений (рис. 20.1).

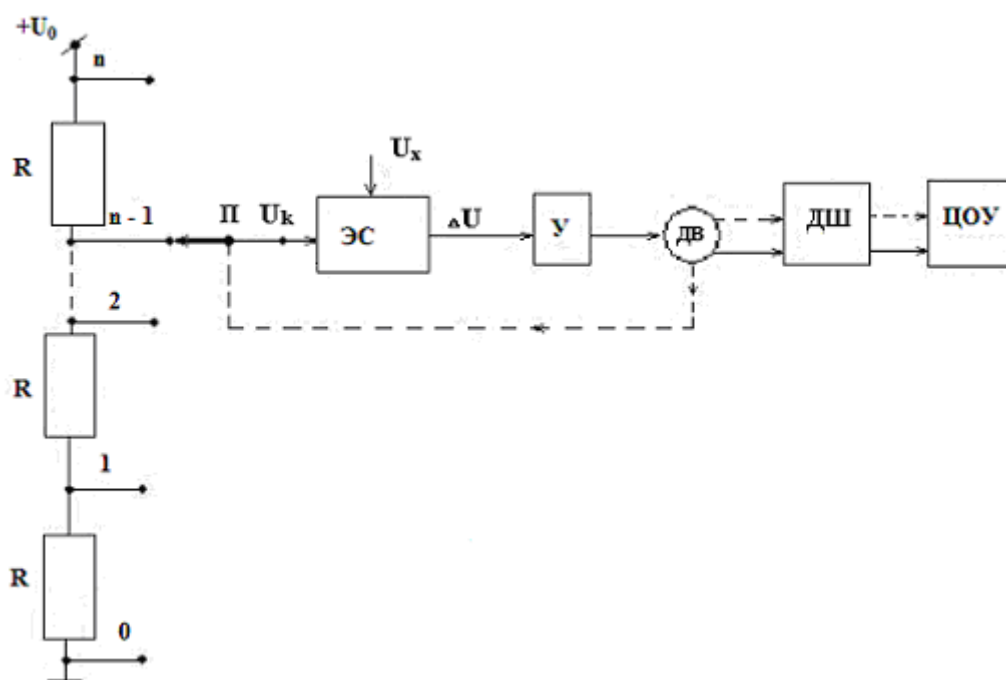


Рис. 20.1. Упрощенная схема электромеханического цифрового вольтметра:

$U_x$  – измеряемое напряжение;

$U_0$  – опорное напряжение;

ЭС – элемент сравнения;

У – усилитель;

ДВ – шаговый двигатель;

ДШ – дешифратор;

ЦОУ – цифровое отсчетное устройство;

П – переключатель

Сплошными линиями на рис. 20.1 показаны электрические цепи, а пунктиром – механические связи. Шаговый двигатель ДВ может быть связан с ДШ и ЦОУ электрически или механически, в зависимости от конструктивного исполнения конкретного типа прибора, что отмечено на рисунке двумя линиями (сплошной и пунктирной).

Компенсирующее напряжение  $U_k$ , подаваемое на ЭС для сравнения с измеряемым напряжением  $U_x$ , определяется соотношением

$$U_k = \frac{U_0}{n} \cdot n_i, \quad (20.1)$$

где  $n$  – число сопротивлений  $R$  (общее число ступеней делителя напряжения);  $n_i$  – число включенных ступеней делителя напряжения.

Отметим, что  $U_k$  изменяется ступенями с дискретностью  $\Delta U_k = U_0/n$ . Значение  $\Delta U_k$  определяет погрешность дискретности прибора. Теоретически погрешность дискретности может быть сколь угодно малой (ограничения имеют конструктивный и технический характер). Она зависит от числа сопротивлений, образующих делитель напряжения. Значение  $\Delta U$  на выходе элемента сравнения напряжения равно разности напряжений  $U_x$  и  $U_k$ :

$$\Delta U = U_x - U_k. \quad (20.2)$$

Если  $U_x \neq U_k$ , то  $\Delta U \neq 0$  подается на вход усилителя  $y$  и после усиления воздействует на шаговый двигатель ДВ, который начинает перемещать подвижный контакт переключателя П. При этом изменяется компенсирующее напряжение  $U_k$ , снимаемое с делителя. Увеличение  $U_k$  (если  $U_x > U_k$ ) или его уменьшение (если  $U_x < U_k$ ) происходит до тех пор, пока  $U_k$  не станет примерно равно измеряемому напряжению  $U_x$ . При этом двигатель ДВ останавливается и с ЦОУ производится отсчет показаний. Дешифратор ДШ, связанный с двигателем и управляющий цифровым отсчетным устройством ЦОУ, обычно (как и ЦОУ) – электронное устройство. В этом случае связи между ДВ, ДШ и ЦОУ электрические. Но рассматриваемые устройства могут быть и электромеханическими. Тогда связи между ними механические.

Следует отметить, что вместо шагового двигателя часто используются электромеханические реле, которые осуществляют необходимую коммутацию в измерительных цепях. Делители напряжений выполняются, как правило, декадными (например, декада целых единиц измеряемой величины, декада десятых долей, декада сотых долей и т. д.).



Быстродействие электромеханических ЦИП составляет 1–2 измерения в секунду. Типичный класс точности – 0,05. Известны электромеханические цифровые приборы и более высокого класса точности (от 0,01 до 0,005).

### 20.3. Электронные цифровые приборы

#### 20.3.1. Времяимпульсные вольтметры

Времяимпульсные вольтметры относятся к приборам последовательного преобразования. Они основаны на преобразовании измеряемого напряжения во временной интервал и измерении полученного интервала путем заполнения его высокочастотными импульсами (рис. 20.2).

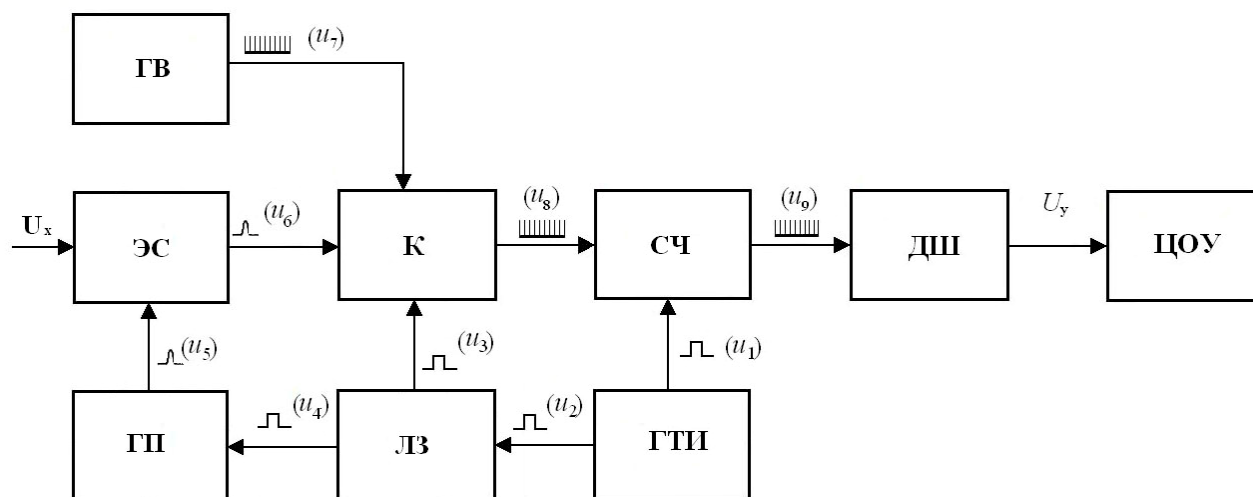


Рис. 20.2. Структурная схема времяимпульсного вольтметра:

ГТИ – генератор тактовых импульсов;

ЛЗ – линия задержки;

ДШ – дешифратор;

ЭС – элемент сравнения;

К – ключ;

СЧ – счетчик импульсов;

ГП – генератор пилообразного напряжения;

ЦОУ – цифровое отсчетное устройство;

ГВ – генератор высокочастотных импульсов;

$U_x$  – измеряемое напряжение (постоянное или медленно меняющееся);

$U_y$  – управляющее напряжение

Работа прибора протекает в следующей последовательности. Такт работе прибора задает генератор тактовых импульсов (ГТИ), вырабатывающий с заданной периодичностью прямоугольные импульсы  $u_1$  и  $u_2$ . Импульс  $u_1$  поступает на счетчик импульсов (СЧ) и переводит его в исходное состояние («сбрасывает на ноль»). Импульс  $u_2$  поступает на линию задержки (ЛЗ). С некоторой задержкой (необходимой для перевода СЧ в исходное состояние) на выходе ЛЗ

появляются импульсы  $u_3$  и  $u_4$ . Импульс  $u_3$  поступает на ключ (к) и открывает его. Импульс  $u_4$  поступает на генератор пилообразного напряжения (ГП) и запускает его. С выхода ГП пилообразное напряжение  $u_5$  поступает на элемент сравнения (ЭС). Одновременно на ЭС подается измеряемое напряжение  $U_x$ . Через открытый ключ К высокочастотные импульсы  $u_7$  поступают на СЧ. Счет импульсов счетчиком СИ продолжается до тех пор, пока напряжения  $U_x$  и  $u_5$  не станут равны друг другу и ЭС не выработает импульс  $u_6$ , который закроет ключ К. Число импульсов, накопленное в счетчике СЧ, преобразуется дешифратором (ДШ) в управляющее напряжение  $U_y$ , воздействующее на цифровое отсчетное устройство (ЦОУ), с которого и производится отсчет результата измерения.

На рис. 20.3 приведены временные диаграммы, поясняющие работу рассматриваемого прибора. Быстродействие времяимпульсных вольтметров обычно составляет 10–15 измерений в секунду. В отдельных случаях быстродействие может достигать 50–60 измерений в секунду.

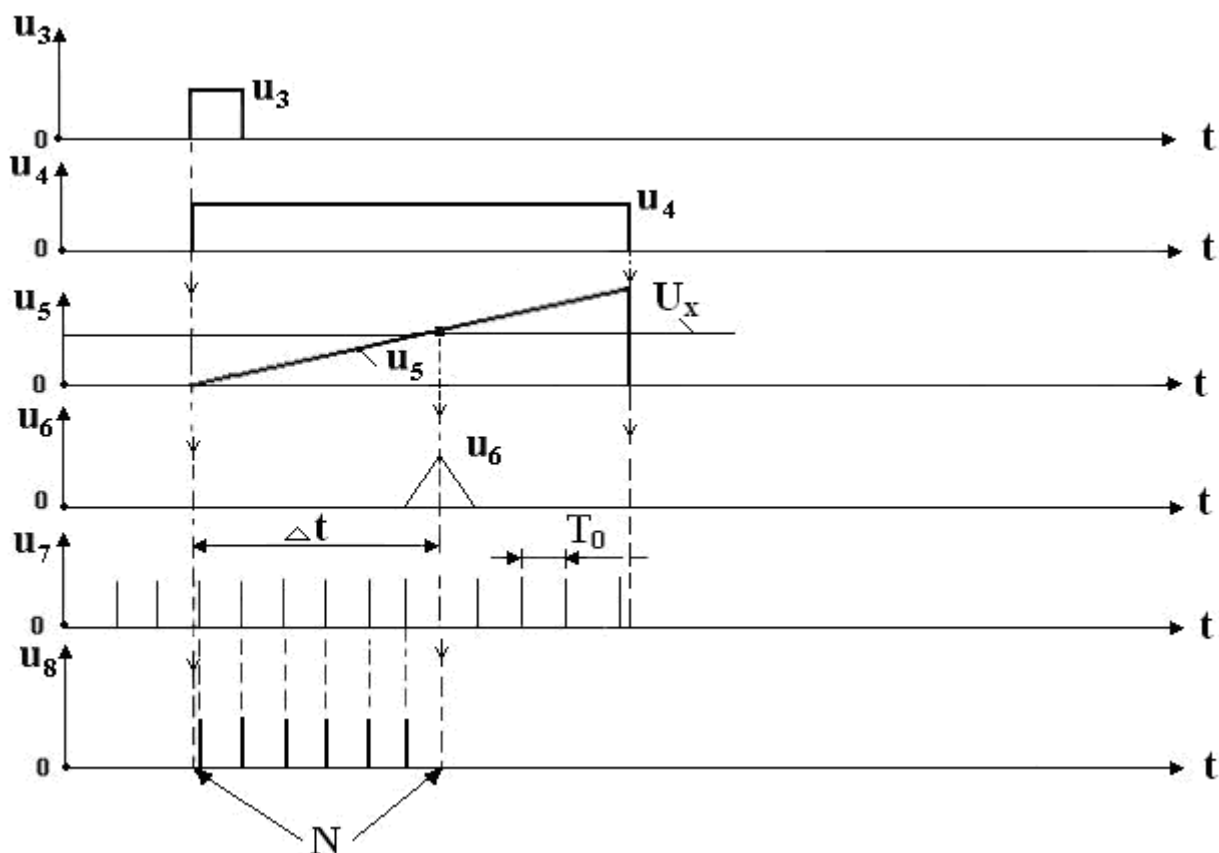


Рис. 20.3. Временные диаграммы

Отметим еще раз, что измеряемое напряжение преобразуется во временной интервал  $\Delta t$ , который заполняется импульсами, следующими с частотой  $f_0 = 1/T_0$ . Количество импульсов  $N \approx \Delta t/T_0$  подсчитывается счетчиком и отображается на цифровом отсчетном устройстве прибора.

Времяимпульсные приборы имеют сравнительно большие погрешности. Это объясняется наличием погрешности дискретности из-за несовпадения появления счетных импульсов с началом и концом интервала  $\Delta t$ , а также за счет нелинейного коэффициента преобразования. Другим недостатком этих приборов является их низкая помехозащищенность, что требует применения специальных фильтров для подавления помех.

Промышленность выпускает ЦИП, построенные на описанном принципе. Все они имеют погрешности несколько большие, чем цифровые приборы, построенные на других принципах. Например, погрешность универсального вольтметра типа ВК7-10А/1 при измерении постоянного напряжения составляет около 0,1–0,2 %.

### ***20.3.2. Уравновешивающие вольтметры***

В вольтметрах уравновешивающего преобразования (другое название – вольтметры сравнения) используется обратная связь, которая предполагает наличие в схеме цифро-аналогового преобразователя, преобразующего код (или число импульсов) в аналоговое напряжение. Существует несколько способов уравновешивания (сравнения) измеряемого напряжения с аналоговым напряжением обратной связи. Ниже рассмотрен уравновешивающий вольтметр с реверсивным счетчиком (рис. 20.4).

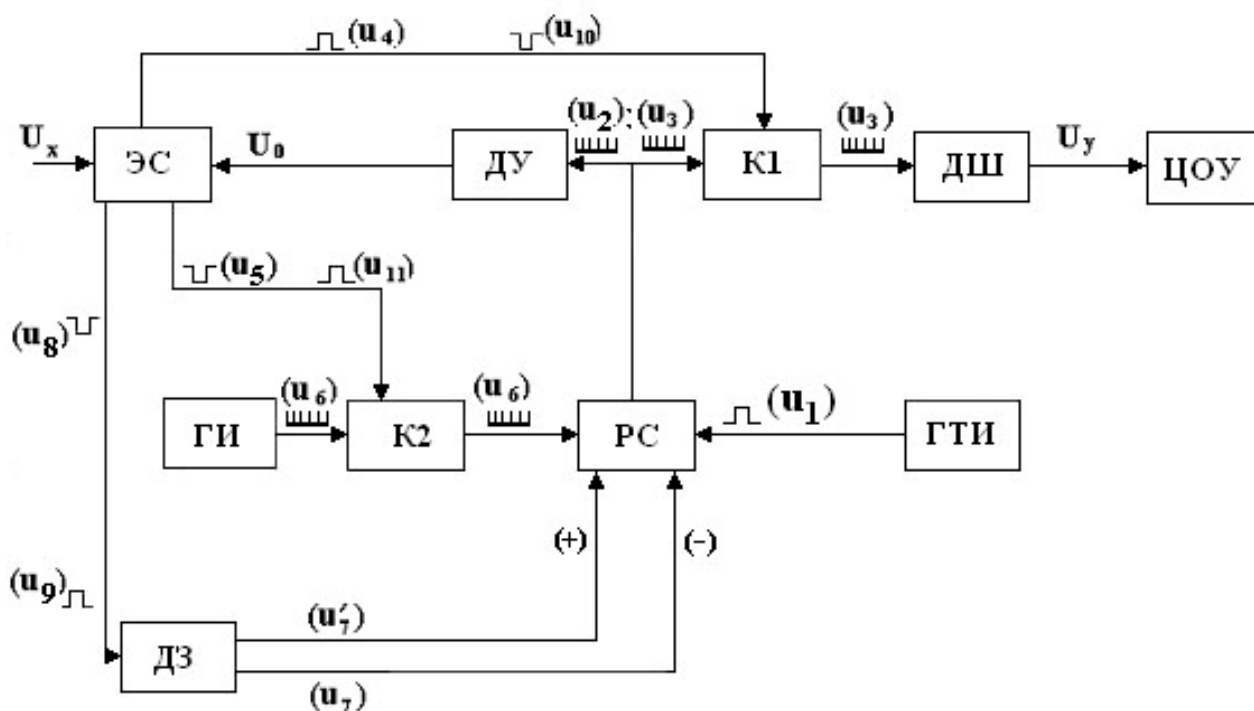


Рис. 20.4. Структурная схема уравнивающего вольтметра с реверсивным счетчиком:  
 ЭС – элемент сравнения; РС – реверсивный счетчик;  
 ДУ – декодирующее устройство; ГТИ – генератор тактовых импульсов;  
 К1, К2 – ключи; ДЗ – дискриминатор знака;  
 ДШ – дешифратор;  $U_x$  – измеряемое напряжение;  
 ЦОУ – цифровое отсчетное устройство;  $U_0$  – компенсирующее напряжение;  
 ГИ – генератор высокочастотных импульсов;  $U_y$  – управляющее напряжение

Работа вольтметра протекает в следующей последовательности. Генератор тактовых импульсов ГТИ выдает тактовый импульс  $u_1$ , который воздействует на реверсивный счетчик РС и тем самым запускает всю схему. РС выдает серию из импульсов на декодирующее устройство ДУ ( $u_2$ ) и на ключ  $K1$  ( $u_3 = u_2$ ), сохранившихся в РС от предыдущих измерений. ДУ преобразует импульсное напряжение  $u_2$  в аналоговое напряжение  $U_0$  ( $U_0 = f(N)$ ). Дальнейшая работа прибора зависит от соотношения напряжений  $U_0$  и  $U_x$ . Здесь возможны три случая:  $U_0 = U_x$ ;  $U_0 > U_x$ ;  $U_0 < U_x$ .

**Первый случай** ( $U_0 = U_x$ ). Элемент сравнения ЭС вырабатывает импульсы  $u_4$  и  $u_5$ . Импульс  $u_4$  открывает ключ  $K1$ , напряжение  $U_3$  в виде серии импульсов (число импульсов –  $N$ ) через  $K1$  поступает на дешифратор ДШ и преобразуется в управляющее напряжение  $U_y$ . Напряжение  $U_y$  воздействует на цифровое

отсчетное устройство ЦОУ, с которого и производится считывание результатов измерений в цифровой форме (например: 127,3 mV; 4,856 V и т. д.)

**Второй случай** ( $U_0 > U_x$ ). В этом случае ЭС вырабатывает импульсные сигналы  $u_8$ ,  $u_{10}$ ,  $u_{11}$ . Импульс  $u_{10}$  закрывает ключ  $K_1$ , и доступ импульсов на ДШ прекращается. Импульс  $u_{11}$  открывает ключ  $K_2$ , и высокочастотные импульсы  $u_6$  с генератора импульсов ГИ через  $K_2$  начинают поступать на РС. Импульс  $u_8$  воздействует на дискриминатор знака  $D_3$ , который вырабатывает коммутационное напряжение  $u_7$ , переводящее РС в режим вычитания. Благодаря режиму вычитания вновь поступающие на РС импульсы  $u_6$  вычитаются из того, что уже было накоплено в реверсивном счетчике. Уменьшение числа импульсов в РС приводит к уменьшению их числа на входе ДУ и соответственно к уменьшению аналогового компенсирующего напряжения  $U_0$ . Уменьшение напряжения  $U_0$  происходит до тех пор, пока оно не станет равно измеряемому напряжению  $U_x$ . При  $U_0 = U_x$  повторяется работа прибора, описанная выше (первый случай).

**Третий случай** ( $U_0 < U_x$ ). В этом случае ЭС вырабатывает импульсные сигналы  $u_9$ ,  $u_{10}$ ,  $u_{11}$ . Импульс  $u_{10}$  закрывает ключ  $K_1$ , и доступ импульсов на ДШ прекращается. Импульс  $u_{11}$ , ключ  $K_2$  и высокочастотные импульсы  $u_6$  с генератора импульсов ГИ через  $K_2$  начинают поступать на РС. Импульс  $u_9$  воздействует на дискриминатор знака  $D_3$ , который вырабатывает коммутационное напряжение  $u_7$ , переводящее РС в режим суммирования. Благодаря режиму суммирования вновь поступающие на РС импульсы  $u_6$  суммируются с теми импульсами, которые уже были накоплены в реверсивном счетчике. Увеличение числа импульсов в РС приводит к увеличению их числа на входе ДУ и соответственно к увеличению компенсирующего напряжения  $U_0$ . Увеличение  $U_0$  происходит до тех пор, пока оно не станет равно измеряемому напряжению  $U_x$ . При  $U_x = U_0$  повторяется уже описанная работа прибора (первый случай).

Приборы сравнения имеют повышенные метрологические характеристики. Их погрешность при измерении постоянного напряжения обычно не превосходит 0,01–0,05 %. Быстродействие этих приборов может достигать 500–600 измерений в секунду.

### 20.3.3. Электронно-счетные частотомеры

Цифровые частотомеры предназначены для измерения среднего или мгновенного значения частоты периодического сигнала, а также для измерения абсолютного или относительного отклонения частоты от номинального значения.

Электронно-счетные частотомеры, рассматриваемые в данном пункте учебного пособия, основаны на подсчете числа импульсов частотой  $f_x$  за интервал времени  $T_0$  (рис. 20.5).

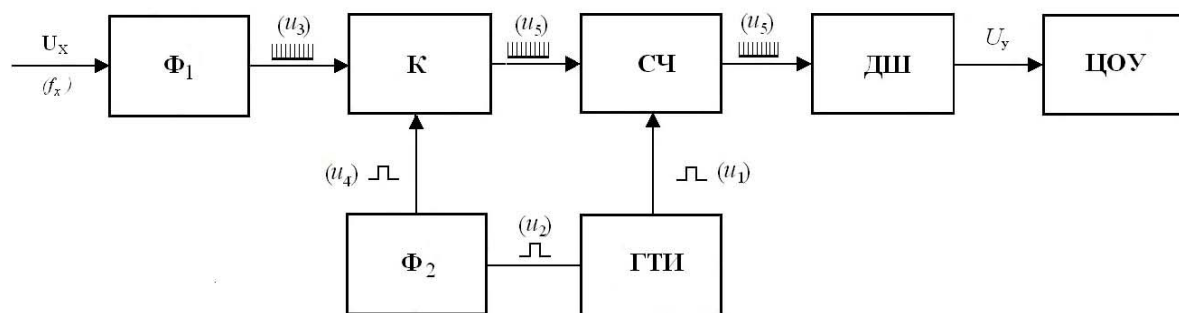


Рис. 20.5. Структурная схема электронно-счетного частотомера:

Ф1, Ф2 – формирователи;

К – ключ;

СЧ – счетчик импульсов;

ДШ – дешифратор;

ГТИ – генератор тактовых импульсов;

ЦОУ – цифровое отсчетное устройство;

$f_x$  – измеряемая частота

На временных диаграммах показаны напряжения на входе ( $U_x$ ) и на выходе отдельных элементов схемы ( $u_3$ ,  $u_4$ ,  $u_5$ ). Эти же (и другие) напряжения показаны на структурной схеме (см. рис. 20.5).

Запуск прибора осуществляет генератор тактовых импульсов ГТИ, вырабатывающий импульсные напряжения  $u_1$  и  $u_2$ . Импульс  $u_1$  переводит счетчик СЧ в исходное состояние (срабатывает на «ноль»). Импульс  $u_2$  воздействует на формирователь Ф2, который вырабатывает нормированный импульс  $u_4$  с длительностью  $T_0$  (рис. 20.5 и 20.6). Импульс  $u_4$  подается на ключ К и открывает его на время  $T_0$ .

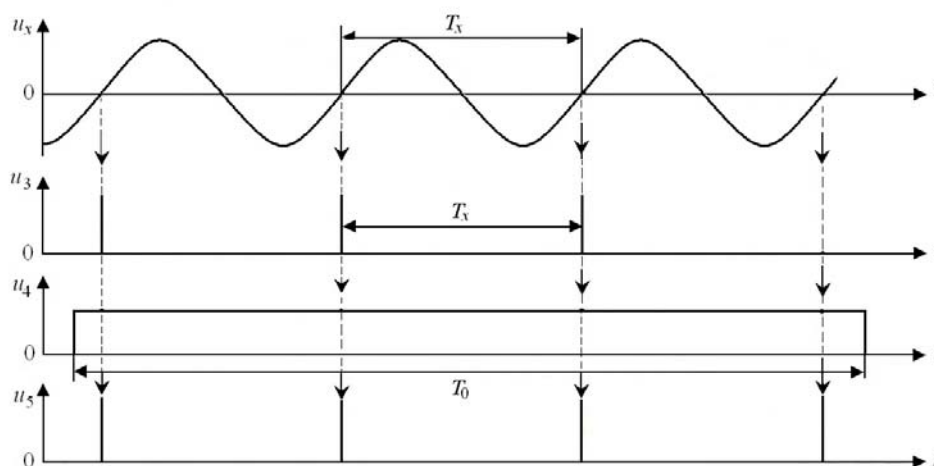


Рис. 20.6. Временные диаграммы работы электронно-счетного устройства

Периодическое напряжение  $U_x$  (его частота  $f_x$  измеряется) подается на формирователь  $\Phi_1$ , который формирует импульсное напряжение  $u_3$ , подаваемое на ключ К. Отметим, что  $\Phi_1$  вырабатывает один импульс в начале каждого периода входного напряжения. Импульсы  $u_3$  «проходят» через ключ К, пока действует импульс  $u_4$ . На счетчик импульсов СЧ подается серия импульсов  $u_5$ , число которых  $N$  зависит от длительности импульса  $u_4$  ( $T_0$ ) и периода входного напряжения ( $T_x$ ):

$$N = \frac{T_0}{T_x} = T_0 f_x, \quad (20.3)$$

где  $f_x = \frac{1}{T_x}$  – частота входного напряжения.

Напряжение  $u_5$ , содержащее  $N$  импульсов сосчитанных СЧ, подается на дешифратор ДШ. Последний преобразует его в управляющее напряжение  $U_y$ , воздействующее на цифровое отсчетное устройство ЦОУ. ЦОУ индицирует результат измерения в цифровой форме.

Если длительность интервала  $T_0 = 1$  с, то число  $N$  дает непосредственное значение измеряемой частоты. В практических схемах частотомеров также предусматривается возможность задания других значений  $T_0$  из ряда  $T_0 = 10^m$  с, где  $m$  – целое положительное или отрицательное число. Это дает возможность измерять кратные или дольные значения  $f_x$ .

Погрешность прибора складывается из погрешности задания  $T_0$  и погрешности дискретности. Благодаря использованию кварцевой стабилизации погрешность задания  $T_0$  не превосходит  $10^{-7} \%$  (этой погрешностью обычно пренебрегают). Погрешность дискретности, возникающая в процессе квантования временного интервала, как правило, существенна, и ее необходимо учитывать.

$$\delta_g = \pm \frac{1}{T_0 \cdot f_x} \cdot 100\%, \quad (20.4)$$

где  $\delta_g$  – относительная погрешность дискретности;

$T_0, f_x$  – определены выше.

Очевидно, что с увеличением временного интервала  $T_0$  и значения измеряемой частоты  $f_x$  погрешность дискретности уменьшается. Например, при  $T_0 = 1$  с и  $f_x = 500$  Гц  $\delta_g = \pm 0,2 \%$ ; при  $T_0 = 1$  с и  $f_x = 5000$  Гц  $\delta_g = \pm 0,02 \%$ ; при  $T_0 = 10$  с и  $f_x = 5000$  Гц  $\delta_g = \pm 0,002 \%$ .

При измерении низких частот погрешность дискретности становится определяющей и ограничивает точность измерений. Для снижения  $\delta_g$  можно задавать большие  $T_0$ , однако это заметно увеличивает время измерения. Например, при измерении частоты промышленной сети ( $f_x = 50$  Гц) для снижения  $\delta_g$  до  $0,02 \%$  необходимо задать  $T_0 = 100$  с. Для низкочастотных сигналов более рациональным оказывается измерение периода исследуемого напряжения.

#### **20.3.4. Измерители временных интервалов**

В измерителях временных интервалов (хронометрах) временной интервал (в том числе и период исследуемого напряжения) может быть измерен путем подсчета числа импульсов стабильной частоты  $f_0 \left( f_0 = \frac{1}{T_0} \right)$ , прошедших за измеряемое время  $T_x$ . В качестве примера ниже рассмотрен измеритель периодов (рис. 20.7).

При измерении временных интервалов вместо периодического напряжения  $u_x$  на формирователь  $\Phi$  подаются импульсные напряжения  $u_n$  (старт-импульс) и  $u_k$  (стоп-импульс). Старт-импульс запускает формирователь, а стоп-импульс его останавливает. В результате вырабатывается импульс  $T_x$ , длитель-



ность которого равна длительности измеряемого временного интервала. Отметим, что  $u_n$  и  $u_k$  показаны на рис. 20.7 пунктиром, при измерении периода напряжения  $u_x$  они не используются (вместо них на  $\Phi$  подается  $u_x$ ).

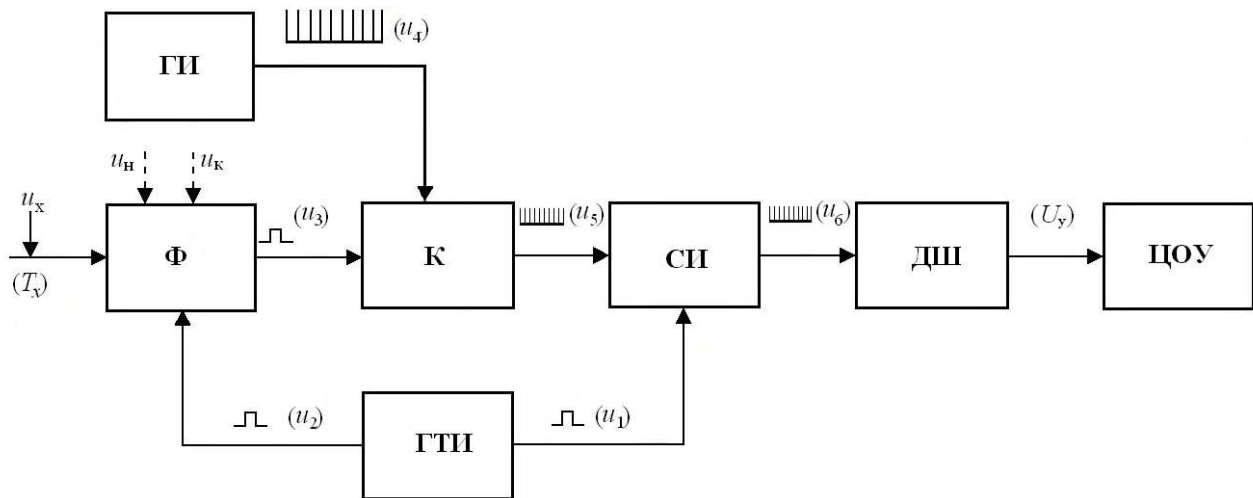


Рис. 20.7. Структурная схема измерителя периодов:

ГН – стабильный генератор высокочастотных импульсов;

Ф – формирователь;

К – ключ;

СЧ – счетчик импульсов;

ДШ – дешифратор;

ЦОУ – цифровое отсчетное устройство;

ГТИ – генератор тактовых импульсов;

$u_x$  – напряжение с периодом  $T_x$

Рассмотрим работу измерителя периодов более детально. Запуск прибора осуществляет ГТИ, вырабатывающий импульсные напряжения  $u_1$  и  $u_2$ . Импульс  $u_1$  «сбрасывает» СЧ на ноль, а импульс  $u_2$  воздействует на формирователь Ф, который вырабатывает импульс  $u_3$ . Длительность импульса  $u_3$  равна  $T_x$  и соответствует периоду исследуемого напряжения (рис. 20.8). Импульс  $u_3$  подается на ключ К и открывает его на время  $T_x$ . Одновременно на К подается высокочастотное импульсное напряжение  $u_4$  со стабильной частотой  $f_0 = \frac{1}{T_0}$ . Напряжение  $u_5$  с выхода ключа подается на СЧ. Число импульсов  $N$ , содержащееся в  $u_5$  и сосчитанное СЧ, зависит от  $T_x$  и  $T_0 = \frac{1}{f_0}$ .

$$N = \frac{T_x}{T_0} = T_x \cdot f_0. \quad (20.5)$$

Напряжение  $u_6$  со счетчика импульсов подается на ДШ и преобразуется в управляющее напряжение  $U_y$ , которое воздействует на цифровое отсчетное устройство ЦОУ. ЦОУ индицирует результат измерения в цифровой форме.

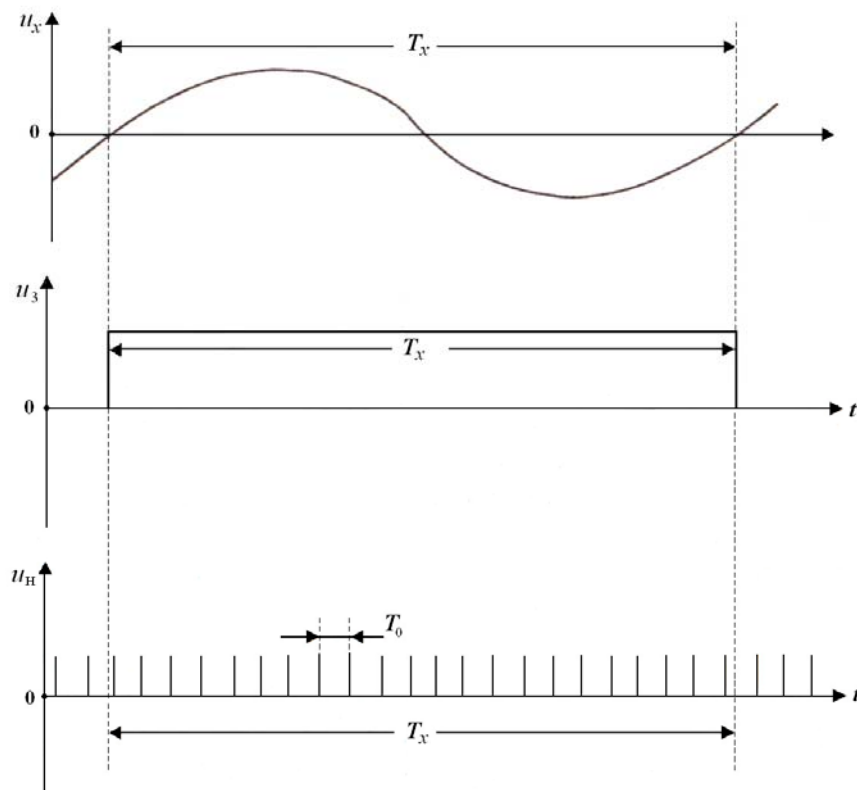


Рис. 20.8. Временные диаграммы работы измерителя периодов

Значение частоты  $f_0$  целесообразно выбрать из ряда возможных значений, определяемых равенством  $f_0 = 10^m$  Гц, где  $m$  – положительное целое число. Тогда число импульсов  $N$  совпадает со значением  $T_x$ , выраженным в секундах или дольных единицах секунды.

Погрешности цифрового периодомера определяются нестабильностью частоты  $f_0$  генератора ГИ и дискретностью квантования  $T_x$ . Погрешность за счет нестабильности  $f_0$  мала (обычно не более  $10^{-7}\%$ ), и ею, как правило, пренебрегают. Погрешность дискретности  $\delta_g$  чаще всего существенна, и ее необходимо учитывать.

$$\delta_g = \pm \frac{1}{T_x \cdot f_0} \cdot 100\% = \pm \frac{T_0}{T_k} \cdot 100\%, \quad (20.6)$$

где  $\delta_g$  – относительная погрешность дискретности;

$T_0, T_x, f_0$  – определены выше.

Очевидно, что с уменьшением  $T_0 = \frac{1}{f_0}$  и увеличением  $T_x$  погрешность дис-

кретности уменьшается. Например, при  $f_0 = 10$  кГц и  $T_x = 0,1$  с  $\delta_g = \pm 0,1$  %; при  $f_0 = 100$  кГц и  $T_x = 0,1$  с  $\delta_g = \pm 0,01$  %; при  $f_0 = 100$  кГц и  $T_x = 1$  с  $\delta_g = \pm 0,001$  %.

Измерители периода иногда используются для измерения низких частот. Недостатком такого измерения является необходимость пересчета показаний периодомера в частоту (по формуле  $f_x = \frac{1}{T_x}$ ).

В цифровых частотомерах и периодомерах используются одни и те же функциональные узлы, что позволяет выпускать универсальные приборы, предназначенные для измерения частоты, периода, интервалов времени, отношения двух частот и числа импульсов.

### 20.3.5. Измерители разности фаз

В измерителях разности фаз (цифровых фазометрах) используется преобразование фазового сдвига в соответствующий интервал времени, а также измерение этого интервала цифровым методом. Цифровые фазометры могут предназначаться для измерения мгновенных значений сдвига фаз и для измерения среднего значения сдвига фаз. Ниже рассмотрены цифровой фазометр мгновенных значений (рис. 20.9) и диаграммы напряжений этого фазометра (рис. 20.10)

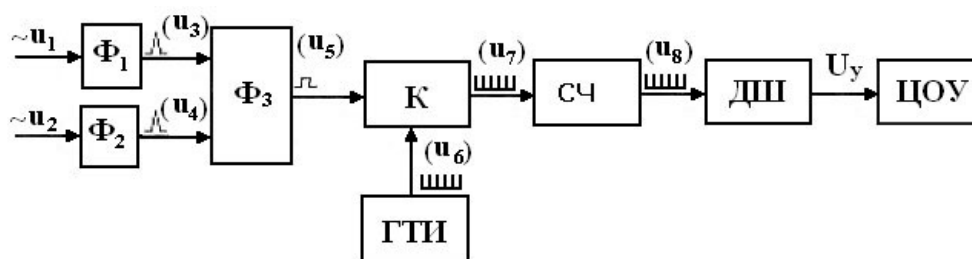


Рис. 20.9. Упрощенная структурная схема цифрового измерителя разности фаз:

$\Phi_1, \Phi_2, \Phi_3$  — формирователи;

К — ключ;

ЦОУ — цифровое отсчетное устройство;

ДШ — дешифратор;

СЧ — счетчик импульсов;

$u_1$  и  $u_2$  — периодические входные напряжения, между которыми измеряется сдвиг по фазе;

ГТИ — генератор стабильных высокочастотных импульсов

Напряжения  $u_1$  и  $u_2$  поступают на формирователи  $\Phi_1$  и  $\Phi_2$ , которые вырабатывают импульсы  $u_3$  и  $u_4$ , соответствующие моментам перехода входных сигналов через ноль (импульсы  $u_3$  и  $u_4$  вырабатываются один раз за период напряжений  $u_1$  и  $u_2$ , см. рис. 20.9 и 20.10). Импульсы  $u_3$  и  $u_4$  воздействуют на формирователь  $\Phi_3$  (первый как старт-импульс, а второй как стоп-импульс), на выходе которого образуется импульс  $u_5$  с длительностью  $T_x$ , соответствующей измеряемому фазовому сдвигу  $\alpha$ . Импульс  $u_5$  открывает ключ К на интервал времени  $T_x$ , и в течение этого времени через К на счетчик импульсов СИ с генератора ГТИ поступают импульсы. Частота поступающих импульсов  $f_0 = \frac{1}{T_0}$ . Число импульсов  $N$ , сосчитанное СЧ, определяется соотношением (рис. 20.10)

$$N = \frac{T_x}{T_0}. \quad (20.7)$$

Измеряемый фазовый сдвиг  $\varphi$

$$\varphi = K \cdot N \quad (20.8)$$

где  $K$  – коэффициент пропорциональности.

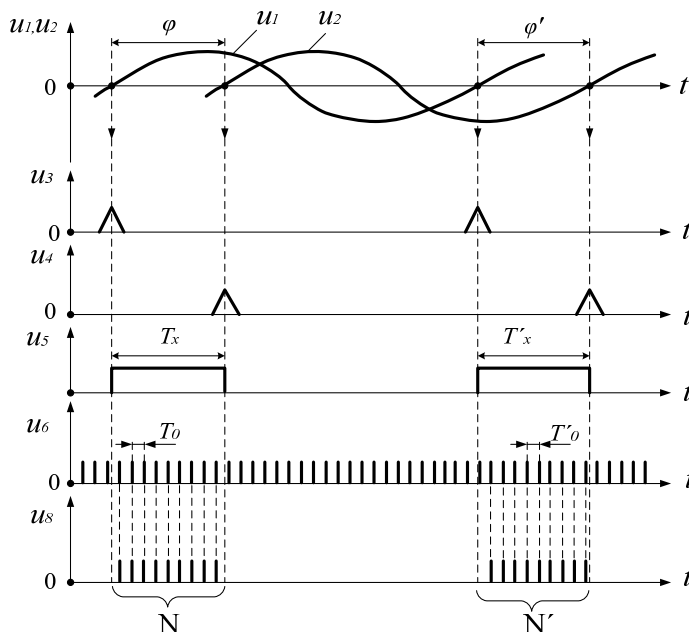


Рис. 20.10. Временные диаграммы измерителя разности фаз

Напряжение  $u_8$  с выхода счетчика СЧ, содержащее  $N$  импульсов, подается на дешифратор ДШ, преобразуется в управляющее напряжение  $U_y$  и индицируется на ЦОУ в цифровой форме.

Составляющие погрешности прибора: погрешность квантования интервала  $T_x$  импульсами с частотой  $f_0 = \frac{1}{T_0}$ ; погрешность задания частоты  $f_0 = \frac{1}{T_0}$ ; погрешность от неточности формулирования и передачи напряжений  $u_3$ ,  $u_4$  и временного интервала  $T_x$ . Суммарная погрешность цифровых фазометров обычно не превосходит  $\pm 0,3^\circ$  в широком частотном диапазоне.

#### 20.4. Мультиметры

Термин «мультиметр» обычно используется для наименования универсальных цифровых измерительных приборов (ЦИП). Также приборы обычно имеют в своем составе встроенные микропроцессоры. Вместе с тем, терминология в области ЦИП еще окончательно не установилась, и аналогичные некоторые отечественные приборы с микропроцессорами или без них называют универсальными вольтметрами (например, прибор В7-34, имеющий в своем составе микропроцессор, официально именуется «Вольтметр универсальный цифровой»). Соответствующие импортные приборы всегда назывались мультиметрами, и этот термин постепенно приобретает признание как в отечественной литературе, так и в практической деятельности. Он используется и в настоящем учебном пособии.

Цифровые мультиметры применяются для измерения постоянных и переменных токов, постоянных и переменных напряжений, сопротивлений резисторов, частоты электрических колебаний и т.д.

На микропроцессоры в ЦИП возлагаются следующие функции:

- 1) управление процессом аналого-цифрового и цифроаналогового преобразования;
- 2) управление работой преобразователей различных физических величин в электрические (для последующего их измерения);
- 3) автоматический выбор пределов измерения;

- 4) управление приборным интерфейсом;
- 5) управление цифровыми отсчетными устройствами;
- 6) статистическая обработка результатов измерений;
- 7) автоматическая коррекция систематических погрешностей и автокалибровка;
- 8) диагностика неисправностей.

Наличие в составе мультиметров микропроцессоров повышает надежность ЦИП, значительно улучшает их метрологические и эксплуатационные характеристики. Вместе с тем наметившаяся тенденция в развитии цифровой измерительной техники приводит к резкому повышению стоимости цифровых приборов (стоимость цифровых приборов, как правило, в 2–3 раза выше стоимости компьютеров). Высокая цена затрудняет широкое применение ЦИП, альтернативой которым может быть расширение использования аналоговых измерительных приборов (электромеханических и электронных), а также применение измерительно-компьютерных систем.

## **21. ИЗМЕРИТЕЛЬНО-КОМПЬЮТЕРНЫЕ СИСТЕМЫ**

В настоящее время сформировалось новое направление в измерительной технике – измерительно-компьютерные системы (ИКС).

ИКС представляет собой имеющий соответствующее программное обеспечение персональный компьютер, в состав которого введена специальная измерительная плата.

ИКС заменяет стандартные измерительные приборы (вольтметры, осциллографы, генераторы и т. д.) системой виртуальных средств измерений (или виртуальных приборов). Причем на одном компьютере может быть одновременно или поочередно воспроизведен целый ряд стандартных измерительных приборов.

К преимуществам измерительно-компьютерных систем следует отнести:

- 1) наличие стандартных программ, что позволяет решать широкий круг прикладных задач (сбор и обработку данных, исследование полученных результатов, выработку управляющих сигналов и т. д.);
- 2) наличие внутренней и внешней памяти компьютеров, позволяющей накапливать и хранить большой объем измерительной информации;
- 3) наличие компьютерных сетей (локальных и глобальных), позволяющих оперативно передавать результаты измерений и исследований;
- 4) наличие возможности составлять компьютерные программы для решения конкретных измерительных задач;
- 5) наличие в составе компьютеров аналоговых (графопостроители) и цифровых (принтеры) регистрирующих устройств, позволяющих оперативно документировать результаты измерений;
- 6) меньшая стоимость измерений (по сравнению со стоимостью измерений с помощью отдельных цифровых измерительных приборов).

На рис. 21.1 приведена упрощенная структурная схема ИКС.

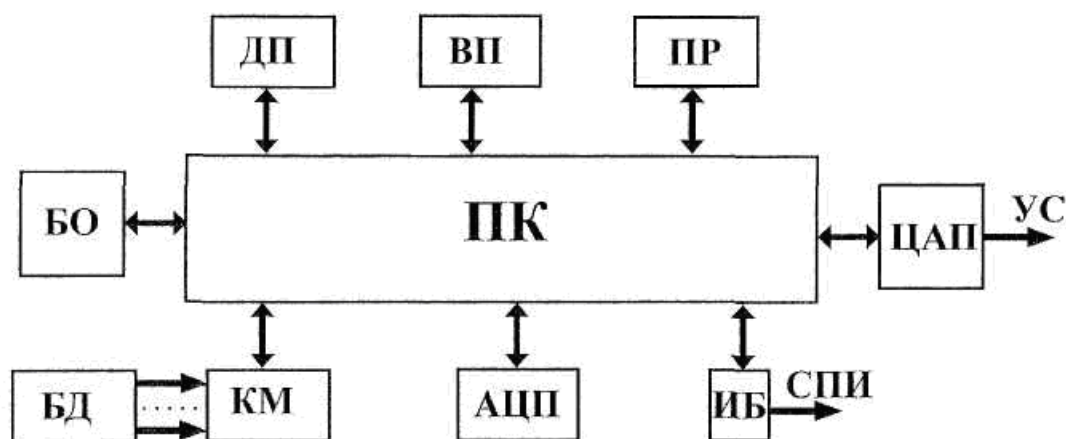


Рис. 21.1 Упрощенная структурная схема измерительно-компьютерной системы:

ПК – персональный компьютер;

ДП – дисплей;

ВП – внутренняя память;

ПР – принтер;

БО – блок образцовых мер;

БД – блок датчиков;

КМ – коммутатор;

АЦП – аналого-цифровой преобразователь;

ИБ – интерфейсный блок;

СПИ – сигнал приборного интерфейса;

ЦАП – цифроаналоговый преобразователь;

УС – управляющий сигнал

Основу ИКС составляет персональный компьютер ПК, через который взаимодействуют друг с другом все элементы системы: дисплей, внешняя память, принтер, коммутатор, АЦП, блок образцовых программно-управляемых

мер (меры напряжения, сопротивления, частоты и т. д.). ЦАП позволяет вырабатывать (если требуется для решения поставленной задачи) аналоговые управляющие сигналы. Интерфейсный блок (ИБ) осуществляет подключение к магистрали приборного интерфейса. Коммутатор (КМ) обеспечивает подключение аналоговых сигналов (обычно в виде напряжений) от блока датчиков (БД). С помощью БД осуществляется преобразование (при необходимости) и подача на ИКС измеряемых величин. ИКС могут быть специализированными и универсальными. Специализированные ИКС предназначены для измерения какой-либо одной физической величины (например, только постоянного напряжения или только температуры). Универсальные ИКС – для измерения нескольких физических величин (например, постоянного и переменного напряжения, постоянного и переменного тока, частоты, температуры, давления и т.д.).

Одним из элементов ИКС является блок образцовых мер (БО). В качестве образцовых мер чаще всего используются образцовые меры (ОМ) напряжения и частоты. Обычно образцовыми мерами напряжения являются термостатированные стабилитроны, а в качестве образцовых мер частоты применяются кварцевые генераторы. В последнее время в ИКС стала использоваться возможность компенсировать температурную нестабильность ОМ программными методами. Предусматривается также возможность компенсации влияния температуры на параметры различных элементов ИКС, например на такие, как усилители постоянного тока, переключатели и т. п. Непрерывный контроль температуры отдельных элементов и блоков ИКС (с помощью специальных температурных датчиков и программных средств) позволяет автоматически корректировать возникающие погрешности измерений.

Измерительно-компьютерные системы являются своеобразными виртуальными приборами. Программная часть такого виртуального прибора создает на экране дисплея компьютера виртуальную панель управления обычного (реального) измерительного прибора. Такая панель с виртуальными кнопками, ручками, переключателями становится панелью управления виртуального прибора. С помощью клавиатуры, мыши или специализированной прикладной про-



граммы оператор воздействует на панель управления, выбирая измеряемую величину, режим работы виртуального прибора и выполняя другие необходимые операции для проведения измерения. Результат измерения выводится на дисплей компьютера и, если требуется, на принтер или графопостроитель. В зависимости от используемой измерительной платы и программного обеспечения пользователь получает виртуальный прибор под ту или иную задачу. При этом может быть реализован виртуальный осциллограф, виртуальный вольтметр, виртуальный термометр и т. д. Соответственно на дисплей компьютера выводится осциллограмма исследуемых сигналов (если реализован осциллограф), значение напряжения (если реализован вольтметр) или значение температуры (если реализован термометр) в цифровой форме.

Отметим еще раз преимущество виртуальных приборов перед микропроцессорными цифровыми приборами. Виртуальные приборы дают пользователю доступ к обширным объемам прикладных программ, к внешней памяти большой емкости и к различным устройствам документирования результатов измерений. Виртуальные приборы имеют высокую экономическую эффективность: практически любая измерительная плата и компьютерная программа по обработке информации намного дешевле стандартного цифрового измерительного прибора со встроенным микропроцессором.

Сочетание измерительной платы, специализированной программы и персонального компьютера представляет пользователю новые возможности, недостижимые автономными измерительными приборами [1; 2; 33; 34; 36–38].

## **22. ИЗМЕРЕНИЕ ЭЛЕКТРИЧЕСКИХ ТОКОВ**

### **22.1. Общие положения**

Измерение силы электрического тока (в дальнейшем – измерение тока) является одной из наиболее распространенных операций в области электрических измерений. Измерение токов может проводиться аналоговыми электромеханическими приборами различных систем, аналоговыми электронными приборами, цифровыми измерительными приборами (ЦИП) [1; 2; 6]. Кроме того,

для измерения тока могут быть использованы виртуальные приборы (ВП), появившиеся в последнее время и реализуемые с помощью компьютеров (см. гл. 21 в настоящем учебном пособии и соответствующие разделы в учебниках [2; 6]).

Выбор средства измерения (для измерений тока) определяется совокупностью факторов: значением измеряемой величины, родом тока, требуемой точностью, условиями измерений и т. д. Приборы для измерения тока принято называть *амперметрами*. Если требуется подчеркнуть значение измеряемого тока, то это отражается в названии прибора. Так, например, приборы для измерения больших токов именуются *килоамперметрами*, малых токов – *миллиамперметрами* или *микроамперметрами* и т. д.

Измерение тока может осуществляться прямыми, косвенными или компенсационными методами. Каждый из перечисленных методов измерений обладает определенной методической погрешностью (см. параграф 2.4 в данном учебном пособии).

Диапазон измеряемых токов весьма широк. Например, при биологических исследованиях измеряемые токи могут составлять доли наноампер, а на металлургических предприятиях измеряемые токи могут достигать многих тысяч ампер. Для расширения пределов измерения приборов применяют шунты и измерительные трансформаторы, которые рассматриваются в последующих параграфах учебного пособия. Использование шунтов и трансформаторов позволяет строить многопредельные приборы, которые позволяют измерять токи в широком диапазоне.

Косвенным показателем большей или меньшей пригодности используемого амперметра для измерения тока в исследуемой цепи является значение мощности, потребляемое этим амперметром:

$$P_A = I_A^2 R_A, \quad (22.1)$$

где  $P_A$  – мощность, потребляемая амперметрами из измерительной цепи;

$I_A$  – измеряемый ток;

$R_A$  – сопротивление амперметра.

Погрешность от искажения режима работы исследуемой цепи тем меньше, чем меньше мощность  $P_A$ , определяемая соотношением (22.1).

## 22.2. Измерение постоянного тока

Для измерения постоянного тока используются аналоговые электромеханические приборы (магнитоэлектрические, электромагнитные, электродинамические), аналоговые электронные и цифровые измерительные приборы.

Из электромеханических приборов наибольшее распространение для измерения постоянных токов получили приборы магнитоэлектрической системы. При непосредственном включении этих приборов их можно нагружать токами только до 40–50 мА. При больших токах повреждаются токопроводы к обмотке рамки магнитоэлектрического измерителя или выходит из строя сама обмотка рамки, выполняемая, как правило, тонким проводом.

Для измерения токов, больших 40–50 мА, магнитоэлектрические измерительные механизмы используются совместно с шунтами, которые включаются параллельно измерительному механизму (рис. 22.1). Электромеханические приборы других систем с шунтами не используются.

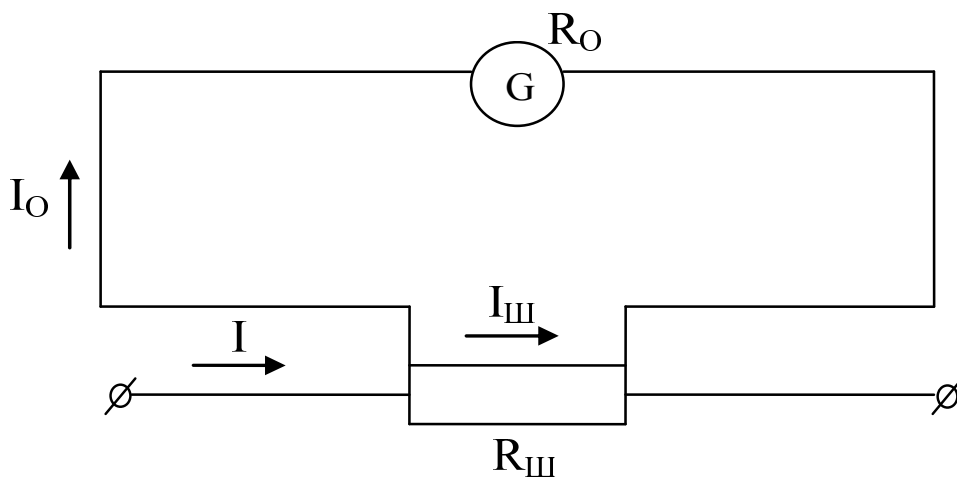


Рис. 22.1. Схема включения шунта:

$R_{ш}$  – сопротивление шунта;  $G$  – магнитоэлектрический измерительный механизм;

$R_0$  – сопротивление измерительного механизма  $G$ ;  $I$  – измеряемый ток;

$I_{ш}$  – ток через шунт;  $I_0$  – ток через измерительный механизм  $G$

Сопротивление шунта  $R_{ш}$  выбирают таким, чтобы большая часть измеряемого тока  $I$  протекала по шунту, а оставшая часть тока не превышала бы допустимого для измерителя значения.

Отношение токов  $I / I_0$  обозначают  $n$  и называют *коэффициентом шунтирования*. Значение измеряемого тока  $I = n \cdot I_0$ , где  $n$  – целое число ( $n = 2; 5; 10$  и т. д.). Шунты обычно изготавливают из манганина – сплава с малым температурным коэффициентом сопротивления. Типичная конструкция шунта приведена на рис. 22.2.

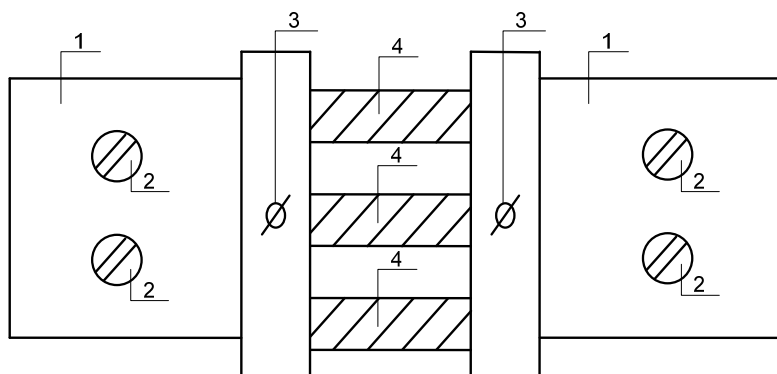


Рис. 22.2. Типичная конструкция шунта:  
1 – массивные медные пластины; 2 – токовые зажимы;  
3 – потенциальные зажимы; 4 – манганиновые пластины

С помощью зажимов 2 шунт включается в исследуемую цепь, а к зажимам 3 подключается магнитоэлектрический измерительный механизм.

Сопротивление шунта определяется из следующих равенств (см. рис. 22.1):

$$I_{\text{ш}} R_{\text{ш}} = I_0 R_0, \quad (22.2)$$

$$I = n I_0, \quad (22.3)$$

$$I_{\text{ш}} = I - I_0 = n I_0 - I_0, \quad (22.4)$$

где  $n$  – коэффициент шунтирования.

Подставляя в (22.2) значение тока  $I_{\text{ш}}$ , определяемое соотношением (22.4), получим

$$I_0(n-1)R_{\text{ш}} = I_0 R_0, \quad (22.5)$$

откуда сопротивление шунта

$$R_{\text{ш}} = \frac{R_0}{n-1},$$

где  $R_0$ ,  $n$  – определены выше.

Шунты для измерения сравнительно небольших токов (до 30 А) монтируются в корпусе прибора и называются *внутренними*. Токи от 30 до 7500 А

измеряют с помощью наружных шунтов. Шунты могут быть однопредельными и многопредельными.

Шунты делятся на *индивидуальные*, пригодные только для того измерительного механизма, с которым проградуированы, и *калиброванные*, рассчитанные на определенные номинальные токи и определенные номинальные падения напряжения. Калиброванные шунты изготавливают обычно на номинальные напряжения 75 и 100 мВ, но могут быть шунты на другие номинальные напряжения (например, на 30, 45, 60, 150 или 300 мВ). Сопротивление шунта можно определить по закону Ома делением номинального напряжения на номинальный ток. В зависимости от точности изготовления шунты делятся на классы 0,02; 0,05; 0,1; 0,2; 0,5; 1,0. При подключении шунта температурная погрешность измерения тока возрастает. Для ее уменьшения используются разные способы температурной компенсации. Например, может использоваться включение в цепь измерителя терморезистора с отрицательным температурным коэффициентом сопротивления.

В прил. 9 приведены технические характеристики некоторых стандартных шунтов.

Шунты используются при измерении токов до 7,5 кА. При измерении токов от 7,5 до 150 кА используются трансформаторы постоянного тока (рис. 22.3).

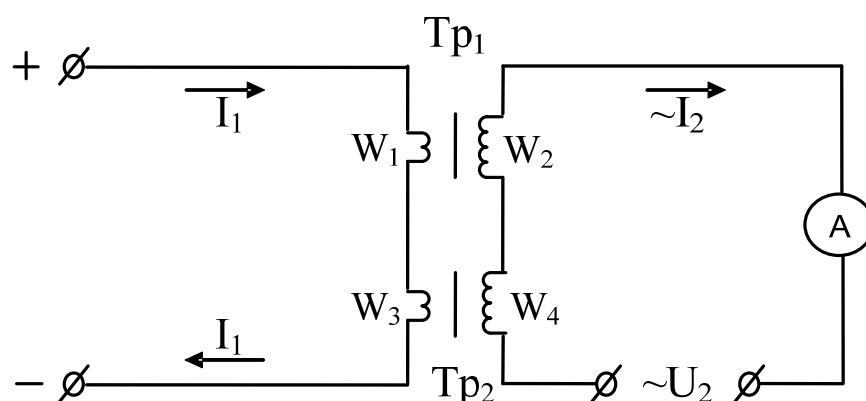


Рис. 22.3. Упрощенная схема включения трансформатора постоянного тока:  
 $I_1$  – измеряемый ток; Tr<sub>1</sub>, Tr<sub>2</sub> – трансформаторы;  $W_1 = W_3$  – первичные обмотки трансформаторов;  $W_2 = W_4$  – вторичные обмотки трансформаторов;  
 $U_2$  – вспомогательное переменное напряжение;  
 $I_2$  – переменный ток во вторичном контуре

Трансформаторы  $Tr_1$ ,  $Tr_2$  имеют идентичные ферромагнитные сердечники из магнитомягкого материала с большой магнитной проницаемостью. Первичные обмотки трансформаторов включены встречно для компенсации в них ЭДС, возникающих при протекании тока  $I_2$  по вторичным обмоткам трансформаторов (вторичные обмотки включены между собой согласно).

Значение тока во вторичном контуре:

$$I_2 = \frac{U_2}{\sqrt{R_2 + (\omega L_2)^2}} \quad (22.7)$$

где  $R_2$  – активная составляющая вторичной цепи;

$\omega = 2\pi f$  – угловая частота;

$f$  – циклическая частота;

$L_2$  – суммарная индуктивность обмоток трансформаторов.

Индуктивность  $L_2$  зависит от магнитной проницаемости  $\mu_a$  сердечников трансформаторов  $Tr_1$  и  $Tr_2$  (при постоянстве всех других параметров). В свою очередь, значение  $\mu_a$  зависит от степени насыщения ферромагнитных сердечников трансформаторов магнитными потоками, создаваемыми измеряемым постоянным током  $I_1$  при его протекании по первичным обмоткам трансформаторов  $W_1$  и  $W_2$ .

Таким образом, можно сделать вывод, что индуктивность  $L_2$  зависит от тока  $I_1$ . Зависимость  $L_2 = f(I_1)$  приведена на рис. 22.4.

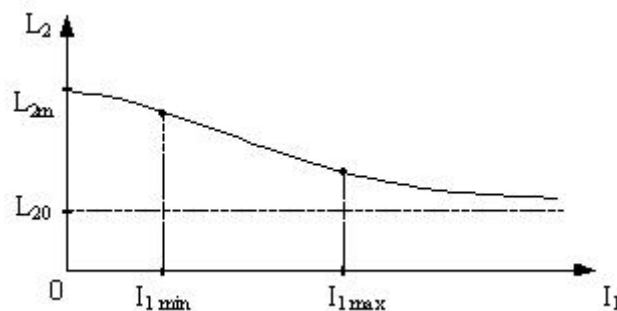


Рис. 22.4. Зависимость индуктивности обмоток трансформаторов от измеряемого тока

При изменении  $L_2$  и при постоянстве  $U_2$ ,  $R_2$  и  $\omega$  (см. соотношение (22.7)) изменяется ток  $I_2$  во вторичном контуре. Причем рост  $I_1$  приводит к уменьшению  $L_2$ , а уменьшение  $L_2$  – к росту тока  $I_2$ . При изменении  $I_1$  от некоторого ми-

нимального значения  $I_{\min}$  до некоторого максимального значения  $I_{\max}$  справедливо равенство

$$I_2 = kI_1 \quad (22.8)$$

где  $k$  – коэффициент трансформации ( $k \gg 1$ ).

Коэффициент трансформации  $k$  нормируется и примерно постоянен в диапазоне измерений.

Благодаря постоянству (в пределах нормируемой погрешности) коэффициента  $k$ , амперметр А, измеряющий ток вторичного контура  $I_2$ , может быть проградуирован непосредственно в значениях искомого тока  $I_1$ , что обычно и используется в стандартных приборах с трансформаторами постоянного тока. Характеристики одного из устройств на основе трансформаторов постоянного тока приведены в прил. 10.

Пределы измерения постоянных токов приборами разных типов приведены в табл. 22.1.

Таблица 22.1

**Пределы измерения постоянных токов**

Типы приборов	Пределы измерения, А				
	Наименьшее значение	Наибольшее значение			
		прямое включение	с внутренним шунтом	с внешним шунтом	с трансформатором постоянного тока
Цифровые	$10^{-17}$	—	10	$7,5 \cdot 10^3$	—
Электронные аналоговые	$5 \cdot 10^{-17}$	—	1	10	—
Магнито-электрические	$3 \cdot 10^{-17}$	0,05	30	$7,5 \cdot 10^3$	$1,5 \cdot 10^5$
Электромагнитные	$5 \cdot 10^{-3}$	200	—	—	—
Электродинамические	$5 \cdot 10^{-3}$	10	—	—	—

Погрешность измерения постоянного тока в большой степени зависит от его значения (рис. 22.5).

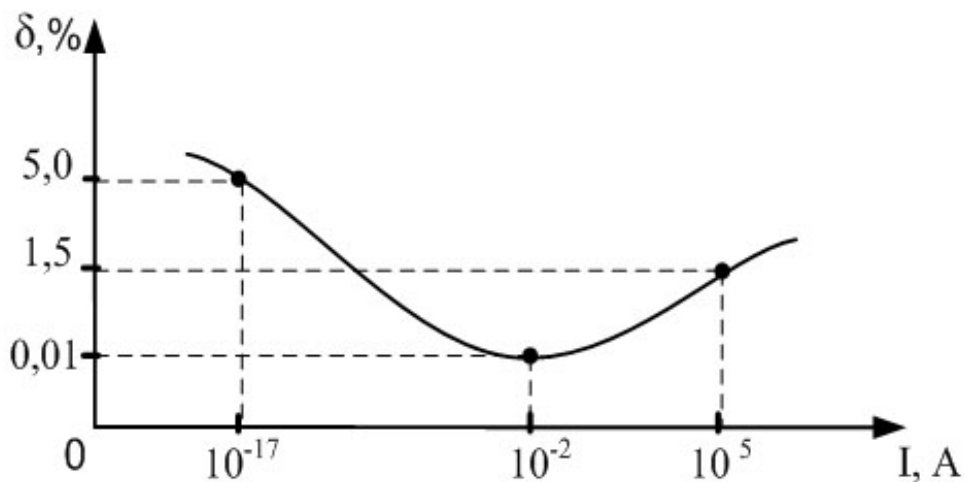


Рис. 22.5. Зависимость погрешности измерения постоянного тока от его значения:  
 $\delta$  – относительная погрешность измерения;  $I$  – значения измеряемого тока

Для наглядности на рис. 22.5 использован переменный масштаб по обеим осям координат.

Приведенный рисунок свидетельствует, что наименьшая погрешность достигается при измерении токов от 1 до 100 мА (примерно при 10 мА). Погрешность растет с ростом тока (при  $I > 100$  мА) и особенно значительно возрастает при измерении малых токов (при  $I < 1$  мА). Отметим, что рассматриваемая зависимость  $\delta = f(I)$  закономерна для рабочих средств измерений.

В качестве примера в табл. П. 5.1 приведены технические характеристики универсальных вольтметров, позволяющих измерять постоянные токи в широком диапазоне их значений.

### 22.3. Измерение переменного тока

Для измерения переменного тока используются аналоговые электромеханические приборы (электромагнитные, электродинамические, реже – индукционные), аналоговые электронные и цифровые измерительные приборы. Наибольшее распространение получили приборы электромагнитные, электродинамические, аналоговые электронные и цифровые. Для измерений могут также использоваться компенсаторы переменного тока, электронные осциллографы,



регистрирующие устройства, универсальные, комбинированные и виртуальные приборы.

Приборы для измерения переменных токов, аналогично приборам для измерения постоянных токов, именуются (в зависимости от значения измеряемой величины) амперметрами, микроамперметрами, миллиамперметрами или килоамперметрами.

Для синусоидального тока можно записать:

$$I(t) = I_m \sin \omega t \quad (22.9)$$

где  $i(t)$  – мгновенное значение тока;

$I_m$  – амплитудное значение тока;

$\omega = 2\pi f$  – угловая частота;

$f$  – циклическая частота;

$t$  – время.

Как следует из (22.9), переменный ток может быть полностью представлен мгновенными значениями в любой момент времени. Это измерение можно осуществить с помощью электронного осциллографа или регистратора. Переменные токи могут быть охарактеризованы своими отдельными параметрами (например, амплитудным значением) или интегральными параметрами, в качестве которых используются действующие значения (см. (22.10)) и средние значения (см. (22.11)) тока.

$$I = \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T [i(t)]^2 dt} \quad (22.10)$$

$$I_{cp} = \frac{1}{T} \int_0^T i(t) dt \quad (22.11)$$

где  $I$  – действующее значение измеряемого переменного тока;

$I_{cp}$  – среднее значение измеряемого переменного тока;

$T$  – период измеряемого тока ( $T = \frac{1}{f}$ ).

На практике чаще всего приходится измерять синусоидальные переменные токи, которые обычно характеризуются действующим значением и (реже)

средним значением или амплитудным. Поэтому подавляющее большинство приборов градуируется в действующих значениях синусоидального переменного тока. Приборы, проградуированные в средних или амплитудных значениях тока, используются сравнительно редко. Из этих соображений численные значения токов, приведенные в учебном пособии, даны, как правило, в действующих значениях. Измерение действующих значений переменных токов осуществляют, как уже отмечалось, различными средствами измерений, наиболее распространенные из которых приведены в табл. 22.2.

Для расширения пределов измерения переменных токов могут использоваться шунты (в составе выпрямительных приборов, в составе электронных аналоговых приборов, в составе термоэлектрических приборов или в составе цифровых измерительных приборов) и токовые измерительные трансформаторы. В табл. 22.2 приведены сведения о пределах измерения для четырех типов приборов.

Таблица 22.2

**Характеристики измерителей действующих значений переменных токов**

Виды приборов	Верхний предел измерения, А			Частотный диапазон, Гц
	наименьший	наибольший		
		с шунтом	с измерительными трансформаторами	
Цифровые	$10^{-17}$	10	—	$20-2 \cdot 10^4$
Электронные аналоговые	$10^{-5}$	5	—	$10-10^7$
Термоэлектрические	$5 \cdot 10^{-3}$	50	$10^2$	$1-10^8$
Выпрямительные	$2,5 \cdot 10^{-5}$	$2 \cdot 10^2$	$10^4$	$30-2 \cdot 10^4$

В качестве примера в табл. П. 5.1 приведены технические характеристики универсальных вольтметров, позволяющих измерять действующие значения переменных токов в широком диапазоне частот.

Более подробно с методами измерения электрических токов можно познакомиться по литературным источникам, приведенным в библиографическом списке в конце учебного пособия [1; 2; 4–7; 9; 36; 38].

## 23. ИЗМЕРЕНИЕ ЭЛЕКТРИЧЕСКИХ НАПРЯЖЕНИЙ

### 23.1. Общие положения

Измерение значения электрического напряжения (в дальнейшем – измерение напряжения) является наиболее распространенной операцией в области электрических измерений. Большая часть электроизмерительных приборов предназначена именно для измерения напряжения (это вольтметры и универсальные вольтметры). Отметим, что приборы для измерения больших напряжений именуются киловольтметрами, а для измерения малых напряжений – милливольтметрами, микровольтметрами и т. д. Измерение напряжения может производиться с помощью аналоговых электромеханических приборов различных систем, с помощью аналоговых электронных, цифровых и виртуальных приборов (см., например, учебники [2; 6]).

При подключении вольтметр шунтирует исследуемую цепь, что приводит к появлению дополнительной (методической) погрешности. Особенно значительна эта погрешность при использовании аналоговых электромеханических приборов, так как их внутреннее сопротивление сравнительно невелико. Рассмотрим вопрос о методической погрешности более детально.



Рис. 23.1. Исследуемые схемы: *а* – исходная схема; *б* – схема после подключения вольтметра;  $U$  – напряжение источника питания;  $R_1, R_2$  – постоянные сопротивления;  $R_v$  – внутреннее сопротивление вольтметра;  $U_2$  – напряжение на сопротивлении  $R_2$ ;  $U_v$  – показание вольтметра;  $I$  – ток в цепи до подключения вольтметра;  $I'$  – ток в цепи после подключения вольтметра

Падение напряжения на сопротивлении  $R_2$  до подключения вольтметра определяется соотношениями

$$U_2 = IR_2, \quad (23.1)$$

$$I = \frac{U}{R_1 + R_2}, \quad (23.2)$$

$$U_2 = \frac{UR_2}{R_1 + R_2}, \quad (23.3)$$

Падение напряжения на сопротивлении  $R_2$  после подключения вольтметра определяется соотношениями

$$U_V = I'R_{2V}, \quad (23.4)$$

$$I' = \frac{U}{R_1 + R_{2V}}, \quad (23.5)$$

$$U_V = I'R_{2V}, \quad (23.6)$$

$$U_V = \frac{UR_{2V}}{R_1 + R_{2V}}, \quad (23.7)$$

где  $R_{2V}$  – эквивалентное сопротивление (эквивалентное параллельно включенным сопротивлениям  $R_2$  и  $R_V$ ).

Абсолютная методическая погрешность измерения, возникающая при подключении к сопротивлению  $R_2$  вольтметра  $V$  с внутренним сопротивлением  $R_V$  (см. рис. 23.1, б) запишется в виде

$$\Delta_M = U_2 - U_V \quad (23.8)$$

где  $\Delta_M$  – абсолютная методическая погрешность;

$U_2, U_V$  – определены выше.

Подставив в (23.8) значения  $U_2$  и  $U_V$  и выполнив приведение подобных, получим

$$\Delta_M = U \frac{R_1(R_2 - R_{2V})}{(R_1 + R_2)(R_1 + R_{2V})}. \quad (23.9)$$

Относительная методическая погрешность измерения определяется соотношением

$$\delta_M = \frac{\Delta_M}{U_2} \cdot 100\% \quad (23.10)$$

где  $\delta_M$  – относительная методическая погрешность.

После подстановки в (23.10) значений  $\Delta_M$  и  $U_2$  и приведения подобных получим

$$\delta_M = \frac{R_{12}}{R_{12} + R_V} 100\%, \quad (23.11)$$

$$R_{12} = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2}, \quad (23.12)$$

где  $R_{12}$  – эквивалентное сопротивление исследуемой цепи (эквивалентное параллельно включенным сопротивлениям  $R_1$  и  $R_2$ );

$R_1, R_2, R_V$  – определены выше.

Отметим, что формула (23.12) правомерна, если внутреннее сопротивление источника питания мало и им можно пренебречь. Если этим сопротивлением пренебречь нельзя, то его надо приплюсовать к сопротивлению  $R_1$ .

Выражения (23.9) и (23.11) свидетельствуют о том, что рассматриваемые методические погрешности зависят от соотношения сопротивлений  $R_1, R_2$  и  $R_{12}$ , с одной стороны, и сопротивления  $R_V$ , с другой стороны. Особенно это очевидно при рассмотрении относительной погрешности  $\delta_M$  по (23.11). Действительно, для уменьшения методической погрешности в данном случае необходимо выполнить условие

$$R_V \gg R_{12} \quad (23.13)$$

Таким образом, можно сделать вывод, что использование вольтметров высокого класса еще не гарантирует получение малых погрешностей, так как методические погрешности, не зависящие от класса точности, могут значительно превзойти инструментальные погрешности результата измерений.

Отметим, что вопрос о методических погрешностях особенно актуален при использовании приборов непосредственной оценки и прямых методов измерений. При использовании приборов сравнения (см. главу 18 и параграфы 18.1, 18.2, 18.3, 18.4 и 18.5) и компенсационных методов измерения методические погрешности малы и ими в этом случае, как правило, пренебрегают.

## 23.2. Измерение постоянного напряжения

Для измерения постоянного напряжения могут быть использованы аналоговые электромеханические приборы различных систем, аналоговые электронные приборы и цифровые измерительные приборы. Перечисленные средства

измерений принято относить к приборам непосредственной оценки. Кроме того, для измерения постоянных напряжений используются приборы сравнения (компенсаторы постоянного тока).

Из аналоговых электромеханических приборов наибольшее распространение для измерения постоянных напряжений получили приборы магнитоэлектрической системы. Для использования магнитоэлектрического механизма в качестве вольтметра необходимо последовательно с ним включить добавочное сопротивление  $R_g$ . Изменяя сопротивление  $R_g$ , можно изменять (в широких пределах) диапазон измеряемых напряжений. Рассмотрим вопрос о расширении пределов измерения вольтметров более детально (рис. 23.2).

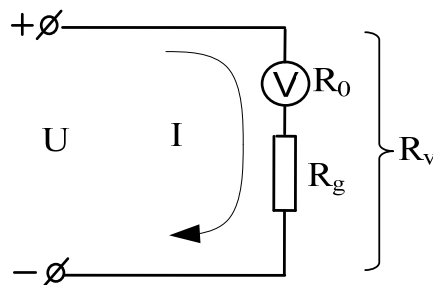


Рис. 23.2. Схема вольтметра:

$U$  – измеряемое напряжение;  $R_0$  – сопротивление измерительного механизма;  
 $R_g$  – добавочное сопротивление;  $R_v$  – сопротивление вольтметра;  $I$  – ток в цепи

Обозначим через  $U_0$  предельно допускаемое напряжение для используемого измерительного механизма и введем в рассмотрение коэффициент пропорциональности  $m$ , определяемый соотношением

$$m = \frac{U}{U_0}, \quad (23.14)$$

где  $m$  – коэффициент пропорциональности;

$U$ ,  $U_0$  – определены выше.

Измеряемое напряжение  $U$  может быть записано в виде равенства

$$U = U_0 + U_g \quad (23.15)$$

где  $U_g$  – падение напряжения на добавочном сопротивлении.

$$U_0 = IR_0, \quad (23.16)$$

$$U_g = IR_g, \quad (23.17)$$

$$U = mU_0 \quad (23.18)$$

Учитывая соотношения (23.15)–(23.18), получим

$$U = IR_0 + IR_g, \quad (23.19)$$

$$mU_0 = IR_0 + IR_g,$$

$$mIR_0 = IR_0 + IR_g. \quad (23.20)$$

Сокращая в (23.20) ток  $I$  в левой и правой частях равенства, получим

$$mR_0 = R_0 + R_g. \quad (23.21)$$

Решая уравнение (23.21) относительно  $R_g$ , окончательно получаем

$$R_g = R_0 (m-1). \quad (23.22)$$

Соотношение (23.22) позволяет рассчитывать требуемое добавочное сопротивление  $R_g$  по заданному сопротивлению измерительного механизма  $R_0$  и по заданному коэффициенту пропорциональности  $m = U / U_0$ , где  $U$  – измеряемое напряжение, а  $U_0$  – предельно допускаемое напряжение для выбранного измерительного механизма.

Добавочные сопротивления могут использоваться, как уже отмечалось, с магнитоэлектрическими измерительными механизмами, а также с механизмами электромагнитной и электродинамической систем. С механизмами электростатической системы добавочные сопротивления не используются.

Добавочные сопротивления нормируются по току, по напряжению и по классу точности (табл. 23.1).

Таблица 23.1

#### Нормирование добавочных сопротивлений

Нормируемый параметр	Значение нормируемого параметра
Электрический ток, мА	0,5; 1,0; 3,0; 7,5; 15; 30
Электрическое напряжение, В	600; 1000; 1500; 3000 ... 30 000
Класс точности	0,01; 0,02; 0,05; 0,1; 0,2; 0,5; 1,0

Добавочные сопротивления изготавливают из материала с малым температурным коэффициентом (например, из манганина), что позволяет снизить температурные погрешности.

Аналогично шунтам добавочные сопротивления могут быть внутренние и наружные, однопредельные и многопредельные, индивидуальные и калиброванные. Внутренние добавочные сопротивления используются, если измеряемое напряжение не превосходит 600 В. При измерении больших напряжений используются наружные сопротивления.

Наружные добавочные сопротивления монтируют в специальном корпусе с выведенными на панель зажимами от различных секций, соответствующих разным пределам измерения. Индивидуальные наружные сопротивления предназначаются для работы с определенным прибором и снабжаются надписью с указанием типа и номера этого прибора.

Калиброванные добавочные сопротивления могут применяться с любым прибором, ток полного отклонения которого не превосходит тока, на который рассчитано добавочное сопротивление.

В качестве примера в прил. 11 приведены технические характеристики добавочного сопротивления типа Р-109.

Пределы измерения постоянных напряжений приборами разных типов и их погрешности (наименьшие) приведены в табл. 23.2.

В качестве примера в табл. П. 5.1 приведены технические характеристики универсальных вольтметров, позволяющие измерять в том числе и постоянные напряжения.



**Пределы и погрешности измерения постоянных напряжений**

Типы приборов	Пределы измерений			Погрешность (наименьшая), %
	Минимальное значение, В	Максимальное значение, В	С внешним шунтом, кВ	
Цифровые	$2 \cdot 10^{-5}$	$10^3$	до 40	0,001
Аналоговые электронные	$5 \cdot 10^{-8}$	$10^3$	—	0,5
Магнитоэлектрические	$3 \cdot 10^{-4}$	$3 \cdot 10^3$	до 20	0,05
Электромагнитные	1,5	600	—	0,5
Электродинамические	7,5	600	—	0,1
Электростатические	30	$75 \cdot 10^3$	—	0,5

### 23.3. Измерение переменного напряжения

Для измерения переменного напряжения используются аналоговые электромеханические приборы (электромагнитные, электродинамические, редко – индукционные), аналоговые электронные приборы (в том числе выпрямительной системы) и цифровые измерительные приборы. Для измерений могут также использоваться компенсаторы, осциллографы, регистрирующие устройства и виртуальные приборы.

При измерении переменного напряжения следует различать: мгновенное, амплитудное, среднее и действующее значения искомого напряжения.

Синусоидальное переменное напряжение может быть представлено в виде следующих соотношений:

$$u(t) = U_m \sin \omega t, \quad (23.23)$$

$$U_{cp} = \frac{1}{T} \int_0^T u(t) dt, \quad (23.24)$$

$$U = \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T [u(t)]^2 dt}. \quad (23.25)$$

где  $u(t)$  – мгновенное значение напряжения;

$U_m$  – амплитудное значение напряжения;

$\omega = 2\pi f$  – угловая частота;

$f$  – циклическая частота;

$t$  – время;

$U_{\text{ср}}$  – среднее значение напряжения;

$T$  – период ( $T = 1/f$ ) искомого синусоидального напряжения;

$U$  – действующее значение напряжения.

Мгновенное значение переменного тока может быть отображено на электронном осциллографе или с помощью аналогового регистратора (самописца).

Средние, амплитудные и действующие значения переменных напряжений измеряются стрелочными или цифровыми приборами непосредственной оценки или компенсаторами переменных напряжений. Приборы для измерения средних и амплитудных значений используются сравнительно редко. Большая часть приборов градуируется в действующих значениях напряжения. Из этих соображений численные значения напряжений, приведенные в учебном пособии, даны, как правило, в действующих значениях (см. выражение (23.25)).

При измерениях переменных величин большое значение имеет форма искомого напряжения, которые могут быть синусоидальными, прямоугольными, треугольными и т. д. В паспортах на приборы всегда указывается, для измерения каких напряжений рассчитан прибор (например, для измерения синусоидальных напряжений или прямоугольных). При этом всегда указывается, какой параметр переменного напряжения измеряется (амплитудное значение, среднее значение или действующее значение измеряемого напряжения). Как уже отмечалось, большей частью используется градуировка приборов в действующих значениях искомого переменного напряжения. В силу этого все далее рассматриваемые переменные напряжения даны в действующих значениях.

Для расширения пределов измерения вольтметров переменных напряжений используются добавочные сопротивления, измерительные трансформаторы и добавочные емкости (с приборами электростатической системы).

Использование добавочных сопротивлений для расширения пределов измерения уже рассмотрено в п. 23.2 применительно к вольтметрам постоянного

напряжения и поэтому в данном разделе не рассматривается. Не рассматриваются также измерительные трансформаторы напряжения и тока. Сведения по трансформаторам даны в литературе, приведенной в библиографическом списке [5].

Рассмотрим более детально использование добавочных емкостей для расширения пределов измерения электростатистики вольтметров. С этой целью может использоваться одна дополнительная емкость (рис. 23.3, а) или же две (рис. 23.3, б).

Для схемы с одной дополнительной емкостью измеряемое напряжение  $U$  распределяется между емкостью вольтметра  $C_V$  и дополнительной емкостью  $C$  обратно пропорционально значениям  $C_V$  и  $C$ , т. е.

$$\frac{U_C}{U_V} = \frac{C_V}{C}, \quad (23.26)$$

где  $U_C$ ,  $U_V$ ,  $C_V$ ,  $C$  – определены выше.

Учитывая, что  $U_C = U - U_V$ , можно записать

$$\frac{U - U_V}{U_V} = \frac{C_V}{C}. \quad (23.28)$$

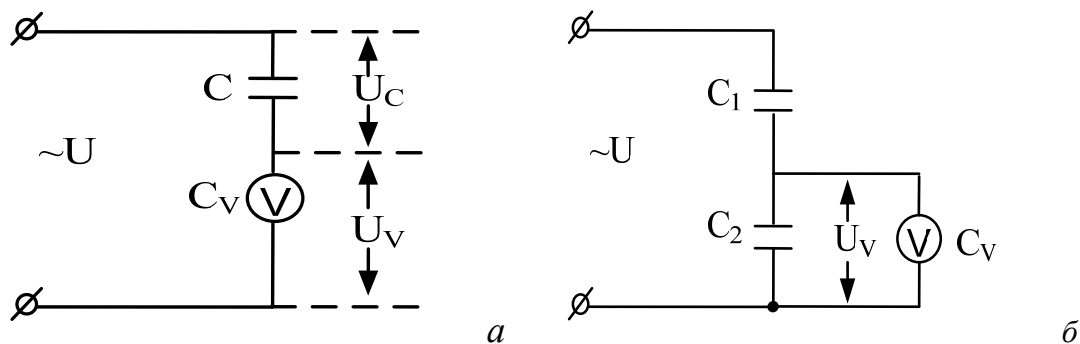


Рис. 23.3. Схема расширения пределов измерения электростатических вольтметров: а – схема с одной добавочной емкостью; б – схема с двумя добавочными емкостями;

$U$  – измеряемое переменное напряжение (действующее значение);

$C$ ,  $C_1$ ,  $C_2$  – добавочные емкости;  $C_V$  – емкость используемого электростатического вольтметра  $V$ ;  $U_C$  – падение напряжения на дополнительной емкости  $C$ ;

$U_V$  – показание электростатического вольтметра

Решая уравнение (23.27) относительно  $U$ , получим

$$U = U_V \frac{C_V + C}{C}. \quad (23.28)$$

Из (23.28) следует, что чем больше измеряемое напряжение  $U$  по сравнению с предельно допусаемым напряжением для данного электростатического механизма, тем меньше должна быть емкость  $C$  по сравнению с емкостью  $C_V$ .

Следует отметить, что формула (23.22) правомерна лишь при идеальной изоляции конденсаторов, образующих емкости  $C$  и  $C_V$ . Если же диэлектрик, изолирующий пластины конденсаторов друг от друга, имеет потери, то возникают дополнительные погрешности. Кроме того, емкость вольтметра  $C_V$  зависит от измеряемого напряжения  $U$ , т. к. от  $U$  зависят показания вольтметра и соответственно взаимное расположение подвижных и неподвижных пластин, образующих электростатический измерительный механизм. Последнее обстоятельство приводит к появлению еще одной дополнительной погрешности.

Лучшие результаты получаются, если вместо одной добавочной емкости использовать две добавочные емкости  $C_1$  и  $C_2$ , образующие делитель напряжения (см. рис. 23.3, б).

Для схемы с двумя добавочными емкостями правомерно соотношение

$$\frac{U_{C1}}{U_V} = \frac{C_2 + C_V}{C_1}, \quad (23.29)$$

где  $U_{C1}$  – падение напряжения на емкости  $C_1$ .

Учитывая, что  $U_{C1} = U - U_V$ , можно записать

$$\frac{U - U_V}{U_V} = \frac{C_2 + C_V}{C_1}. \quad (23.30)$$

Решая уравнение (23.30) относительно  $U$ , получим

$$U = U_V \frac{C_V + C_1 + C_2}{C_1}. \quad (23.31)$$

Из (23.31) можно сделать вывод, что если емкость конденсатора  $C_2$ , к которому подключен вольтметр, значительно превышает емкость самого вольтметра, то распределение напряжения практически не зависит от показания вольтметра. Кроме того, при  $C_2 \gg C_V$  изменение сопротивления изоляции конденсаторов  $C_1$  и  $C_2$  и частоты измеряемого напряжения также мало влияют на

показания прибора. То есть при использовании двух добавочных емкостей дополнительные погрешности результатов измерений значительно снижаются.

Пределы измерения переменных напряжений приборами разных типов и наименьшие погрешности этих приборов приведены в табл. 23.3.

В качестве примеров в табл. П. 5.1 приведены технические характеристики универсальных вольтметров, позволяющих измерять, в том числе, и переменные напряжения.

В табл. П. 5.1 приведены технические характеристики вольтметров для измерения переменных напряжений.

Таблица 23.3

**Пределы и погрешности измерения переменных напряжений**

Типы приборов	Пределы измерений, В				Частотный диапазон, Гц	Наименьшая погрешность, %
	наименьший	наибольший				
		прямое включение	с внешним добавочным сопротивлением	с измерительным трансформатором		
Цифровые	10 <sup>-5</sup>	10 <sup>3</sup>	—	—	4–10 <sup>8</sup>	0,15
Аналоговые электронные	3 • 10 <sup>-6</sup>	300	—	—	10–10 <sup>9</sup>	0,5
Электромагнитные	0,5	600	750	6 • 10 <sup>5</sup>	45–10 <sup>4</sup>	0,5
Электростатические	30	7,5•10 <sup>4</sup>	—	—	20–10 <sup>7</sup>	0,5
Электродинамические	7,5	600	—	3 • 10 <sup>4</sup>	45–2•10 <sup>3</sup>	0,1

В заключение следует отметить следующее.

Погрешности измерения токов (постоянных и переменных) приборами одного типа и в равных условиях всегда больше погрешностей измерения напряжений (и постоянных, и переменных). Погрешности измерения переменных

токов и напряжений приборами одного типа и в равных условиях всегда больше погрешностей измерения постоянных токов и напряжений.

Более подробно по затронутым вопросам можно ознакомиться по литературе, приведенной в библиографическом списке [1; 2; 4–7; 9; 36; 38].

## **24. ИЗМЕРЕНИЕ ЭЛЕКТРИЧЕСКИХ СОПРОТИВЛЕНИЙ**

### **24.1. Общие положения**

Выбор метода измерения сопротивления и соответствующей измерительной аппаратуры зависит от значения измеряемого сопротивления, требуемой точности и условий, при которых производится измерение.

На практике приходится измерять сопротивления в чрезвычайно широком диапазоне – от тысячных и миллионных долей ома (например, при измерении сопротивления металлических контактов) до сопротивлений  $10^{14}$ – $10^{15}$  Ом (например, при измерении сопротивления изоляционных материалов).

Весьма различны и требования к точности измерений. Например, при проверке образцовых катушек сопротивлений допускаемая погрешность измерения обычно не превышает тысячных долей процента, а при измерении, например, сопротивления заземления погрешность 10–15 % является, в ряде случаев, вполне допускаемой.

Для измерения сопротивлений используются следующие методы:

- 1) метод вольтметра и амперметра;
- 2) метод сравнения с образцовой мерой;
- 3) метод заряда и разряда конденсатора известной емкости.

Для измерения сопротивлений можно пользоваться как аппаратурой общего назначения (амперметрами, вольтметрами, магазинами сопротивлений и др.), собирая соответствующие измерительные схемы, так и приборами, специально предназначенными для измерения сопротивлений (аналоговыми и цифровыми омметрами, мостовыми схемами и др.), позволяющими производить измерение удобнее и быстрее.

Используемые методы и приборы для измерения сопротивлений в большой степени зависят от значения измеряемых сопротивлений, которые подразделяются на малые, средние, большие и сверхбольшие (табл. 24.1).

Таблица 24.1

**Классификация сопротивлений**

Наименование сопротивлений	Значение сопротивлений, Ом
Малые	$< 1$
Средние	от 1 до $10^6$
Большие	от $10^6$ до $10^{12}$
Сверхбольшие	$> 10^{12}$

Мостовые методы измерения сопротивлений частично уже рассмотрены в главах 11–15 учебного пособия. Ниже приводятся наиболее распространенные методы измерения малых, средних и больших сопротивлений (как с использованием мостовых схем, так и без их использования).

Наиболее универсальным методом измерения сопротивлений является метод вольтметра и амперметра. Этот метод может быть использован для измерения и малых, и средних, и больших сопротивлений. Схемы включения приборов при реализации метода вольтметра и амперметра приведены на рис. 24.1 (первый вариант) и на рис. 24.2 (второй вариант).

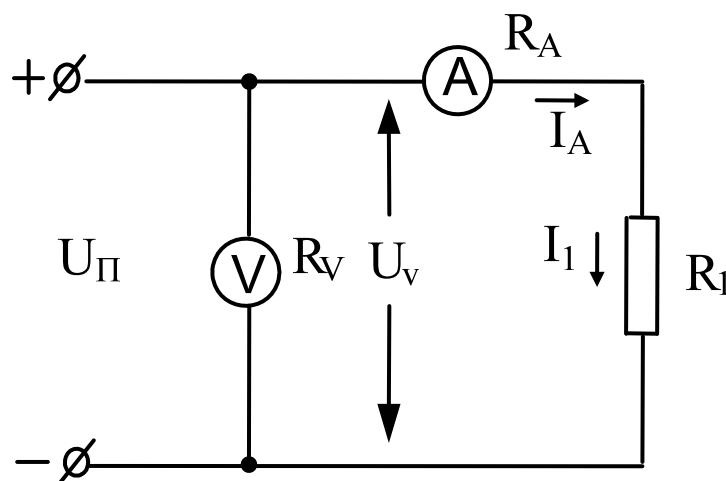


Рис. 24.1. Первый вариант включения приборов при измерении сопротивлений методом вольтметра и амперметра

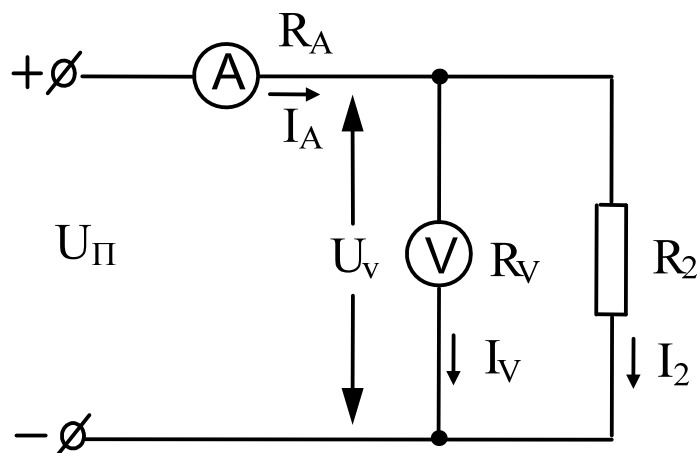


Рис. 24.2. Второй вариант включения приборов при измерении сопротивлений методом вольтметра и амперметра

На рис. 24.1 и 24.2 приняты следующие обозначения:

$U_{\Pi}$  – напряжение питания;

$I_A$  – показание амперметра;

$U_V$  – показание вольтметра;

$R_V$  – внутреннее сопротивление вольтметра;

$R_A$  – внутреннее сопротивление амперметра;

$I_V$  – ток через вольтметр (вторая схема включения приборов);

$R_1$  – искомое сопротивление при первом варианте включения приборов;

$R_2$  – искомое сопротивление при втором варианте включения приборов;

$I_1 = I_A$  – ток через сопротивление  $R_1$  (первый вариант включения приборов);

$I_2$  – ток через сопротивление  $R_2$  (второй вариант включения приборов).

Для обеих схем включения приборов измеряемые (искомые) сопротивления  $R_1$  и  $R_2$  могут быть приближенно оценены (в соответствии с законом Ома) по формулам

$$R_1' = U_V / I_A, \quad (24.1)$$

$$R_2' = U_V / I_A, \quad (24.2)$$

где  $U_V$ ,  $I_A$  – определены выше;

$R_1'$ ,  $R_2'$  – значения сопротивлений, найденные по показаниям приборов.



К недостаткам рассматриваемого метода измерения сопротивлений следует отнести использование двух приборов (вольтметра и амперметра) и необходимость проведения вычислений для получения искомого результата.

Кроме того, нетрудно заметить, что при включении приборов по схеме рис. 24.1 отношение напряжения  $U_V$  к току  $I_A$  (см. выражение (24.1)) равно сумме искомого сопротивления  $R_1$  и сопротивления амперметра  $R_A$ . Т. е. для получения значения искомого сопротивления с поправкой необходимо из результата по (24.1) вычесть значение  $R_A$ :

$$R_1 = R_1' - R_A, \quad (24.3)$$

где  $R_1$  – значение искомого сопротивления с поправкой для первого варианта включения приборов («истинное» значение искомого сопротивления).

При включении приборов по схеме рис. 24.2 ток  $I_A$  является суммой токов  $I_V$  и  $I_2$  (в соответствии с первым законом Кирхгофа). Т. е. для получения значения искомого сопротивления с поправкой необходимо из тока  $I_A$  (см. выражение (24.2)) вычесть ток  $I_V$ . В этом случае значение искомого сопротивления с поправкой запишется в виде

$$R_2 = \frac{U_V}{I_A - I_V}, \quad (24.4)$$

где  $R_2$  – значение искомого сопротивления с поправкой для второго варианта включения приборов («истинное» значение искомого сопротивления).

Учитывая, что  $I_V = U_V / R_V$ , значение  $R_2$  может быть получено в виде соотношения

$$R_2 = \frac{U_V}{I_A - U_V / R_V}, \quad (24.5)$$

где  $U_V$ ,  $I_A$ ,  $R_V$  – определены выше.

Кроме введения поправок, возможен и другой подход к решению рассматриваемой задачи по измерению сопротивлений методом вольтметра и амперметра. Другой подход заключается в определении искомых значений сопротивлений по (24.1) и (24.2) без поправок и в оценке возникающих при этом методических погрешностей.

Абсолютная методическая погрешность измерения сопротивлений методом вольтметра и амперметра при использовании первого варианта включения приборов оценивается соотношением

$$\Delta_1 = R'_1 - R_1, \quad (24.6)$$

где  $\Delta_1$  – абсолютная методическая погрешность при первом варианте включения приборов;

$R'_1$  – результат измерения по показаниям приборов (см. выражение (24.1));

$R_1$  – «истинное» значение искомого сопротивления (см. выражение (24.3)).

Подставляя в (24.6) значение  $R_1$  по (24.3), получим абсолютную методическую погрешность при первом варианте включения приборов:

$$\Delta_1 = R_A. \quad (24.7)$$

Относительная методическая погрешность при использовании первого варианта включения приборов запишется в виде

$$\delta_1 = \frac{\Delta_1}{R_1} 100\% = \frac{R_A}{R_1} 100\% \quad (24.8)$$

где  $\delta_1$  – относительная методическая погрешность при первом варианте приборов.

Абсолютная методическая погрешность измерения сопротивлений методом вольтметра и амперметра при использовании второго варианта включения приборов оценивается соотношением

$$\Delta_2 = R'_2 - R_2 \quad (24.9)$$

где  $\Delta_2$  – абсолютная методическая погрешность при втором варианте включения приборов;

$R'_2$  – результат измерения по показаниям приборов (см. выражение (24.2));

$R_2$  – «истинное» значение искомого сопротивления (см. выражение (24.5)).

Отметим, что «истинными» значениями искоемых сопротивлений  $R_1$  и  $R_2$  названы значения измеряемых сопротивлений с поправками.

Результат измерения по показаниям приборов может быть записан в виде

$$R_2' = \frac{U_V}{I_A} = \frac{U_V}{I_2 + I_V} = \frac{U_V}{U_V \left( \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_V} \right)} = \frac{R_V R_2}{R_V + R_2}. \quad (24.10)$$

Подставляя в (24.9) значение  $R_2'$  по (24.10), получаем

$$\Delta_2 = \frac{R_V R_2}{R_V + R_2} - R_2 = -\frac{R_2^2}{R_V + R_2},$$

$$\Delta_2 = -\frac{R_2^2}{R_V + R_2}. \quad (24.11)$$

Относительная методическая погрешность при использовании второго варианта включения приборов запишется в виде

$$\delta_2 = \frac{\Delta_2}{R_2} 100\% = \frac{R_2^2}{R_2 (R_V + R_2)} 100\%$$

$$\delta_2 = \frac{R_2}{R_V + R_2} 100\% \quad (24.12)$$

где  $\delta_2$  – относительная методическая погрешность при втором варианте включения приборов.

Таким образом, методические погрешности при косвенном измерении искомого сопротивления методом вольтметра и амперметра оцениваются соотношениями (24.7) и (25.8) для первого варианта включения приборов и соотношениями (24.11) и (24.12) для второго варианта включения приборов.

Отметим, что схема первого варианта включения приборов, приведенная на рис. 24.1, обеспечивает меньшие погрешности при измерении больших сопротивлений, а схема, приведенная на рис. 24.2 (второй вариант включения приборов), – при измерении малых сопротивлений.

## 24.2. Измерение малых сопротивлений

При измерении малых сопротивлений необходимо учитывать, что значения сопротивлений соединительных проводов и сопротивлений контактов в местах соединения проводов с измеряемым сопротивлением могут быть сравнимыми со значением искомого сопротивления. Поэтому, чтобы сопротивления

проводов и контактов не искажали результат измерения, необходимо обратить серьезное внимание на способ подключения измерительных приборов, на способ включения измеряемого сопротивления в измерительную схему и на метод проведения измерений. Для измерения малых сопротивлений используются различные методы. В учебном пособии рассматривается три метода измерения: метод вольтметра и амперметра, метод сравнения и метод, основанный на использовании мостовых измерительных схем.

### Метод вольтметра и амперметра

Измерение сопротивлений методом вольтметра и амперметра уже рассмотрено в параграфе 24.1. В данном параграфе учебного пособия описаны особенности этого метода при измерении малых сопротивлений. Для исключения больших погрешностей при измерении малых сопротивлений в последних всегда должны быть выделены четыре зажима – два токовых и два потенциальных.

Рассмотрим использование метода вольтметра и амперметра на примере измерения сопротивления медной шины (рис. 24.3).

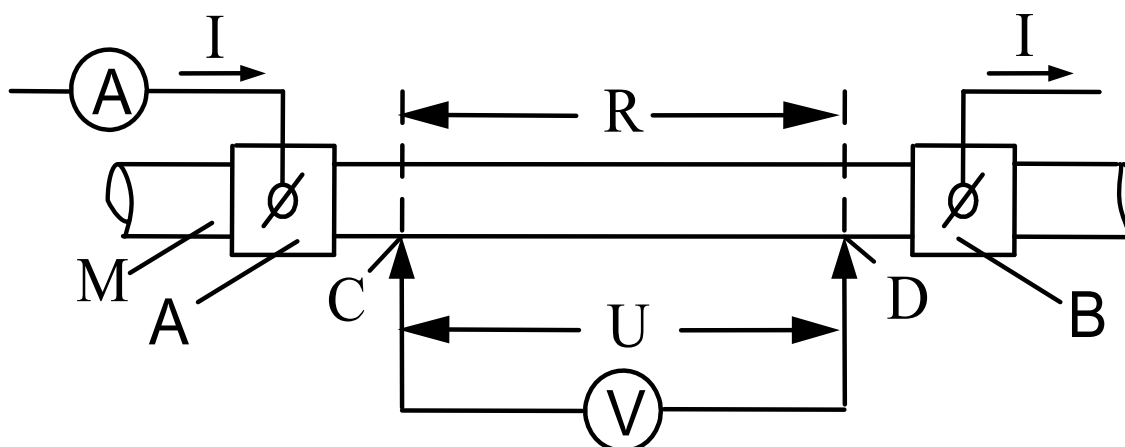


Рис. 24.3. Схема эксперимента при измерении методом вольтметра и амперметра сопротивления участка медной шины: *M* – медная шина; *A, B* – токовые зажимы; *C, D* – потенциальные контакты; *R* – искомое сопротивление; *A* – амперметр; *V* – вольтметр; *I* – ток в цепи; *U* – разность потенциалов между точками *C* и *D*

Искомое сопротивление *R* определяется соотношением

$$R = U / I \quad (24.13)$$

Ток *I*, пропускаемый через исследуемую шину, подводят к зажимам *A* и *B* (токовым зажимам), а напряжение *U* измеряют между контактами *C* и *D* (по-

тенциальными зажимами), выполненными обычно в виде двух призм (ножей), прижатых острыми ребрами к шине. Для уменьшения погрешности при измерении  $U$  необходимо, чтобы сопротивление вольтметра было много больше сопротивления соединительных проводов и сопротивления контактов в точках  $C$  и  $D$ . Рассматриваемая погрешность будет полностью или частично отсутствовать, если измерение напряжения  $U$  производится без потребления тока (или этим током можно пренебречь). Подобное возможно, если напряжение измеряется с помощью потенциометра или электровольтметра, входное сопротивление которого весьма велико.

### Метод сравнения

При измерении малых сопротивлений методом сравнения по схеме рис. 24.4 измеряемое и образцовое сопротивления следует подключать к источнику тока и соединять между собой посредством токовых зажимов (зажимы  $A$ ,  $B$  и  $A'$ ,  $B'$  на рис. 24.4), а напряжение измерять между потенциальными зажимами  $C$ ,  $D$  и  $C'$ ,  $D'$ .

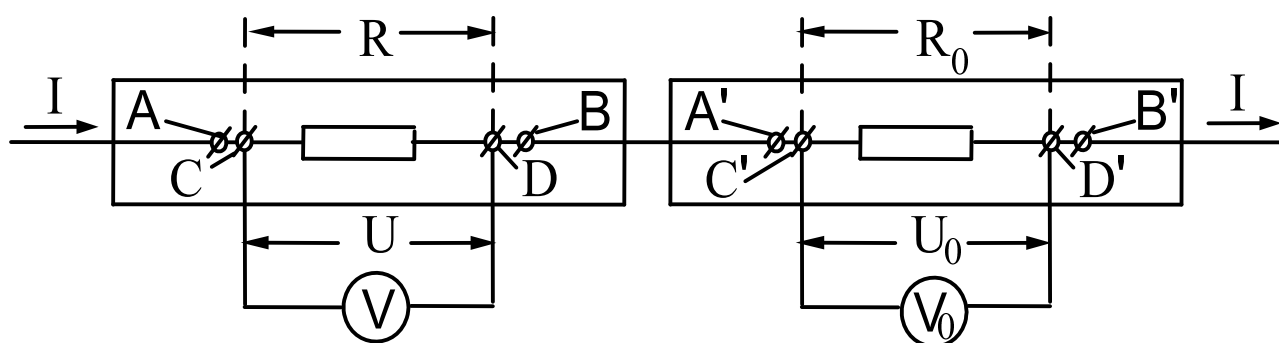


Рис. 24.4. Схема эксперимента при измерении малых сопротивлений методом сравнения:

$R$  – искомое сопротивление (четырёхзажимное);  $R_0$  – образцовое сопротивление (четырёхзажимное);  $V$ ,  $V_0$  – вольтметры;  $U$  – падение напряжения на  $R$ ;

$U_0$  – падение напряжения на  $R_0$ ;  $I$  – ток в цепи;  $A$ ,  $B$ ,  $A'$ ,  $B'$  – токовые зажимы;  $C$ ,  $D$ ,  $C'$ ,  $D'$  – потенциальные зажимы

Искомое сопротивление  $R$  определяется с использованием следующих соотношений:

$$R = \frac{U}{I},$$

$$I = \frac{U_0}{R_0},$$

$$R = R_0 \frac{U}{U_0}, \quad (24.14)$$

где  $R, R_0, U, U_0$  – определены выше.

Погрешность косвенного измерения искомого сопротивления по (24.14) может быть найдена в соответствии с рекомендациями, приведенными в п. 7.3 и табл. 7.1 данного учебного пособия.

$$\mathcal{G} = \sqrt{\delta_1^2 + \delta_2^2 + \delta_3^2},$$

где  $\mathcal{G}$  – относительная суммарная погрешность косвенного измерения значения сопротивления  $R$  (%);

$\delta_1$  – относительная суммарная погрешность прямого измерения значения сопротивления  $R_0$  (%);

$\delta_2$  – относительная суммарная погрешность прямого измерения значения напряжения  $U$  (%);

$\delta_3$  – относительная суммарная погрешность прямого измерения значения напряжения  $U_0$  (%).

Абсолютная суммарная погрешность косвенного измерения значения сопротивления  $R$ :

$$\Delta = \frac{R}{100\%} \mathcal{G} \quad (24.15)$$

где  $\Delta$  – абсолютная суммарная погрешность косвенного измерения искомого сопротивления (Ом).

### **Мостовые методы**

Четырехплечные мостовые схемы, описанные в главах 11–15 учебного пособия, малопригодны для измерения малых сопротивлений. Для этой цели применяются обычно двойные мосты (рис. 24.5).

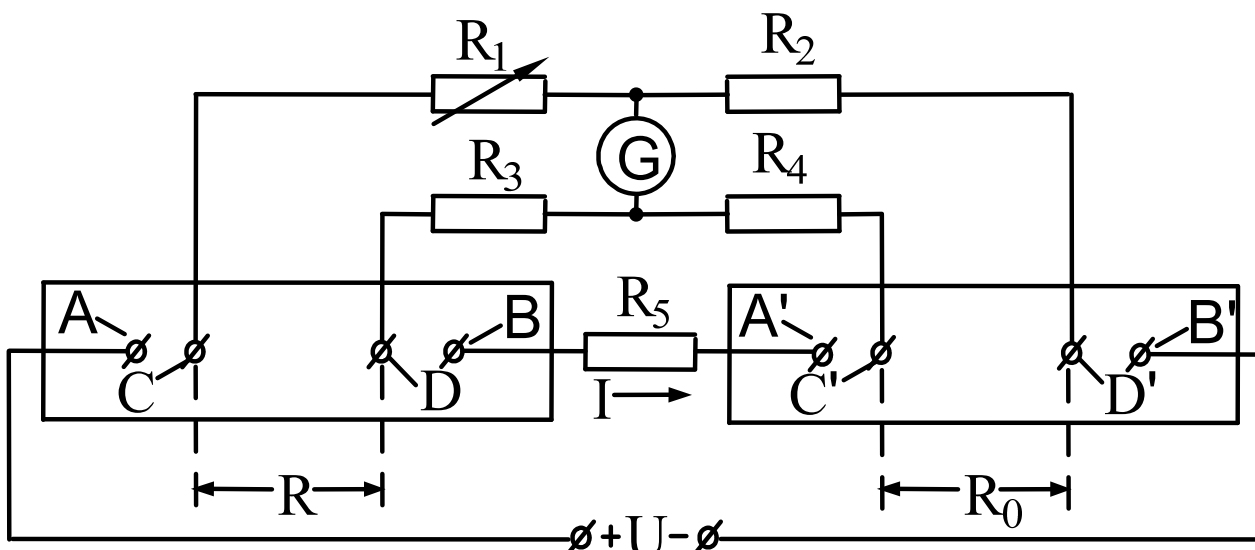


Рис. 24.5. Схема двойного моста:  $R$  – измеряемое (искомое) сопротивление;  $R_0$  – образцовое сопротивление;  $A, B, A', B'$  – токовые зажимы (контакты);  $C, D, C', D'$  – потенциальные зажимы (контакты);  $R_1$  – переменное (регулируемое) сопротивление;  $R_2, R_3, R_4, R_5$  – постоянные сопротивления;  $G$  – гальванометр (используется в режиме ноль-индикатора);  $U$  – напряжение питания

Измеряемое (искомое) сопротивление  $R$  и образцовое сопротивление  $R_0$  должны быть четырехзажимными и иметь значения одного порядка.

Для вывода уравнения, описывающего равновесное состояние моста, надо преобразовать треугольник, образованный сопротивлениями  $R_3, R_4, R_5$ , в эквивалентную звезду. При этом двойной мост преобразуется в четырехплечий с плечами  $R_1, R_2, R+R_m$  и  $R_0+R_n$ . Условием равновесия этого моста, а следовательно, и исходного двойного моста является соотношение

$$R_1(R_0 + R_n) = R_2(R + R_m). \quad (24.16)$$

Сопротивления  $R_n$  и  $R_m$  эквивалентной звезды, как известно:

$$R_n = \frac{R_4 R}{R_3 + R_4 + R_5}, \quad (24.17)$$

$$R_m = \frac{R_3 R}{R_3 + R_4 + R_5}. \quad (24.18)$$

Подставляя значения  $R_n$  и  $R_m$  в (24.16) и решая полученное уравнение относительно измеряемого (искомого) сопротивления  $R$ , получим

$$R = R_0 \frac{R_1}{R_2} + \frac{R_5}{R_3 + R_4 + R_5} \left( \frac{R_1 R_4 - R_2 R_3}{R_2} \right). \quad (24.19)$$

Использование соотношения (24.19) для определения значения  $R$  по значениям сопротивлений остальных плеч схемы затруднительно. Одна из причин затруднений – наличие в (24.19) сопротивления  $R_5$ , которое включает в себя не только сопротивление, но и сопротивление контактов в точках схемы  $B$  и  $A'$ .

Значение сопротивления  $R_5$ , в силу этого, непостоянно и обычно неизвестно. Выражение (24.19) упрощается, если подобрать сопротивления  $R_1$ ,  $R_2$ ,  $R_3$  и  $R_4$  так, чтобы

$$R_1 R_4 = R_2 R_3. \quad (24.20)$$

Если условие (24.20) выполняется, то выражение (24.19) принимает вид

$$R = R_0 \frac{R_1}{R_2}. \quad (24.21)$$

Обычно в двойных мостах подбирают  $R_1 = R_3$  и  $R_2 = R_4$ , при этом в большинстве мостов сопротивление  $R_1$  – регулируемое. Имеются, однако, мосты, в которых сопротивления  $R_1$ ,  $R_2$ ,  $R_3$  и  $R_4$  – постоянны, а регулируемым является сопротивление  $R_0$ .

Для измерения сопротивления  $R$  изменяют регулируемые сопротивления мостовой схемы ( $R_1$  или  $R_0$ ) до тех пор, пока мост не будет уравновешен. О равновесии моста судят по показаниям гальванометра  $G$  (в момент равновесия его показания нулевые). После достижения равновесия искомое значение  $R$  определяют по формуле (24.21).

Для того чтобы свести к минимуму погрешность измерения, необходимо сделать возможно малым сопротивление  $R_5$ , т. е. соединять сопротивления  $R$  и  $R_0$  по возможности коротким проводом большого сечения. Это особенно важно при измерении предельно малых сопротивлений, имеющих значения десятитысячных долей ома и менее.

Ниже приведена табл. 24.2 с техническими характеристиками универсального измерительного моста типа Р-329.



Технические характеристики универсального измерительного моста типа Р-329

Предел измерения, Ом	Класс точности	Вид схемы
$10^{-6} \dots 10^{-5}$	1,5	Двойной мост (шестиплечий)
$10^{-5} \dots 10^{-4}$	1,0	
$10^{-4} \dots 10^{-3}$	0,5	
$10^{-3} \dots 100$	0,05	
$50 \dots 10^5$	0,05	Одинарный мост (четыреплечий)
$10^5 \dots 1,1 \cdot 10^6$	0,5	

В заключение данного параграфа учебного пособия следует отметить, что заметные погрешности при измерении малых сопротивлений могут быть вызваны паразитными ЭДС, возникающими в местах контакта проводов из-за неоднородности материала последних (контактные ЭДС). Кроме того, при отличии температур различных частей измерительной схемы возникает термоЭДС. Во многих случаях влияния контактных и термоЭДС можно в значительной мере исключить, проводя измерение два раза при различных полярностях измерения питания. При этом паразитные ЭДС при одной полярности питающего напряжения суммируются с полезными сигналами, а при другой полярности – вычитаются из них. В качестве результата (при двух измерениях) принимается среднее арифметическое значение по результатам обоих измерений.

### 24.3. Измерение средних сопротивлений

Для измерения средних сопротивлений могут быть использованы уже рассмотренные методы: метод вольтметра и амперметра, метод сравнения и метод с использованием мостовых измерительных схем. Так как эти методы уже описаны выше, в данном параграфе учебного пособия они не рассматриваются.

Средние сопротивления наиболее часто встречаются на практике, в силу чего разработано большое количество методов, часть из которых будет рассмотрена ниже.

## Метод одного амперметра

При использовании одного амперметра измеряемое сопротивление может включаться последовательно с амперметром («последовательный» омметр) и параллельно к амперметру («параллельный омметр»).

Схема «последовательного» омметра приведена на рис. 24.6.

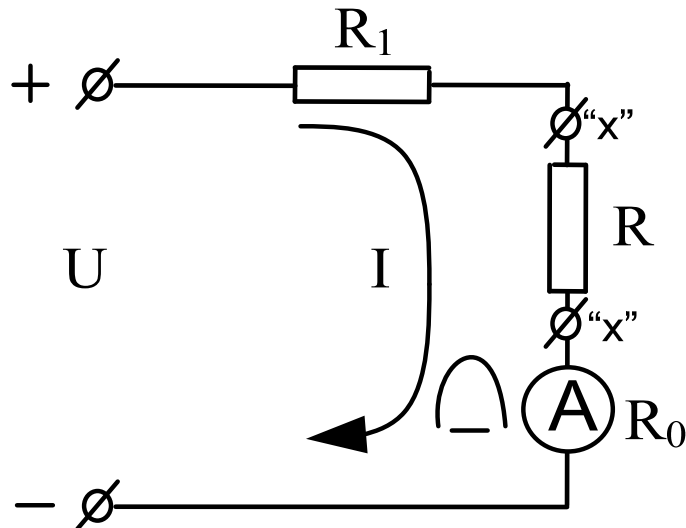


Рис. 24.6. Схема «последовательного» омметра:

$R$  – измеряемое сопротивление;  $R_1$  – добавочное (известное) сопротивление;  
 $R_0$  – внутреннее сопротивление амперметра;  $A$  – амперметр магнитоэлектрической системы;  $U$  – напряжение питания;  $I$  – ток в схеме; «х» – х-зажимы, к которым подключается измеряемое сопротивление

Измерительный прибор, использованный в схеме на рис. 24.6, обозначен как амперметр. В действительности токи в цепи составляют тысячные и десяти-тысячные доли амперметра. Т. е. фактически используются миллиамперметры и микроамперметры магнитоэлектрической системы.

Показания прибора по схеме рис. 24.6 определяются следующими соотношениями:

$$\begin{aligned}\alpha &= KI, \\ I &= \frac{U}{R_0 + R_1 + R}, \\ \alpha &= KU \frac{1}{R_0 + R_1 + R},\end{aligned}\tag{24.22}$$

где  $\alpha$  – показание прибора;

$K$  – коэффициент, характеризующий чувствительность прибора;

$U, R_0, R_1, R$  – определены выше.

Из выражения (24.22) следует, что показания прибора  $\alpha$  обратно пропорциональны измеряемому сопротивлению  $R$ . Зависимость  $\alpha = f(R)$  приведена на рис. 24.7.

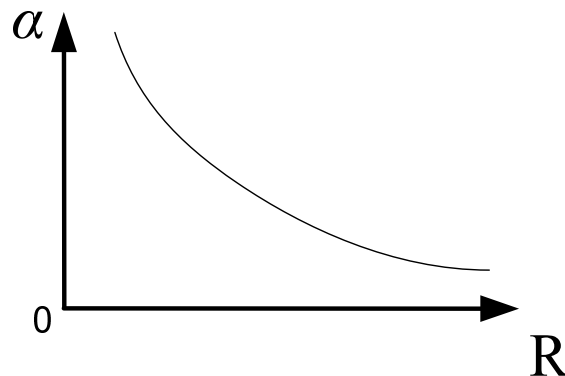


Рис. 24.7. График зависимости  $\alpha = f(R)$  для «последовательного» омметра

Пример шкалы «последовательного» омметра приведен на рис. 24.8.

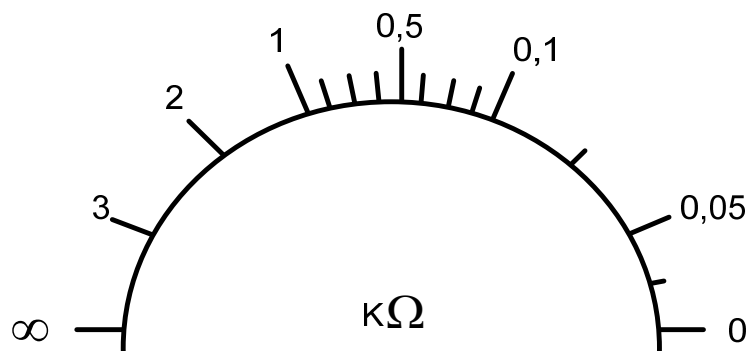


Рис. 24.8. Пример шкалы «последовательного» омметра

Выражение (24.22) и рис. 24.7 свидетельствуют, что при измеряемом сопротивлении  $R = 0$   $\alpha = \alpha_{\max}$ ; при  $R \rightarrow \infty$   $\alpha \rightarrow 0$ . Следует также отметить, что шкала рассматриваемого омметра градируется в единицах сопротивления, нелинейна и имеет ноль справа. «Последовательные» омметры используются, как правило, для измерения сравнительно больших сопротивлений (тысячи и миллионы ом). Соответственно на шкалу прибора наносятся единицы измерений “кΩ” (как на рис. 24.8) или “МΩ”.

Схема «параллельного» омметра приведена на рис. 24.9.

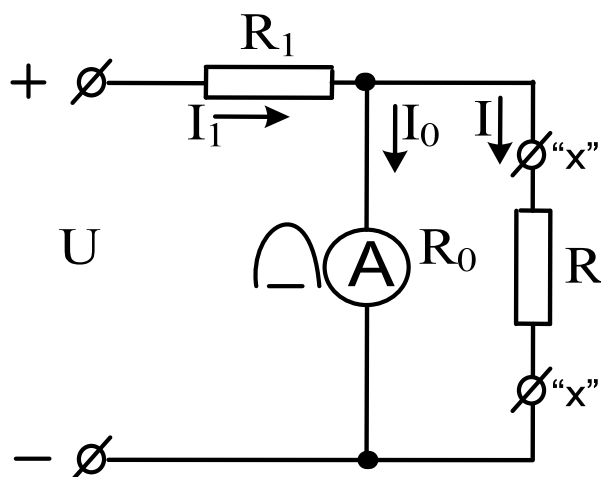


Рис. 24.9. Схема «параллельного» омметра:

$R$  – измеряемое сопротивление;  $R_0$  – внутреннее сопротивление амперметра;  
 $R_1$  – добавочное (известное) сопротивление;  $A$  – амперметр магнитоэлектрической системы;  $U$  – напряжение питания;  $I$  – ток через измеряемое сопротивление;  
 $I_0$  – ток через амперметр

Аналогично «последовательным» омметрам в цепях «параллельных» омметров протекают небольшие токи (миллиамперы и микроамперы), так что использование в схеме рис. 24.9 амперметра является несколько условным и применено для общности рассуждений.

Показания прибора по схеме рис. 24.9 определяются следующими соотношениями:

$$\begin{aligned}\alpha &= kI_0 \\ I_0 &= \frac{U - I_1 R_1}{R_0}, \\ I_1 &= \frac{U}{R_1 + R_2}, \\ R_2 &= \frac{R_0 R}{R_0 + R_1}, \\ \alpha &= U \frac{kR}{R_1 R_0 + R(R_1 + R_0)},\end{aligned}\tag{24.23}$$

где  $\alpha$  – показание прибора;

$k$  – коэффициент, характеризующий чувствительность прибора;

$U, R, R_0, R_1$  – определены выше.

Из выражения (24.23) следует, что показания прибора  $\alpha$  пропорциональны измеряемому сопротивлению  $R$ . Зависимость  $\alpha = f(R)$  для рассматриваемого случая приведена на рис. 24.10.

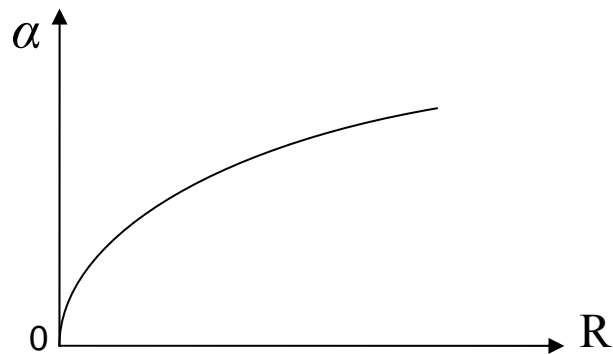


Рис. 24.10. График зависимости  $\alpha = f(R)$  для «параллельного» омметра

Выражение (24.23) и рис. 24.10 свидетельствуют, что при значении измеряемого сопротивления, равном нулю,  $\alpha = 0$ , а при  $R \rightarrow \infty$   $\alpha \rightarrow \alpha_{\max}$ . Шкала рассматриваемого омметра нелинейна и имеет ноль слева (рис. 24.11). Градуируется шкала в единицах сопротивления.

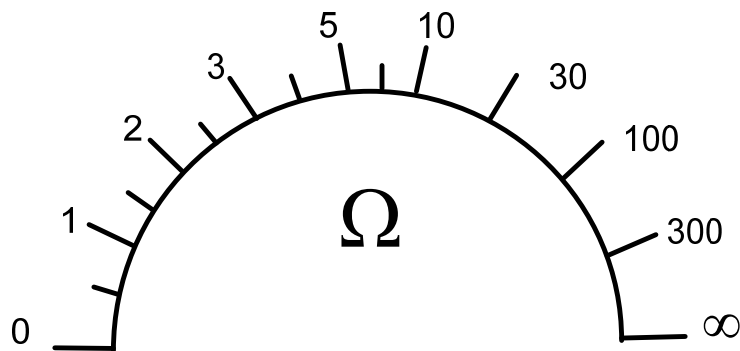


Рис. 24.11. Пример шкалы «параллельного» омметра

«Параллельные» омметры используются, как правило, для измерения сравнительно небольших сопротивлений (обычно это единицы, десятки и сотни ом). При больших значениях измеряемого сопротивления  $R$  (по сравнению с сопротивлением амперметра  $R_0$ ) относительно значительные изменения  $R$  вызывают малое изменение показания прибора.

### Метод одного вольтметра

Схема устройства, реализующего измерение сопротивления методом одного вольтметра, приведена на рис. 24.12. На этом рисунке приняты следующие обозначения:

$U$  – напряжение питания;

$V$  – вольтметр;

$\Pi$  – переключатель;

$R$  – измеряемое сопротивление;

$R_V$  – внутреннее сопротивление вольтметра;

$I_1, I_2$  – токи, протекающие в схеме при 1-м и 2-м положениях переключателя  $\Pi$ .

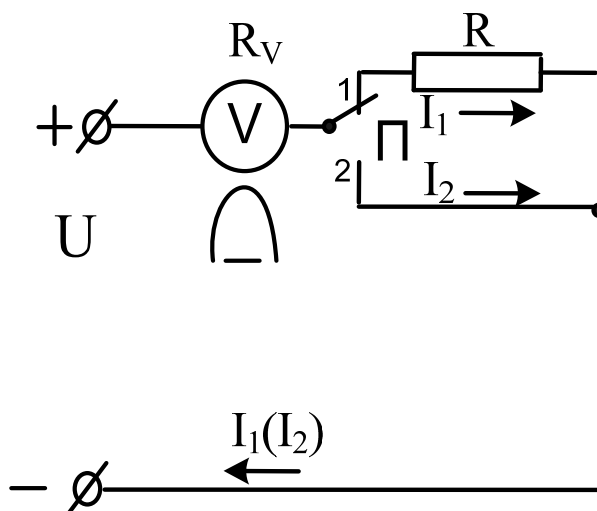


Рис. 24.12. Схема устройства при измерении сопротивления методом одного вольтметра

Показания прибора по схеме рис. 24.12 определяются нижеследующими соотношениями.

При переводе переключателя  $\Pi$  в положение «1» ток в цепи  $I_1$  будет иметь значение

$$I_1 = \frac{U}{R_V + R}. \quad (24.24)$$

Показание вольтметра  $\alpha_1$  в этом случае запишется в виде

$$\alpha_1 = kI_1 = k \frac{U}{R_V + R} \quad (24.25)$$

где  $k$  – коэффициент, характеризующий чувствительность вольтметра.

При переводе переключателя П в положение «2» значение тока  $I_2$  будет следующим:

$$I_2 = \frac{U}{R_V}. \quad (24.26)$$

Показание вольтметра  $\alpha_2$  в этом случае запишется в виде

$$\alpha_2 = kI_2 = k \frac{U}{R_V}. \quad (24.27)$$

Решая уравнения (24.25) и (24.27) относительно  $U$ , получим

$$U = \frac{\alpha_1(R_V + R)}{k}, \quad (24.28)$$

$$U = \frac{\alpha_2 R_V}{k}. \quad (24.29)$$

Приравнивая правые части равенств (24.28) и (24.29) и сокращая на  $k$ , получим

$$\alpha_1 = (R_V + R) = \alpha_2 R_V. \quad (24.30)$$

Решая соотношение (24.30) относительно  $R$ , окончательно получим соотношение

$$R = R_V \frac{\alpha_2 - \alpha_1}{\alpha_1}, \quad (24.31)$$

где  $R$  – измеряемое сопротивление;

$R_V$  – сопротивление вольтметра;

$\alpha_1$  – показание вольтметра при переводе переключателя П в положение «1»;

$\alpha_2$  – показание вольтметра при переводе переключателя П в положение «2».

Соотношение (24.31) правомерно, если напряжение питания  $U$  стабильно и не изменяется в ходе эксперимента по измерению искомого сопротивления.

### **Метод замещения**

Схема устройства для измерения сопротивления методом замещения приведена на рис. 24.13, где приняты следующие обозначения:

$U$  – напряжение питания;

И – измеритель;

К – ключ;

$R$  – измеряемое сопротивление;

$R_0$  – магазин сопротивлений;

$I_1, I_2$  – токи в схеме (направление токов зависит от полярности напряжения питания);

$R_g$  – добавочное сопротивление (ограничивает ток в цепи измерителя и при малых  $R$ ).

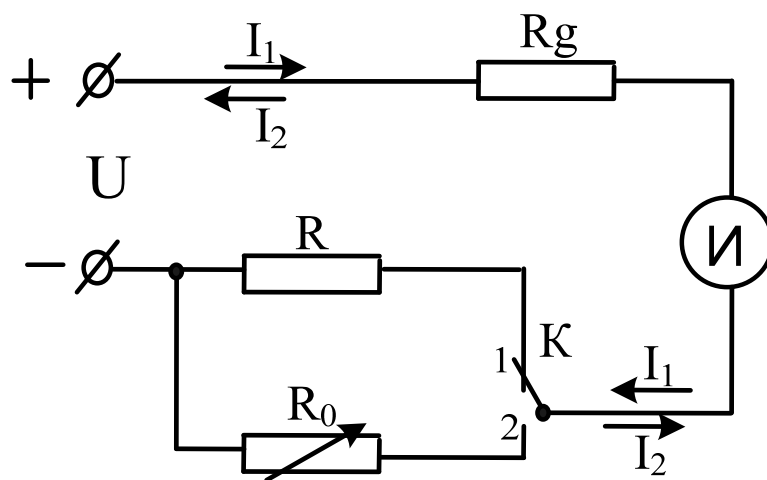


Рис. 24.13. Схема устройства для измерения сопротивления методом замещения

В качестве измерителя «И» может быть использован миллиамперметр или вольтметр (миллиамперметр используется, если  $R > 1$  кОм, и используется вольтметр, если измеряемое сопротивление  $R < 1$  кОм).

Для проведения измерения сопротивления методом замещения необходимо выполнить нижеследующие операции.

Перевести ключ  $K$  в положение «1» и зафиксировать показания измерителя И при заданном напряжении питания  $U$  и заданном добавочном сопротивлении  $R_g$ .

Не меняя напряжение питания  $U$  и сопротивление  $R_g$ , перевести ключ  $K$  в положение «2». Изменяя сопротивление  $R_0$ , установить показание измерителя И



то же самое, что было в первом случае (при положении ключа  $K$  в позиции «1»).

При выполнении указанных условий измеряемое сопротивление  $R$  будет равно установленному сопротивлению  $R_0$ . Напомним, что  $R_0$  представляет собой магазин сопротивлений, что позволяет набирать и удобно считывать набранные значения в широком диапазоне измерений. Например, магазин сопротивлений типа Р-33 позволяет набирать сопротивления от 0 до 99 999,9 Ом с шагом 0,1 Ом.

Измерение искомого сопротивления повторяется при смене полярности напряжения питания. Это делается с целью исключить влияние на результат контактных ЭДС и термоЭДС.

За результат измерения принимается среднее арифметическое значение по результатам двух экспериментов с разной полярностью напряжения питающего устройство источника питания.

Отметим, что добавочное сопротивление  $R_g$  необходимо при использовании в качестве измерителя И миллиамперметра и не требуется при использовании в качестве измерителя вольтметра.

#### **24.4. Измерение больших сопротивлений**

При измерении больших и особенно сверхбольших сопротивлений (например, сопротивление изоляционных материалов) необходимо считаться с тем, что сопротивление изоляции соединительных проводов соизмеримо с искомым сопротивлением. Для исключения больших погрешностей, возникающих из-за этого обстоятельства, в измерительные схемы вводят специальные «охранные кольца» и используются специфические методы измерений.

Наибольшее распространение для измерения больших сопротивлений получил метод вольтметра и амперметра, уже рассмотренный в п. 24.1 учебного пособия.

При измерении больших сопротивлений различают метод измерения объемных и метод измерения поверхностных сопротивлений. Рассмотрим оба метода более детально.

### Измерение объемных сопротивлений

Схема устройства для измерения объемного сопротивления приведена на рис. 24.14.

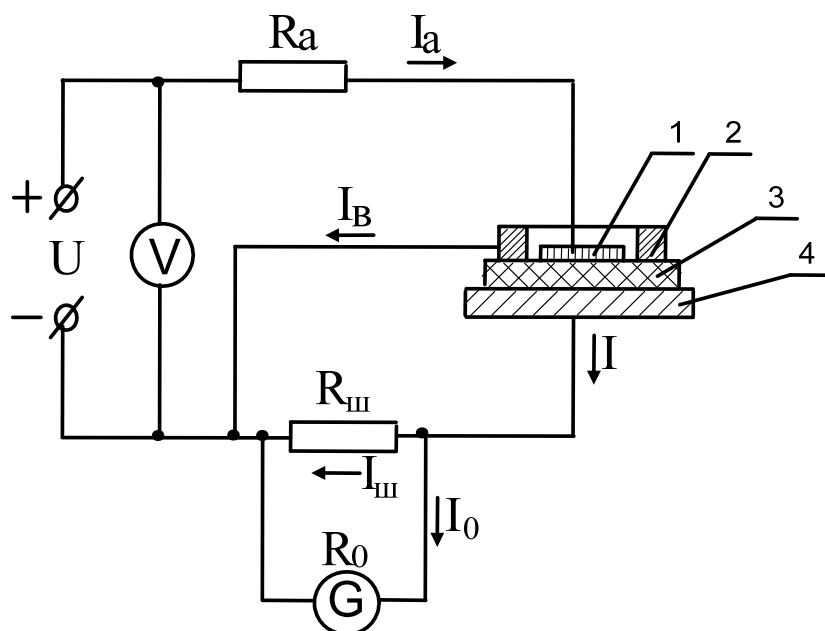


Рис. 24.14. Схема устройства для измерения объемного сопротивления:

1, 4 – контактные пластины; 2 – охранное кольцо; 3 – исследуемый образец;

$U$  – напряжение источника питания;  $V$  – вольтметр;  $R_a$  – защитное сопротивление;  $R_{ш}$  – сопротивление шунта;  $G$  – гальванометр;  $R_0$  – внутреннее сопротивление гальванометра

Плоский образец изоляционного материала 3, объемное сопротивление которого измеряется, помещается между двумя металлическими (обычно – медными) электродами 1 и 4 (см. рис. 24.14).

К поверхности образца, на которой расположен электрод 1, прижат третий металлический электрод 2, выполненный в виде кольца («охранное кольцо»). Этот электрод («охранное кольцо») соединен с источником питания, как показано на рис. 24.13. Таким образом, через гальванометр  $G$  (вместе с шунтом  $R_{ш}$ ) протекает тот же ток  $I$ , что и через измеряемое сопротивление. Отметим, что  $I = I_a - I_b$  и что гальванометр градуируется вместе с шунтом и его показания соответствуют измеряемому току  $I$ . Шунт к гальванометру предусмотрен в связи с тем, что измеряемые сопротивления и соответственно ток  $I$  могут изме-

няться в широких пределах. Наличие шунта позволяет расширить диапазон измерения гальванометра, что расширяет возможности устройства в целом.

Защитное сопротивление  $R_a$ , предусмотренное в схеме, защищает устройство от возможных коротких замыканий. Обычно сопротивление  $R_a = 1$  МОм. А поскольку устройство предназначено для измерения очень больших объемных сопротивлений, достигающих значений  $(10^{13} - 10^{14})$  Ом, то погрешность от введения в схему сопротивления  $R_a$  мала и практического значения не имеет.

Искомое объемное сопротивление образца определяется по закону Ома:

$$R = \frac{U}{I}, \quad (24.32)$$

где  $R$  – искомое объемное сопротивление исследуемого образца 3 (см. рис. 24.14);

$U$  – показание вольтметра  $V$ ;

$I$  – показание гальванометра  $G$ .

Выражение (24.32) правомерно, если гальванометр проградуирован совместно с шунтом. В этом случае искомое объемное сопротивление исследуемого образца будет определяться соотношением

$$R = n \frac{U}{I_0}, \quad (24.33)$$

где  $n$  – коэффициент шунтирования, зависящий от значения сопротивлений  $R_{ш}$  и  $R_0$  (см. п. 22.2 учебного пособия);

$I_0$  – ток через гальванометр;

$R$ ,  $U$  – определены выше.

Измеритель  $G$  должен обеспечить измерение малых токов, значения которых могут быть не более  $10^{-6} - 10^{-9}$  А.

Использование в качестве  $G$  нормальных гальванометров магнитоэлектрической системы позволяет измерять объемные сопротивления  $R$  от  $10^{14}$  Ом; использование баллистических гальванометров позволяет измерять значения  $R$  до  $10^{16}$  Ом; использование в качестве измерителей электронных приборов позволяет повысить верхний предел измерения до  $10^{17}$  Ом.

## Измерение поверхностных сопротивлений

Схема устройства для измерения поверхностного сопротивления приведена на рис. 24.15.

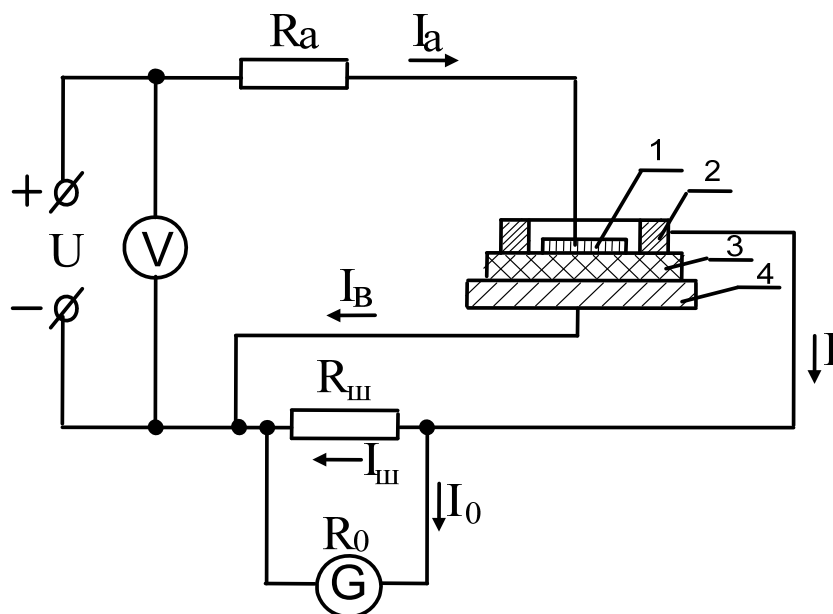


Рис. 24.15. Схема устройства для измерения поверхностного сопротивления:  
1, 4 – контактные пластины; 2 – кольцевой электрод; 3 – исследуемый образец;  
 $U$  – напряжение источника питания;  $V$  – вольтметр;  $R_a$  – защитное сопротивление;  
 $R_{ш}$  – сопротивление шунта;  $G$  – гальванометр;  $R_0$  – сопротивление гальванометра

Плоский образец изоляционного материала 3, поверхностное сопротивление которого измеряется, помещается между двумя металлическими электродами 1 и 4. К поверхности образца, на которой расположен электрод 1, прижат третий металлический электрод 2, выполненный в виде кольца. Как видно из схемы (см. рис. 24.15), через гальванометр  $G$  протекает ток  $I$ , идущий от электрода 1 к кольцевому электроду 2 по поверхности исследуемого образца, тогда как ток  $I_b$ , протекающий от электрода 1 к электроду 4 через толщу образца, минует цепь гальванометра. Поэтому отношение напряжения  $U$  к току  $I$  равно сопротивлению части поверхности образца, заключенной между электродом 1 и кольцом 2, т. е.

$$R = \frac{U}{I}, \quad (24.34)$$

где  $R$  – искомое поверхностное сопротивление исследуемого образца;  
 $U, I$  – определены выше.

Сведения о подключении и градуировке гальванометра, а также о требованиях к чувствительности гальванометра уже приведены в пункте «Измерения объемных сопротивлений». Эти сведения целиком правомерны для рассматриваемого случая (при измерении поверхностного сопротивления) и, в силу этого, в данном пункте не рассматриваются.

Примеры стандартных приборов для измерения сопротивлений (малых, средних и больших), выпускаемых промышленностью, приведены в прил. 5 (см. табл. П. 5.1, П. 5.2 и П. 5.3).

Технические характеристики тераомметра типа Е6-14, рассматриваемые в качестве примера, приведены в табл. 24.3.

Таблица 24.3

**Основные технические характеристики тераомметра типа Е6-14**

<b>Измеряемая величина</b>	<b>Диапазон измерений, Ом</b>	<b>Допускаемая погрешность измерения</b>	<b>Габариты, мм Масса, кг</b>
Сопротивление постоянному току	$10^{17} \dots 10^{17}$	$\pm (4-10) \%$ длины рабочей части шкалы	Прибора 320×210×295; Измерительной камеры 380×240×345; 14 (с измерительной камерой)

В данном пункте учебного пособия рассмотрена только часть методов, используемых для измерения сопротивлений (как малых, так и средних, и больших). Дополнительные сведения по методам измерения сопротивления можно найти в литературе, приведенной в библиографическом списке [1; 2; 5–7; 9; 36].

## 25. ИЗМЕРЕНИЕ ТЕМПЕРАТУРЫ

### 25.1. Общие положения

Температура характеризует тепловое состояние вещества. Оно определяется кинетической энергией поступательного движения молекул. Чем больше кинетическая энергия молекул, тем выше температура.

Верхний предел температуры пока не установлен. Примеры высоких температур: температура поверхности Солнца – примерно  $6\,000\text{ }^{\circ}\text{C}$ ; температура внутри Солнца – около  $20 \cdot 10^6\text{ }^{\circ}\text{C}$ ; еще более высокие температуры имеют белые и голубые звезды-карлики.

Нижний предел температуры соответствует такому состоянию вещества, при котором прекращается поступательное движение молекул. Это происходит при температуре, равной абсолютному нулю:  $0\text{ К}$  или  $-273,15\text{ }^{\circ}\text{C}$ . Абсолютный нуль – величина расчетная. Экспериментально достигнутая минимальная температура отличается от абсолютного нуля на сотые доли градуса.

Непосредственно воспринимать температуру человек может лишь качественно (холодно, тепло, горячо).

Для количественной оценки температуры необходимы технические средства. Технические средства преобразуют температуру с помощью термометрических тел к виду, удобному для восприятия человеком (в дальнейшем – оператором). Например, температура может преобразовываться в длину столбика ртути (ртутные термометры), в электрическое сопротивление (измерители температуры на основе термосопротивлений ТС), в термоЭДС (измерители температуры на основе термопар ТП) и т. д. Отметим, что электрическое сопротивление и термоЭДС не могут быть восприняты оператором непосредственно. Преобразователи ТС и ТП подключаются к вторичным приборам, с которых и производится отсчет показаний.

Для количественной характеристики теплового состояния вещества введены температурные шкалы. В настоящее время нашли практическое применение четыре шкалы: шкала Фаренгейта (используется в США), шкала Реомюра

(используется в Западной Европе); шкала Кельвина (используется в научных исследованиях); шкала Цельсия (используется в большинстве стран, в том числе и в России, как практическая шкала).

Рассмотрим перечисленные температурные шкалы. В 1715 г. немецкий физик Г.Д. Фаренгейт изготовил ртутный термометр и предложил температурную шкалу, получившую в дальнейшем наименование «шкала Фаренгейта» и градуируемую в градусах Фаренгейта ( $^{\circ}\text{F}$ ). За градус Фаренгейта была принята температура смеси: лед + соль + нашатырь; температура тающего льда принята за  $+32^{\circ}\text{F}$ ; температура кипящей воды принята за  $+212^{\circ}\text{F}$ . Температурный интервал от тающего льда до кипящей воды разделен на 180 частей, и  $1/180$  часть этого интервала принята за  $1^{\circ}\text{F}$ .

В 1730 г. французский естествоиспытатель Р.А. Реомюр изготовил спиртовой термометр и предложил свою температурную шкалу, получившую в дальнейшем наименование «шкала Реомюра», которая градуируется в «градусах Реомюра» ( $^{\circ}\text{R}$ ). Реомюр предложил разделить температурный интервал от температуры тающего льда (принятого за  $0^{\circ}\text{R}$ ) до температуры кипящей воды (принятой за  $+80^{\circ}\text{R}$ ) на 80 частей.  $1/80$  часть этого интервала принята за  $1^{\circ}\text{R}$ .

В 1742 г. шведский физик и астроном Цельсий предложил стоградусную температурную шкалу, получившую в дальнейшем наименование «шкала Цельсия». Цельсий предложил разделить температурный интервал от температуры тающего льда (принятой за  $0^{\circ}\text{C}$ ) до температуры кипящей воды (принятой за  $100^{\circ}\text{C}$ ) на 100 частей.  $1/100$  часть этого интервала принята за  $1^{\circ}\text{C}$ .

Отметим, что температура тающего льда и температура кипящей воды соответствует нормальному атмосферному давлению (равному 760 мм рт. ст.).

В 1848 г. английский физик лорд Кельвин (до присвоения почетного титула лорда имел имя Уильям Томсон) ввел понятие абсолютного температурного нуля и предложил абсолютную температурную шкалу, получившую в дальнейшем наименование «шкала Кельвина» или «абсолютная термодинамическая шкала». Единица измерения абсолютной температурной шкалы до 1967 г. именовалась «градус Кельвина» и обозначалась –  $1^{\circ}\text{K}$ . После 1967 г. единица изме-

рения абсолютной температурной шкалы стала именоваться «Кельвин» и обозначаться 1 К.

Основные реперные точки абсолютной температурной шкалы:

0 К – абсолютный ноль ( $-273,15\text{ }^{\circ}\text{C}$ );

$273,15\text{ К}$  – температура тающего льда ( $0\text{ }^{\circ}\text{C}$ ) при атмосферном давлении  $760\text{ мм рт. ст.}$ ;

$373,15\text{ К}$  – температура кипящей воды ( $100\text{ }^{\circ}\text{C}$ ) при атмосферном давлении  $760\text{ мм рт. ст.}$

Искомые значения, выраженные в единицах разных температурных шкал, связаны между собой соотношением

$$\theta_1\text{ }^{\circ}\text{C} = \frac{5}{4}\theta_2\text{ }^{\circ}\text{R} = \frac{5}{9}(\theta_3 - 32)\text{ }^{\circ}\text{F} = (T - 273,15)\text{ К}, \quad (25.1)$$

где  $\theta_1$ ,  $\theta_2$ ,  $\theta_3$  – значения температуры, выраженные (соответственно) в единицах шкал Цельсия, Реомюра, Фаренгейта;

$T$  – значение термодинамической температуры, выраженное в единицах шкалы Кельвина.

Международная система единиц (СИ), узаконенная на территории Российской Федерации государственным стандартом ГОСТ 8.417–202 [116], использует в качестве основной единицы термодинамическую температуру. Кроме термодинамической температуры, допускается применять температуру Цельсия. Термодинамическую температуру, как уже отмечалось, выражают в кельвинах, температуру Цельсия – в градусах Цельсия. По размеру градус Цельсия равен кельвину ( $1\text{ К} = 1^{\circ}\text{C}$ ).

Использование температурных шкал Фаренгейта и Реомюра и соответственно выражение температуры в градусах Фаренгейта и Реомюра государственным стандартом [49] не предусмотрено.

В п. 1.4.2 учебного пособия приведено определение единицы измерения кельвин (см. табл. 1.1). Приведем это определение еще раз:

«Кельвин есть единица термодинамической температуры, равная  $1/273,16$  части термодинамической температуры тройной точки воды».



Тройная точка воды – это равновесное состояние трех фаз вещества: твердой, жидкой и газообразной (рис. 25.1, точка «А»).

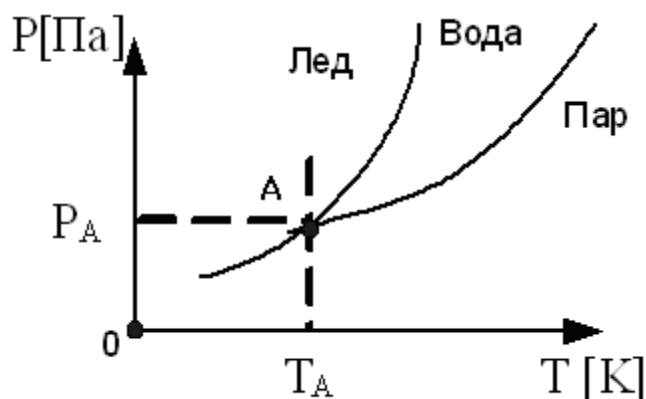


Рис. 25.1. Зависимость  $P = f(T)$  для воды:  
 $P$  – давление;  $T$  – температура;  $A$  – тройная точка воды.

Температура тройной точки (точки одновременного сосуществования льда, воды и пара)  $T_A = +0,01\text{ }^{\circ}\text{C}$  (273,16 K) при давлении  $P_A = 4,58\text{ мм рт. ст.}$  (610,6 Па).

Эталон для воспроизведения единицы температуры Кельвина хранится в ФГУП «ВНИИМ им. Д.И. Менделеева» (эталон описан в учебных пособиях [3; 153; 154]).

Особенность температуры состоит в том, что она является неаддитивной физической величиной. Поэтому, если для измерения, например, длины, массы и других аддитивных величин можно ограничиться одним эталоном (эталонном метра, килограмма и др.), то для температуры воспроизведения одной эталонной точки недостаточно. Измерение температуры требует точного воспроизведения многих температурных точек, совокупность которых образует температурную шкалу. Температуры, определяемые по этой шкале, должны максимально совпадать с термодинамической шкалой Кельвина. Сформулированным требованием отвечает Международная температурная шкала 1990 г. (МТШ-90). При этом основной реперной точкой шкалы остается кельвин (K), воспроизводимый в тройной точке воды. Эталон, воспроизводящий размер кельвина, был и остается «держателем» единицы температуры.

В табл. 25.1 приведены основные «приписанные» Международным комитетом по мерам и весам значения температур фазового равновесия веществ и материалов. Все значения температуры фазового равновесия даны для нормального атмосферного давления ( $P = 101\,325\text{ Па}$ ).

Таблица 25.1

**Основные реперные точки по МТШ-90**

Состояние фазового равновесия	Значения по МТШ-90	
	$T_{90}, \text{ К}$	$t_{90}, ^\circ\text{C}$
Давление насыщенных паров гелия	0,65...5	–272,50...–268,15
Тройная точка водорода	13,803	–259,346
Точка кипения водорода	20,280	–252,870
Тройная точка аргона	83,805	–189,344
Тройная точка ртути	234,315	–38,834
Тройная точка воды	273,16	+0,01
Точка кипения воды	373,15	100
Точка плавления индия	429,748	156,598
Точка плавления скандия	505,078	231,928
Точка плавления цинка	692,677	419,527
Точка плавления алюминия	933,473	660,323
Точка плавления серебра	1234,93	961,78
Точка плавления золота	1337,33	1064,18
Точка плавления меди	1357,77	1084,62

МТШ-90 охватывает область от 0,65 К до наивысшей температуры, практически доступной измерению в соответствии с законом излучения Планка (для монохроматического излучения). Приписанные значения температуры МТШ-90 обозначаются символом  $T_{90}$  при выражении температуры в кельвинах и символом  $t_{90}$  при выражении температуры в градусах Цельсия.

В соответствии с реперными точками, приведенными в табл. 25.1, созданы соответствующие эталоны для температур, лежащих выше и ниже температур тройной точки воды.

Измерение температуры может проводиться контактными и бесконтактными методами. При контактном методе измерения температуры измерители

температуры непосредственно контактируют со средой, температура которой измеряется. Приборы для контактного измерения температуры называются *термометрами*.

При бесконтактном измерении температуры измерители непосредственно со средой, температура которой измеряется, не контактируют. Измерение в этом случае осуществляется дистанционно. Приборы для бесконтактного (дистанционного) измерения температуры принято называть *пирометрами*.

## **25.2. Термометры**

Термометрами принято называть приборы, используемые для контактного измерения температуры. Наибольшее распространение получили средства измерения температуры следующих типов:

- 1) жидкостные;
- 2) манометрические;
- 3) дилатометрические;
- 4) биметаллические;
- 5) электрические.

Электрические измерители температуры строятся на основе термочувствительных преобразователей (например, термосопротивлений или термопар), работающих совместно с вторичной аппаратурой. Термочувствительные преобразователи (датчики) и вторичная аппаратура уже рассмотрены выше и повторно в данном параграфе учебного пособия не приводятся.

### **Жидкостные термометры**

На рис. 25.2 приведена одна из возможных конструкций жидкостного термометра.

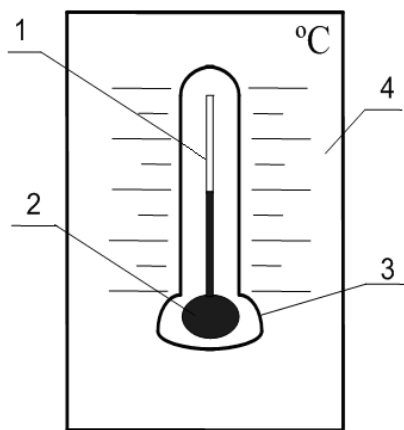


Рис. 25.2. Жидкостный термометр:  
1 – капиллярная трубка; 2 – термометрическая  
жидкость; 3 – баллон (резервуар); 4 – шкала

Термометрическая жидкость 2 заполняет баллон 3 и часть капиллярной трубки 1. Свободное пространство в капилляре заполняется инертным газом под давлением или из него выкачивается воздух. Об измеряемой температуре судят по высоте жидкости в капилляре. Отсчет показаний производится по шкале 4. Шкала может быть нанесена на капилляр или может быть приложена к капиллярной трубке (как показано на приводимом рисунке).

Термометры с нанесенной на капилляр шкалой называются термометрами типа А («палочными»), а при отдельной прикладной шкале – типа Б (с вложенной шкальной пластиной).

Термометрические жидкости, используемые в жидкостных термометрах, и их основные характеристики приведены в табл. 25.2. Максимальная измеряемая температура приведена для двух случаев: свободное пространство над термометрической жидкостью в капиллярной трубке заполнено инертным газом под давлением от 5 до 7 МПа (обозначено 5–7 МПа) и из свободного пространства над жидкостью откачен воздух (обозначено 0 МПа).

Основные характеристики термометрических жидкостей

Термометрическая жидкость	Измеряемая температура, °С		
	Минимальная	Максимальная	
		0 МПа	5–7 МПа
Ртуть	–35	350	900
Подкрашенный спирт	–100	+45	+79
Толуол	–90	+90	+111
Пентан технический	–200	+25	+36
Подкрашенный эфир	–100	+20	+35

Жидкостные термометры выпускаются трех разновидностей: промышленные (основные обозначения «ТП»); лабораторные («ТЛ»); образцовые («ТО»).

Промышленные термометры имеют шкалы с ценой деления от 0,5 до 10 °С и позволяют проводить измерение температуры с погрешностью от 0,5 до 10 °С.

Лабораторные термометры имеют цену деления шкалы от 0,2 до 2 °С и погрешность от 0,2 до 2 °С.

Образцовые термометры имеют цену деления шкалы от 0,01 до 0,1 °С и погрешность от 0,015 до 0,1 °С.

В качестве примера в прил. 12 приведены технические характеристики нескольких типов промышленных, лабораторных и одного образцового термометров.

Показания жидкостного термометра зависят не только от температуры баллона (резервуара), но и от температуры столбика жидкости в капилляре. Образцовые термометры и некоторые лабораторные градуируются при полном погружении термометра в измеряемую среду до отсчитываемой температурной отметки. Если глубина погружения термометра не соответствует условиям градуировки, то появляется дополнительная погрешность, что необходимо учитывать.

Промышленные (называемые иногда «технические») и часть лабораторных термометров градуируются при частичном погружении на определенную глубину. Глубина погружения нормируется (см. прил. 12) и, как правило, приводится в паспортных данных конкретных типов термометров.

Для защиты от механических повреждений промышленные (технические) термометры часто помещают в защитную арматуру. Для удобства наблюдения сами термометры и защитная арматура к ним выпускаются прямыми и угловыми.

Выпускаются также ртутные электроконтактные термометры, предназначенные для сигнализации или поддержания заданной температуры. Термометры выпускаются с заданными постоянными контактами (ТЗК) или с подвижным контактом (ТПК). Кроме электроконтактных термометров, выпускаются бесшкальные термоконтакты, которые настроены на определенные температуры замыкания электрических контактов. Дополнительные сведения по жидкостным термометрам и их паспортным данным можно найти в литературе [3; 32; 38].

### Манометрические термометры

Схема манометрического термометра приведена на рис. 25.3.

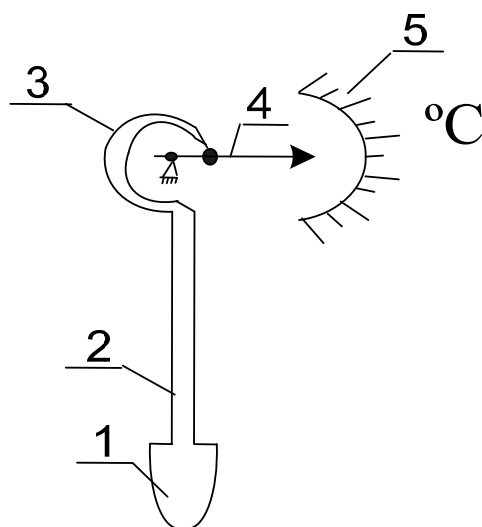


Рис. 25.3. Схема манометрического термометра:  
1 – термометрический баллон; 2 – капиллярная трубка; 3 – трубчатая пружина (деформационный манометрический преобразователь); 4 – стрелка прибора;  
5 – шкала, проградуированная в градусах Цельсия

Принцип действия манометрических термометров основан на изменении давления рабочего вещества в замкнутом объеме в зависимости от температуры чувствительного элемента (термометрического баллона).

Основными частями манометрических термометров являются термобаллон (чувствительный элемент), капиллярная трубка и трубчатая пружина (деформационный манометрический преобразователь), связанная со стрелкой прибора.

Различают три типа манометрических термометров: газовые, жидкостные и конденсационные.

В газовых приборах термобаллон и вся система заполняются газом (азотом, гелием или каким-либо другим инертным газом).

В жидкостных приборах термобаллон и вся система заполняются термометрической жидкостью с большим коэффициентом теплового расширения (ртуть, керосин, лигроин и др.). Могут также использоваться термометрические жидкости, приведенные в табл. 25.2.

В конденсационных приборах термобаллон на  $2/3$  заполняется жидкостью, кипящей при низких температурах (фреон, ацетон,  $\text{CO}_2$  и др.). Оставшаяся часть термобаллона и вся система (капилляр и трубчатая пружина) заполняются при этом парами этой жидкости.

Газовые и жидкостные приборы имеют линейную шкалу. У конденсационных приборов шкала нелинейна.

При нагреве термобаллона газ или жидкость, находящиеся в нем, нагреваются и в системе создается повышенное давление. Трубчатая пружина 3 (см. рис. 25.3) под действием повышенного давления разворачивается и перемещает стрелку 4 вдоль оцифрованной шкалы 5. При понижении измеряемой температуры и соответственно температуры термобаллона давление жидкости или газа понижается, трубчатая пружина 3 под действием упругих сил сворачивается и стрелка 4 перемещается в сторону малых температур на шкале 5.

В конденсационных приборах при нагреве термобаллона усиливается испарение рабочей жидкости, за счет чего повышается давление паров и трубчатая пружина 3 разворачивается.

При понижении температуры термобаллона пары жидкости конденсируются и их давление понижается, что приводит к сворачиванию трубчатой пружины 3 и соответствующему перемещению стрелки 4.

При разворачивании и сворачивании трубчатой пружины развиваются значительные усилия, что позволяет нагружать подвижную часть манометрических термометров не только указательной стрелкой, но и электрическими контактами.

Газовые манометрические термометры выпускаются на температуры от  $-200\text{ }^{\circ}\text{C}$  до  $+600\text{ }^{\circ}\text{C}$  с классом точности (1,0–1,5).

Жидкостные приборы выпускаются на температуры от  $-50\text{ }^{\circ}\text{C}$  до  $+600\text{ }^{\circ}\text{C}$  класса точности (1,5–2,5).

Конденсационные приборы выпускаются на температуры от  $0\text{ }^{\circ}\text{C}$  до  $+400\text{ }^{\circ}\text{C}$  класса точности (1,5–2,5).

Капиллярная трубка 2 (см. рис. 25.3) для всех типов манометрических термометров имеет длину от 1–2 м до 20–25 м и даже более, что позволяет использовать эти приборы для дистанционных измерений температуры.

В качестве примера в прил. 13 приведены технические характеристики нескольких типов газовых, жидкостных и конденсационных манометрических термометров. Дополнительные сведения по рассмотренным приборам можно найти в литературе [3; 32; 38].

### **Дилатометрические термометры**

Схема дилатометрического термометра приведена на рис. 25.4.



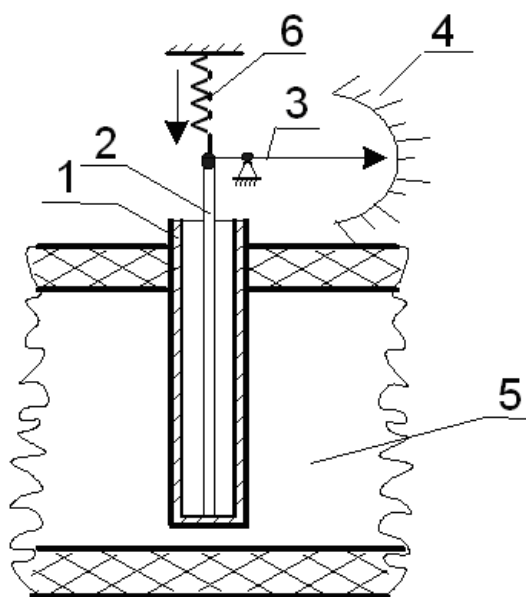


Рис. 25.4. Схема дилатометрического термометра:  
1 – термочувствительный стакан; 2 – шток; 3 – стрелка; 4 – шкала;  
5 – исследуемая среда; 6 – пружина (прижимает шток ко дну стакана)

Термометрический стакан 1 и шток 2 изготавливаются из материалов, имеющих различные коэффициенты линейного температурного расширения  $\alpha_1$  и  $\alpha_2$ . Обычно стакан изготавливают из алюминия ( $\alpha_1 = 23 \cdot 10^{-6} \text{ K}^{-1}$ ), а шток – из инвара (железоникелевого сплава) ( $\alpha_2 = 1 \cdot 10^{-6} \text{ K}^{-1}$ ). Таким образом, при изменении температуры исследуемой среды 5 длина стакана 1 изменяется значительно больше, чем длина штока 2. Шток прижимается пружиной 6 к дну стакана.

При увеличении температуры стакан удлиняется и шток (под действием пружины) вместе с концом стрелки, жестко скрепленной со штоком, перемещается вниз. При уменьшении температуры длина термометрического стакана уменьшается и шток (вместе с концом стрелки), преодолевая сопротивление пружины 6, перемещается вверх.

Стрелка 3 перемещается вдоль шкалы, проградуированной в градусах Цельсия, по которой и производится отсчет показаний.

При температурных деформациях стакана 1 развиваются значительные усилия, что позволяет нагружать подвижную часть прибора электрическими контактами и строить на его основе терморегуляторы.

Дилатометрические термометры работают в диапазоне температур от 0 °С до 1000 °С с погрешностью до  $\pm 5\%$ . Из-за большой погрешности дилатометрических устройств их редко используют в качестве термометров. Чаще их используют как терморегуляторы, термовыключатели и тепловые реле.

К достоинствам рассматриваемых устройств следует отнести их дешевизну, надежность и большие перестановочные усилия. Недостаток устройств – малая точность и большая инерционность.

Дополнительные сведения по дилатометрическим термометрам приведены в литературных источниках, представленных в библиографическом списке (см., например, [57]).

### Биметаллические термометры

Схема биметаллического термометра приведена на рис. 25.5.

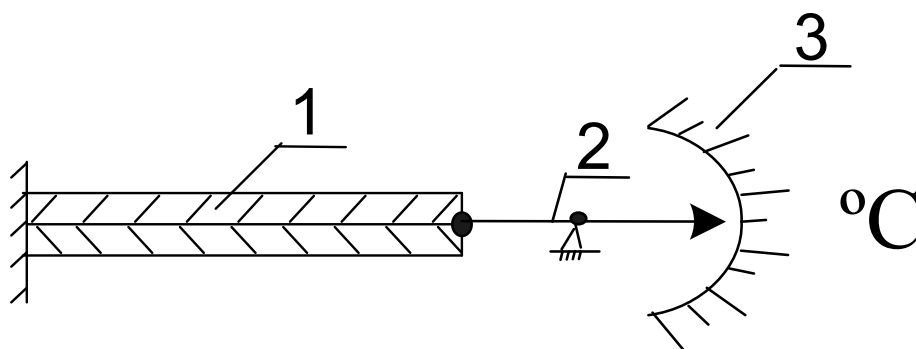


Рис. 25.5. Схема биметаллического термометра:  
1 – двухслойная металлическая лента; 2 – стрелка (указатель); 3 – шкала

Биметаллические термометры состоят из двухслойных металлических лент (сваренных или спаянных между собой), образованных материалами с различными коэффициентами линейного температурного расширения. Наибольшее распространение получили латунь (сплав меди и цинка) и инвар (железо-никелевый сплав).

При нагревании биметаллических элементов 1 происходит их деформация, которая используется для приведения в действие стрелки 2, перемещающейся вдоль оцифрованной шкалы 3.

Для плоской биметаллической пластины перемещение ее свободного конца при консольном закреплении:

$$x = S\Delta\theta \quad (25.2)$$

$$S = \frac{3(\alpha_1 - \alpha_2)l^2}{4h}, \quad (25.3)$$

где  $x$  – перемещение свободного конца биметаллической пластины;

$S$  – чувствительность;

$\Delta\theta$  – приращение температуры;

$\alpha_1, \alpha_2$  – температурные коэффициенты линейного расширения сваренных (или спаянных) пластин;

$l$  – общая длина пластин;

$h$  – общая толщина пластин.

Биметаллические термометры используются в диапазоне температур от 0 до 500 °С. Погрешность измерения температуры такими термометрами велика и может достигать  $\pm 5\%$ . Из-за большой погрешности биметаллические устройства редко используют для измерения температуры. Чаще их применяют в качестве чувствительных элементов в терморегуляторах (например, в утюгах), а также в качестве элементов компенсации температурных погрешностей приборов. К достоинствам рассматриваемых устройств следует отнести их дешевизну, надежность и большие перестановочные усилия, что позволяет нагружать их сравнительно мощными электрическими контактами. К недостаткам следует отнести малую точность и большую инерционность.

В заключение отметим особенности измерения температуры контактным методом с использованием рассмотренных термометров.

Во всех термометрах чувствительный элемент (ЧЭ) соприкасается с контролируемой средой, температура которой измеряется. При этом температура ЧЭ (в идеале) должна совпадать с температурой среды. Совпадение этих температур зависит от многих факторов, в том числе от размеров, формы и материала ЧЭ и от условий передачи тепла от среды к ЧЭ.

Передача тепла может происходить путем конвекции, лучеиспускания и теплопроводности. Теплообмен путем конвекции имеет место при измерении температуры жидкостей и газов.

При измерении температуры твердых тел в основе передачи тепла лежит теплопроводность.

Очевидно, что для улучшения теплообмена между ЧЭ и средой необходимо увеличивать площадь их соприкосновения. При измерении температуры жидкости и газов к этому требованию добавляется необходимость увеличивать теплопередачу путем, например, увеличения скорости обтекания ЧЭ средой.

При изменении температуры исследуемой среды возникают динамические погрешности. Под динамической погрешностью понимают запаздывание в показаниях термометра, вызванное конечной скоростью передачи тепла от исследуемой среды к ЧЭ. Подробно этот вопрос рассмотрен в главе 10 учебного пособия, где рассматривается динамика термочувствительных датчиков, которые выступают в качестве ЧЭ соответствующего термометра.

Более детально с методами контактного измерения температуры и с используемыми при этом термометрами можно ознакомиться по литературным источникам [1; 2; 3; 8; 32; 33; 37; 38; 57–59].

### **25.3. Пирометры**

Пирометрами называют приборы для бесконтактного измерения температуры. Работа пирометров основана на использовании энергии теплового излучения нагретых тел. Оно характеризуется распространением электромагнитных излучений, которые могут восприниматься другими телами. Электромагнитные излучения имеют широкий частотный спектр (от ультрафиолетового до инфракрасного). Пирометры используют все части спектра, но наибольшее распространение получили приборы, работающие в оптической (видимой) и инфракрасной частях спектра.

По принципу действия различают следующие типы пирометров:

- 1) оптические;
- 2) радиационные;
- 3) яркостные;
- 4) цветовые и некоторые другие.

Оптические пирометры работают в оптической (видимой) части спектра. В этих приборах интенсивность свечения исследуемого тела (температура которого измеряется) сравнивается с интенсивностью свечения нити лампы накаливания.

Радиационные пирометры основаны на измерении интенсивности интегрального (суммарного) излучения во всем спектре (от ультрафиолетового излучения до инфракрасного).

Яркостные пирометры основаны на измерении спектральной интенсивности излучения в определенной части спектра.

Цветовые пирометры основаны на измерении отношения спектральной интенсивности в двух частях спектра.

Ниже приводятся описания оптических и радиационных пирометров.

### Оптические пирометры

Схема оптического пирометра приведена на рис. 25.6.

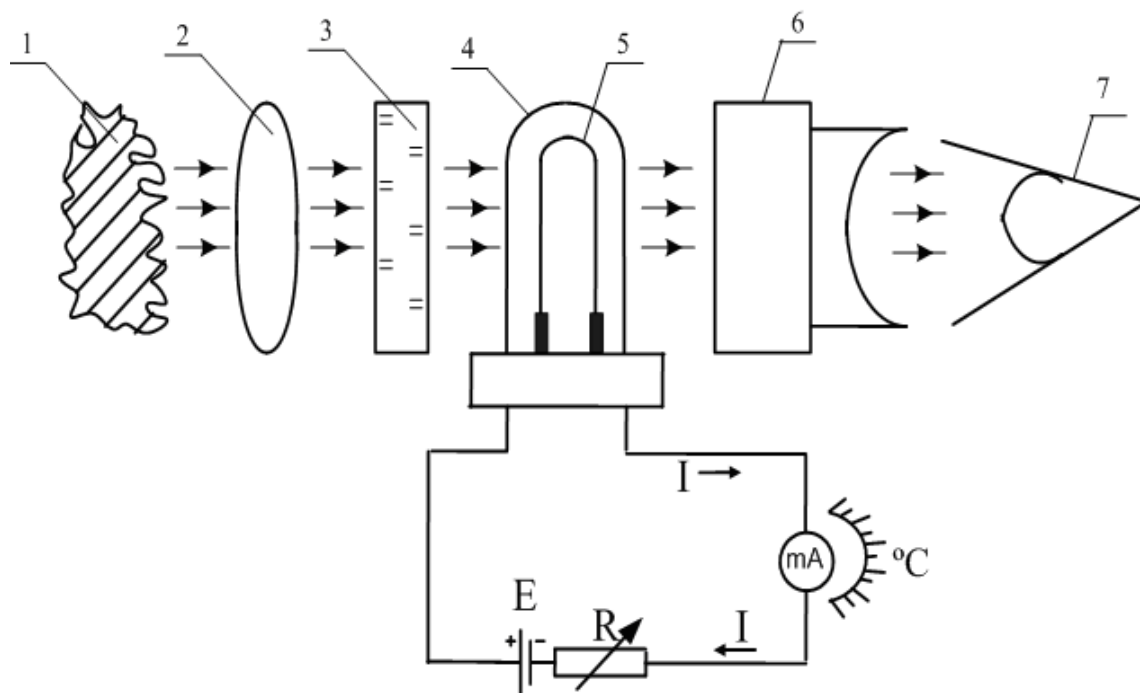


Рис. 25.6. Схема оптического пирометра:

- 1 – исследуемый объект, температура которого измеряется;
- 2 – оптическая система; 3 – светофильтр; 4 – термометрическая лампа;
- 5 – нить накаливания; 6 – окуляр; 7 – глаз оператора;
- $E$  – ЭДС источника питания;  $R$  – переменное сопротивление;
- $I$  – ток в цепи;  $mA$  – миллиамперметр, проградуированный в градусах Цельсия

Для проведения измерения оператор должен направить пирометр на исследуемый объект, температура которого измеряется. При этом оператор видит одну из трех картинок (рис. 25.7, *a*, рис. 25.7, *b*, рис. 25.7, *c*).

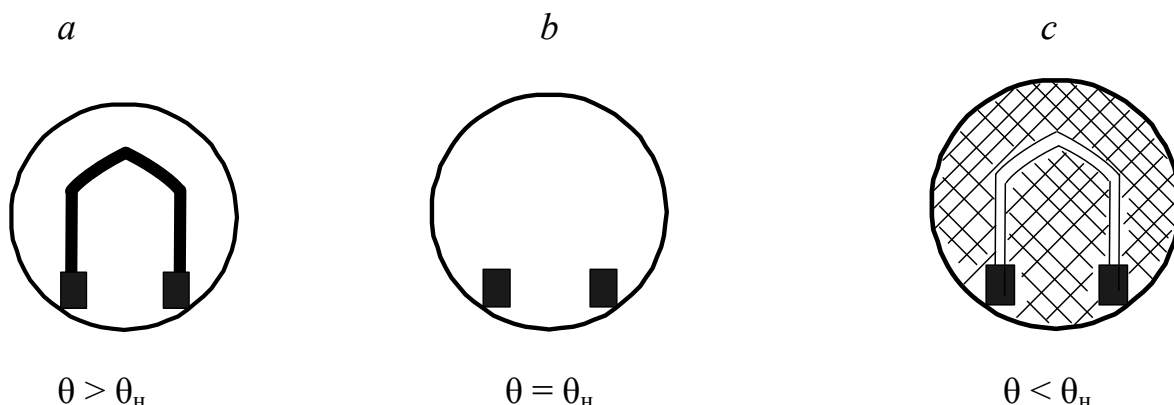


Рис. 25.7. Характерный вид «картинок» при проведении измерений:  
 $\theta_n$  – температура исследуемого тела;  $\theta_n$  – температура нити накаливания;  
*a* – измеряемая температура больше температуры нити накаливания термометрической лампы; *b* – измеряемая температура равна температуре нити накаливания термометрической лампы; *c* – измеряемая температура меньше температуры нити накаливания термометрической лампы

Если температура исследуемого тела 1 больше температуры нити накаливания 5 термометрической лампы 4, то оператор видит в окуляре 6 темную нить на светлом фоне (рис. 25.7, *a*). Яркость свечения нити регулируется переменным сопротивлением  $R$  (см. рис. 25.6). Оператор изменяет сопротивление  $R$  до тех пор, пока нить не сольется с фоном, который дает исследуемый объект (рис. 25.7, *b*). В этом случае температура нити накаливания равна температуре исследуемого объекта, что достигается при вполне определенном токе  $I$ , протекающем по нити накаливания и по миллиамперметру под воздействием ЭДС источника питания.

При измеряемой температуре меньшей температуры нити накаливания оператор видит в окуляре светлую нить на темном фоне (рис. 25.7, *c*). В этом случае с помощью переменного сопротивления  $R$  уменьшается ток  $I$  до тех пор, пока нить накаливания не сольется с фоном от объекта исследования.

Отсчет показаний проводится по миллиамперметру (mA), проградуированному в градусах Цельсия. Градуировка проводится по абсолютному черному телу, что приводит к дополнительным погрешностям из-за неполноты излу-

ния реальных физических тел (излучения реальных физических тел меньше излучения абсолютно черного тела).

Нижний предел измерения оптических пирометров ограничен порогом светимости тел при нагревании. Тела начинают светиться при температуре около 600 °С. При этой температуре появляется слабое малиновое свечение, которое трудно уловить и трудно сравнить со свечением нити накаливания. Во избежание значительных погрешностей нижний предел измерения выбирается больше порога светимости. Как правило, нижний предел измерения оптических пирометров равен 800 °С.

Нить термометрической лампы допустимо накаливать до определенной температуры (обычно не более 1400 °С). Для увеличения верхнего предела измеряемых температур в пирометр вводится светофильтр 3 (иногда – несколько светофильтров с разной оптической плотностью для уменьшения светимости исследуемого тела в определенное число раз).

Промышленность выпускает различные типы оптических пирометров, с разными пределами измерения. Например, известен оптический пирометр типа ОППИР-017 с диапазоном от 800 до 6000 °С. Диапазон измерения разбит на пять следующих поддиапазонов:

- (800–1400) °С – 1-й поддиапазон измерений;
- (1400–3000) °С – 2-й поддиапазон измерений;
- (3000–4000) °С – 3-й поддиапазон измерений;
- (4000–5000) °С – 4-й поддиапазон измерений;
- (5000–6000) °С – 5-й поддиапазон измерений.

Измерения на 1-м поддиапазоне проводятся без светофильтра; измерения на 2-м поддиапазоне проводятся с использованием светофильтра Ф1; на 3-м поддиапазоне – со светофильтром Ф2; на 4-м поддиапазоне – со светофильтром Ф3 и на 5-м – со светофильтром Ф4. Погрешность измерения зависит от поддиапазона измерений и составляет от 1,0 до 2,0 %.

Описание и технические характеристики оптического пирометра «Проминь» приведены в прил. 14.

## Радиационные пирометры суммарного излучения

Радиационные пирометры этого типа называют также пирометрами интегрального или полного излучения. Приемниками излучения в радиационных пирометрах суммарного излучения могут быть термобатареи (набор термопар); термосопротивления, в том числе полупроводниковые термисторы; пироэлектрические кристаллы (табл. 25.3). Приемники суммарного или полного излучения отличаются тем, что их спектральная чувствительность постоянна в широком диапазоне длин волн от дальней инфракрасной области до ближней ультрафиолетовой.

Таблица 25.3

Основные характеристики приемников суммарного (полного) излучения

Тип	Термобатареи	Термосопротивления	Пироэлектрические приемники
Принципиальная схема			
Инерционность, с	$10^{-2}$	$10^{-3}$	$10^{-7}$
Достоинства	Высокая временная стабильность	Большая чувствительность	Малая инерционность
Недостатки	Большая инерционность	Необходимость источника питания	Потеря работоспособности выше точки Кюри

Термобатареи выполняются на основе термопар, соединенных последовательно (до 20 термопар). Их горячие спаи располагаются на малом участке поверхности, на которой фокусируется излучение. Выходным параметром термобатареи является термоЭДС « $\pm E$ ».

Термосопротивления (полное наименование – «термопреобразователи сопротивления») изготавливаются из металлической фольги (обычно из материала пластины) либо из полупроводниковых материалов (термистов). В иностранной литературе термопреобразователи сопротивления (ТС) обычно назы-



вают *болометрами*. В отечественной технической литературе термин «болометр» иногда используется для обозначения полупроводниковых ТС. Выходным параметром ТС является активное сопротивление  $R$ .

*Пироэлектрические приемники излучения* – это кристаллы, в которых при изменении температуры появляется эффект спонтанной поляризации. Поэтому эти приемники излучения не требуют дополнительных источников питания. Пироэлектрические свойства проявляются в таких материалах, как монокристаллы триглицинсульфата и ниобата бария-стронция, монокристаллы и керамика титаната бария и некоторых других. При температуре выше точки Кюри поляризация исчезает. Для монокристаллов триглицинсульфата точка Кюри соответствует температуре  $+49\text{ }^{\circ}\text{C}$ .

Фотоэлектрические приемники излучения (широко используемые в пирометрии) для пирометров суммарного излучения не применяются, т. к. их спектральная чувствительность неодинакова для различных длин волн и наиболее велика в видимой и ближней инфракрасной области спектра.

Схема радиационного пирометра суммарного излучения приведена на рис. 25.8.

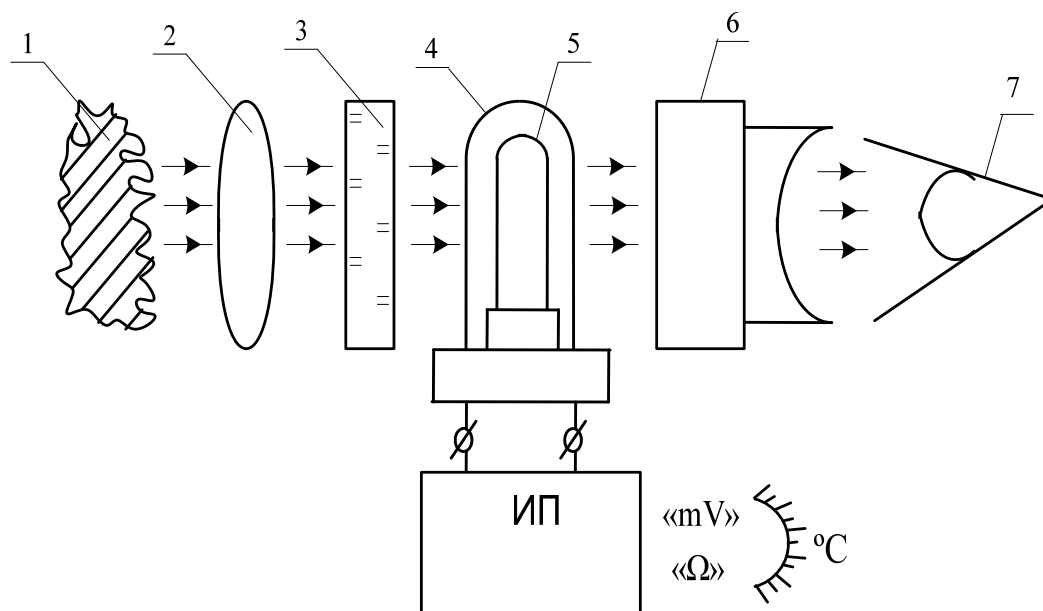


Рис. 25.8. Схема радиационного пирометра суммарного излучения:  
1 – исследуемый объект, температура которого измеряется; 2 – оптическая система;  
3 – светофильтр; 4 – термометрическое устройство; 5 – термочувствительный элемент;  
6 – окуляр; 7 – глаз оператора; ИП – измерительный прибор (милливольтметр «mV»  
или омметр «Ω» в зависимости от типа термочувствительного элемента)

Работа описываемого пирометра протекает в следующей последовательности. Оператор через окуляр 6 направляет прибор на исследуемый объект. При этом суммарное излучение от исследуемого объекта 1 поступает на оптическую систему 2, которая направляет его через светофильтр 3 (вместо светофильтра может использоваться диафрагма) на приемник излучения 5. Приемник излучения может представлять собой, как уже отмечалось, батарею термопар, термосопротивление или пироэлектрический элемент.

Приемник излучения преобразует излучение в электрический сигнал (в термоЭДС, или в пироЭДС, или в электрический параметр (сопротивление)). Полученный электрический сигнал подается на электроизмерительный прибор ИП, проградуированный в единицах температуры (в градусах Цельсия). При использовании параметрических датчиков излучение преобразуется в сопротивление, для измерения которого может быть использован один из методов измерений сопротивления, описанных в главе 24 учебного пособия. Чаще используются мостовые методы измерения (в том числе автоматические мосты), но могут использоваться и обычные омметры, проградуированные в градусах Цельсия. При измерении термоЭДС и пироЭДС используются автоматические потенциометры, но могут быть применены стандартные аналоговые и цифровые милливольтметры, проградуированные в градусах Цельсия.

Конструктивно оптическая система, светофильтр, диафрагма, термочувствительный элемент и окуляр, как правило, составляют самостоятельный блок пирометра, который принято называть «телескоп». Измерительные приборы (ИП) образуют отдельный, самостоятельный блок пирометра.

Принципиально показания радиационного пирометра не должны зависеть от расстояния до исследуемого объекта при условии, что изображение излучающей поверхности полностью перекрывает термочувствительный элемент. Однако при близком расположении телескопа от излучающей поверхности происходит нагрев его корпуса, что вызывает дополнительные температурные погрешности или даже может вывести телескоп из строя. При большом удалении начинает сказываться столб атмосферного воздуха между объектом и теле-

скопом, который поглощает часть излучения. Особенно значительно возрастает поглощение излучения, если в воздухе присутствует пыль, дым, пар, углекислый газ или окись углерода. Наличие стекла между телескопом пирометра и излучателем также увеличивает погрешность измерения.

Нижний предел измеряемых температур для радиационных пирометров суммарного излучения составляет от 20–30 °С до 100–400 °С. Верхний предел измерения может быть от сотен до нескольких тысяч градусов Цельсия.

Для измерения температур в широком диапазоне выпускаются радиационные пирометры нескольких типов. Среди них, например, радиационные пирометры типа РАПИР с телескопом типа Тера-50, позволяющие бесконтактно измерять температуру от +100 до 400 °С с погрешностью от 4 до 8 %.

В прил. 15 приводится описание телескопа пирометра суммарного излучения типа ПИРС-019 с усилителем для бесконтактного измерения радиационной температуры поверхностей нагретых тел в диапазоне от +20–300 °С с погрешностью от  $\pm 2,0$  до  $\pm 4,5$  °С.

Более подробно с методами бесконтактного измерения температуры и с используемыми при этом средствами измерений можно ознакомиться по литературным источникам [1–3; 32–38; 57–59].

## ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Сравнительно ограниченный объем учебного пособия не позволил рассмотреть все вопросы, возникающие при изучении метрологии и технических измерений. Степень важности опущенных или кратко рассмотренных вопросов различна. Одни из них носят чисто познавательный характер (например, история развития метрологии), другие – производственный (например, технология изготовления средств измерений), третьи имеют сугубо теоретический аспект (например, теоретические основы случайных погрешностей). При необходимости углубленные сведения по затронутым вопросам можно найти в литературных источниках, приведенных в обширном библиографическом списке [1–61].

Вопросы истории развития метрологии более подробно, чем в учебном пособии, изложены в литературе [10; 11].

Теоретическая метрология и вопросы обработки результатов измерений рассмотрены сравнительно кратко. При необходимости информацию в данных областях можно найти в [10; 11; 13; 27–30].

Поверка средств измерений, их калибровка, метрологическая аттестация и градуировка изучаются, обычно, в прикладной метрологии, и в настоящем пособии этим вопросам уделено мало внимания. Дополнительные сведения об этом приведены в [22].

Вопросы погрешностей средств измерений и погрешностей результатов измерений рассмотрены в пособии более или менее детально. Углубленные сведения по погрешностям можно почерпнуть в [7–11; 13; 19–21].

В учебном пособии рассмотрены лишь основные типы датчиков, что естественно при современном их многообразии. Дополнительные сведения о датчиках, о принципах их построения, применения и сопряжения с ЭВМ приведены в [3; 8; 32–34; 37; 38; 50].

Мостовые измерительные схемы рассмотрены в данном учебном пособии лишь с одной точки зрения – с точки зрения включения в них параметрических

датчиков. Более общий подход к мостовым измерительным схемам изложен в [35; 60].

Дополнительные сведения по электроизмерительным приборам можно почерпнуть в [6–9; 35; 36; 61].

Метрология и технические измерения относятся к областям, которые стремительно развиваются. Это приводит к тому, что учебники и учебные пособия быстро устаревают. Отсюда большое значение приобретает знакомство студентов с периодической литературой. Для облегчения поиска необходимой информации в библиографическом списке приведены ссылки на журнальные статьи [39; 40; 43].

Точностными характеристиками средств измерений и результатов измерений в настоящее время является погрешности. Существует предложение перейти на новую точностную характеристику – «неопределенность». В учебном пособии показано, что такой переход (от «погрешностей результатов измерений» к «неопределенностям результатов измерений») возможен при рассмотрении результатов измерений. Что же касается средств измерений, то переход от их погрешностей к неопределенностям затруднен (если вообще возможен). Нормативные документы по неопределенности, а также периодические издания по этой теме приведены в библиографическом списке [39–43].

Методы измерения электрических и неэлектрических величин и используемые при этом средства измерений рассмотрены сравнительно кратко. Дополнительные сведения по методам и средствам измерений можно найти в литературе [1–9; 18; 19; 33–37; 57; 58; 61–65].

## БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. **Основы метрологии и электрические измерения:** учебник для вузов / под ред. Е.М. Душина. – Л. : Энергоатомиздат, 1987. – 480 с.
2. **Измерения электрических и неэлектрических величин:** учеб. пособие / под ред. Н.Н. Евтихаева. – М. : Энергоатомиздат, 1990. – 352 с.
3. **Туричин, А.М.** Электрические измерения неэлектрических величин: учеб. пособие для вузов / А.М. Туричин. – М.; Л. : Энергия, 1966. – 690 с.
4. **Методы электрических измерений:** учеб. пособие для вузов / под ред. Э.И. Цветкова. – Л. : Энергоатомиздат, 1990. – 288 с.
5. **Куликовский, К.Л.** Методы и средства измерений: учеб. пособие для вузов / К.Л. Куликовский, В.Я. Купер. – М. : Энергоатомиздат, 1986. – 448 с.
6. **Метрология и радиоизмерения:** учебник для вузов / под ред. В.И. Нефедова. – М. : Высшая школа, 2003. – 526 с.
7. **Раннев, Г.Г.** Методы и средства измерений: учебник для вузов / Г.Г. Раннев, А.П. Тарасенко. – 5-е изд., стер. – М. : Издат. центр «Академия», 2008. – 336 с.
8. **Миронов, Э.Г.** Метрология и технические измерения: учеб. пособие / Э.Г. Миронов, Н.П. Бессонов. – Екатеринбург : УГТУ–УПИ, 2005. – 299 с.
9. **Дворяшин, Б.В.** Метрология и радиоизмерения: учеб. пособие / Б.В. Дворяшин. – М. : Издат. центр «Академия», 2005. – 304 с.
10. **Кузнецов, В.А.** Основы метрологии: учеб. пособие / В.А. Кузнецов, Г.А. Ялунина. – М. : Изд-во стандартов, 1998. – 336 с.
11. **Кузнецов, В.А.** Метрология / В.А. Кузнецов, Л.К. Исаев, И.А. Шайко. – М. : Стандартиформ, 2005. – 300 с.
12. **Шишкин, И.Ф.** Теоретическая метрология: учебник для вузов / И.Ф. Шишкин. – М. : Изд-во стандартов, 1991. – 492 с.
13. **Маликов, М.Ф.** Основы метрологии / М.Ф. Маликов. – М. : Комитет по делам мер и измерительных приборов, 1949. – 290 с.

14. **Марков, Н.С.** Основы теории обработки результатов измерений / Н.С. Марков. – М. : Изд-во стандартов, 1991. – 176 с.
15. **Миронов, Э.Г.** Основы метрологии: учеб. пособие для вузов / Э.Г. Миронов. – Екатеринбург : УГТУ–УПИ, 2000. – 113 с.
16. **Сергеев, А.Г.** Метрология: учеб. пособие для вузов / А.Г. Сергеев, В.В. Крохин. – М. : Логос, 2000. – 408 с.
17. **Лифиц, И.М.** Основы стандартизации, метрологии и сертификации: учебник для вузов / И.М. Лифиц. – М. : Юрайт, 2001. – 286 с.
18. **Тартаковский, Д.Ф.** Метрология, стандартизация и технические средства измерений: учебник для вузов / Д.Ф. Тартаковский, А.С. Ястребов. – М. : Высшая школа, 2001. – 205 с.
19. **Радкевич, Я.М.** Метрология, стандартизация и сертификация: учеб. пособие / Я.М. Радкевич, А.Г. Схиртладзе, Б.И. Лактионов. – М. : Высшая школа, 2004. – 767 с.
20. **Земельман, М.А.** Метрологические основы технических измерений / М.А. Земельман. – М. : Изд-во стандартов, 1991. – 288 с.
21. **Рабинович, С.Г.** Погрешности измерений / С.Г. Рабинович. – Л. : Энергия, 1978. – 262 с.
22. **Метрологическое обеспечение и эксплуатация измерительной техники** / под ред. В.А. Кузнецова. – М. : Радио и связь, 1990. – 240 с.
23. **Багаев, Е.** Всякое дело мера красит / Е. Багаев // Наука и жизнь. 1998. № 2. С. 102–107.
24. **Власов, А.Д.** Единицы физических величин в науке и технике: справочник / А.Д. Власов, Б.П. Мурин. – М. : Энергоатомиздат, 1990. – 176 с.
25. **Деньгуб, В.М.** Единицы величин: словарь-справочник / В.М. Деньгуб, В.Г. Смирнов. – М. : Изд-во стандартов, 1990. – 240 с.
26. **Основные термины в области метрологии:** словарь-справочник / под ред. Ю.В. Тарбеева. – М. : Изд-во стандартов, 1989. – 113 с.

27. **Балакирев, В.С.** Экспериментальное определение динамических характеристик промышленных объектов управления / В.С. Балакирев, Е.Г. Дудников, А.М. Цирлин. – М. : Энергия, 1967. – 206 с.
28. **Вентцель, Е.С.** Теория вероятностей: учебник для вузов / Е.С. Вентцель. – М. : Наука, 1969. – 576 с.
29. **Диткин, В.А.** Справочник по операционному исчислению / В.А. Диткин, А.П. Прудников. – М. : Высшая школа, 1995. – 260 с.
30. **Корн, Г.** Справочник по математике для научных работников и инженеров: пер. с англ. / Г. Корн, Т. Корн. – М. : Наука, 1970. – 720 с.
31. **Бронштейн, И.Н.** Справочник по математике для инженеров и учащихся вузов / И.Н. Бронштейн, К.А. Семендяев. – М. : Наука, 1964. – 608 с.
32. **Левшина, Е.С.** Электрические измерения физических величин. Измерительные преобразователи / Е.С. Левшина, П.В. Новицкий. – Л. : Энергоатомиздат, 1983. – 320 с.
33. **Сопряжение датчиков и устройств ввода данных с компьютерами IBM PC:** пер. с англ. / под ред. У. Топкинса. – М. : Мир, 1992. – 592 с.
34. **Васин, Н.Н.** Устройства связи с объектом автоматизации на базе IBM PC / Н.Н. Васин. – Самара : СГАУ, 1994. – 56 с.
35. **Харт, Х.** Введение в измерительную технику: пер. с нем. / Х. Харт. – М. : Мир, 1999. – 391 с.
36. **Классен, К.Б.** Основы измерений. Электронные методы и приборы в измерительной технике: пер. с англ. / К.Б. Классен. – М. : Постмаркет, 2000. – 352 с.
37. **Агейкин, Д.И.** Датчики контроля и регулирования / Д.И. Агейкин, Е.Н. Костина, Н.Н. Кузнецова. – М. : Машиностроение, 1965. – 928 с.
38. **Васин Н.Н.** Датчики автоматизированных величин: учеб. пособие / Н.Н. Васин. – Самара : РИП «Кредо», 1987. – 34 с.
39. **Миронов, Э.Г.** Погрешности и неопределенности измерений / Э.Г. Миронов, В.А. Фирсанов // Практика приборостроения, 2004. № 2. С. 79–84.



40. **Кузнецов, В.П.** Сопоставительный анализ погрешности и неопределенности измерений / В.П. Кузнецов // Измерительная техника. 2003. № 8. С. 21–27.

41. **Руководство по выражению неопределенности измерения:** пер. с англ / под ред. В.А. Слаева. – СПб. : ВНИИМ, 1999. – 20 с.

42. **РМГ 43–2001. ГСОЕИ.** Применение «Руководства по выражению неопределенности измерений». Рекомендации межгосударственные. Введ. с 01.01.2003 впервые. – М. : Изд-во стандартов, 2003. – 38 с.

43. **Тарбеев, Ю.В.** Проблемы применения в России межгосударственного руководства по выражению неопределенности измерений / Ю.В. Тарбеев, А.В. Слаев, А.Г. Чуновкина // Измерительная техника. – 1997. №2. С. 69–72.

44. **ГОСТ 8.009–84. ГСИ.** Нормирование и использование метрологических характеристик средств измерений. Общие требования. – М. : Изд-во стандартов, 1985. – 34 с.

45. **ГОСТ 8.401–80. ГСИ.** Классы точности средств измерений. Общие требования. – М. : Изд-во стандартов, 1986. – 10 с.

46. **ГОСТ 8.207–76. ГСИ.** Прямые измерения с многократными наблюдениями. Методы обработки результатов. Основные положения. – М. : Изд-во стандартов, 1986. – 9 с.

47. **ГОСТ 8.508–84. ГСИ.** Метрологические характеристики средств измерений и точностные характеристики средств автоматизации ГСП. Общие методы оценки и контроля. – М. : Изд-во стандартов, 1986. – 52 с.

48. **МИ 2083–90. ГСИ.** Измерения косвенные. Определения результатов измерений и оценивание их погрешностей. – М. : Изд-во стандартов, 1991. – 10 с.

49. **ГОСТ 8.417–2002. ГСОЕИ.** Единицы величин. – М. : Изд-во стандартов, 2003. – 28 с.

50. **ГОСТ Р 8.585–2001. ГСОЕИ.** Термопары. Номинальные статические характеристики преобразования. – М. : Изд-во стандартов, 2002. – 36 с.

51. **ГОСТ 6651–84.** Термообразователи сопротивления ГСП. Общие технические условия. – М. : Изд-во стандартов, 1987. – 34 с.
52. **РД 50–453–84.** Характеристики погрешности средств измерений в реальных условиях эксплуатации. Методы расчета: методические указания. – М. : Изд-во стандартов, 1985. – 17 с.
53. **РМГ 29–99 ГСИ.** Метрология. Термины и определения. – М. : Изд-во стандартов, 2003. – 28 с.
54. **Р 50.2.038–2004.** Рекомендации по метрологии. ГСОЕИ. Измерения прямые однократные. Оценивание погрешностей и неопределенности результата измерений. – М. : Стандартинформ, 2005. – 7 с.
55. **Метрология и электроизмерения в телекоммуникационных системах:** учебник для вузов / под ред. В.И. Нефедова. – М. : Высшая школа, 2001. – 383 с.
56. **ГОСТ 1494–77.** Электротехника. Буквенные обозначения основных величин. Введен с 01.07.1978 взамен ГОСТ 1494–61. Переиздан с изменениями в марте 1983 г. – М. : Изд-во стандартов, 1983. – 36 с.
57. **Хоффман, Д.** Техника измерений и обеспечение качества: справочная книга / пер. с нем.; под ред. Л.М. Закса, С.С. Кивилиса. – М. : Энергоатомиздат, 1983. – 472 с.
58. **Мейдза, Ф.** Электронные измерительные приборы и методы измерения: пер. с англ. / Ф. Мейдза. – М. : Мир, 1990. – 535 с.
59. **Чистяков, В.С.** Краткий справочник по теплотехническим измерениям / В.С. Чистяков. – М. : Энергоатомиздат, 1990. – 320 с.
60. **Воробьев, С.А.** Электрические измерения неэлектрических величин. Вып. 2. Основы теории и расчета неуравновешенных мостовых схем с датчиками сопротивления / С.А. Воробьев. – Свердловск : УПИ им. С.М. Кирова, 1975. – 232 с.
61. **Метрология, стандартизация, сертификация и электроизмерительная техника:** учеб. пособие / под ред. К.К. Кима. – СПб. : Питер, 2006. – 386 с.

# ПРИЛОЖЕНИЕ 1

## Статистические таблицы

Таблица П. 1.1

Интеграл вероятности  $\Phi(T) = \frac{2}{\sqrt{2\pi}} \int_0^T e^{-\frac{t^2}{2}} dt$

$T$	$\Phi(T)$	$T$	$\Phi(T)$	$T$	$\Phi(T)$	$T$	$\Phi(T)$
0,00	0,0000	0,75	0,5467	1,50	0,8664	2,25	0,9756
0,05	0,0399	0,80	0,5763	1,55	0,8789	2,30	0,9786
0,10	0,0797	0,85	0,6047	1,60	0,8904	2,35	0,9812
0,15	0,1192	0,90	0,6319	1,65	0,9011	2,40	0,9836
0,20	0,1585	0,95	0,6579	1,70	0,9109	2,45	0,9857
0,25	0,1974	1,00	0,6827	1,75	0,9199	2,50	0,9876
0,30	0,2358	1,05	0,7063	1,80	0,9281	2,60	0,9907
0,35	0,2737	1,10	0,7287	1,85	0,9357	2,70	0,9931
0,40	0,3108	1,15	0,7499	1,90	0,9426	2,80	0,9949
0,45	0,3473	1,20	0,7699	1,95	0,9488	2,90	0,9963
0,50	0,3829	1,25	0,7887	2,00	0,9545	3,00	0,99730
0,55	0,4177	1,30	0,8064	2,05	0,9596	3,81	0,99806
0,60	0,4515	1,35	0,8230	2,10	0,9643	3,20	0,99863
0,65	0,4843	1,40	0,8385	2,15	0,9684	3,50	0,99953
0,70	0,5161	1,45	0,8529	2,20	0,9722	4,00	0,99994

**Значение коэффициентов Стьюдента  $t$  в зависимости  
от доверительной вероятности  $P$  и числа измерений  $n$**

$n$	Доверительная вероятность $P$					
	0,8	0,9	0,95	0,98	0,99	0,999
4	1,64	2,35	3,18	4,54	5,84	12,94
5	1,53	2,13	2,78	3,75	4,60	8,61
6	1,48	2,02	2,57	3,37	4,03	6,86
7	1,44	1,94	2,45	3,14	3,71	5,96
8	1,42	1,90	2,37	3,00	3,50	5,41
9	1,40	1,86	2,31	2,90	3,36	5,04
10	1,38	1,83	2,26	2,82	3,25	4,78
11	1,37	1,81	2,23	2,76	3,17	4,59
12	1,36	1,80	2,20	2,72	3,11	4,44
13	1,36	1,78	2,18	2,68	3,06	4,32
14	1,35	1,77	2,16	2,65	3,01	4,22
15	1,35	1,76	2,15	2,62	2,98	4,14
16	1,34	1,75	2,13	2,60	2,95	4,07
17	1,34	1,75	2,12	2,58	2,92	4,02
18	1,33	1,74	2,11	2,57	2,90	3,97
19	1,33	1,73	2,10	2,55	2,88	3,92
20	1,33	1,73	2,09	2,54	2,86	3,88
21	1,33	1,73	2,09	2,53	2,85	3,85
22	1,32	1,72	2,08	2,52	2,83	3,82
23	1,32	1,72	2,07	2,51	2,82	3,79
24	1,32	1,71	2,07	2,50	2,81	3,77
25	1,32	1,71	2,06	2,49	2,80	3,75
26	1,32	1,71	2,06	2,49	2,79	3,73
27	1,32	1,71	2,06	2,48	2,78	3,71
28	1,31	1,70	2,05	2,47	2,77	3,69
29	1,31	1,70	2,05	2,47	2,76	3,67
30	1,31	1,70	2,05	2,46	2,76	3,66
31	1,31	1,70	2,04	2,46	2,75	3,65
40	1,30	1,68	2,02	2,42	2,70	3,55
60	1,30	1,67	2,00	2,39	2,66	3,46
120	1,29	1,66	1,98	2,36	2,62	3,37
$\infty$	1,28	1,65	1,96	2,33	2,58	3,29

Таблица П. 1.3

**Значение коэффициентов  $\gamma_1$  и  $\gamma_2$  в зависимости  
от доверительной вероятности  $P$  и числа измерений  $n$**

$n$	Доверительная вероятность $P$							
	0,99		0,98		0,95		0,90	
	$\gamma_1$	$\gamma_2$	$\gamma_1$	$\gamma_2$	$\gamma_1$	$\gamma_2$	$\gamma_1$	$\gamma_2$
4	0,48	6,47	0,51	5,11	0,57	3,73	0,62	2,92
5	0,52	4,39	0,55	3,67	0,60	2,87	0,65	2,37
6	0,55	3,48	0,58	3,00	0,62	2,45	0,67	2,09
7	0,57	2,98	0,60	2,62	0,64	2,20	0,69	1,92
8	0,59	2,66	0,62	2,38	0,66	2,04	0,71	1,80
9	0,60	2,44	0,63	2,21	0,68	1,92	0,72	1,71
10	0,62	2,28	0,64	2,08	0,69	1,83	0,73	1,65
11	0,63	2,15	0,66	1,98	0,70	1,76	0,74	1,59
12	0,64	2,06	0,67	1,90	0,71	1,70	0,75	1,55
13	0,65	1,98	0,68	1,83	0,72	1,65	0,76	1,52
14	0,66	1,91	0,69	1,78	0,73	1,61	0,76	1,49
15	0,67	1,85	0,69	1,73	0,73	1,58	0,77	1,46
16	0,68	1,81	0,70	1,69	0,74	1,55	0,78	1,44
17	0,68	1,76	0,71	1,66	0,75	1,52	0,78	1,42
18	0,69	1,73	0,71	1,63	0,75	1,50	0,79	1,40
19	0,70	1,69	0,72	1,60	0,76	1,48	0,79	1,39
20	0,70	1,67	0,72	1,58	0,76	1,46	0,79	1,37
21	0,71	1,64	0,73	1,56	0,77	1,44	0,80	1,36
22	0,71	1,62	0,73	1,54	0,77	1,43	0,80	1,35
23	0,72	1,59	0,74	1,52	0,77	1,42	0,81	1,34
24	0,72	1,58	0,74	1,50	0,78	1,40	0,81	1,33
25	0,73	1,56	0,75	1,49	0,78	1,39	0,81	1,32
26	0,73	1,54	0,75	1,47	0,78	1,38	0,82	1,31
27	0,73	1,53	0,76	1,46	0,79	1,37	0,82	1,30
28	0,74	1,51	0,76	1,45	0,79	1,36	0,82	1,29
29	0,74	1,50	0,76	1,44	0,79	1,35	0,82	1,29
30	0,74	1,49	0,77	1,43	0,80	1,34	0,83	1,28
31	0,75	1,48	0,77	1,42	0,80	1,34	0,83	1,27
40	0,77	1,39	0,79	1,34	0,82	1,28	0,85	1,23
50	0,79	1,34	0,81	1,30	0,84	1,24	0,86	1,19
60	0,81	1,30	0,82	1,27	0,85	1,22	0,87	1,18
70	0,82	1,27	0,84	1,24	0,86	1,20	0,88	1,16
80	0,83	1,25	0,84	1,22	0,87	1,18	0,89	1,15
90	0,84	1,23	0,85	1,21	0,87	1,17	0,89	1,14
100	0,85	1,22	0,86	1,20	0,88	1,16	0,90	1,13
200	0,89	1,15	0,90	1,13	0,91	1,11	0,93	1,09

Таблица П. 1.4

**Значения коэффициентов  $W_T$  в зависимости от числа измерений  $n$  и доверительной вероятности  $P$  (табличный метод выявления промахов)**

$n$	Доверительная вероятность $P$			
	0,90	0,95	0,975	0,99
4	1,65	1,69	1,71	1,72
5	1,79	1,87	1,92	1,96
6	1,89	2,00	2,07	2,13
7	1,97	2,09	2,18	2,27
8	2,04	2,17	2,27	2,37
9	2,10	2,24	2,35	2,46
10	2,15	2,29	2,41	2,54
12	2,23	2,39	2,52	2,66
14	2,30	2,46	2,60	2,76
16	2,35	2,52	2,67	2,84
18	2,40	2,58	2,73	2,90
20	2,45	2,62	2,78	2,96
22	2,49	2,66	2,82	3,01
24	2,52	2,70	2,86	3,05
50	—	—	—	3,35
75	—	—	—	3,52
100	—	—	—	3,60

Таблица П. 1.5

**Значение квантилей нормального распределения  $K$  в зависимости от доверительной вероятности  $P$**

$P$	$K$	$P$	$K$	$P$	$K$	$P$	$K$
0,68	1,00	0,85	1,44	0,91	1,69	0,97	2,16
0,80	1,28	0,86	1,47	0,92	1,75	0,98	2,32
0,81	1,31	0,87	1,51	0,93	1,81	0,99	2,58
0,82	1,34	0,88	1,55	0,94	1,88	0,997	3,00
0,83	1,37	0,891	1,60	0,95	1,96	0,999	3,29
0,84	1,40	0,90	1,64	0,96	2,05	—	—

Таблица П. 1.6

Необходимое число измерений для получения отношения  $\frac{\Delta\bar{x}}{\sigma}$

с доверительной вероятностью  $P$

$\frac{\Delta\bar{x}}{\sigma}$	Доверительная вероятность $P$					
	0,5	0,7	0,9	0,95	0,99	0,999
1,0	2	3	5	7	11	17
0,50	3	6	13	18	31	50
0,40	4	8	19	27	46	74
0,30	6	13	32	46	78	127
0,20	13	29	70	99	171	277
0,10	47	169	273	387	668	1089
0,05	183	431	1084	1540	2659	4338
0,01	4543	10732	27161	38416	66358	108307

## ПРИЛОЖЕНИЕ 2

### Критерий согласия по ГОСТ 8.508 – 84

#### П. 2.1. Общие положения

При обработке результатов измерений существенное значение имеет вопрос о том, подчиняется или нет результат нормальному закону распределения. Эта задача решается с помощью критериев согласия. Известно несколько критериев согласия:  $\chi^2$  (критерий Пирсона) [12; 14; 21], критерий Романовского, критерий А.Н. Колмогорова, составной критерий [21; 46], критерий на основе коэффициентов асимметрии и эксцесса [47] и др.

Критерий Пирсона применяется при большом числе измерений ( $n > 50$ ); при числе измерений от 16 до 50 может быть использован составной критерий, а при числе измерений от 10 до 200 используется критерий на основе коэффициентов асимметрии и эксцесса. Именно последний из указанных критериев, как пригодный при малом числе измерений и практически удобный, описывается в данном параграфе учебного пособия [47].

#### П. 2.2. Проверка нормальности распределения результатов измерений по значению коэффициентов асимметрии и эксцесса

*П. 2.2.1. Коэффициент асимметрии* оценивается по формуле

$$\gamma_1 = \frac{\mu_3}{\sigma^3(x)}, \quad (\text{П.2.1})$$

где

$$\mu_3 = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^3, \quad (\text{П.2.2})$$

$$\sigma^3(x) = \left[ \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2 \right]^{\frac{3}{2}}, \quad (\text{П.2.3})$$

$x_i$  – результат  $i$ -го измерения;

$\bar{x}$  – среднее арифметическое значение результатов измерений;

$n$  – число измерений.



**П.2.2.2. Точность оценки коэффициента асимметрии определяют из выражения**

$$\sigma_{\gamma_1} = \sqrt{\frac{6(n-1)}{(n+1)(n+3)}} \quad (\text{П.2.4})$$

или находят из табл. П.2.1.

Таблица П.2.1

$n$	10	20	30	40	50	60	100	200
$\sigma_{\gamma_1}$	0,62	0,49	0,42	0,37	0,33	0,30	0,24	0,17

**П.2.2.3. Распределение результатов измерений в первом приближении** подчиняется нормальному распределению, если выполняется первое условие:

$$\gamma_1 < 3\sigma_{\gamma_1}. \quad (\text{П.2.5})$$

**П.2.2.4. Распределение результатов измерений не подчиняется нормальному распределению, если условие (П.2.5) не выполняется, т. е.**

$$\gamma_1 \geq 3\sigma_{\gamma_1}. \quad (\text{П.2.6})$$

**П.2.2.5. Коэффициент эксцесса** оценивается по формуле

$$\gamma_2 = \frac{\mu_4}{\sigma^4(x)} - 3, \quad (\text{П.2.7})$$

где  $\mu_4$  – четвертый центральный момент, определяемый по формулам

$$\mu_4 = \frac{n(n^4 - 2n + 3)}{(n-1)(n-2)(n-3)} \cdot m_4 - \frac{3n(2n-3)}{(n-1)(n-2)(n-3)} \cdot m_2^2, \quad (\text{П.2.8})$$

$$m_4 = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^4, \quad (\text{П.2.9})$$

$$m_2 = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2, \quad (\text{П.2.10})$$

$$\sigma^4(x) = \left[ \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2 \right]^2. \quad (\text{П.2.11})$$

**П.2.2.6. Точность оценки коэффициента эксцесса** определяют из выражения

$$\sigma_{\gamma_2} = \sqrt{\frac{24n(n-2)(n-3)}{(n-1)^2 \cdot (n+3)(n+5)}} \quad (\text{П.2.12})$$

или находят из табл. П.2.2.

Таблица П.2.2

<i>n</i>	10	30	60	100	200
$\sigma_{\gamma_2}$	0,92	0,75	0,63	0,48	0,34

**П.2.2.7. Распределение предварительно считается нормальным, если выполняется второе условие:**

$$\gamma_2 < 3\sigma_{\gamma_2} . \quad (\text{П.2.13})$$

**П.2.2.8. Распределение считается отличным от нормального, если условие (П.2.12) не выполняется, т. е.**

$$\gamma_2 \geq 3\sigma_{\gamma_2} . \quad (\text{П.2.14})$$

**П.2.2.9. Распределение считается нормальным, если выполняются одновременно оба условия: ((П.2.5) и (П.2.13)), и распределение считается отличным от нормального, если не выполняется хотя бы одно из условий (или (П.2.5), или (П.2.13)).**

## ПРИЛОЖЕНИЕ 3

### Характеристики датчиков

Таблица П.3.1

#### Реостатные датчики угла поворота [37]

Технические данные	Тип датчика			
	МУ-62	МУ-63	МУ-65	МУ-66
Диапазон изменения рабочего угла поворота, град	$\pm 10; \pm 15$	$\pm 12$	$\pm 12$	$\pm 12$
Полный угол поворота ползунка, град	60	$\pm 35$	$\pm 64$	$\pm 32$
Сопротивление реостата, Ом	250	—	1200	1200
Габаритные размеры, мм	33×77×53	33×77×53	45×35×31	45×35×31
Вес, г	450	450	50	50
Основная погрешность, град	$\pm 0,3; \pm 0,9$	$\pm 0,15$	$\pm 0,7$	$\pm 0,7$
Статическая характеристика преобразования	Линейная	Линейная	Линейная	Линейная

## Датчики контактного сопротивления с угольными дисками [37]

Технические данные	Тип датчика	
	УММ-1	УММ-3
Верхний предел диапазона измерения сил, т	0,2; 0,3; 0,6; 1,0	2; 3; 5; 10; 20; 50
Нижний предел диапазона измерения сил, % от верхнего	15	15
Собственная частота датчика, Гц	10 000	10 000
Рабочий диапазон изменения сопротивления столбика, %	30	30
Величина предварительного сжатия столбика, кГс	15–20	15–20
Число дисков $n$ , диаметр $d$ и толщина $S$ дисков, мм	$n = 7; d = 8; S = 1$	$n = 7; d = 8; S = 1$
Допустимая нагрузка, % от номинальной	200	100
Допустимая температура датчика, °С	+120	+120
Основная погрешность, %	$\pm 7$	$\pm 10$

Тензометрические датчики деформаций [38]

Тип тензоре- зистора	Вид изме- рений	Предел изме- рения де- формации, %	Диапазон рабочих темпера- тур, °С	Коэффици- ент тензо- чувстви- тельности	Срок службы, лет
ЛХ-364		$\pm 0,3$	$-253 \dots +50$	3,9–4,5	12
ЛХ-352	Статоди- нами- ческий	$\pm 1,0$	$-196 \dots +50$	1,8–2,2	8
ВТ-356		$\pm 3,5$	$\pm 50$	1,8–2,2	7
ВТ-358		$\pm 1,0$	$-253 \dots +50$	1,8–2,2	12
ЕТ-286		$\pm 0,3$	$+3 \dots +290$	1,8–2,2	12

**Терморезисторные датчики**  
**(термопреобразователи сопротивления, ТС) [59]**

Тип датчика	Пределы измерения, °С	Номинальная статическая характеристика преобразования	Условное давление среды, МПа	Показатель тепловой инерции, с, не более	Материал защитной арматуры	Примечание
ТСП-0281	–50...+120	50П	0,4	10	Медь М1	Для измерения температуры твердых тел. Герметичный
ТСП-365-01	–2...+32	Индивидуальная	60	0,5	12Х18Н10Т	Для измерения температуры морской воды
ТСП-5081-01	–50...+200	100П	32	9	08Х13	Для измерения температуры агрессивных сред
ТСМ-275-01	–50...+150	100М	6,4	60	08Х13	Для измерения температуры природного газа
ТСМ-0979	–40...+120	50М	–	9	Латунь Л63 или Л96	Для измерения температуры малогабаритных подшипников

Продолжение таблицы П.3.4

ТСМ-0879	+50...+200	50М	—	40	X23Ю5	Для измерения температуры жидких и газообразных сред
ТСМ-8052	+200...+600	100П	0,16	10	08Х18Н10Т	Для измерения температуры в испытательных камерах

Таблица П.3.5

**Индуктивные датчики давления [38]**

Тип датчика	Предел измерения, $10^5$ Па	Допустимое рабочее давление, $10^5$ Па	Основная погрешность, %	Температурный диапазон, $^{\circ}\text{C}$	Выходной сигнал, В
ДРИ-088	1,25 2,5 5,0 10,0	60	0,5 ... 1,0	$\pm 50$	0 ... 6,0
С-041	0,3 0,6 1,25 2,5 5,0	10	0,5 ... 1,5	$\pm 100$	0 ... 6,0
ДРИ-086	1,25	10	2,0	—	0 ... 6,0
С-050	1,25	30	3,0	0 ... +35	0 ... 6,0

**Емкостные датчики индикаторов уровня типа ЭИУ-2 [59]**

Конструкция емкостного датчика	Верхние пределы измерения, м	Покрывтие электродов датчика	Характеристики измеряемой среды			
			Давление, МПа	Температура, °С	Физическое состояние	Электрическая проводимость
Стержневая	1; 1,6; 2; 2,5	Резина	2,5	0 ... +50	Жидкость	Электропроводная
Пластинчатая	1; 1,6; 2,5	Фторопласт	2,5	–40...+200	Жидкость	Электропроводная
Кабельная	3; 4; 6; 10	Полиэтилен	1,0	–40...+80	Жидкость	Электропроводная
Тросовая	4; 6; 10; 16; 20	Без покрытия	2,5	–40...+200	Жидкость или сыпучий материал	Неэлектропроводная ( $\epsilon \leq 5$ )



Термоэлектрические датчики (термопары (ТП)) [59]

Тип термопреобразователя	Номинальная статическая характеристика преобразования	Диапазон измеряемых температур, °C	Показатель тепловой инерции, с	Длина погружаемой части, м	Материал защитной арматуры	Примечание
ТВР-0877	ВР (А) – 1	300–1800	10	от 0,16 до 0,5	Молибден	Для измерения температуры в водородных электропечах
ТПР-0573	ПР (В)	300–1500	60	от 1,25 до 2,5	Карбид кремния	Для измерения температуры горячего дутья доменных печей
ТПП-0679	ПП (S)	0–1300	90	от 0,32 до 2	Корунд или $Al_2O_3$ +1 % $TiO_2$	Для измерения температуры в окислительных и нейтральных средах
ТХК-0279	ХК (L)	–50...+600	180	от 0,16 до 3,15	08X13 12X18H10T	Для измерения температуры газообразных и жидких сред, не разрушающих защитную арматуру

Продолжение таблицы П.3.7

ТХА-410	ХА (К)	0–800	60	от 0,08 до 0,16	10X17H13M	Для измерения температуры выхлопных газов двигателей внутреннего сгорания
ТХКП-18	ХК (L)	0–400	40	2,0	08X13	Для измерения температуры поверхностей твердых тел в промышленных условиях

**Трансформаторные датчики линейных перемещений [38]**

Параметр	Типы датчиков			
	ПДИ-045	ПДИ-052	ПЛИ-057	ПЛИ-079
Диапазон измерений, мм	0,1–2,8	0–2,8 0–4,0	0–60 0–90 0–300	0–1,4 0–2,8 0–5,6 0–8,0
Частотный диапазон измерений, Гц	0–500	0–750	0–20	0–30
Основная погрешность, %	2,0	1,5	2,0	1,0
Габаритные размеры, мм	Ø 20×20	Ø 12×77 Ø 20×80	Ø 25×170 Ø 25×200 Ø 25×465	Ø 10×38 Ø 10×55
Диапазон рабочих температур, °С	от –100 до +50	от –196 до +50	от –60 до +345	от –50 до +50
Срок службы, лет	12	12	12	11

**Индукционные датчики частоты вращения [38]**

<b>Параметр</b>	<b>Типы датчиков</b>			
	<b>ВТ-1850</b>	<b>ВТ-1855</b>	<b>ОГ-018</b>	<b>ОЭ-019</b>
Диапазон измерения, об./мин	3000–65000	60–40000	860–49000	60–120000
Частотный диапазон измерений, Гц	100–13000	8–8000	113–6530	1–2000
Минимальный выходной сигнал, мВ	100	100	150	1000
Рабочий зазор, мм	3	3	1,5	1–15
Напряжение питания, В	–	27	–	27
Ток потребления, мА	–	3	–	50
Диапазон рабочих температур, °С	–60...+100	–212...+50	–253...+100	–5...+35

### **Фотоэлектрический датчик частоты вращения [37]**

Действие датчика основано на преобразовании момента вращения в изменение освещенности фотоэлементов. Момент вращения воспринимается упругим валом, по концам которого расположены растровые диски с радиальными прорезями. При закручивании вала изменяется площадь взаимного перекрытия прорезей дисков и освещенность фотоэлементов.

Таблица П.3.10

#### **Технические данные**

Диапазон изменения момента вращения, кГс.м	6–280
Диапазон изменения фототока, мА	0–2,0
Максимальный угол закручивания измерительного вала, мин	45
База измерения, мм	180–400
Допустимая частота, Гц	
для селеновых фотоэлементов	5
для сернистосвинцовых фотоэлементов	250
Количество фотоэлементов, шт.	8
Основная погрешность, %	3–4

### **Магнитоупругий датчик момента вращения [37]**

Действие датчика основано на изменении магнитных свойств материала вала в зависимости от приложенного вращающего момента. Изменения магнитных свойств закрученного вала приводят к нарушению симметрии распределения магнитного поля, что наводит в измерительной обмотке напряжение, пропорциональное измеряемому моменту.

Таблица П.3.11

#### **Технические данные**




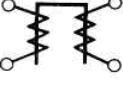







Диапазон изменения момента вращения, $\text{кГс} \cdot \text{м}$	0–30
Намагничивающий 1 ток, мА	750
Скорость вращения вала, об./мин	300
Воздушный зазор между измерительным сердечником и валом, мм	2,5
Число витков обмотки возбуждения	2×110
Число витков измерительной обмотки	2×5100

Датчик работает в комплекте с измерительной схемой и предназначен для измерения вращающего момента электродвигателей.





## ПРИЛОЖЕНИЕ 4

### Условные обозначения на шкалах и корпусах приборов

#### Условные обозначения на шкалах приборов




Тип системы	Условные обозначения
Прибор магнитоэлектрический с подвижной рамкой	
Логометр магнитоэлектрический	
Прибор электромагнитный	
Логометр электромагнитный	
Прибор электродинамический	
Прибор ферродинамический	
Логометр ферродинамический	
Прибор индукционный	
Прибор электростатический	
Прибор магнитоэлектрический с выпрямителем (выпрямительный прибор)	
Прибор магнитоэлектрический с электронным преобразователем в измерительной цепи (электронный прибор)	

Продолжение таблицы

Прибор магнитоэлектрический с неизолированным термо-преобразователем (термоэлектрический прибор)		
Ток постоянный		
Ток переменный (однофазный)		
Ток постоянный и переменный		
Ток трехфазный переменный (общее обозначение)		
Прибор применять при вертикальном положении шкалы		
Прибор применять при горизонтальном положении шкалы		
Класс точности прибора		
Напряжение испытательное, например 2 кВ		
Условия эксплуатации	Лабораторные условия (от +10 до +35 °С)	<b>A</b>
	Неотапливаемое помещение (от –30 до +50 °С)	<b>B</b>
	Полевые и морские условия (от –40 до +50 °С)	<b>B<sub>1</sub></b>
	Полевые и морские условия (от –50 до +60 °С)	<b>B<sub>2</sub></b>
Внимание! Смотри дополнительные указания в паспорте и инструкции по эксплуатации		



### Обозначения на корпусах электроизмерительных приборов

Наименование	Условное обозначение
Отрицательный зажим	—
Положительный зажим	+
Общий зажим (для многопредельных приборов переменного тока и комбинированных приборов)	✱
Зажим переменного тока (в комбинированных приборах)	~
Зажим, соединенный с корпусом	
Зажим (винт, шпилька) для заземления	
Корректор	

## ПРИЛОЖЕНИЕ 5

### Характеристики электроизмерительных приборов

Таблица П.5.1

#### Основные технические характеристики универсальных вольтметров

№ п/п	Тип, на- имено-	Измеряемая величина	Диапазон измерений	Основная погрешность	Автоматизация
1	2	3	4	5	6
1	В7-34, В7-34/1, В7-34/А Вольт- метр универ- сальный цифровой систем- ный	$U_{=}$ $U_{\sim}$ $R_{=}$ Отношение $U_1/U_2$ Отношение $U_{\sim}/U_{=}$ Измерение в режиме вы- борка / за- поминание	$(10^{-6}-1000)$ В $(10^{-5}-500)$ В $(20 \text{ Гц}-500 \text{ кГц})$ $(10^{-3}-10^7)$ Ом $(10^{-6}-10)$ В $(10^{-6}-10)$ В $(10^{-6}-500)$ В $(10^{-6}-10)$ В $(10^{-4}-1000)$ В	$\pm \left[ 0,015 + 0,002 \left( \frac{U_K}{U} - 1 \right) \right] \%$ $\pm \left[ 0,15 + 0,05 \left( \frac{U_K}{U} - 1 \right) \right] \%$ $\pm \left[ 0,02 + 0,002 \left( \frac{U_K}{U} - 1 \right) \right] \%$ $\pm \left( A + B \frac{U_{K1}}{U_1} + C \frac{S_x U_{K2}}{U_2} \right) \%$ $\pm \text{д}\sim$ $\pm \left[ 0,04 \pm 0,02 \left( \frac{U_K}{U} - 1 \right) \right] \%$	В7-34 и В7-34/1 имеют выход на КОП. Самопровер- ка работы основ- ных узлов (семь тестов с индика- цией результатов). Автоматическая установка нуля. АВП измерения $U_{=}$ , $U_{\sim}$ , $R_{=}$ ; автома- тически определя- ется индикация полярности
2	В7-40, В7-40/1 Вольт- метр универ- сальный цифровой	$U_{=}$ $I_{=}$ $U$ $L$	$(10^{-5}-1000)$ В; 30 кВ с дели- телем $(10^{-8}-2)$ А; 10 А с шунтом $(2 \times 10^{-3}-1000)$ В 20 Гц–100 кГц $(2 \times 10^6-2 \times 10^1)$ А с шунтом до 2 А	$\pm \left[ 0,05 + 0,02 \left( \frac{U_K}{U} - 1 \right) \right] \%$ $\pm \left[ 0,02 + 0,2 \left( \frac{I_K}{I} - 1 \right) \right] \%$ $\pm \left[ 0,6 + 0,1 \left( \frac{U_K}{U} - 1 \right) \right] \%$ $\pm \left[ 1,0 + 0,1 \left( \frac{I_K}{I} - 1 \right) \right] \%$ $\pm \left[ 0,15 + 0,05 \left( \frac{R_K}{R} - 1 \right) \right] \%$ $\pm \left[ 0,5 + 0,1 \left( \frac{R_K}{R} - 1 \right) \right] \%$	Выход на КОП. Ручной и автома- тический выбор пределов измере- ний. Автоматиче- ская установка нуля. Автоматиче- ское определение и индексация по- лярности

Продолжение таблицы П.5.1

	В7-41 Вольтметр универ- сальный цифровой малогаба- ритный	$U_=\$	$(10^{-4}-1000)$ В	$\pm \left[ 0,2 + 0,1 \left( \frac{U_K}{U} - 1 \right) \right] \%$	
		$I_=\$	$(10^{-7}-10)$ А	$\pm \left[ 0,4 + 0,1 \left( \frac{I_K}{I} - 1 \right) \right] \%$	
		$U_{\sim}$	$(10^{-4}-750)$ В	$\pm \left[ 0,8 + 0,2 \left( \frac{U_K}{U} - 1 \right) \right] \%$	
			20 Гц–100 кГц	40 Гц–5 кГц	
		$I_{\sim}$	$(10^{-7}-10)$ А	$\pm \left[ 1,2 + 0,2 \left( \frac{I_K}{I} - 1 \right) \right] \%$	
			20 Гц–10 кГц	в диапазоне частот 40 Гц–5 кГц	
		$R_=\$	$(0,1-2 \times 10^7)$ Ом	$\pm \left[ 0,2 + 0,1 \left( \frac{R_K}{R} - 1 \right) \right] \%$	

*Примечание.* В таблице приведен наилучший для данного типа прибора предел основной погрешности измерений.

$U_K, I_K, R_K$  – наибольшее значение поддиапазона измерения;

$U, I, R$  – показания прибора;

$U_1$  – напряжение на входе прибора 1;

$U_{K1}, U_{K2}$  – значение поддиапазонов измерений по входам 1 и 2;

$A, B, C$  – постоянные коэффициенты (для В7-34  $A = 0,01$ ;  $B = 0,005$  или  $0,002$ ;  $C = 0,002$ );

$d$  – предел допускаемой основной погрешности при измерении переменного напряжения.

Для прибора В7-41 предусмотрено питание от батареи типа «Крона ВЦ» или «Корунд» либо от сети 220 В, 50 Гц; масса прибора В7-41 составляет 0,5 кг.

**Основные технические характеристики вольтметров  
переменного напряжения**

№ п/п	Тип прибора, наименование	Диапазон из- мерений	Основная погрешность	Диапа- зон час- тот	Примечание
1	ВЗ-59 Милли- вольт-метр цифровой ши- рокополос-ный	$(265 \times 10^{-4} - 300)$ В Поддиапазоны: 1, 3, 10, 30, 100, 300 мВ; 1, 3, 10, 30, 100, 300 В; с делите- лем до 1 кВ	$\pm(0,4-10)\%U_K$	10 Гц – 100 МГц	Измеряет среднеквад- ратическое значение напряжения произ- вольной формы
2	ВКЗ-61 Вольт- метр цифровой широкополос- ный	$U_=(10^{-2}-1000)$ В Поддиапазоны: 100 мВ, 1, 10, 100, 1000 В  $U_{\sim}$ $(1,7 \times 10^{-3}-$ 1000) В Поддиапазоны: 100 мВ, 1, 10, 100, 1000 В  Суммы $U_+=U_{\sim}$ $(17 \times 10^{-3}-$ 1000) В Поддиапазоны 10 мВ, 1, 10, 100, 1000 В	$+ [0,4+0,2(U_K/U-1)]\%$  $\pm [0,6+0,4(U_K/U-1)]\%$ на поддиапа- зоне 100 мВ при $f=60$ Гц– 100 кГц  –	–  10 Гц – 100 МГц  2 Гц – 100 МГц	Выход на КОП. Ручной и автоматиче- ский выбор пределов измерения  Измеряет напряжение произвольной формы с $K_A \leq 7U_K/U$ . Индикация результа- тов измерения на цифровом табло 3; 3,5; 4 или 4,5

**Основные технические характеристики приборов  
для измерения параметров электрических цепей**

№ п/п	Тип прибора	Рабочая частота, Гц	Измеряемая величина	Диапазон измерений	Погрешность измерений	Габариты, мм Масса, кг
1	Е6-18	78	$R$	$(10^{-4}-10^2)$ Ом	$\pm 1,5\%$ от $R_k$	243×206×208; 5
2	Е6-16	Постоянный ток	$R$	$(2-2 \times 10^8)$ Ом	$\pm 1,5\%$ длины рабочей части шкалы	120×205×90; 1,9
3	Е7-9	$7 \times 10^5 - 3 \times 10^5$  $11 \times 10^3 - 1,55 \times 10^6$	$C$  $H$	$(1-5 \times 10^3)$ пФ  $(10^{-7}-10^1)$ Гн	$\pm (0,05 \times C + 0,1)$ пФ от 1 до 2,5 пФ;  $\pm (0,05 \times C + 0,05)$ пФ от 2,5 до 10 пФ  $\pm (0,015 h + 2 \kappa)$ мкГн от 1 до 10 мкГн; $\pm (0,012 h + 1,2 \kappa)$ мкГн от 10 мкГн и более, где $K = 0,01; 0,1; 1; 10; 100$ для соответствующего диапазона	385×185×335; 9
4	Е8-4	$10^3$	$C$  $\operatorname{tg} \delta$	$(3 \times 10^{-2} - 15,99 \times 10^6)$ пФ  $5 \times 10^{-4} - 999 \times 10^{-4}$	$\pm (0,001 C + 0,02)$ пФ  $\pm (0,02 \operatorname{tg} \delta + 5 \times 10^{-4})$	490×210×475; 26

Продолжение таблицы П.5.3.

5	Е7-11	Постоянный ток $10^2; 10^3$	$R$	$(10^1-10)$ Ом	$\pm(0,02R+0,05)$ Ом	342×173×332; 9
			$R$	$(10-10^6)$ Ом $(10^6-10^7)$ Ом	$\pm(0,01R+0,05)$ Ом $\pm(0,02R)$ Ом	
			$C$ при $\operatorname{tg} \delta \leq 1$	$(0,5-10^7)$ пФ $(10^7-10^{10})$ пФ	$\pm(0,01C+0,2)$ пФ $\pm 0,02C$ пФ	
				при $\operatorname{tg} \delta > 1$ $(0,5-10^7)$ пФ $(10^7-10^{10})$ пФ	$\pm[0,01C(1+\operatorname{tg} \delta)+0,2]$ пФ $\pm 0,01C(2+\operatorname{tg} \delta)$ пФ	
			$L$ при $Q \geq 1$	$(3 \times 10^{-7}-10^{-4})$ Гн $(10^{-4}-10)$ Гн $(10-10^3)$ Гн	$\pm(0,02L+0,1)$ мкГн $\pm 0,01L$ $\pm 0,02L$	
				$L$ при $Q < 1$ $(3 \times 10^{-7}-10^{-4})$ Гн	$\pm[0,01(2+1/Q)L+0,1]$ мкГн	
			$10^2; 10^3$	$(10^{-4}-10)$ Гн $(10-10^3)$ Гн	$\pm 0,01(1+1/Q)L$ мкГн $\pm 0,01(2+1/Q)L$ мкГн	
				$10^{-1}-30$ $5 \times 10^{-3}-10^{-1}$	$\pm(10+0,5Q)\%$ $\pm(0,1 \times 1/Q+5 \times 10^{-3})\%$	

**Основные технические характеристики измерителей разности фаз**

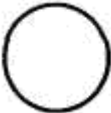
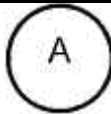








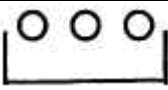
Параметр	Значение параметра приборов		
	<b>Ф2-16</b>	<b>ФК2-12</b>	<b>ФК2-29</b>
Диапазон частот	20 Гц – 20 МГц	(1–1000) МГц	(1–1000) МГц
Предел измерения, град	0–360	0±180	0±180
Погрешность измерения, град	±(0,2–0,004)	±2,5	±0,5
Входное напряжение	(0,001–100) В	15 мВ – 1 В	(3×10 <sup>-5</sup> –1) В
Входное сопротивление	1 МОм	80 кОм	–
Входная емкость	30 пФ	3,5 пФ	–
Габаритные размеры, мм	490×175×475	490×175×475	488×475×173
Масса, кг	15	17,5	20

Прибор типа Ф2-16 предназначен для измерения разности фаз между двумя непрерывными синусоидальными сигналами одной частоты.



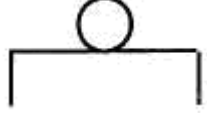


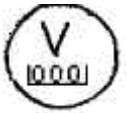
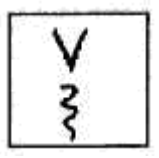





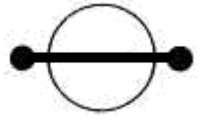
Приборы типа ФК-12 и ФК2-29 являются комбинированными приборами и предназначены для измерения не только разности фаз, но и отношения уровней входных синусоидальных сигналов, а также комплексных коэффициентов передачи четырехполосников, параметров транзисторов и кварцевых фильтров.

## ПРИЛОЖЕНИЕ 6

### Условные графические обозначения в схемах

Наименование	Обозначение
1. Прибор показывающий	
Например:	
а) амперметр показывающий	
б) вольтметр показывающий	
2. Прибор регистрирующий	
Например:	
а) амперметр регистрирующий	
б) вольтметр регистрирующий	
3. Если необходимо указать характеристику отсчетного устройства прибора, то в его обозначения вписывают следующие квалификационные символы:	
3.1. Прибор, подвижная часть которого может отклоняться в одну сторону от нулевой отметки:	
•вправо	
•влево	
3.2. Прибор, подвижная часть которого может отклоняться в обе стороны от нулевой отметки	
3.3. Допускается применять обозначение	
3.4. Прибор с цифровым отсчетом	



3.5. Прибор с непрерывной регистрацией (записывающий)	
3.6. Прибор с точечной регистрацией (записывающий)	
3.7. Прибор печатающий с цифровой регистрацией	
3.8. Амперметр, подвижная часть которого отклоняется в обе стороны от нулевой отметки	
3.9. Гальванометр	
3.10. Вольтметр с цифровым отсчетом	
3.11. Вольтметр с непрерывной регистрацией	
3.12. Вольтметр с цифровой регистрацией	
4. Обмотки в схемах измерительных приборов, отражающих их взаимное расположение в измерительном механизме, изображают следующим образом:	
4.1. Обмотка токовая	
4.2. Обмотка напряжения	
4.3. Обмотки токовые для сложения или вычитания	
4.4. Обмотки напряжения для сложения или вычитания	
Например, механизм измерительный:	
а) амперметра однообмоточного	

## Продолжение Приложения 6

б) вольтметра однообмоточного

в) ваттметра однофазного

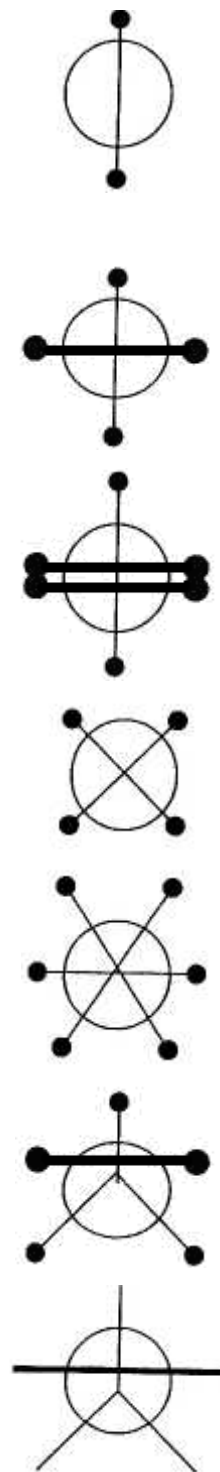
г) ваттметра трехфазного одноэлементного с двумя токовыми обмотками

д) логометра магнитоэлектрического (например, омметра-логометра)

е) логометра электродинамического (например, фазометра однофазного)

ж) логометра четырехобмоточного (например, фазометра трехфазного с одной токовой обмоткой)

5. Выводные контакты обмоток допускается не изображать, если это не приведет к недоразумению и не затруднит чтение схемы (например, допускается обозначение фазометра трехфазного с одной токовой обмоткой)



## ПРИЛОЖЕНИЕ 7

### Обозначение единиц измерения, их кратных и дольных значений

Наименование	Обозначение	Наименование	Обозначение
Килоампер	kA	Киловольт	kV
Ампер	A	Вольт	V
Миллиампер	mA	Милливольт	mV
Микроампер	$\mu$ A	Микровольт	$\mu$ V
Наноампер	nA	Нановольт	nV
Мегаватт	MW	Мегаом	M $\Omega$
Киловатт	kW	Килоом	k $\Omega$
Ватт	W	Ом	$\Omega$
Мегавар	Mvar	Миллиом	m $\Omega$
Киловар	kvar	Микроом	$\mu\Omega$
Мегагерц	MHz	Милливебер	mWb
Килогерц	kHz	Микрофарада	$\mu$ F
Герц	Hz	Пикофарада	pF
Градусы угла сдвига фаз	$\varphi$	Генри	H
Коэффициент мощности	cos $\varphi$	Миллигенри	mH
Коэффициент реактивной мощности	sin $\varphi$	Микрогенри	$\mu$ H
Тераом	T $\Omega$	Наногенри	nH
Гигаом	G $\Omega$	Градус стоградусной температурной шкалы	$^{\circ}$ C

## **ПРИЛОЖЕНИЕ 8**

### **Классификация электронных электроизмерительных приборов и система их обозначения**

Электронные средства измерений подразделяют по характеру измерений и виду измеряемых величин на подгруппы, обозначаемые прописными буквами русского алфавита. Например, «В» – приборы для измерения напряжения.

Приборы, входящие в подгруппу, делятся на виды соответственно основной выполняемой функции. Видам присваивается буквенно-цифровое обозначение, состоящее из буквы подгруппы и номера вида. Например, «В2» – приборы для измерения постоянного напряжения.

По совокупности технических характеристик и очередности разработок приборы каждого вида разделяют на типы, которым соответствует порядковый номер модели (например, «В2-38»).

Наименование прибора определяется видом, к которому он относится.

Прописная буква русского алфавита, стоящая после модели, указывает на то, что прибор модернизирован (например, «В2-38А»). При этом буква «А» означает первую модернизацию, буква «Б» – вторую и т. д.

При конструктивной модификации приборов этот факт отмечается цифрой, которая ставится через дробь после номера модели. При этом цифра «1» означает первую конструктивную модификацию, цифра «2» – вторую, цифра «3» – третью и т. д. Например, «В2-38А/1».

Добавление к буквенному обозначению вида буквы «К» обозначает, что данный прибор multifunctional (комбинированный). Например, «ВК 3-61Б/1» – вольтметр («В») комбинированный («К») для измерения переменного напряжения («3»), модель «61», вторая модернизация («Б»), первая конструктивная модификация («1»).

Следует отметить, что некоторые приборостроительные заводы используют другую (ведомственную) систему обозначений. Для электронных приборов используются буквы «Щ», «Ф», «Р», которые не связаны с видом измеряе-

мых величин. Например, Щ68003; Ф-3О и Р386 – универсальные вольтметры; Ф5126 – цифровой фазометр; Щ400 – омметр; Р-33 – магазин сопротивлений.

Ниже приведены наиболее распространенные подгруппы и виды приборов.

Подгруппа	Вид	Наименование	Пример обозначения
В – приборы для измерения напряжения	В1	Поверочные приборы или установки	В1-18
	В2	Вольтметры постоянного напряжения	В2-32А/3
	В3	Вольтметры переменного напряжения	В3-55Б
	В4	Импульсные вольтметры	В4-8А/1
	В6	Селективные вольтметры	В6-9
	В7	Универсальные вольтметры	В7-34/1
	В8	Измерители отношений	В8-6
	В9	Преобразователи напряжений	В9-13/2
Ч – приборы для измерения частоты и времени	Ч1	Стандарты частоты и времени	Ч1-1
	Ч3	Частотомеры электронно-счетные	Ч3-32А
	Ч4	Частотомеры гетеродинные, емкостные, мостовые	Ч4-12Б
	Ч9	Преобразователи частоты	Ч9-5/1
Ф – приборы для измерения разности фаз и группового времени запаздывания	Ф1	Установка для поверки измерителей разности фаз и группового времени запаздывания	Ф1-4
	Ф2	Измерители разности фаз (фазометры)	Ф2-13
	Ф3	Фазовращатели измерительные	Ф3-6А
	Ф4	Измерители группового времени запаздывания	Ф4-18
С – приборы для наблюдения, измерения и исследования формы сигнала и спектра	С1	Осциллографы универсальные	С1-144/1
	С2	Измерители коэффициента амплитудной модуляции	С2-15
	С3	Измерители девиации частоты	С3-12
	С4	Анализаторы спектра	С4-77
	С6	Измерители нелинейных искажений	С6-11
	С7	Осциллографы скоростные, стробоскопические	С7-19
	С8	Осциллографы запоминающие	С8-20
	С9	Осциллографы специальные	С9-23

Продолжение таблицы

Г – генераторы измерительные	Г2	Генераторы шумовые	Г2-59
	Г3	Генераторы низкочастотные	Г3-33
	Г4	Генераторы высокочастотные	Г4-158
	Г6	Генераторы универсальные	Г6-36
Е – измерители компонентов цепей	Е3	Измерители индуктивностей	Е3-7
	Е6	Измерители сопротивлений	Е6-18
	Е7	Измерители универсальные	Е7-11
	Е8	Измерители емкости	Е8-4
У – усилители измерительные	У2	Усилители селективные	У2-8
	У3	Усилители высокочастотные	У3-28
	У4	Усилители низкочастотные	У4-6
	У5	Усилители постоянного тока	У5-9
	У7	Усилители универсальные	У7-2
Б – источники питания	Б2	Источники переменного тока	Б2-3
	Б4	Источники калиброванные	Б4-16
	Б5	Источники постоянного тока	Б5-71/4
	Б6	Источники регулируемые	Б6-24
	Б7	Источники универсальные	Б7-12

## ПРИЛОЖЕНИЕ 9

### Технические характеристики стандартных измерительных шунтов

Тип	$I_{\text{ном}}, \text{А}$	$U_{\text{ном}}, \text{мВ}$	$R_{\text{ш}}, \text{мкОм}$	Размеры, см	Масса, кг	Класс точности
75 Ш	75	75	1000	12×6×6	0,240	0,2
	150	75	500	12×6×6	0,265	0,2
100 ШС	2000	100	50,00	30×10×10	8,0	0,5
	4000	100	25,00	30×21×10	18,0	0,5
	6000	100	16,67	30×30×10	24,3	0,5
75 ШСМ	7500	75	10,0	25×22×7	14,0	0,5

*Примечания:*

75 ШП – взаимозаменяемый переносный измерительный шунт с номинальным напряжением 75 мВ;

100 ШС – взаимозаменяемый стационарный измерительный шунт с номинальным напряжением 100 мВ;

75 ШСМ – взаимозаменяемый стационарный модернизированный измерительный шунт с номинальным напряжением 75 мВ;

$I_{\text{ном}}$  – номинальный (измеряемый) ток;

$U_{\text{ном}}$  – номинальное напряжение на шунте при протекании по нему номинального тока;

$R_{\text{ш}}$  – номинальное сопротивление шунта.

## ПРИЛОЖЕНИЕ 10

### Технические характеристики устройства типа И58М

Устройство предназначено для измерений постоянного тока в диапазоне от 4 до 70 кА в цепях с номинальным напряжением до 1 кВ и частоте вспомогательного напряжения  $(50 \pm 0,5)$  Гц.

Устройство состоит из трансформатора постоянного тока (ТПТ) и вспомогательного устройства (ВУИ).

Устройство изготавливается в восьми модификациях. В качестве примера ниже (в таблице) приведены основные технические характеристики пяти модификаций устройства.

Модификация устройства	Номинальный первичный измеряемый ток, кА	Пределы измерения, кА	Обозначение ТПТ, входящего в комплект	Размеры окна ТПТ, мм
И-58М-1	15	от 7,5 до 15	И-58М/1	152×152
И-58М-2	25	от 12,5 до 25	И-58М/2	252×236
И-58М-3	35	от 24,5 до 35	И-58М/3	252×300
И-58М-4	50	от 25 до 50	И-58М/2×2	252×263
И-58М-5	70	от 49 до 70	И-58М/3×2	252×300

Во всех модификациях устройства в комплект входит один ТПТ, кроме модификаций 4 и 5, имеющих по два трансформатора типа И58М/2 и И58М/3 соответственно.

Номинальная нагрузка для модификаций 1–5 составляет 1,2 Ом.

Погрешность коэффициента трансформации в пределах измерений, указанных в приведенной таблице, не превышает  $\pm 0,5$  %.

Питание осуществляется от сети переменного тока напряжением 22 В и частотой 50 Гц. Потребляемая мощность не превышает 45 кг для модификации 1 и 200 кг для модификаций 2 и 3.



Масса вспомогательного измерительного устройства (ВУИ) не превышает 25 кг.

С устройствами типа И58М/2 – И 58М/5 поставляются токовое и промежуточное реле для защиты устройств при внезапном отключении измеряемого тока.

Наработка на отказ не менее 2500 ч. Срок службы не менее 6 лет.

## ПРИЛОЖЕНИЕ 11

### Технические характеристики добавочного сопротивления типа Р-109

Номинальное значение сопротивления, кОм	Номинальный электрический ток, мА	Номинальное электрическое напряжение, В	Примечание
300	5,0	1,5	Предназначено для расширения пределов измерения вольтметров М-151 и М1501 Класс точности 0,5 Норм. усл. эксп. (20 ± 10) °С Масса 1,5 кг
400	5,0	2,0	
600	5,0	3,0	
1333	3,0	4,0	

## ПРИЛОЖЕНИЕ 12

### Технические характеристики жидкостных термометров

Термометр	Тип	Предел измерения, °С	Цена деления, °С	Предел допускаемой основной погрешности, °С	Размеры термометра, мм			Примечание
					Общая длина	Погружаемая длина	Диаметр	
Промышленный для судовых двигателей	ТП 14-1	0-150	2	± 2 (0-100)	235	115	7±1	Палочный (тип А)
	ТП 14-2			± 4 (101-150)	270	150		
	ТП 17-1	100-650	5	±5 (100-300)	410	200	6±1	Палочный, ртутный (тип А)
	ТП 17-2			±7 (301-500) ±10 (501-650)	485	275		
Промышленный виброустойчивый	ТП 21-1	0-100	1	±1	275; 295;	60; 80;	—	Ртутный, с вложенной шкалой (тип Б)
	ТП 21-2	0-150	2	±2	315; 335;	120; 160;		
	ТП 21-3	0-200			465; 614	400		
Лабораторный химический	ТЛ 4-1	от -3 до +20	0,1	± 0,3	530 <sub>-30</sub>	—	11±1	Тип Б Для измерения температуры в лабораторных условиях (тип Б)
	ТЛ 4-2	0-55		± 0,2				
	ТЛ 4-8	190-260	0,2	±0,4(101-200)				
	ТЛ 4-9	240-310		±0,8(201-300) ±1 (301-360)				

Продолжение таблицы

Лабораторный химический	ТЛ 2-1	от -30 до +70	1	± 1 (-30...+100) ± 2 (101-200)	250 <sub>-20</sub>	—	8±1	Для лаборатор- ных измерений (тип Б)
	ТЛ 2-2	0-100						
	ТЛ 2-3	0-150			280 <sub>-20</sub>	—		
Образцовый	ТО-1	Основная шкала 0-5	0,01	± 0,015	560±10	—	16-1	Высокоточные измерения (не более 5 °С)
		Вспомога- тельная шка- ла от -20 до +150	5	—	—	—	—	

## ПРИЛОЖЕНИЕ 13

### Технические характеристики манометрических термометров

Тип	Характеристика	Диапазон измерений, °С		Класс точности	Термобаллон		Длина капилляра, м
		Нижний	Верхний		Диаметр, мм	Длина, мм	
ТПГ – 4	Термометр показывающий газовый	+50	600	1,0	20	до 630	до 2,5
ТПЖ – 4	Термометр показывающий жидкостный	+50	300	1,5	12	до 400	до 10
ТЖС – 711	Термометр показывающий самопишущий	+50	300	2,5	12	до 400	до 10
ТПП – 4Ш	Термометр показывающий конденсационный	0	300	1,5	16	до 250	до 16
ТПП-СК	Термометр показывающий конденсационный с электроконтактным устройством	0	300	2,5	16	до 250	до 16

## ПРИЛОЖЕНИЕ 14

### Визуальный оптический пирометр «Проминь»

Визуальный оптический пирометр «Проминь» предназначен для измерения яркостной температуры раскаленных твердых или жидких тел в металлической, машиностроительной, химической и других отраслях промышленности.

Пирометр выполнен в виде малогабаритного переносного прибора. Корпус состоит из камеры и рукоятки. В верхней части корпуса помещены объективная труба с однолинзовым объективом, перемещающимся при наводке вдоль оптической оси, и окулярная труба. В рукоятке находится блок питания пирометра.

Принцип действия пирометра основан на уравнивании яркости изображения объекта с яркостью эталонного источника – специальной пирометрической лампы.

#### Основные данные

Диапазон измеряемых температур, °C	800–4000
Поддиапазоны, °C	800–1400
	1200–2000
	1800–4000
Эффективная длина волны пирометра во всем диапазоне измеряемых температур, мкм	0,656±0,005
Основная допустимая погрешность, °C:	
– в пределах измерения температур 800–1400 °C	±12
– в пределах измерения температур 1800–3200 °C	±50
– в пределах измерения температур 3200–4000 °C	±90
Масса, кг	1,6
Вероятность безотказной работы пирометра за 500 часов	0,85
Срок службы пирометра, лет	≥ 6

## ПРИЛОЖЕНИЕ 15

### Телескоп пирометра суммарного излучения типа ПИРС-019 с усилителем

Телескоп пирометра типа ПИРС-019 предназначен для бесконтактного измерения радиационной температуры поверхностей нагретых тел. Рассчитан на эксплуатацию при температуре окружающего воздуха от 5 до 50 °С и относительной влажности от 30 до 80 %. Усилитель рассчитан на эксплуатацию при температуре окружающей среды от 10 до 35 °С и относительной влажности до 80 %.

#### Технические данные

Диапазон измерений, °С	20–300
Основная допускаемая погрешность в диапазоне измерения, °С	
20–100	± 2,0
40–150	± 2,5
50–200	± 3,0
100–300	± 4,5
Инерционность, С	не более 2,0
Потребляемая мощность, В•А	не более 6,0
Вероятность безотказной работы прибора за 500 часов	0,85
Габаритные размеры (мм) и масса (кг) комплектующих единиц:	
– телескопа	160×105×120; 10
– охладителя	115×125×150; 0,7
– усилителя	150×140×400; 8,0

**Учебное электронное текстовое издание**

**Миронов Эдуард Георгиевич**

## **МЕТОДЫ И СРЕДСТВА ИЗМЕРЕНИЙ**

**Редактор**

*Л. Ю. Козяйчева*

**Подготовлено к публикации**

*А. В. Ерофеевой*

**Рекомендовано РИС ГОУ ВПО УГТУ–УПИ**

**Разрешен к публикации 25.09.09**

**Электронный формат – pdf**

**Объем 23,15 уч.-изд. л.**

**Издательство ГОУ ВПО УГТУ–УПИ**

**620002, Екатеринбург, ул. Мира, 19**

**Информационный портал**

**ГОУ ВПО УГТУ–УПИ**

**<http://www.ustu.ru>**