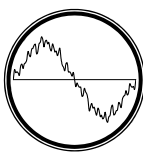


В.Г. Кузнецов, Э.Г. Куренный, А.П. Лютый

ЭЛЕКТРОМАГНИТНАЯ СОВМЕСТИМОСТЬ

НЕСИММЕТРИЯ И НЕСИНУСОИДАЛЬНОСТЬ НАПРЯЖЕНИЯ



**ДОНЕЦК
«ДОНБАСС»**

2005

Перечень принятых сокращений

- АД – асинхронный электродвигатель
- АЧФ – амплитудно-частотная функция
- ВФ – взвешивающий фильтр
- ДСП – дуговая сталеплавильная печь
- КЗ – короткое замыкание
- КСИ – блок квадратичного инерционного сглаживания
- КУ – конденсаторная установка
- КФ – корреляционная функция
- ЛЭП – линия электропередачи
- о.е. – относительные единицы
- ПЭ – блок вычисления показателей ЭМС
- СД – синхронный электродвигатель
- ФВЧ – фильтр верхних частот
- ФНЧ – фильтр нижних частот
- ФПП – фильтр полосно-пропускающий
- ЭМС – электромагнитная совместимость

Нумерация звеньев в моделях ЭМС

- 1 – квадратор
- 2 – инерционное звено
- 3 – кумулятивное звено (окно Дирихле)
- 4 – пропорциональное звено
- 5 – экспоненциальное звено (возведение e в степень)
- 6 – звено вычисления среднего значения
- 7 – извлечение квадратного корня
- 8 – определение максимальных значений с заданными граничными вероятностями
- 9 – колебательное звено
- 10 – форсирующее звено

ПРЕДИСЛОВИЕ

Обеспечение электромагнитной совместимости (ЭМС) является одним из основных требований к системам электроснабжения. Завышение оценок ЭМС приводит к необоснованному увеличению капиталовложений, а занижение – к ущербу от дополнительных потерь электроэнергии, снижения срока службы электрооборудования, ухудшения качества продукции. В связи с этим высокие требования предъявляются к обоснованности и точности методов оценивания ЭМС как на стадии проектирования, так и в эксплуатации систем электроснабжения.

Несимметрия и несинусоидальность напряжения являются наиболее распространенными кондуктивными помехами ЭМС. В большинстве публикаций оценивание этих помех производится для частных случаев неизменной несимметрии и периодических искажениях кривой напряжения. Однако в действующих сетях помехи представляют собой случайные процессы, что требует разработки общих методов анализа.

В книге эта задача решается в рамках концепции динамического моделирования последствий воздействия помехи на электрооборудование. Универсальность такого подхода обусловлена отсутствием ограничений по типу помех – на вход модели могут подаваться неизменные, периодические или случайные процессы. Моделирование обеспечивает физический смысл показателей ЭМС, единство их измерения и расчета, достоверность оценок ЭМС.

Основу книги составили результаты совместных исследований, выполненных по проблеме «Научные основы электроэнергетики» в Институте электродинамики НАН Украины, Донецком национальном техническом университете и ОАО «Днепропетцсталь».

Излагаемые методы исследования могут быть использованы для оценивания воздействия на электрооборудование помех разного вида. Это предопределило структуру книги: в первых двух разделах рассматриваются общие подходы к построению моделей ЭМС и излагаются методы расчета показателей ЭМС по тепловым эффектам и дополнительным потерям активной мощности, а в остальных разделах – их применение к несимметрии и несинусоидальности напряжения.

Изложение материала дано таким образом, чтобы читателю, имеющему математическую и специальную подготовку в объеме вузовской программы, не потребовалось бы обращаться к дополнительной литературе. Книга рассчитана на научных и инженерно-технических работников, занимающихся вопросами улучшения качества электроэнергии при проектировании и в эксплуатации систем электроснабжения любого назначения, а также может быть полезна студентам, магистрантам и аспирантам электроэнергетических специальностей.

Выражаем глубокую признательность ответственному редактору, академику НАН Украины А.К. Шидловскому и рецензенту, доктору технических наук В.В. Зорину за ценные замечания, которые учтены в окончательной редакции книги. Мы благодарны кандидату технических наук Дмитриевой Е.Н., взявшей на себя труд технического редактирования и компьютерного набора книги.

Все замечания и пожелания просим присылать по одному из адресов:

03680, Киев-57, проспект Победы, 56. Институт
электродинамики НАН Украины

или

83000, Донецк, ул. Артема, 58. ДонНТУ, кафедра ЭПГ.
Можно также воспользоваться электронным адресом:
led@stels.net

Авторы

Раздел 1

ПОСТРОЕНИЕ МОДЕЛЕЙ ЭЛЕКТРОМАГНИТНОЙ СОВМЕСТИМОСТИ

1.1. Задачи оценивания ЭМС

В стандарте [9] дано общее определение ЭМС технических средств: способность технического средства функционировать с заданным качеством в заданной электромагнитной обстановке и не создавать недопустимых электромагнитных помех другим техническим средствам. Применительно к задачам электроснабжения электромагнитной средой является система электроснабжения, а техническим средством – электроприемник, который принимает полезный сигнал: питающее напряжение, симметричное и неискаженное. Несимметрия и несинусоидальность относятся к кондуктивным¹ помехам, которые распространяются по проводам. В связи с этим под ЭМС в узком смысле понимается способность электроприемника нормально функционировать в системе электроснабжения и не создавать в ней кондуктивных помех, недопустимых для других электроприемников.

Задачи обеспечения ЭМС решаются на стадии проектирования и в эксплуатации, что требует создания методов расчета и измерения показателей ЭМС – величин, количественно характеризующих свойства ЭМС.

Будем различать два типа задач оценивания ЭМС. В задачах первого типа устанавливаются нормы на показатели ЭМС, которые используются во взаимоотношениях между энергоснабжающей компанией и потребителем в точке коммерческого контроля качества электрической энергии. Здесь невозможно учесть особенности всего электрооборудования, поэтому приходится выбирать один стандартный объект или несколько объектов: например, в [6, 58] – стандартная лампа накаливания 60 Вт и статистическое большинство населения.

¹ Калька с латинского слова *conductor* – проводник.

В задачах второго типа получают данные для технико-экономического обоснования и оценки эффективности применения средств уменьшения несимметрии и несинусоидальности, что требует определения показателей ЭМС конкретного электрооборудования.

1.2. Принцип моделирования ЭМС

Развитие теории ЭМС начиналось с нормирования показателей качества напряжения, относящихся к помехе $x(t)$. При этом не учитывалось, что одна и та же помеха на разные электроприемники воздействует по-разному.

В [26] был сформулирован принцип моделирования объектов, согласно которому оценку качества электроэнергии предлагалось производить не по характеристикам помехи $x(t)$, а по характеристикам реакции $y(t)$ объекта на помеху. Для этой цели необходимо моделировать рассматриваемый объект.

По аналогии с [58] блок ВФ (рис. 1.1), моделирующий реакцию, будем называть взвешивающим фильтром. Квадратор 1 учитывает то обстоятельство, что воздействие помехи зависит от мощности реакции. Инерционность объекта моделируется инерционным звеном 2, на выходе которого протекает квадратичный инерционный процесс $w_T(t)$. На выходе модели предусмотрен блок ПЭ вычисления показателя ЭМС ψ .

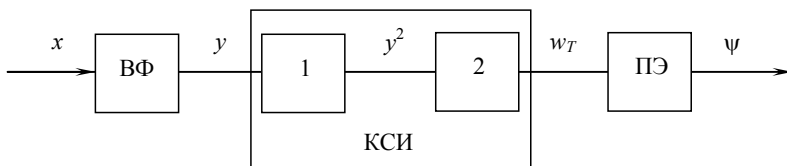


Рис. 1.1. Модель воздействия помехи

Если помеха изменяется медленно или инерционность объекта мала, то переходными процессами в блоках модели можно пренебречь. В этом случае реакция и помеха связаны функциональной зависимостью

$$y = \varphi(x), \quad (1.1)$$

которая является статической характеристикой объекта. Соответственно и модель ЭМС будет статической.

Звенья 1 и 2 образуют блок КСИ квадратичного инерционного сглаживания (в [58] – *squaring and smoothing*). В [54] этот блок условно именовался энергетическим.

В большинстве случаев, особенно в системах электропитания с резкопеременными нагрузками, помехи изменяются быстро, что требует использования динамических моделей ЭМС. В них реакция и помеха связаны между собой дифференциальными или интегральными уравнениями. Учет переходных процессов здесь принципиально необходим.

Уровень сложности модели ЭМС зависит от целей ее использования.

Оценивание ЭМС в рамках моделей стандартных электроприемников (п.1.1) вполне оправдано при разграничении ответственности за ухудшение качества напряжения между энергопоставляющей компанией и потребителями электроэнергии на границах их балансовой принадлежности. Актуальность такого контроля возрастет в случае введения экономических санкций за несоблюдение норм стандартов – по примеру России [38, 39].

Иначе обстоит дело с оцениванием ЭМС в системах электропитания проектируемых и действующих предприятий, так как удовлетворительный для стандартного электроприемника уровень требований для конкретного электроприемника может оказаться завышенным или заниженным. В первом случае стремление к выполнению норм приводит к неоправданным затратам на нормализацию ЭМС, а во втором – к ущербу от плохого качества напряжения. В связи с этим необходимо разрабатывать модели ЭМС конкретных электроприемников.

По аналогии с теорией электрических нагрузок [35, 52] разделим электроприемники на *массовые* и *уникальные* – выделяющиеся по мощности и режиму. Модели ЭМС массовых электроприемников выбираются предельно простыми, качественно однотипными, различающимися лишь числовыми значениями параметров. Модели же уникальных электроприемников могут

быть сколь угодно сложными. Далее рассматриваются стандартные и массовые электроприемники, но принятые методы оценивания ЭМС могут быть распространены и на уникальные электроприемники.

Предложенная классификация хорошо согласуется с классификацией измерений [70]: оценивание ЭМС стандартных электроприемников относится к классу A , а остальных – к классу B . Класс A используется при необходимости прецизионного измерения, т.е. при проверке на соответствие стандартам, решении споров, а класс B – при статистическом анализе, нахождении неисправностей и в других случаях, где не требуется высокая точность.

1.3. Математическое описание помехи

Детерминированные помехи делятся на неизменные, периодические и непериодические. Они описываются функциями времени, заданными аналитически, графически и таблично. Периодические помехи могут быть представлены в виде ряда Фурье. Номер гармонической составляющей (гармоники) будем обозначать по-разному: μ – если длительность $t_{\text{ц}}$ цикла не равна длительности $t_f = 1/f = 0,02$ с цикла синусоиды частотой $f = 50$ Гц, угловой частотой $\omega_f = 2\pi f = 100\pi \text{ с}^{-1}$, и n – при $t_{\text{ц}} = t_f$. В последнем случае помеха и гармоники называются каноническими. Неканонические помехи имеют основную угловую частоту $\omega_{\text{ц}} = 2\pi/t_{\text{ц}}$.

Комбинированные периодические помехи в пределах длительности общего цикла имеют участок с одним или несколькими циклами канонической помехи. Примером может служить работа источника помех в повторно-кратковременном режиме, когда за время включения $t_{\text{в}}$ он создает каноническую помеху, а во время паузы помеха отсутствует. Относительная длительность участка с помехой $k_{\text{в}} = t_{\text{в}}/t_{\text{ц}}$ называется коэффициентом включения.

В действующих сетях помехи являются случайными. Если ЭМС оценивается по статическим моделям объектов (п.1.2) или

по осредненным характеристикам помехи за большой промежуток времени (например, срок службы), то для описания помехи достаточно использовать понятие случайной величины.

Практическое применение теории вероятностей возможно потому, что случайные величины имеют неслучайные характеристики. Полной характеристикой случайной величины x является ее вероятностное распределение, которое может быть задано различными способами: интегральными [6] (кумулятивными – в [58]) вероятностями $E_{\text{и}}$, функцией распределения $F(x)$, плотностью распределения $f(x)$. Интегральная вероятность есть вероятность выброса за рассматриваемый уровень. В теории электрических нагрузок функция $x(E_{\text{и}})$ называется упорядоченной диаграммой², которая получается расположением ординат графика помехи за время T_3 записи (регистрации) в порядке убывания. Ось времени диаграммы выражается в относительных единицах (о.е.): $E_{\text{и}} = t/T_3$, а в [6] вероятность измеряется в процентах. Ордината функции распределения равна вероятности того, что помеха будет меньше рассматриваемого уровня x . Отсюда следует, что

$$E_{\text{и}} = 1 - F, \quad F = 1 - E_{\text{и}}. \quad (1.2)$$

Плотность распределения

$$f(x) = F'(x) = \left| E_{\text{и}}'(x) \right|$$

показывает, насколько кучно располагаются ординаты помехи в окрестностях величины x .

Функция или плотность распределения полностью описывают случайную величину. Используются также числовые характеристики случайной величины, которые могут быть вычислены как по процессу $x(t)$, так и по упорядоченной диаграмме. К ним относятся среднее x_c и эффективное x_3 значения, а также дисперсия

² Название условное: фактически – это *график* по продолжительности, а не *диаграмма*.

$$Dx = x_g^2 - x_c^2 \quad (1.3)$$

или стандарт $\sigma = \sqrt{Dx}$. Дисперсия характеризует отклонения значений случайной величины от ее среднего значения, а квадрат эффективного значения – среднюю мощность процесса.

Вид закона распределения стремятся выбирать из физических соображений. На форму графика помехи влияет большое количество случайных факторов, что дает основание во многих случаях использовать нормальный закон распределения ординат помехи, который полностью характеризуется средним значением и стандартом.

При

$$\Pi = (x - x_c) / \sigma$$

плотность и закон нормального закона распределения записываются в виде

$$f(x) = \frac{1}{\sqrt{2\sigma}} \exp\{-\Pi^2 / 2\},$$

$$F(x) = \Phi_*(\Pi), \quad (1.4)$$

где $\Phi_*(x)$ – табулированная функция стандартного нормального распределения с нулевым средним значением и единичным стандартом [3, 50].

Абсциссы нормального распределения изменяются от минус до плюс бесконечности. Это может препятствовать его практическому применению, если расчетные значения ординат помехи выходят за пределы диапазона (x_m, x_M) их возможных значений. В этих случаях используются либо усеченное нормальное распределение [54], либо распределения в пределах диапазона изменения случайной величины. Одним из них является равномерное распределение с плотностью

$$f(x) = 1 / \kappa,$$

постоянной в диапазоне $\kappa = x_M - x_m$ и равной нулю за пределами диапазона.

Соответствующая функция распределения

$$F(x) = \frac{1}{\kappa}(x - x_m) \quad (1.5)$$

определяется в том же диапазоне. При $x < x_m$ она равна нулю, а при $x \geq x_M$ – единице.

Равномерное распределение, как и нормальное, определяется средним значением и стандартом

$$x_c = (x_m + x_M)/2, \quad \sigma = \kappa/2\sqrt{3},$$

через которые можно выразить предельные значения

$$x_{M,m} = x_c \pm \sqrt{3}\sigma.$$

Постоянство плотности распределения существенно упрощает выкладки, в связи с чем этот закон распределения целесообразно использовать хотя бы для первого приближения. Например, он был принят в методе упорядоченных диаграмм [17].

Перейдем к динамическим моделям (п.1.2), когда нельзя пренебрегать переходными процессами. В связи с этим понятие случайной величины недостаточно для определения характеристики реакции, а требуется использовать понятие случайного процесса.

У нестационарных случайных помех характеристики зависят от времени и определяются для каждого момента времени по большому количеству записей помехи (ансамблю реализаций). Для примера на рис. 1.2 показана часть графиков напряжения u на шинах 6 кВ подстанции, питающей дуговую сталеплавильную печь (ДСП).

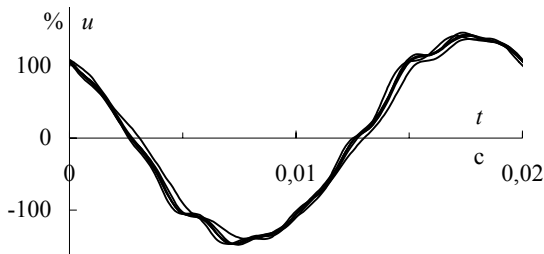


Рис. 1.2. Часть ансамблей реализаций мгновенных значений напряжения на шинах 6 кВ

В практических приложениях нестационарные процессы разбиваются на участки стационарности, в пределах которых характеристики стационарных помех от времени не зависят. Если связь между отдельными ординатами с увеличением длительности τ между ними ослабевает, а при $\tau \rightarrow \infty$ исчезает, то характеристики такого эргодического стационарного процесса можно определять не по ансамблю реализаций, а по одной реализации большой длительности T_3 (теоретически $T_3 \rightarrow \infty$).

Так как нарушающий ЭМС электроприемник может включиться в любой заранее неизвестный момент времени, то даже при строго периодической работе электроприемника помеху рассматривают как стационарный случайный процесс с периодическими реализациями. Все реализации такого процесса одинаковы, но сдвинуты друг относительно друга случайным образом. Этот стационарный процесс не является эргодическим, однако его характеристики можно определять по одной реализации, но только за время t_d длительности цикла или кратное ей.

В каждый момент времени совокупность ординат ансамбля реализаций представляет собой случайную величину со своим законом распределения. Степень линейной связи (корреляции) между моментами времени, разделенными интервалом τ , характеризует корреляционная функция (КФ) $K(t, t + \tau)$ с аргу-

ментом τ . У стационарных процессов законы распределения и КФ $K(\tau)$ не зависят от времени. Для нормальных процессов некоррелированность означает независимость ординат, а у процессов с другими законами распределения отсутствие корреляции еще не означает независимость.

КФ используется при анализе изменения процессов во времени. При частотном анализе стационарные процессы характеризуются спектральной плотностью $S(\omega)$, где $\omega \geq 0$ – угловая частота. Понятие мгновенной спектральной плотности можно формально ввести и для нестационарного процесса, но оно не имеет наглядного физического смысла.

Спектральная плотность и КФ связаны прямым и обратным косинус-преобразованиями Фурье [3]:

$$S(\omega) = \frac{2}{\pi} \int_0^{\infty} K(\tau) \cos \omega \tau d\tau, \quad K(\tau) = \int_0^{\infty} S(\omega) \cos \omega \tau d\omega, \quad (1.6)$$

которые часто записываются с разными нормированными множителями: например, в [50] множитель $2 / \pi$ стоит перед КФ. Удобство (1.6) состоит в том, что интеграл от спектральной плотности равен дисперсии:

$$D = \sigma^2 = K(0) = \int_0^{\infty} S(\omega) d\omega. \quad (1.7)$$

С увеличением длительности между ординатами корреляционная связь затухает: монотонно (при отсутствии почти периодической составляющей) или с колебаниями. В первом случае КФ обычно аппроксимируется недифференцируемым выражением

$$K(\tau) = \sigma^2 \exp\{-\alpha|\tau|\}, \quad (1.8)$$

а во втором – недифференцируемым или дифференцируемым выражениями

$$K(\tau) = \sigma^2 \exp\{-\alpha|\tau|\} \cos \omega_0 \tau, \quad (1.9)$$

$$K(\tau) = \sigma^2 \exp\{-\alpha|\tau|\} (\cos \omega_0 \tau + \alpha_* \sin \omega_0 |\tau|), \quad (1.10)$$

где α и ω_0 – параметры, $\alpha_* = \alpha/\omega_0$. Экспоненциальная КФ (1.8) является частным случаем (1.9) при $\omega_0 = 0$.

Для упрощения выкладок КФ (1.9) и (1.10) удобно представить в виде суммы экспонент с мнимыми показателями степени, используя известные соотношения:

$$\cos \omega_0 \tau = \frac{1}{2} (\exp\{j\omega_0 |\tau|\} + \exp\{-j\omega_0 |\tau|\}), \quad (1.11)$$

$$\sin \omega_0 |\tau| = \frac{j}{2} (\exp\{-j\omega_0 |\tau|\} - \exp\{j\omega_0 |\tau|\})$$

при $j = \sqrt{-1}$.

Нормированная КФ

$$R(\tau) = K(\tau) / \sigma^2.$$

Корреляционным функциям (1.8)-(1.10) соответствуют спектральные плотности

$$S(\omega) = \sigma^2 \frac{2\alpha}{\pi(\alpha^2 + \omega^2)}, \quad (1.12)$$

$$S(\omega) = \sigma^2 \frac{2\alpha}{\pi} \left[\frac{1}{\alpha^2 + (\omega + \omega_0)^2} + \frac{1}{\alpha^2 + (\omega - \omega_0)^2} \right], \quad (1.13)$$

$$S(\omega) = \sigma^2 \frac{\alpha_*}{\pi} \left[\frac{2\omega_0 + \omega}{\alpha^2 + (\omega + \omega_0)^2} + \frac{2\omega_0 - \omega}{\alpha^2 + (\omega - \omega_0)^2} \right]. \quad (1.14)$$

При наличии нескольких аperiodических и периодических составляющих используется линейная комбинация рассмотренных выражений для КФ.

О степени затухания корреляционных связей судят по времени корреляции

$$\tau_k = \int_0^{\infty} |R(\tau)| d\tau. \quad (1.15)$$

Экспоненциальная КФ (1.8) имеет

$$\tau_k = 1 / \alpha.$$

Интегралы (1.15) от выражений (1.9) и (1.10) представляются в виде суммы бесконечного числа интегралов, которые образуют геометрические прогрессии. Знаменатели и суммы прогрессий определяются без затруднений. В результате при $\varphi = \pi\alpha_*/2$ получим следующие формулы для времен корреляции КФ вида (1.9) и (1.10):

$$\tau_k = \frac{\alpha_*}{\alpha(1 + \alpha_*^2)} (\alpha_* + \operatorname{csch} \varphi),$$

$$\tau_k = \frac{\alpha_* (1 + \exp\{\varphi\}) \operatorname{csch} \varphi}{\alpha(1 + \alpha_*^2)}.$$

Теоретической абстракцией является белый шум $\zeta(t)$, который имеет постоянную спектральную плотность c , бесконечную дисперсию и КФ

$$K(\tau) = \pi c \delta(\tau), \quad (1.16)$$

выражаемую через дельта-функцию $\delta(t)$. У белого шума корреляция между ординатами отсутствует.

Методологически важно, что стационарные случайные процессы возникают в результате преобразования белого шума некоторой гипотетической линейной системой, не всегда явно выраженной. Так, процесс с экспоненциальной КФ получается преобразованием белого шума апериодическим (инерционным) звеном первого порядка, с КФ (1.9) – колебательным и форсирующим звеньями, с КФ (1.10) – колебательным звеном.

Замена реальных процессов белым шумом упрощает выкладки. Это возможно, если время корреляции намного меньше постоянной времени инерции рассматриваемого объекта, что равносильно быстрому затуханию амплитудно-частотной функции (АЧФ) объекта по сравнению со спектральной плотностью. В этом случае в расчетном диапазоне частот спектральная плотность практически постоянна с параметром

$$c \approx S(0) = 2\sigma^2\tau_k / \pi. \quad (1.17)$$

Помехи обычно измеряются в процентах или о.е. по отношению к номинальным параметрам режима.

Коррелированность ординат двух случайных процессов $x(t)$ и $y(t)$ характеризуется взаимной КФ $K_{xy}(\tau)$, а в совпадающие моменты времени ($\tau = 0$) – моментом K_{xy} взаимной корреляции. Нормированная взаимная КФ и коэффициент взаимной корреляции определяются формулами

$$R_{xy}(\tau) = K_{xy}(\tau) / \sigma_x \sigma_y, \quad R_{xy} = K_{xy} / \sigma_x \sigma_y,$$

где σ_x и σ_y – стандарты процессов. Физически наличие взаимной корреляции свидетельствует об энергетическом взаимодействии между процессами.

Вопрос о коррелированности между помехами решается на основе физических соображений (независимость выполняемых электроприемниками технологических операций и др.). Дело в том, что взаимные КФ теоретически должны определяться по реализации бесконечной длительности или – для неэргодических процессов – по ансамблю бесконечного числа реализаций. На практике длительность записи и количество реализаций ог-

раничены, поэтому между попарно взятыми реализациями независимых процессов взаимная КФ может не обращаться в нуль, особенно при наличии периодических составляющих. В [54] это явление названо псевдокорреляцией.

Характерным примером являются два независимых периодических процесса $x(t)$ и $y(t)$, имеющие одинаковые реализации. Каждый из них представляет собой стационарный неэргодический процесс (п.1.3), а их средние значения, дисперсии и КФ $k(\tau)$ могут быть определены по одной реализации за время цикла $t_{\text{ц}}$. Однако для вычисления взаимного корреляционного момента уже нельзя ограничиться двумя реализациями каждого из процессов. Эти реализации имеют случайный сдвиг η во времени, равномерно распределенный в пределах $t_{\text{ц}}$. Для них взаимный псевдокорреляционный момент «по реализациям» равен значению КФ при $\tau = \eta$:

$$k_{\eta xy} = k(\eta).$$

Обработка же «по ансамблю» предполагает перебор всех бесконечно возможных значений сдвига, что равносильно осреднению псевдокорреляционного момента по η . Для независимых периодических процессов такое осреднение дает верный результат: $k_{xy} = 0$.

Если длительности циклов различны, но соизмеримы, то псевдокорреляционный момент вычисляется за время, равное наименьшему общему кратному длительностей циклов. Если длительности циклов несоизмеримы, то псевдокорреляция отсутствует – но только при реализациях бесконечной длительности.

В качестве иллюстрации на рис. 1.3 показаны графики суммы $u(t)$ двух периодических процессов с прямоугольными импульсами, длительность которых равна длительности паузы с разными сдвигами: а – промежуточное значение случайного сдвига, б – при нулевом сдвиге и в – при $\eta = t_{\text{ц}}/2$. Графики суммы имеют ту же длительность цикла, но их форма зависит от величины сдвига.

Поскольку процессы независимы, то дисперсия суммы

$$Du = Dx + Dy = 2Dx.$$

Вместе с тем, псевдодисперсии суммы различны и изменяются от $4Dx$ при нулевом сдвиге до 0 при $\eta = t_{\text{ц}}/2$. Осреднение псевдодисперсий по величине сдвига дает правильный результат.

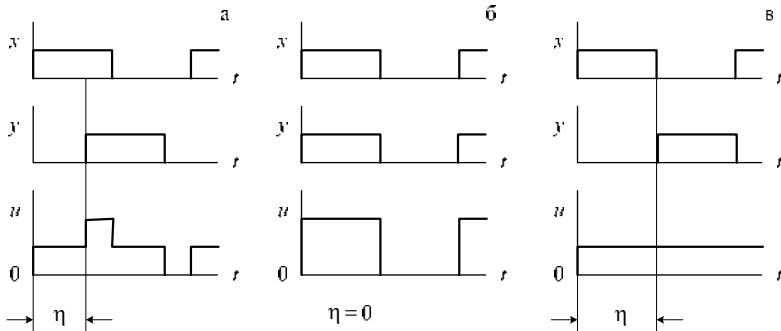


Рис. 1.3. Суммирование периодических процессов

1.4. Моделирование инерционности

Модели ЭМС должны отражать основные свойства объектов, но быть предельно простыми. Инерционность объекта часто достаточно моделировать инерционным звеном первого порядка, постоянная времени T которого совпадает с постоянной инерции объекта. В этом случае процессы на входе и выходе блока КСИ (рис. 1.1) связаны дифференциальным уравнением

$$T \frac{dw_T}{dt} + w_T = y^2. \quad (1.18)$$

Обозначив через L_T оператор инерционного сглаживания, запишем (1.18) в компактном виде

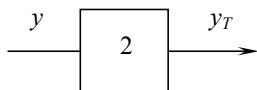
$$w_T(t) = L_T \{y^2(t)\}. \quad (1.19)$$

Квадратичный инерционный процесс $w_T(t)$ имеет размерность квадрата реакции. В связи с этим удобно использовать приведенный инерционный процесс

$$y_{wT}(t) = \sqrt{w_T(t)}, \quad (1.20)$$

размерность ординат которого совпадает с размерностью ординат реакции.

При малых различиях в эффективном y_3 и среднем y_c значениях реакции блок КСИ может быть линеаризован. В этом случае квадратор исключается, а остается лишь инерционное звено (рис. 1.4). Инерционный процесс на выходе звена



$$y_T(t) = L_T \{y(t)\}. \quad (1.21)$$

Рис. 1.4.

Найдем условие, при котором с заданной относительной погрешностью δ_d , выраженной в процентах, возможна линеаризация. Максимальные значения процессов (1.20) и (1.21) монотонно убывают с увеличением постоянной инерции. При $T = 0$ они совпадают, а при неограниченном увеличении постоянной инерции максимум приведенного инерционного процесса равен эффективному значению, а инерционного – среднему. В этом предельном случае достигается наибольшее расхождение между максимумами. Отсюда следует условие применимости преобразования (1.21):

$$(y_3 - y_c) / y_3 \leq \delta_d / 100$$

или

$$1 - 1 / k_\Phi \leq \delta_d / 100, \quad (1.22)$$

где $k_\Phi = y_3 / y_c$ – коэффициент формы. Для принятой в теории электрических нагрузок [52] десятипроцентной допустимой по-

грешности условие выполняется, если коэффициент формы не превышает 1,11.

Инерционное звено при $\gamma = 1/T$ характеризуется функциями: переходной и весовой

$$h_T(t) = 1 - \exp\{-\gamma t\}, \quad g_T(t) = \gamma \exp\{-\gamma t\}, \quad (1.23)$$

а также амплитудной и фазочастотной

$$A_T(\omega) = \frac{1}{\sqrt{1 + \omega^2 T^2}}, \quad \varphi_T(\omega) = -\arctg \omega T. \quad (1.24)$$

1.5. Осреднение на интервале

В инженерной практике вместо инерционного сглаживания использовалась простейшая оценка по величине и длительности θ контролируемого параметра, которая была сформулирована в виде принципа максимума средней нагрузки [17]. Например, в [41] в качестве расчетной электрической нагрузки по нагреву используется получасовой максимум ($\theta = 30$ мин) средней нагрузки. Впоследствии этот принцип был распространен на показатели качества напряжения [23]. В этом случае вместо инерционного используется кумулятивное звено 3 (рис. 1.5,а), которое в темпе реального времени выполняет осреднение L_θ реакции (или помехи) на интервале θ . Кумулятивный процесс

$$y_\theta(t) = \frac{1}{\theta} \int_{t-\theta}^t y(t) dt = L_\theta \{y(t)\} \quad (1.25)$$

имеет ту же размерность, что и помеха.

Преобразование (1.25) приближенно оценивает энергию реакции за время кумуляции θ лишь при небольших различиях в эффективном и среднем значениях реакции: при выполнении условия (1.22). Точная оценка энергии дается в рамках модели

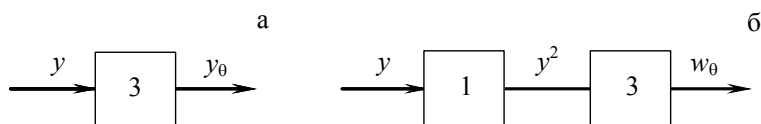


Рис. 1.5. Блоки осреднения

с квадратором 1 (рис. 1.5,б). Соответствующий квадратичный кумулятивный процесс

$$w_{\theta}(t) = L_{\theta} \{y^2(t)\}. \quad (1.26)$$

Кумулятивное звено, выполняющее преобразование (1.25), имеет переходную и весовую функции

$$h_{\theta}(t) = \begin{cases} t/\theta & \text{при } 0 \leq t \leq \theta, \\ 1 & \text{при } t \geq \theta, \end{cases} \quad g_{\theta}(t) = \begin{cases} 1/\theta & \text{при } 0 \leq t \leq \theta, \\ 0 & \text{при } t \geq \theta, \end{cases} \quad (1.27)$$

а также АЧФ и фазочастотную функции

$$A_{\theta}(\omega) = \frac{|\sin(\omega\theta/2)|}{\omega\theta/2} = |\text{sinc}(\omega\theta/2)|, \quad \varphi_{\theta}(\omega) = -\omega\theta/2. \quad (1.28)$$

По аналогии с (1.20) будем использовать приведенный кумулятивный процесс

$$y_{w\theta}(t) = \sqrt{w_{\theta}(t)}, \quad (1.29)$$

размерности ординат которого и ординат реакции совпадают.

Кумулятивный процесс отстает от реакции на время $\theta/2$. Для ликвидации сдвига интегрирование в (1.25) необходимо выполнять в пределах от $t - \theta/2$ до $t + \theta/2$, но для этого нужно знать будущее реакции на интервале $\theta/2$, что предполагает осреднение после записи реакции. В этом случае переходная и ве-

совая функции смещаются влево по оси времени на $\theta/2$ – объект якобы реагирует на единичную функцию за время $\theta/2$ до ее появления, что свидетельствует об искусственности преобразования. АЧФ от замены пределов интегрирования не изменяется, а фазочастотная характеристика обращается в нуль. В дальнейшем будет использоваться интегрирование (1.25) в темпе реального времени.

Кумулятивное звено осуществляет непрерывное осреднение на скользящем вдоль оси времени интервале θ . В [6] используется дискретное осреднение на неперекрывающихся интервалах θ . В этом случае кумулятивный процесс получается ступенчатым. Его можно сгладить по ординатам на концах или на серединах интервалов – при интегрировании от $t - \theta$ до t или от $t - \theta/2$ до $t + \theta/2$.

1.6. Сопоставление инерционного и кумулятивного преобразований

Инерционное преобразование отражает физический смысл моделирования инерционности, в то время как осреднение на интервале предназначено для других целей. Они разнятся не только количественно, но и качественно, а потому сопоставление этих преобразований, строго говоря, не корректно. Однако осреднение еще используется в директивных документах, в связи с чем до принятия физически обоснованных показателей ЭМС практика требует рассмотрения этого вопроса.

Обычно считается, что кумулятивное преобразование приближенно моделирует инерционность, если надлежащим образом выбрать коэффициент пропорциональности

$$\varepsilon_{\theta} = \theta/T. \quad (1.30)$$

Универсального способа определения этого коэффициента не существует. В [17] он был принят равным 3 – из условия, что через время θ переходные функции кумулятивного и инерционного звеньев будут отличаться на 5 % (ломаная 1 и кривая 2 на рис. 1.6).

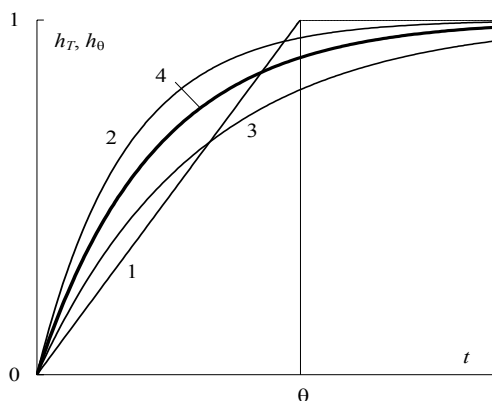


Рис. 1.6. Сопоставление переходных функций кумулятивного и инерционного звеньев

Найдем коэффициент пропорциональности по методу наименьших квадратов за это же время. Для этого необходимо определить минимум функции интеграла от квадрата разности переходных функций кумулятивного и инерционного звеньев в пределах от 0 до θ . Дифференцируя эту функцию по ε_0 и приравнявая производную к нулю, получим трансцендентное уравнение

$$8 - 3\varepsilon_0 = \left[8 + 4\varepsilon_0 + \varepsilon_0 (1 + 2\varepsilon_0) \exp\{-\varepsilon_0\} \right] \exp\{-\varepsilon_0\},$$

из которого находим значение 1,63. Соответствующая переходная функция инерционного звена представлена кривой 3.

Если по методу наименьших квадратов аппроксимировать весовую функцию инерционного звена, то уравнение будет более простым:

$$2 - \varepsilon_0 = (2 - \varepsilon_0 \exp\{-\varepsilon_0\}) \exp\{-\varepsilon_0\},$$

решая которое получим значение 1,69, близкое к 1,63.

Величина коэффициента пропорциональности зависит от длительности интервала, в пределах которого производится аппроксимация по методу наименьших квадратов, а также от вида процесса. Для определенности примем рекомендуемое в [54] значение 2,25 (кривая 4), когда

$$\theta = 2,25T. \quad (1.31)$$

При отсутствии в реакции периодической составляющей кумулятивный и инерционный процессы качественно близки, хотя отличаются количественно. Наличие периодической составляющей приводит к качественным различиям.

В самом деле, если АЧФ (1.24) инерционного звена монотонно убывает с увеличением частоты (кривая 1, рис. 1.7), то АЧФ (1.28) кумулятивного звена имеет колебательный характер (кривая 2). Кривая 1 отвечает физике задачи: чем больше частота синусоидальной реакции, тем больше инерционность объекта уменьшает амплитуду синусоидального инерционного процесса на выходе звена. Напротив, кумулятивное звено для больших частот может дать меньшее ослабление (участки возрастания на кривой 2), а синусоиды с частотами, кратными $2\pi/\theta$, вообще якобы не воспринимаются объектом.

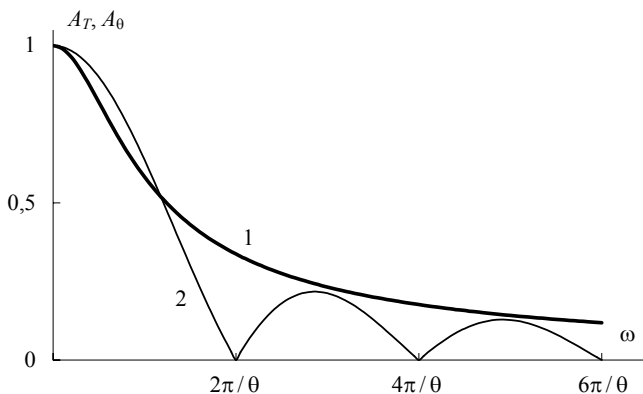


Рис. 1.7. АЧФ инерционного и кумулятивного звеньев при $T = 1$ с, $\varepsilon_0 = 2,25$

Проиллюстрируем это на следующем примере. Пусть реакция равна сумме постоянной составляющей (среднего значения) y_c и синусоиды с амплитудой B , угловой частотой $\omega_{\text{ц}}$ (кривая 1 на рис. 1.8), а длительность кумуляции равна длительности цикла: $\theta = 2\pi / \omega_{\text{ц}}$.

В стационарном режиме центрированный инерционный процесс (за вычетом y_c) представляет собой синусоиду. Подставив в (1.24) значение $T = \theta / \varepsilon_0$, найдем ее амплитуду

$$BA_T(\omega_{\text{ц}}) = B / \sqrt{1 + (2\pi / \varepsilon_0)^2}$$

и фазу

$$\varphi_T(\omega_{\text{ц}}) = -\arctg(2\pi / \varepsilon_0).$$

Инерционность объекта приводит к уменьшению амплитуды и запаздыванию по фазе. Максимум инерционного процесса (кривая 2) превышает среднее значение. Осреднение же дает противоречащий физике результат: при $\theta = t_{\text{ц}}$ АЧФ (1.28) обращается в нуль, а кумулятивный процесс вырождается в горизонталь 3, чем занижается оценка ЭМС.

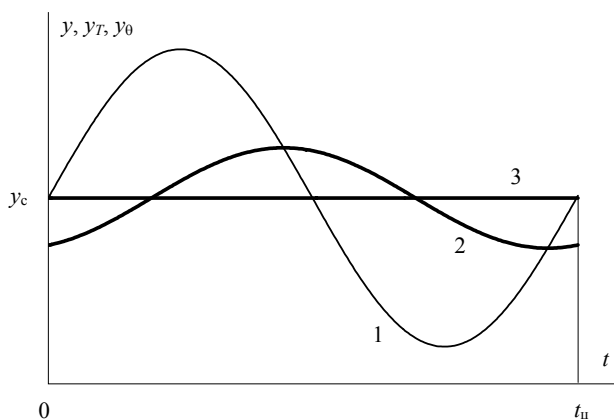


Рис. 1.8. Гармонические процессы ($\theta = t_{\text{ц}}$, $\varepsilon_0 = 2,25$)

1.7. Показатели ЭМС по тепловым эффектам и потерям мощности

Несимметрия и несинусоидальность напряжения создают дополнительные потери ΔP активной мощности в электроприемниках и электрической сети, что приводит к повышению температуры ϑ . Для обеспечения физического смысла в качестве показателей ЭМС при решении задач второго типа (п.1.1) естественно принять характеристики именно этих показателей режима.

Простейшим дифференциальным уравнением нагрева электроприемника или проводника с постоянной времени нагрева T является уравнение первого порядка

$$T \frac{d\vartheta}{dt} + \vartheta = c_{\vartheta I} I^2, \quad (1.32)$$

где I – ток, $c_{\vartheta I}$ – масштабный коэффициент, который связывает размерности квадрата тока и температуры³. При номинальном токе I_n устанавливается температура, равная длительно допустимой $[\vartheta]$. Отсюда получаем

$$c_{\vartheta I} = [\vartheta] / I_n^2. \quad (1.33)$$

Из сопоставления уравнений (1.18) и (1.32) следует, что блок КСИ на рис. 1.1 моделирует процесс изменения температуры, если ВФ моделирует проводимость объекта, а реакцией является ток. Физический смысл квадратичного инерционного процесса состоит в том, что его ординаты пропорциональны температуре. Выражая ток в процентах от его номинального значения, принимаемого за 100 %, с учетом (1.33) получим соотношения

$$\vartheta = c_{\vartheta I} w_T^2, \quad c_{\vartheta I} = [\vartheta] \cdot 10^{-4}, \quad (1.34)$$

³ Величина ϑ есть превышение температуры объекта относительно нормируемой температуры окружающей среды.

в которых температура выражается в $^{\circ}\text{C}$, масштабный коэффициент – в $^{\circ}\text{C}/(\%)^2$.

В директивных документах помимо длительно допустимой указывается максимально допустимая температура $[\vartheta_{\max}]$. В связи с этим одним из показателей ЭМС является максимальная температура ϑ_{\max} , которая не должна превосходить нормируемую:

$$\vartheta_{\max} \leq [\vartheta_{\max}]. \quad (1.35)$$

Это условие выражает техническое требование к ЭМС: если оно нарушается, объект должен быть отключен.

Одной из составляющих ущерба от нарушения ЭМС является сокращение срока службы оборудования вследствие ускоренного старения изоляции. Тепловые свойства изоляции характеризуются параметром изоляции b , который равен $0,0866 (^{\circ}\text{C})^{-1}$ для изоляции класса A и $0,0693 (^{\circ}\text{C})^{-1}$ – класса B .

Тепловой износ определяется средним значением температуры

$$\vartheta_c = c_{\vartheta I} w_c = c_{\vartheta I} I_3^2,$$

которое согласно (1.34) выражается через среднее значение w_c квадратичного инерционного процесса или квадрата эффективного тока I_3 , не зависящие от постоянной времени нагрева.

Срок службы изоляции уменьшается, если средняя температура превышает длительно допустимую: чем больше разность

$$\Delta\vartheta_c = \vartheta_c - [\vartheta], \quad (1.36)$$

тем больше сокращается срок службы. Показателем ЭМС является кратность снижения срока службы

$$\gamma_z = \exp\{b\Delta\vartheta_c\}, \quad (1.37)$$

которая показывает во сколько раз уменьшается срок службы.

Подставив в (1.37) значения параметра изоляции, найдем, что срок службы сокращается вдвое при повышении температуры на 8°C для изоляции класса *A* или 10°C – для класса *B* (восьми- или десятиградусное правило).

Вместо превышения температуры можно использовать пропорциональные ей разности в $(\%)^2$:

$$\Delta w_c = w_c - 10^4, \quad \Delta I_g^2 = I_g^2 - 10^4,$$

подставляя их в (1.37) с коэффициентом c_{9I} .

Второй составляющей ущерба является стоимость дополнительных потерь электроэнергии, которые пропорциональны среднему значению ΔP_c потерь мощности, а следовательно, квадрату эффективного тока или величине w_c :

$$\Delta P_c = c_{\Delta PI} w_c = c_{\Delta PI} I_g^2, \quad (1.38)$$

где $c_{\Delta PI}$ – масштабный коэффициент в $\text{kВт} / (\%)^2$. Величина средних потерь мощности также является физически обоснованным показателем ЭМС.

1.8. Долевое участие помех

Нагревание объекта происходит под действием полезного сигнала $u(t)$ и помехи. Если электроприемник недогружен, то помехи могут и не вызывать превышения температуры. В связи с этим возникает необходимость в определении доли участия каждой помехи в нагревании электроприемника, а также оценке возможности раздельного рассмотрения полезного сигнала и помех.

Пусть на вход ВФ подается сумма двух компонент: $u(t)$ и помехи $v(t)$, которые имеют средние значения u_c и v_c , стандарты σ_u и σ_v , а также взаимную КФ $k_{uv}(\tau)$. ВФ является линейной системой, поэтому реакция $Y(t)$ фильтра также имеет две компоненты: $Y_u(t)$ и $Y_v(t)$. Инерционное звено в блоке КСИ осуществляет линейное преобразование L_T , но квадратор делает этот блок не-

линейным. В результате процесс

$$\begin{aligned} W_T(t) &= L_T \left\{ \left[Y_u(t) + Y_v(t) \right]^2 \right\} = \\ &= L_T \left\{ Y_u^2(t) \right\} + L_T \left\{ Y_v^2(t) \right\} + 2L_T \left\{ Y_u(t)Y_v(t) \right\} \end{aligned} \quad (1.39)$$

уже не имеет явного разделения на две компоненты $W_{Tu}(t)$ и $W_{Tv}(t)$.

Чтобы найти эти компоненты, надо третье слагаемое разделить между двумя другими⁴, введя коэффициенты разделения ρ_u и ρ_v . Тогда

$$\begin{aligned} W_{Tu}(t) &= L_T \left\{ Y_u^2(t) \right\} + 2\rho_u L_T \left\{ Y_u(t)Y_v(t) \right\}, \\ W_{Tv}(t) &= L_T \left\{ Y_v^2(t) \right\} + 2\rho_v L_T \left\{ Y_u(t)Y_v(t) \right\}. \end{aligned} \quad (1.40)$$

Покажем, что в общем случае точно так же обстоит дело и с эффективным значением Y_3 реакции. Средние значения Y_{uc} и Y_{vc} , стандарты σ_{Y_u} и σ_{Y_v} компонент, а также момент взаимной корреляции $k_{Y_{uv}}$ между ними определяются по общим формулам теории вероятностей. С учетом формул для дисперсии суммы коррелированных процессов получим

$$\begin{aligned} Y_3^2 &= \sigma_{Y_u}^2 + \sigma_{Y_v}^2 + 2k_{Y_{uv}} + (Y_{uc} + Y_{vc})^2 = \\ &= Y_{u3}^2 + Y_{v3}^2 + 2(k_{Y_{uv}} + Y_{uc}Y_{vc}), \end{aligned} \quad (1.41)$$

где Y_{u3} и Y_{v3} – эффективные значения компонент.

По аналогии с (1.40) запишем выражения для средних значений компонент

⁴ Аналогичная задача возникает при разделении потерь между потребителями [13].

$$W_{uc} = Y_{u3}^2 + 2\rho_u (k_{Y_{uv}} + Y_{uc} Y_{vc}), \quad (1.42)$$

$$W_{vc} = Y_{v3}^2 + 2\rho_v (k_{Y_{uv}} + Y_{uc} Y_{vc}).$$

Коэффициенты разделения можно принимать из разных соображений. Как и в [13], это целесообразно сделать по квадратам эффективных значений компонент:

$$\rho_u = \frac{Y_{u3}^2}{Y_{u3}^2 + Y_{v3}^2} = \frac{\sigma_u^2 + Y_{uc}^2}{\sigma_u^2 + \sigma_v^2 + Y_{uc}^2 + Y_{vc}^2}, \quad (1.43)$$

$$\rho_v = \frac{Y_{v3}^2}{Y_{u3}^2 + Y_{v3}^2} = \frac{\sigma_v^2 + Y_{vc}^2}{\sigma_u^2 + \sigma_v^2 + Y_{uc}^2 + Y_{vc}^2}.$$

Таким образом, раздельное рассмотрение компонент не обеспечивает достоверности оценивания ЭМС. Оно возможно, если второе слагаемое в выражениях (1.42) будет мало отличаться от нуля. Это условие в общем случае выполняется при $I_{v3}^2 / I_{u3}^2 \ll 1$, когда $\rho_u \approx 1$ и $\rho_v \approx 0$, а в частном случае – если показатели ЭМС определяются по средним значениям компонент квадратичного инерционного процесса, попарно взятые произведения средних значений компонент и все моменты взаимной корреляции равны нулю, т.е. когда выражение в скобках обращается в нуль.

Полученные формулы очевидным образом распространяются на любое количество N помех. В этом случае количество слагаемых в (1.39) увеличивается:

$$\begin{aligned} W_T(t) = & L_T \{Y_u^2(t)\} + \sum_{r=1}^N L_T \{Y_{vr}^2(t)\} + \\ & + 2 \sum_{r=1}^N L_T \{Y_u(t)Y_{vr}(t)\} + 2 \sum_{r \neq l}^N L_T \{Y_{vr}(t)Y_{vl}(t)\}, \end{aligned}$$

а знаменатель в (1.43) имеет вид

$$Y_{u3}^2 + \sum_{r=1}^N Y_{v3r}^2 = \sigma_u^2 + \sum_{r=1}^N \sigma_{vr}^2 + Y_{uc}^2 + \sum_{r=1}^N Y_{vcr}^2.$$

От r -ой помехи компонента квадратичного инерционного процесса составляет

$$\begin{aligned} W_{Tvr}(t) = & L_T \{Y_{vr}^2(t)\} + 2\rho_{vr} \left[\sum_{r=1}^N L_T \{Y_u(t)Y_{vr}(t)\} + \right. \\ & \left. + \sum_{r \neq l} L_T \{Y_{vr}(t)Y_{vl}(t)\} \right]. \end{aligned} \quad (1.44)$$

В формуле (1.39) компоненты реакции суммируются алгебраически. В общем случае их необходимо рассматривать как векторные величины, суммируя проекции компонент.

1.9. Нормирование показателей ЭМС

Принцип моделирования распространяется и на задачу первого типа с тем отличием, что условность норм позволяет принять некоторые упрощающие допущения. Во-первых, как и в существующей практике, можно рассматривать помехи раздельно. Тем самым предполагается некоррелированность помех между собой и полезным сигналом. Во-вторых, поскольку постоянные времени нагрева силового электрооборудования велики, оценивание ЭМС достаточно выполнить по эффективному значению I_{v3} компоненты тока стандартного электроприемника от помехи, которое не должно превышать допустимое значение:

$$I_{v3} \leq [I_{v3}].$$

В этом условии ЭМС ток измеряется в процентах по отношению к номинальному току стандартного электроприемника. Чтобы избежать нормирования этого тока, введем понятие дозы помехи

$$\psi = k_{\psi} I_{\psi}, \quad (1.45)$$

где k_{ψ} – коэффициент дозы. Физический смысл дозы состоит в том, что ее квадрат отражает дополнительные потери мощности в стандартном электроприемнике, а следовательно, средний перегрев и сокращение срока службы.

По аналогии с дозой фликера [58] коэффициент дозы выберем таким образом, чтобы допустимое значение $[\psi]$ дозы было равно единице. Допустимое значение $[I_{\psi}]$ компоненты тока от помехи обычно не известно – нормируется превышение $[\Delta I]$ тока от полезного сигнала и помехи. Принимая за 100 % номинальный ток, получим соотношение

$$100^2 + [I_{\psi}^2] = (100 + [\Delta I])^2,$$

из которого найдем

$$[I_{\psi}] = \sqrt{[\Delta I](200 + [\Delta I])}. \quad (1.46)$$

Из (1.45) следует, что коэффициент дозы

$$k_{\psi} = 1/[I_{\psi}] = 1/\sqrt{[\Delta I](200 + [\Delta I])}. \quad (1.47)$$

Понятие дозы удобно тем, что условие ЭМС имеет предельно простой вид:

$$\psi \leq 1. \quad (1.48)$$

Соотношение (1.45) позволяет выбрать структурную схему модели стандартного электроприемника. Не исключено нормирование не структуры и параметров ВФ, а предельных переходных или частотных функций – как в [8].

Раздел 2

МЕТОДЫ РАСЧЕТА ПОКАЗАТЕЛЕЙ ЭЛЕКТРОМАГНИТНОЙ СОВМЕСТИМОСТИ

2.1. Исходные данные

Исходными для расчетов показателей ЭМС являются реализации (графики) помех или их характеристики. В действующих электроустановках записанные графики учитывают все особенности конкретной сети, состав электрооборудования, наличие внешних помех. В проектировании используются графики нагрузки источников помех – либо расчетные, либо полученные опытным путем для аналогичных источников помех.

В общем случае сеть, электроприемники и средства улучшения ЭМС представляются схемами замещения с сосредоточенными параметрами: комбинацией активных сопротивлений, индуктивностей и емкостей. Внешние и внутренние помехи учитываются раздельно. Для внешних помех используется расчетная схема, в которой источники помех рассматриваются как источники ЭДС: как бы ни менялись параметры режима электроприемников и источников внутренних помех, график внешней помехи остается без изменения.

При нахождении графика внутренней помехи источники помех считаются источниками тока, нагрузка которых инвариантна по отношению к любым изменениям в сети (принцип инвариантности индивидуальных нагрузок [11]). В связи с этим схема замещения (рис. 2.1) представляет собой параллельно соединенные источника тока $i_n(t)$, электроприемники и сеть. Помехой является напряжение между точками a и b .

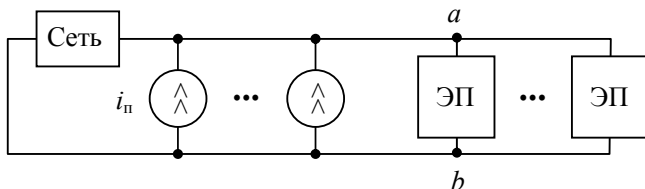


Рис. 2.1. Расчетная схема для определения внутренней помехи

Для маломощных систем электроснабжения (например, автономных) источники помех нельзя считать источниками тока, а следует исходить из принципа инвариантности индивидуальных проводимостей, которые не зависят от изменений параметров режима сети. В этом случае нагрузки источников помех будут зависимыми, что усложняет расчеты.

При наличии нескольких источников помех расчеты выполняются по графикам суммы активных и суммы реактивных составляющих их токов.

Непериодические помехи обычно задаются в виде решетчатой функции: дискретной последовательности ординат с малым шагом дискретизации Δ по оси времени. Периодические помехи могут представляться в виде ряда Фурье.

2.2. Метод парциальных реакций

В моделях ЭМС (рис. 1.1) ВФ обычно являются линейными системами. Процессы в фильтрах описываются линейными дифференциальными уравнениями, порядок n которых может быть большим. Нахождение аналитического решения таких уравнений затруднено как при детерминированных, так и при случайных помехах.

В таких случаях даже при $n = 2$ целесообразно использовать метод парциальных реакций, суть которого заключается в том, что фильтр заменяется эквивалентной системой, которая состоит из n параллельно включенных инерционных звеньев первого порядка [63]. Парциальная реакция каждого звена определяется очень просто, а искомое решение сводится к суммированию парциальных реакций⁵.

Задача заключается в нахождении реакции $Y(t)$ на помеху $x(t)$. В общем виде передаточная функция фильтра пропорциональна отношению многочленов порядка m и n :

⁵ Численное решение задачи можно получить и на компьютере. Однако для выбора шага дискретизации и в этом случае целесообразно иметь аналитическое решение – хотя бы в качестве тестовой задачи.

$$W(p) = a_{\phi} \frac{M(p)}{N(p)} = a_{\phi} \frac{b_m^m p^m + b_{m-1}^{m-1} p^{m-1} + \dots + b_1 p + 1}{c_n^n p^n + c_{n-1}^{n-1} p^{n-1} + \dots + c_1 p + 1}, \quad (2.1)$$

где a_{ϕ} – коэффициент передачи фильтра, p – оператор дифференцирования, b и c – постоянные времени.

Если \tilde{p} – полюса знаменателя, то его можно записать в виде

$$N(p) = c_n^n (p - \tilde{p}_1)(p - \tilde{p}_2) \dots (p - \tilde{p}_n). \quad (2.2)$$

При $m < n$ разложение (2.1) на элементарные дроби позволяет найти параметры l -го инерционного звена: сопрягающую частоту

$$\gamma_l = -\tilde{p}_l \quad (2.3)$$

и коэффициент передачи

$$a_l = a_{\phi} \frac{b_m^m p^m + b_{m-1}^{m-1} p^{m-1} + \dots + b_1 p + 1}{c_n^n p(p - \tilde{p}_1) \dots (p - \tilde{p}_l) \dots (p - \tilde{p}_n)} (p - \tilde{p}_l) \Big|_{p=\tilde{p}_l}, \quad (2.4)$$

где выражение $(p - \tilde{p}_l)$ в числителе и знаменателе сокращается, а потому неопределенности $0/0$ не возникает. Количество звеньев равно n (рис. 2.2,а). Выражения (2.3) и (2.4) могут быть комплексными.

На выходе каждого звена наблюдается парциальная реакция $y(t)$, а искомая реакция равна их сумме

$$Y(t) = \sum_{l=1}^n y_l(t). \quad (2.5)$$

Парциальные реакции также могут быть комплексными, но при суммировании мнимые величины уничтожаются.

При $m \geq n$ обобщение метода достигается путем пониже-

ния порядка числителя. С этой целью будем делить многочлены в выражении (2.1) углом [46] до тех пор, пока в числителе не останется многочлен $Q(p)$ порядка $q = n - 1$. В этом случае полученный многочлен $R(p)$ будет иметь порядок $r = m - n$, а вместо (2.1) получим

$$W(p) = a_{\phi} \frac{Q(p)}{N(p)} + R(p). \quad (2.6)$$

Поскольку $q < n$, к первому слагаемому можно применить формулы (2.3) и (2.4). Сопрягающие частоты инерционных звеньев останутся теми же, но коэффициенты передачи будут другими, а потому другими будут и парциальные реакции.

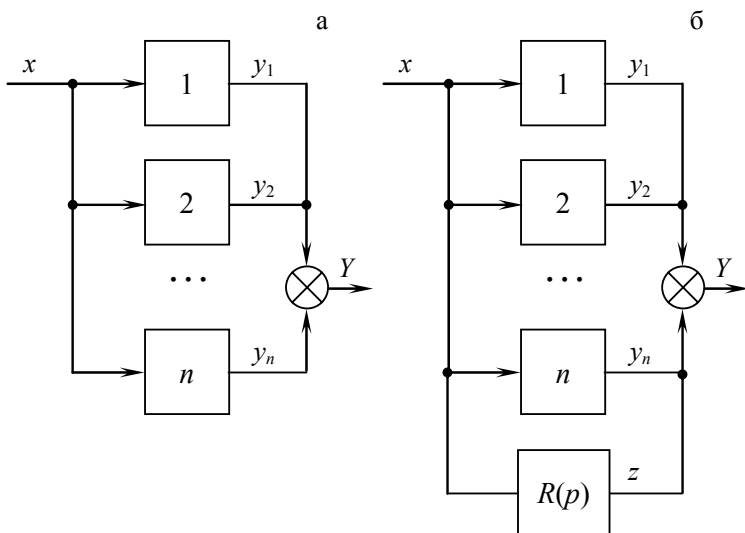


Рис. 2.2. Преобразованные структурные схемы фильтров: при $m < n$ (а) и $m \geq n$ (б)

Из (2.6) следует, что к n инерционным звеньям (рис. 2.2,б) добавляется линейная система с передаточной функцией $R(p)$,

на выходе которой протекает реакция $z(t)$. Поэтому вместо (2.5) реакция фильтра составит

$$Y(t) = \sum_{l=1}^n y_l(t) + z(t). \quad (2.7)$$

Наибольший практический интерес представляют частные случаи с $m = n$ и $m = n + 1$. В первом из них $r = 0$, а следовательно, второе слагаемое в (2.6) будет постоянной величиной R_0 . Обозначив через f коэффициенты многочлена $Q(p)$ и

$$d_0 = b_m^m / c_n^n,$$

делением многочленов в (2.1) найдем

$$R_0 = a_\Phi d_0, \quad (2.8)$$

$$f_v^v = (b_v^v - c_v^v d_0) / (1 - d_0) \quad (2.9)$$

при $v = 1, 2, \dots, n - 1$.

Тогда выражение (2.6) примет вид

$$W(p) = a_\Phi (1 - d_0) \frac{f_{n-1}^{n-1} p^{n-1} + \dots + f_1 p + 1}{c_n^n p (p - \tilde{p}_1) \dots (p - \tilde{p}_n)} + a_\Phi d_0. \quad (2.10)$$

Отсюда следует, что преобразованная схема (рис. 2.2,б) включает в себя n инерционных звеньев с сопрягающими частотами (2.3) и коэффициентами передачи

$$a_l = a_\Phi (1 - d_0) \frac{f_{n-1}^{n-1} p^{n-1} + \dots + f_1 p + 1}{c_n^n p (p - \tilde{p}_1) \dots (p - \tilde{p}_n)} \bigg|_{p=p_l}, \quad (2.11)$$

а также пропорциональное звено с коэффициентом передачи (2.8). Реакция этого звена определяется следующим образом

$$z(t) = a_{\Phi} d_0 x(t). \quad (2.12)$$

Перейдем ко второму случаю, когда $r = 1$. В отличие от предыдущего случая, где величина d_0 была безразмерной, здесь отношение b_m^m / c_n^n имеет размерность времени, поэтому обозначим его через J_0 . Кроме того, введем обозначения:

$$d_1 = (b_{m-1}^{m-1} - c_{n-1}^{n-1} J_0) / c_n^n, \quad J_{R1} = J_0 / d_1.$$

Деление углом многочленов в (2.1) приводит к следующим выражениям:

$$R_0 = a_{\Phi} d_1 (J_{R1} p + 1), \quad (2.13)$$

$$f_v^v = (b_v^v - c_{v-1}^{v-1} d_0 - c_v^v d_1) / (1 - d_1), \quad (2.14)$$

а выражение (2.6) дает

$$W(p) = a_{\Phi} (1 - d_1) \frac{f_{n-1}^{n-1} p^{n-1} + \dots + f_1 p + 1}{c_n^n (p - \tilde{p}_1) \dots (p - \tilde{p}_n)} + a_{\Phi} d_1 (J_{R1} p + 1). \quad (2.15)$$

Первому слагаемому соответствует система, также состоящая из n инерционных звеньев с сопрягающими частотами (2.3) и коэффициентами передачи

$$a_l = a_{\Phi} (1 - d_1) \frac{f_{n-1}^{n-1} p^{n-1} + \dots + f_1 p + 1}{c_n^n p (p - \tilde{p}_1) \dots (p - \tilde{p}_n)} \bigg|_{p=p_l}. \quad (2.16)$$

Добавочная система является форсирующим звеном с коэффициентом передачи $a_{\Phi} d_1$ и постоянной времени J_{R1} .

Аналогичным образом структурная схема преобразовывается и при $m > n + 1$. В результате получается n инерционных звеньев, параллельно которым подключается добавочная систе-

ма в виде $m - n$ последовательно включенных звеньев с действительными или комплексными параметрами.

Переходные функции инерционных звеньев определяются согласно (1.23), а системы с передаточной функцией $R(p)$ – с использованием обратного преобразования L^{-1} Лапласа.

Для параллельно соединенных звеньев переходная функция

$$h(t) = \sum_{l=1}^n a_l (1 - \exp\{-\gamma_l t\}) + L^{-1}\{R(p)/p\}. \quad (2.17)$$

Весовая функция

$$g(t) = h'(t) = \sum_{l=1}^n a_l \gamma_l \exp\{-\gamma_l t\} + L^{-1}\{R(p)\}. \quad (2.18)$$

Для частных случаев второе слагаемое в (2.17) и (2.18) определяются выражениями

$$h_R(t) = a_\Phi d_0 1(t), \quad g_R(t) = a_\Phi d_0 \delta(t) \quad \text{при } m = n, \quad (2.19)$$

$$\begin{aligned} h_R(t) &= a_\Phi d_1 [1(t) + J_{R1} \delta(t)], \\ g_R(t) &= a_\Phi d_1 [\delta(t) + J_{R1} \delta'(t)] \quad \text{при } m = n + 1, \end{aligned} \quad (2.20)$$

где $1(t)$ – единичная функция.

Рассмотренный метод применим для анализа любых процессов. В тех случаях, когда нет необходимости анализировать переходный случайный процесс при включении фильтра на стационарную помеху, можно добиться унификации расчетов характеристик парциальных реакций. Для этого используется представление стационарной помехи как результата воздействия белого шума $\zeta(t)$ с параметром c на гипотетическую систему, передаточная функция $G(p)$ которой зависит от вида КФ помехи. Так, для КФ вида (1.8)-(1.10)

$$G(p) = \sigma \sqrt{\frac{2T_\alpha}{\pi c}} \frac{1}{T_\alpha p + 1}, \quad T_\alpha = 1/\alpha, \quad (2.21)$$

$$G(p) = \sigma \frac{1}{T_0} \sqrt{\frac{2T_\alpha}{\pi c}} \frac{T_0 p + 1}{T_0^2 p^2 + 2\alpha T_0^2 p + 1}, \quad T_0 = \frac{1}{\sqrt{\alpha^2 + \omega_0^2}}, \quad (2.22)$$

$$G(p) = \sigma \frac{2}{\sqrt{\pi c/T_\alpha}} \frac{1}{T_0^2 p^2 + 2\alpha T_0^2 p + 1}. \quad (2.23)$$

Формулы (2.3) и (2.4) применяются к составной линейной системе, передаточная функция которой при $m < n$ равна произведению (2.1) на $G(p)$. Такая модификация метода применима только для стационарных состояний, поэтому ее можно назвать методом стационарных парциальных реакций. Он обеспечивает полную унификацию расчетов, так как во всех случаях на вход поступает только один процесс – белый шум. Несмотря на увеличение количества инерционных звеньев, решение упрощается, так как формулы преобразования белого шума намного проще, чем для исходных процессов.

При $m \geq n$ унификация достигается, если переход к составной системе делает порядок знаменателя ее переходной функции больше порядка числителя. Так, при $m = n$ это выполняется для всех выражений (2.21)-(2.23), а при $m = n + 1$ – только для (2.23). Если повышение порядка знаменателя не происходит, то приходится рассматривать модель с двумя входами: белый шум подается на составную систему с передаточной функцией, равной произведению первого слагаемого в (2.6) на $G(p)$, а фактический процесс – на систему с передаточной функцией $R(p)$. Однако это усложняет расчеты, поэтому применение метода в таких случаях не всегда целесообразно.

2.3. Преобразование процессов статическими системами

Если помеха задана реализацией, то путем функционального преобразования (1.1) находится график реакции, ординаты

которого возводятся в квадрат, и определяется показатель ЭМС.

Аналитическое решение возможно и для случайной помехи, так как оно сводится к определению законов распределения реакции $y(t)$ и ее квадрата $z(t) = y^2(t)$ по заданному закону распределения помехи $x(t)$ в пределах ее изменения от x_m до x_M .

Статической характеристике (1.1) соответствует обратное преобразование

$$x = \arcsin y.$$

Если оно однозначное, то плотность распределения реакции определяется по формуле

$$f(y) = \left| \frac{d(\arcsin y)}{dy} \right| f_x(\arcsin y) \quad (2.24)$$

в пределах изменения от y_m до y_M , которые вычисляются по пределам изменения помехи в зависимости от вида статической характеристики: если она возрастает, то $y_{m,M} = \varphi(x_{m,M})$, если убывает, то $y_{m,M} = \varphi(x_{M,m})$.

Функция распределения реакции получается либо интегрированием выражения (2.24) в пределах от y_m до y , либо вычисляется по функции распределения $F_x(x)$ помехи: при монотонно возрастающей статической характеристике

$$F(y) = F_x(\arcsin y), \quad (2.25)$$

а при убывающей

$$F(y) = 1 - F_x(\arcsin y). \quad (2.26)$$

При неоднозначной обратной функции возможны два способа определения распределения реакций. По первому способу статическая характеристика разбивается на участки монотонного изменения. Для каждого участка по формуле (2.24) вычисля-

ются составляющие плотности распределения, которые затем суммируются. Этот способ удобен при неограниченных пределах изменения помехи или при конечных пределах и равенстве ординат реакции при x_m и x_M (рис. 2.3,а).

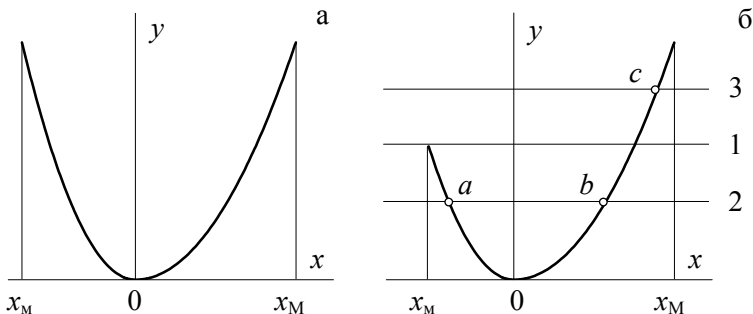


Рис. 2.3.

По второму способу на графике статической характеристики проводятся горизонтали и определяются абсциссы границ провалов. Функция распределения реакции получается интегрированием функции распределения помехи в пределах провалов. Например, для случая, когда $\arg x_m$ по абсолютному значению меньше $\arg x_M$ (рис. 2.3,б), получаются две области изменения реакции, разделенные горизонталью 1. В первой области реакция изменяется от 0 до $\arg x_m$. Текущему значению y реакции отвечает горизонталь 2, которая определяет границы провала точками a и b с абсциссами

$$x_a(y) = \arg y|_a, \quad x_b(y) = \arg y|_b,$$

являющиеся функциями y . Для этой области

$$F(y) = \int_{x_a(y)}^{x_b(y)} f_x(x) dx = F_x(\arg y|_b) - F_x(\arg y|_a). \quad (2.27)$$

Во второй области горизонталь 2 дает пределы интегрирования от $\operatorname{arcs} |x_m|$ до абсциссы

$$x_c = \operatorname{arcs} y|_c$$

точки c . Учитывая, что при $x \leq x_m$ функция распределения помехи равна нулю, получим

$$F(y) = \int_{\operatorname{arcs} x_m}^{x_c(y)} f_x(x) dx = F_x(\operatorname{arcs} y|_c). \quad (2.28)$$

в пределах от $\operatorname{arcs} x_m$ до $y_M = \operatorname{arcs} x_m$.

Плотность распределения реакции получается дифференцированием по y либо конечных выражений в (2.27) и (2.28), либо интегралов в них – по переменным пределам, без выполнения интегрирования. Наличие двух областей приводит к тому, что плотность распределения в точке $y = \operatorname{arcs} |x_m|$ изменяется скачком.

Плотность может быть вычислена и с использованием формулы (2.24). Например, статическая характеристика на рис. 2.3,б разбивается на три участка: от x_m до 0 с монотонным убыванием, от 0 до $|x_m|$ и от $|x_m|$ до x_m – с возрастанием. Сумма выражения (2.24) для первых двух участков дает плотность в пределах от 0 до $\operatorname{arcs} |x_m|$, а для третьего участка формула (2.24) определяет плотность от $\operatorname{arcs} |x_m|$ до y_M .

Среднее значение и дисперсия реакции вычисляются по найденной плотности распределения:

$$y_c = \int_{y_m}^{y_M} y f(y) dy, \quad Dy = \int_{y_m}^{y_M} y^2 f(y) dy - y_c^2. \quad (2.29)$$

Лишь в некоторых частных случаях эти величины находятся по статической характеристике. Следует отметить, что для нелинейных характеристик $y_c \neq \varphi(x_c)$.

Для линейной статической характеристики

$$y = ax + b$$

среднее значение и стандарт

$$y_c = ax_c + b, \quad \sigma_y = \sqrt{Dy} = |a|\sigma_x \quad (2.30)$$

определяются сразу, без предварительного нахождения плотности распределения.

Подстановка обратной функции

$$x = \arg y = (y - b)/a$$

в (2.24) дает плотность распределения

$$f(y) = \frac{1}{|a|} f_x[(y - b)/a], \quad (2.31)$$

а в (2.25) и (2.26) – функцию распределения.

Линейная статическая характеристика не меняет вида распределения. При помехе с нормальным распределением реакция будет иметь нормальное распределение с параметрами (2.30). Линейное преобразование помехи с равномерным распределением в пределах κ_x дает равномерное распределение реакции с параметрами (2.30), диапазоном изменения

$$\kappa_y = 2\sqrt{3}\sigma_y = 2\sqrt{3}|a|\sigma_x$$

и пределами изменения $y_{M,M} = ax_{M,M}$ при $a > 0$ и $ax_{M,M}$ при $a < 0$.

Независимо от распределения помехи реакция имеет КФ

$$K_y(\tau) = a^2 K_x(\tau). \quad (2.32)$$

Квадратор в модели ЭМС представляет собой пример не-

линейной статической характеристики $z = y^2$. Среднее значение

$$z_c = y_c^2 \neq y_c^2,$$

стандарт

$$\sigma_z = \sqrt{y_c^2 - y_c^2}. \quad (2.33)$$

Обратная функция

$$y = \arcs z = \pm \sqrt{z}$$

является двузначной. Однако если ординаты реакции только положительные или только отрицательны, используется одна ветвь параболы. В этих случаях согласно (2.24) плотность

$$f(z) = \frac{1}{2\sqrt{z}} f_y(\sqrt{z}) \quad (2.34)$$

при $y \geq 0$ или $y \leq 0$. Формулы (2.25) и (2.26) дают функции распределения

$$\begin{aligned} F(z) &= F_y(\sqrt{z}) \quad \text{при } y \geq 0, \\ F(z) &= 1 - F_y(-\sqrt{z}) \quad \text{при } y \leq 0. \end{aligned} \quad (2.35)$$

Рассмотрим знакопеременную реакцию в случае, когда для z и y выполняются условия, аналогичные для y и x на рис. 2.3,а. Здесь статическая характеристика разбивается на два участка изменения помехи: от y_m до 0 и от 0 до y_m . Сумма выражений (2.24) дает плотность

$$f(z) = \frac{1}{2\sqrt{z}} [f_y(-\sqrt{z}) + f_y(\sqrt{z})] \quad (2.36)$$

в пределах от 0 до $z_M = y_M^2$. Функция распределения получается интегрированием выражения (2.36) в пределах от 0 до y . Но ее можно определить сразу, проведя горизонталь 1 (на рис. 2.3,а не показана). Тогда согласно (2.27) получим

$$F(z) = \int_{-\sqrt{z}}^{\sqrt{z}} f_y(y) dy = F_y(\sqrt{z}) - F_y(-\sqrt{z}). \quad (2.37)$$

При $|y_M| < y_M$ и неравенстве ординат на границах изменения реакции (аналогично рис. 2.3,б), необходимо рассмотреть две области изменения квадрата реакции: от $z_M = 0$ до y_M^2 и от y_M^2 до $z_M = y_M^2$. Для первой области справедливы формулы (2.36) и (2.37). Для второго участка

$$F(z) = \int_{y_M}^{\sqrt{z}} f_y(y) dy = F_y(\sqrt{z}), \quad (2.38)$$

так как для нижнего предела функция распределения реакции равна нулю. Плотность распределения равна производной по z от выражения (2.38).

При $|y_M| > y_M$ также имеются две области. Для первой из них справедливы формулы (2.36) и (2.37), но в пределах от 0 до y_M^2 . Для второй области функция распределения

$$F(z) = 1 - F_y(-\sqrt{z})$$

в пределах от y_M^2 до $z_M = y_M^2$.

В случае нормального распределения реакции со средним значением y_c и стандартом σ_y квадрат реакции изменяется в бесконечных пределах. Подстановка выражений для плотности и функции распределения реакции (п. 1.3) в (2.36) и (2.37) дает плотность

$$f(z) = \frac{1}{2\sqrt{2\pi}\sigma_y\sqrt{z}} \left[\exp \left\{ -\frac{(\sqrt{z} - y_c)^2}{2\sigma_y^2} \right\} + \right. \\ \left. + \exp \left\{ -\frac{(\sqrt{z} + y_c)^2}{2\sigma_y^2} \right\} \right] \quad (2.39)$$

и функцию распределения

$$F(z) = \Phi_* \left(\frac{\sqrt{z} + y_c}{\sigma_y} \right) + \Phi_* \left(\frac{\sqrt{z} - y_c}{\sigma_y} \right) - 1, \quad (2.40)$$

где учтено соотношение

$$\Phi_*(-x) = 1 - \Phi_*(x).$$

Выражения для плотностей и функций распределения квадрата реакции в случае, когда реакция имеет равномерное распределение в пределах от y_m до y_M с диапазоном изменения k_y , приведены в табл. 2.1.

Как и следовало ожидать, квадратор существенно изменяет вид закона распределения.

В отличие от среднего значения и стандарта, корреляционная функция $K_z(\tau)$ процесса на выходе квадратора зависит от вида закона распределения входного процесса. Для ее определения в общем виде необходимо знать двумерную плотность распределения ординат входного процесса, разделенных интервалом τ (формула (11.4,б) в [16]). Решение в конечном виде возможно для процесса с нормальным распределением, когда

$$K_z(\tau) = 2K_y^2(\tau) + 4x_c^2 K_y(\tau). \quad (2.41)$$

Спектральная плотность определяется либо по формуле

Таблица 2.1 – Законы распределения квадрата реакции с равномерной плотностью

Границы изменения реакции	Плотность, функция распределения	(z_M, z_M)
$y \geq 0$ (y_M, y_M)	$f(z) = 1 / (2\kappa_y \sqrt{z})$ $F(z) = (\sqrt{z} - y_M) / \kappa_y$	(y_M^2, y_M^2)
$y \leq 0$ (y_M, y_M)	$f(z) = 1 / (2\kappa_y \sqrt{z})$ при $\sqrt{z} \geq 0$ $F(z) = 1 + \frac{1}{\kappa_y} (\sqrt{z} + y_M)$ при $\sqrt{z} = -y$	(y_M^2, y_M^2)
$y_M < 0$, $y_M > 0$ $y_M = y_M $	$f(z) = 1 / (2y_M \sqrt{z})$ $F(z) = \sqrt{z} / y_M$	$(0, y_M^2)$
$y_M < 0$, $y_M > 0$ $ y_M < y_M$	$f(z) = \begin{cases} 1 / (\kappa_y \sqrt{z}) & \text{при } 0 \leq z \leq y_M^2 \\ 1 / (2\kappa_y \sqrt{z}) & \text{при } y_M^2 \leq z \leq y_M^2 \end{cases}$ $F(z) = \begin{cases} 2\sqrt{z} / \kappa_y & \text{при } 0 \leq z \leq y_M^2 \\ (\sqrt{z} - y_M) / \kappa_y & \text{при } y_M^2 \leq z \leq y_M^2, \\ \sqrt{z} = y \end{cases}$	$(0, y_M^2)$
$y_M < 0$, $y_M > 0$ $ y_M > y_M$	$f(z) = \begin{cases} 1 / (\kappa_y \sqrt{z}) & \text{при } 0 \leq z \leq y_M^2 \\ 1 / (2\kappa_y \sqrt{z}) & \text{при } y_M^2 \leq z \leq y_M^2 \end{cases}$ $F(z) = \begin{cases} 2\sqrt{z} / \kappa_y & \text{при } 0 \leq z \leq y_M^2 \\ 1 + \frac{1}{\kappa_y} (\sqrt{z} + y_M) & \text{при } \sqrt{z} = -y \end{cases}$	$(0, y_M^2)$

$$S_z(\omega) = \int_0^{\infty} S_y(\xi) S_y(\omega - \xi) d\xi + 4x_c^2 S_y(\omega), \quad (2.42)$$

либо интегрированием (2.41) согласно (1.6).

2.4. Преобразование процессов линейными динамическими системами

В модели ЭМС линейными являются ВФ и инерционное или кумулятивное звенья. Начальные условия будем считать нулевыми, что соответствует включению объекта на стационарную помеху. После включения на выходе линейной системы протекает нестационарный переходный процесс, а затем наступает стационарный режим (теоретически при $t \rightarrow \infty$), для которого определяются показатели ЭМС. Изложение будем вести на примере ВФ. Процессы на выходе инерционных звеньев рассмотрены в п. 2.5.

Детерминированный входной процесс может быть задан по-разному. По заданной реализации $x(t)$ реакция $Y(t)$ находится либо путем решения дифференциального уравнения, связывающего выходной и входной процессы во ВФ, либо с использованием интеграла Дюамеля:

$$Y(t) = \int_0^t h(t - \xi) x'(\xi) d\xi = \int_0^t g(t - \xi) x(\xi) d\xi, \quad (2.43)$$

где $h(t)$ и $g(t)$ – переходная и весовая функции ВФ, ξ – вспомогательная переменная интегрирования. Реализация реакции начинается с нулевого значения.

Если реализация задана в виде отдельных отрезков, в пределах которых она описывается простыми выражениями, когда общее решение дифференциального уравнения n -го порядка известно, то реакцию удобно находить последовательно. На первом участке начальные значения ординат и $n - 1$ производных принимаются равными нулю, строится график реакции, конеч-

ные значения ординат и производных принимаются в качестве начальных для второго участка, и т.д.

Этот метод «последовательных интервалов» очень удобен при задании процесса в виде решетчатой функции: дискретной последовательности ординат. Величина шага дискретизации Δ настолько мала, что в пределах между смежными ординатами процесс можно считать неизменным. В результате получается ступенчатая функция с одинаковой длительностью Δ каждой ступени. Для неизменной функции решение дифференциального уравнения получить проще.

Для периодических помех можно не рассчитывать переходный процесс, а сразу получать реакцию в стационарном состоянии.

Во-первых, это можно сделать путем разложения входного процесса в ряд Фурье. В этом случае амплитуда гармоники умножается на значение АЧФ $A(\omega)$ фильтра при частоте гармоники, а к фазе гармоники добавляется значение фазочастотной функции ВФ при той же частоте. Сумма всех полученных гармоник дает периодическую реализацию с той же длительностью цикла, что и у входного процесса.

Гармоники функционально связаны между собой, но не коррелированы. Поскольку их среднее значение равно нулю, то вне зависимости от фаз гармоник квадраты эффективных значений Y_μ гармоник суммируются:

$$Y_o^2 = \sum_{\mu=1}^{\infty} Y_\mu^2. \quad (2.44)$$

Если для решения задачи достаточно знать эффективное значение реакции, то любая гармоника или их комбинация могут рассматриваться раздельно, что является преимуществом гармонического анализа. Формула (2.44) дает точное решение и для разрывных функций.

Вместе с тем, при применении рядов Фурье возникают трудности с выбором количества учитываемых гармоник, особенно если во ВФ есть дифференцирующее звено. Кроме того, ряд точно не воспроизводит используемые в проектировании

кусочно-линейные и ступенчатые функции в точках их разрыва – даже при бесконечном количестве гармоник (явление Гиббса).

Во-вторых, реакция может быть получена с использованием общего решения дифференциального уравнения n -го порядка. В этом случае в общем виде записываются выражения для конечных ординат каждого участка, которые дополняются условиями равенства ординат и $n - 1$ производных на границах участков, а также в начале и конце цикла. Решение полученной системы алгебраических уравнений позволяет найти неизвестные ординаты и $n - 1$ производные на границах участков.

Перейдем к случайным процессам. Если задан ансамбль реализаций входного процесса, то каждая из них преобразуется как детерминированная функция, что дает ансамбль реакций. При задании характеристик процесса характеристики реакции могут быть вычислены с использованием переходных или частотных функций ВФ.

В стационарном состоянии среднее значение реакции

$$Y_c = x_c h(\infty) = x_c A(0) \quad (2.45)$$

определяется по среднему значению входного процесса.

Корреляционная функция реакции

$$K_Y(\tau) = \int_0^\infty \int_0^\infty g(\xi) g(\eta) K_x(\tau + \xi - \eta) d\xi d\eta, \quad (2.46)$$

где ξ и η – переменные интегрирования.

Спектральная плотность реакции

$$S_Y(\omega) = A^2(\omega) S_x(\omega). \quad (2.47)$$

Дисперсия реакции вычисляется по корреляционной функции при $\tau = 0$ или согласно (1.7) – по спектральной плотности:

$$\begin{aligned}
 D_Y &= \int_0^\infty \int_0^\infty g(\xi)g(\eta)K_x(\xi-\eta)d\xi d\eta = \\
 &= \int_0^\infty A^2(\omega)S_x(\omega)d\omega.
 \end{aligned} \tag{2.48}$$

Использование корреляционной функции требует двойного интегрирования, но она обычно выражается через экспоненциальные функции, что упрощает интегрирование. Спектральная плотность интегрируется один раз, но подынтегральное выражение оказывается сложным, что требует применения теоремы о вычетах. В связи с этим априори нельзя сказать, какое из выражений в (2.48) проще.

Взаимные корреляционные функции между двумя процессами на выходе линейной системы или систем определяются по формулам, аналогичным (2.46). Если на один и тот же ВФ воздействуют два процесса $x(t)$ и $u(t)$ со взаимной корреляционной функцией $K_{xu}(\tau)$, то процессы $y(t)$ и $v(t)$ на выходе ВФ имеют взаимную корреляционную функцию

$$K_{yv}(\tau) = \int_0^\infty \int_0^\infty g(\xi)g(\eta)K_{xy}(\tau + \xi - \eta)d\xi d\eta. \tag{2.49}$$

Если один и тот же процесс $x(t)$ поступает на два ВФ с разными весовыми функциями $g_1(t)$ и $g_2(t)$, то взаимная корреляционная функция между реакциями $y_1(t)$ и $y_2(t)$ составит

$$K_{y_1,2}(\tau) = \int_0^\infty \int_0^\infty g_1(\xi)g_2(\eta)K_x(\tau + \xi - \eta)d\xi d\eta. \tag{2.50}$$

Взаимные корреляционные функции можно вычислять и по спектральным плотностям с использованием АЧФ и фазочастотных функций линейных систем (формула (6.10.4) из [50]). В этом случае интегрирование выполняется один раз, но из-за сложности подынтегрального выражения такой способ оказывается трудоемким.

Определение вероятностного распределения реакции в общем случае представляет трудную задачу. Исключение составляет частный случай, когда входной процесс имеет нормальное распределение. Реакция также будет подчиняться нормальному закону распределения с параметрами (2.45) и (2.48). Известно, что линейные системы нормализуют выходной процесс – тем больше, чем больше постоянная инерции. Поэтому нормальный закон можно принимать хотя бы в качестве приближения, даже если входной процесс не является нормальным.

2.5. Инерционное сглаживание

Инерционные звенья используются для моделирования инерционности объектов, а также в методе парциальных реакций. Рассмотрим вначале инерционное сглаживание без квадратора, считая коэффициент передачи a звена отличным от единицы: в выражении (1.21) в правой его части добавляется множитель a .

Общее решение дифференциального уравнения имеет вид

$$y_T(t) = \left[y_{Tn} + a\gamma \int_0^t x(t) \exp\{\gamma t\} dt \right] \exp\{-\gamma t\}, \quad (2.51)$$

где y_{Tn} – начальная ордината инерционного процесса.

В проектировании входной процесс обычно задан в виде ступенчатого или кусочно-линейного графика. В первом случае для r -ой ступени величиной y_r формула (2.51) дает

$$y_{Tr}(t) = y_{Tnr} \exp\{-\gamma t\} + ay_r (1 - \exp\{-\gamma t\}). \quad (2.52)$$

Во втором случае на r -ом участке процесс

$$y_r(t) = c_r t + d_r,$$

а инерционный процесс

$$y_{Tr}(t) = a[c_r(t - T) + d_r + (y_{Twr}/a + c_r T - d_r)\exp\{-\gamma t\}], \quad (2.53)$$

где c и d – параметры прямой.

При квадратичном инерционном сглаживании на вход звена подается $y^2(t)$. Если исходный график является ступенчатым, то формула для квадратичного инерционного процесса

$$w_{Tr}(t) = w_{Twr} \exp\{-\gamma t\} + ay_r^2(1 - \exp\{-\gamma t\}) \quad (2.54)$$

аналогична (2.52). Для кусочно-линейного графика процесс на каждом участке описывается параболами с коэффициентами c_r^2 , $2c_r d_r$ и d_r^2 . В этом случае формула (2.51) дает

$$w_{Tr} = a[y_r^2(t) - 2Tt + 2c_r^2 T^2 - 2a_r b_r T + (w_{Twr}/a - 2c_r^2 T^2 - d_r^2)\exp\{-\gamma t\}]. \quad (2.55)$$

График инерционного процесса строится методом последовательных интервалов (п. 2.4). Если же входной процесс задан в виде решетчатой функции, то в пределах каждого шага дискретизации нет необходимости в построении графика инерционного процесса – достаточно вычислять лишь конечные ординаты. Для этого в формулы (2.52) и (2.54) достаточно подставить значение $t = \Delta$. При этом величина

$$b_\Delta = \exp\{-\gamma\Delta\}$$

будет постоянной, а r -ой ординате входного процесса отвечают ординаты

$$\begin{aligned} y_{Tr} &= y_{Twr} b_\Delta + ay_r(1 - b_\Delta), \\ w_{Tr} &= w_{Twr} b_\Delta + ay_r^2(1 - b_\Delta) \quad \text{при } r = 1, \dots, N-1, \end{aligned} \quad (2.56)$$

где N – количество ординат входного процесса.

При $t = 0$ ординаты инерционных процессов равны нулю, поэтому искомые решетчатые функции представляют собой последовательности $0, \dots, y_{Tr}, \dots, y_{TN-1}$ или $0, \dots, w_{Tr}, \dots, w_{TN-1}$ ординат.

Для периодических графиков сразу находится стационарное решение. Поясним технику вычислений на примере двух-ступенчатого графика с величинами B_1, B_2 и длительностями t_1, t_2 ступеней, считая $B_1 > B_2$. После квадратора график сохраняет форму, но величины ступеней возводятся в квадрат (рис. 2.4).

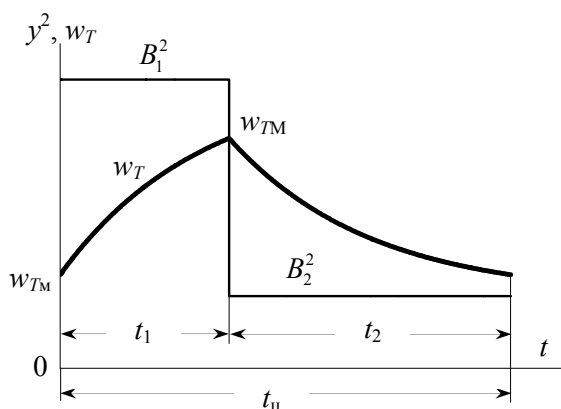


Рис. 2.4.

Найдем вначале наибольшую w_{TM} и наименьшую w_{TM} ординаты квадратичного инерционного процесса. Для этого согласно (2.54) запишем выражения:

$$w_T(t) = \begin{cases} w_{TM} \exp\{-\gamma t\} + aB_1^2 [1 - \exp\{-\gamma t\}] & \text{при } 0 \leq t \leq t_1, \\ w_{TM} \exp\{-\gamma(t - t_1)\} + \\ + aB_2^2 [1 - \exp\{-\gamma(t - t_2)\}] & \text{при } t_1 \leq t \leq t_{ц}. \end{cases} \quad (2.57)$$

Обозначив через

$$b_{1,2} = \exp\{-\gamma t_{1,2}\}, \quad b_{\text{ц}} = \exp\{-\gamma t_{\text{ц}}\} = b_1 b_2$$

и подставив в (2.57) абсциссы концов участков, получим формулы для конечных ординат

$$w_{Tk1} = w_{TM} b_1 + aB_1^2(1 - b_1) = aB_1^2 - b_1(aB_1^2 - w_{TM}),$$

$$w_{Tk2} = aB_2^2 - b_2(aB_2^2 - w_{TM}).$$

Сюда добавим граничные условия

$$w_{Tk1} = w_{TM}, \quad w_{Tk2} = w_{TM}.$$

Решая систему алгебраических уравнений, получим

$$w_{TM} = a \left[B_2^2 + (B_1^2 - B_2^2) \frac{1 - b_1}{1 - b_{\text{ц}}} \right], \quad (2.58)$$

$$w_{TM} = a \left[B_2^2 + (B_1^2 - B_2^2) \frac{1 - b_1}{1 - b_{\text{ц}}} b_2 \right] = aB_2^2 + (w_{TM} - aB_2^2) b_2.$$

После определения этих ординат согласно (2.57) строится график квадратичного инерционного процесса в стационарном состоянии (рис. 2.4).

Перейдем к случайным процессам. Согласно (2.52) и (1.24) средние значения инерционных процессов пропорциональны средним значениям входных процессов:

$$y_{\text{тс}} = a y_{\text{с}}, \quad w_{\text{тс}} = a y_{\text{с}}^2, \quad (2.59)$$

где $y_{\text{с}}$ и $y_{\text{э}}$ – среднее и эффективное значения процесса $y(t)$.

Вычисление корреляционных функций по формулам вида (2.46) усложнено тем, что корреляционная функция входного процесса содержит абсолютные значения аргумента, В результате приходится различать области, где $\tau + \xi > \eta$ и $\tau + \xi < \eta$. Преобразованием осей координат в [12] получены формулы:

$$K_Y(\tau) = \frac{1}{2} a^2 \gamma \left[\int_0^\infty \exp\{-\gamma\xi\} K_x(\xi) d\xi + \int_0^\tau \exp\{\gamma\xi\} K_x(\xi) d\xi + \right. \\ \left. + \exp\{2\gamma\tau\} \int_\tau^\infty \exp\{-\gamma\xi\} K_x(\xi) d\xi \right], \quad (2.60)$$

$$DY = a^2 \gamma \int_0^\infty \exp\{-\gamma\xi\} K_x(\xi) d\xi, \quad (2.61)$$

в которых переменная интегрирования положительна. После интегрирования величина τ заменяется на $|\tau|$.

В случае преобразования (1.21) под $K_x(\tau)$ и σ_x понимаются корреляционная функция и стандарт реакции ВФ, а под выходным процессом – инерционный процесс. При преобразовании (1.19) под $K_x(\tau)$ – корреляционная функция квадрата реакции, а выходным является квадратичный инерционный процесс. Конечные формулы для разных входных процессов приведены в табл. 2.2.

Сглаживающее действие инерционного звена наглядно проявляется при входном белом шуме: его дисперсия бесконечна, а после инерционного преобразования становится конечной. Во всех случаях инерционные дисперсии монотонно убывают с увеличением постоянной инерции, стремясь к нулю при $T \rightarrow \infty$.

Формулы для входной экспоненциальной функции являются базовыми для корреляционных функций (1.9) или (1.10), которые согласно (1.11) представляются в виде двух или четырех экспоненциальных параметров с параметрами

$$\alpha_{1,2} = \alpha \mp j\omega_0,$$

а также стандартами $\sigma_x^2/2$ или $j\sigma_x^2/2$. Подстановка этих параметров в базовые формулы дает конечные выражения, в которых мнимые величины отсутствуют.

Таблица 2.2 – Корреляционные функции и дисперсии на выходе инерционного звена

Вход	Выход
(1.16)	$K_Y(\tau) = \frac{1}{2} \pi c \gamma \exp\{-\gamma \tau \}$ $DY = \frac{1}{2} a^2 \pi c \gamma = \frac{1}{2} a^2 \pi c$
(1.8)	$K_Y(\tau) = \begin{cases} \sigma_x^2 \frac{a^2 \gamma}{\alpha^2 - \gamma^2} (\alpha \exp\{-\alpha \tau \} - \gamma \exp\{-\alpha \tau \}) & \text{при } \alpha \neq \gamma \\ \frac{1}{2} \sigma_x^2 a^2 \sigma^2 (1 + \tau) \exp\{-\gamma \tau \} & \text{при } \alpha = \gamma \end{cases}$ $DY = \sigma_x^2 \frac{a^2 \gamma}{\alpha + \gamma} = \sigma_x^2 \frac{a^2}{1 + \alpha T}$
(1.9)	$K_Y(\tau) = \sigma_x^2 c_{\alpha\gamma} \left\{ \alpha (\alpha^2 + \omega_0^2 - \gamma^2) \exp\{-\gamma \tau \} - \right.$ $\left. - \gamma \left[(\alpha^2 - \omega_0^2 - \gamma^2) \cos \omega_0 \tau + 2\alpha \omega_0 \sin \omega_0 \tau \right] \exp\{-\alpha \tau \} \right\}$ $DY = \sigma_x^2 \frac{a^2 \gamma (\alpha + \gamma)}{(\alpha + \gamma)^2 + \omega_0^2} = \sigma_x^2 \frac{a^2 (1 + \alpha T)}{(1 + \alpha T)^2 + \omega_0^2 T^2}$
(1.10)	$K_Y(\tau) = \sigma_x^2 c_{\alpha\gamma} \left\{ 2\alpha (\alpha^2 + \omega_0^2) \exp\{-\gamma \tau \} - \gamma \left[(3\alpha^2 - \omega_0^2 - \gamma^2) \cdot \right. \right.$ $\left. \cdot \cos \omega_0 \tau + \frac{\alpha}{\omega_0} (\alpha^2 + \omega_0^2 - \gamma^2) \sin \omega_0 \tau \right] \exp\{-\alpha \tau \} \right\}$ $DY = \sigma_x^2 \frac{a^2 \gamma (2\alpha + \gamma)}{(\alpha + \gamma)^2 + \omega_0^2} = \sigma_x^2 \frac{a^2 (1 + 2\alpha T)}{(1 + \alpha T)^2 + \omega_0^2 T^2}$

Обозначение: $c_{\alpha\gamma} = a^2 \gamma / \left[(\alpha^2 - \omega_0^2 - \gamma^2)^2 + 4\alpha^2 \omega_0^2 \right]$

При нормальном распределении процесса на входе звена средние значения (2.59) и дисперсии (табл. 2.2) полностью определяют нормальное распределение процессов на выходе звена. При других распределениях решение задачи в конечном виде может быть получено для небольшого количества частных случаев.

Например, пусть двухступенчатый график (рис. 2.4) имеет случайные длительности ступеней, средние значения t_{1c} и t_{2c} которых одинаковы, а вероятностные законы распределения являются показательными:

$$f(t_1) = f(t_2) = \lambda_{ис} \exp\{-\lambda_{ис} t_{1,2}\},$$

где $\lambda_{ис} = 1/t_{1c} = 1/t_{2c}$. Среднее значение $t_{ис}$ длительности цикла равно сумме средних длительностей ступеней, а обратная величина $\lambda_c = \lambda_{ис}/2$.

Известно, что для телеграфного сигнала плотность распределения процесса $u(t)$ на выходе инерционного звена в пределах $|u| \leq 1$ дается формулой ([78], (8.50) в [4])

$$f(u) = \frac{\Gamma(\lambda_3 T + 1/2)}{\sqrt{\pi} \Gamma(\lambda_3 T)} (1 - u^2)^{\lambda_3 T - 1},$$

где λ_3 – частота перемены знака, $\Gamma(x)$ – гамма-функция.

В рассматриваемом случае частота перемены знака в два раза превышает λ_c . Сделав подстановку

$$u = \frac{1}{B_1^2 - B_2^2} (2w_T/a - B_1^2 - B_2^2),$$

получим плотность распределения квадратичного инерционного процесса

$$f(w_T) = \frac{2\Gamma(2\lambda_c T + 1/2)}{a\sqrt{\pi}(B_1^2 - B_2^2)\Gamma(\lambda_c T)} \cdot \left\{ \left[1 - \frac{2w_T - a(B_1^2 + B_2^2)}{a(B_1^2 - B_2^2)} \right]^2 \right\}^{2\lambda_c T - 1} \quad (2.62)$$

в пределах от aB_2^2 до aB_1^2 .

Если длительность ступеней имеет показательные распределения с $t_{1c} \neq t_{2c}$ или распределения другого вида, то для инерционных процессов можно получить только их характеристики – с использованием формул из [2].

Характеристики и законы распределения для входных периодических процессов определяются по рассчитанным графикам инерционных процессов. Проиллюстрируем это на примере двухступенчатого графика (рис. 2.4), который имеет среднее значение и дисперсию:

$$M\{y^2\} = y_3^2 = \lambda(B_1^2 t_1 + B_2^2 t_2), \quad Dy^2 = \lambda^2 t_1 t_2 (B_1^2 - B_2^2),$$

где M – оператор нахождения среднего значения, $\lambda = 1/t_u$.

Согласно (2.59) среднее значение квадратичного инерционного процесса в a раз отличается от среднего значения входного процесса. Дисперсию определим по формуле

$$Dw_T = \lambda \int_0^{t_u} w_T^2(t) dt - ay_3^2,$$

подстановка в которую выражений (2.57) дает

$$\begin{aligned} Dw_T &= Dy^2 \left[1 - \frac{(1-b_1)(1-b_2)}{\lambda^3 t_1 t_2 T (1-b_u)} \right] = \\ &= \lambda^2 t_1 t_2 (B_1^2 - B_2^2) - (w_{TM} - w_{TM}) / a \lambda T. \end{aligned} \quad (2.63)$$

Для определения функции распределения $F(w_T)$ на графике квадратичного инерционного процесса проведем горизонталь с текущим значением w_T (рис. 2.5). Соответствующая ордината функции распределения равна отношению суммарной длительности провалов (затушеванные области) к длительности цикла. Подставив в оба выражения (2.57) значение w_T , найдем абсциссы точек a и b

$$t_a = -T \ln \frac{aB_1^2 - w_T}{aB_1^2 - w_{TM}}, \quad t_b = t_1 - T \ln \frac{w_T - aB_2^2}{w_{TM} - aB_2^2}.$$

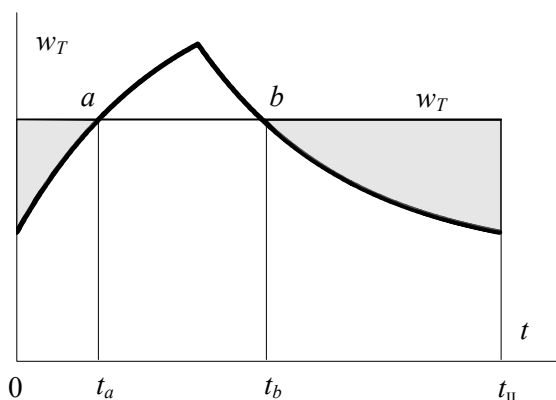


Рис. 2.5. К определению функции распределения

По определению

$$F(w_T) = \lambda(t_a + t_{\text{ц}} - t_b) = \lambda \left[T \ln \frac{(aB_1^2 - w_{TM})(w_T - aB_2^2)}{(aB_1^2 - w_T)(w_{TM} - aB_2^2)} + t_2 \right] \quad (2.64)$$

в пределах $w_{TM} \leq w_T \leq w_{TM}$. Дифференцируя это выражение по w_T , получим плотность распределения

$$f(w_T) = \lambda T \frac{a(B_1^2 + B_2^2)}{(w_T - aB_2^2)(aB_1^2 - w_T)}. \quad (2.65)$$

Экспериментальные исследования показали, что во многих случаях для аппроксимации опытных данных может быть использовано бета-распределение [72], которое определяется средним значением w_{Tc} , дисперсией Dw_T и ограничено пределами w_{Tm}, w_{Tm} .

Плотность стандартного бета-распределения случайной величины x , изменяющейся в пределах от 0 до 1, имеет вид [37]

$$f(x) = \frac{x^{\gamma-1}(1-x)^{\eta-1}}{B(\gamma, \eta)} = \frac{\Gamma(\gamma + \eta)}{\Gamma(\gamma)\Gamma(\eta)} x^{\gamma-1}(1-x)^{\eta-1},$$

где γ и η – положительные параметры, $B(\gamma, \eta)$ – бета-функция, которая выражается через гамма-функции. Для перехода от инерционного процесса к безразмерной величине x используется соотношение

$$w_T = w_{Tm} + \kappa_w x = w_{Tm} + (w_{Tm} - w_{Tc})x, \quad (2.66)$$

в котором κ_w – ширина диапазона. Введя обозначение

$$c_{xw} = \frac{1}{Dw_T} (w_{Tc} - w_{Tm})(w_{Tm} - w_{Tc}) - 1,$$

определим параметры

$$\gamma = \frac{c_{xw}}{\kappa_w} (w_{Tc} - w_{Tm}), \quad \eta = \frac{c_{xw}}{\kappa_w} (w_{Tm} - w_{Tc}).$$

Для линейного преобразования (2.66) согласно (2.31) получим

$$f(w_T) = \frac{\kappa_w^{1-\gamma-\eta}}{B(\gamma, \eta)} (w_T - w_{TM})^{\gamma-1} (w_{TM} - w_T)^{\eta-1}.$$

Функцию распределения квадратичного инерционного процесса рассчитывают по стандартной компьютерной программе, а затем ось абсцисс x преобразуют согласно (2.66).

В действующих сетях параметры бета-распределения и пределы изменения определяют опытным путем. В проектировании среднее значение и дисперсию находят по формулам (2.59) и (2.61). В то же время, решение для пределов изменения отсутствует, поэтому для их определения приходится использовать ориентировочные оценки.

2.6. Суммирование случайных процессов

Задача о суммировании процессов возникает при наличии нескольких источников помех, использовании метода парциальных реакций (п. 2.2) или суммировании токов фаз сети. Случай, когда заданы реализации суммируемых процессов, является тривиальным. Интерес представляет определение характеристик и вероятностных распределение суммы $X(t)$ n случайных процессов $x(t)$.

Вне зависимости от того, являются ли процессы комплексными или вещественными, коррелированы они или нет, средние значения суммируются:

$$X_c = \sum_{i=1}^n x_{ci}. \quad (2.67)$$

Парциальные реакции могут быть комплексными (точка над обозначениями). Для двух стационарных комплексных процессов (i -го и r -го) справедливы следующие соотношения между моментами взаимной корреляции и взаимными корреляционными функциями:

$$\dot{K}_{ir} = \dot{K}_{ri}^*, \quad \dot{K}_{ir}(\tau) = \dot{K}_{ri}^*(\tau), \quad (2.68)$$

где звездочкой отмечены сопряженные величины. Для вещественных же процессов

$$K_{ir} = K_{ri}, \quad K_{ir}(\tau) = K_{ri}(-\tau). \quad (2.69)$$

В связи с этим общую формулу

$$D\dot{X} = \sum_{i=1}^n D\dot{x}_i = \sum_{i \neq r} \dot{K}_{ir} + \sum_{i \neq r} \dot{K}_{ri} \quad (2.70)$$

дисперсии суммы для комплексных процессов можно записать в виде

$$D\dot{X} = \sum_{i=1}^n D\dot{x}_i + \sum_{i \neq r} (\dot{K}_{ir} + \dot{K}_{ir}^*). \quad (2.71)$$

Для вещественных процессов

$$DX = \sum_{i=1}^n Dx_i + 2 \sum_{i \neq r} K_{ir}. \quad (2.72)$$

Аналогично определим корреляционные функции суммы комплексных

$$\dot{K}_X(\tau) = \sum_{i=1}^n \dot{K}_{xi}(\tau) + \sum_{i \neq r} [\dot{K}_{ir}(\tau) + \dot{K}_{ir}^*(\tau)] \quad (2.73)$$

и вещественных процессов

$$K_X(\tau) = \sum_{i=1}^n K_{xi}(\tau) + \sum_{i \neq r} [K_{ir}(\tau) + K_{ir}(-\tau)]. \quad (2.74)$$

При суммировании векторов формулы (2.71) и (2.73) применяются для суммы проекций слагаемых на действительную и мнимую оси.

В частном случае нормальных процессов их сумма также подчиняется нормальному закону распределения с параметрами (2.67) и (2.71) или (2.72). В общем же случае для определения закона распределения суммы необходимо знать n -мерную плотность распределения слагаемых (формула (III.2) в [54]). Для независимых процессов достаточно одномерных плотностей. В этом случае говорят о композиции законов распределения.

Композиция применяется последовательно, начиная с любых двух процессов $x_1(t)$ и $x_2(t)$, когда плотность распределения их суммы определяется по формуле:

$$f(X) = \int_{-\infty}^{\infty} f_{x_1}(\xi) f_{x_2}(X - \xi) d\xi. \quad (2.75)$$

Обычно суммируемые процессы ограничены по ординате, поэтому при интегрировании пределы будут конечными. Нагляднее всего их можно определить графически. Для этого графики одномерных плотностей направляют в противоположные стороны, а оси сдвигают на величину текущего значения X . Пределы интегрирования (точки на рис. 2.6) определяют по границам отрезка, в пределах которого обе плотности отличны от нуля (заштрихованные области).

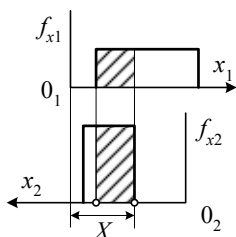


Рис. 2.6. Пределы интегрирования при композиции

Пределы интегрирования (точки на рис. 2.6) определяют по границам отрезка, в пределах которого обе плотности отличны от нуля (заштрихованные области).

Функция распределения получается либо интегрированием полученного выражения (2.75) от минимального до текущего значения аргумента, либо по формуле

$$F(X) = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{X-\xi} f_{x_1}(\xi) f_{x_2}(\eta) d\xi d\eta. \quad (2.76)$$

При ограничениях по ординате процессов область интегрирования определяется графически (рис. 38 в [54]).

С увеличением количества суммируемых процессов распределение суммы приближается к нормальному: практически при $n \geq 4$, но в некоторых случаях и при меньшем n .

2.7. Расчетные значения показателей режима

В теории вероятностей основополагающим является принцип практической уверенности [3], согласно которому в расчетах учитывается не весь диапазон (x_m, x_M) возможных значений случайной величины, а только диапазон (x_{\min}, x_{\max}) практически достоверных событий (рис. 2.7). Применение этого принципа позволяет уменьшить

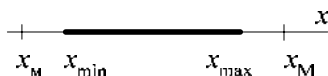


Рис. 2.6. Возможные и практически достоверные события

затраты на систему электро-снабжения. Для определения расчетных значений x_{\min} и x_{\max} вводится понятие вероятности практически невозможного события, которую будем называть граничной и обозначать через E_x . Выбор граничной вероятности зависит от условий конкретной задачи. Например, ее величина может быть определена путем технико-экономических расчетов: чем она меньше, тем меньше вероятный ущерб от ухудшения ЭМС, но тем больше затраты на обеспечение ЭМС. В технических приложениях граничную вероятность обычно принимают в пределах от 0,05 до 0,001 [19].

Превышение расчетного максимального значения допускается лишь с заданной граничной вероятностью. Математически это условие записывается в виде

$$F(x_{\max}) = 1 - E_x. \quad (2.77)$$

Отсюда следует, что для определения расчетного значения необходимо найти функцию распределения и решить уравнение (2.77). Если вид закона распределения известен, то расчетное значение

$$x_{\max} = x_c + \beta\sigma \quad (2.78)$$

выражают через среднее значение, стандарт и статистический коэффициент β , величина которого определяется по граничной вероятности.

Аналогичным образом определяется расчетное минимальное значение – из уравнения

$$F(x_{\min}) = E_x. \quad (2.79)$$

При известном законе распределения

$$x_{\min} = x_c - \beta\sigma. \quad (2.80)$$

В случае несимметричных относительно средних значений плотностей распределения статистические коэффициенты в (2.78) и (2.80) не совпадают, а для симметричных – равны между собой (табл. 2.3).

Таблица 2.3 – Статистические коэффициенты для нормального и равномерного законов распределения

$F(x)$	E_x								
	0,05	0,04	0,02	0,01	0,008	0,006	0,004	0,001	0
(1.4)	1,65	1,75	2,06	2,33	2,41	2,51	2,65	3,09	∞
(1.5)	1,56	1,59	1,66	1,70	1,70	1,71	1,72	1,73	$\sqrt{3}$

Эффективность принципа практической уверенности косвенно зависит от отношения статистических коэффициентов при нулевой и заданной граничных вероятностях: для нормального закона оно бесконечно, а для закона равномерной плотности составляет всего $\sqrt{3}/1,56 = 1,11$.

Так как в общем случае случайный процесс задается ансамблем реализаций, то и понятие вероятности относится к ансамблю. Применительно к задачам ЭМС граничная вероятность «по ансамблю» означает, что из N реализаций допускается

иметь всего $E_x N$ реализаций с нарушениями ЭМС: например, в году можно не соблюдать ЭМС только в пределах $0,05 \cdot 365 \approx 18$ суток. Обычно же вероятность трактуется применительно к реализации: как отношение суммарной длительности провалов к длительности реализации.

Принцип практической уверенности реализован в [6] путем нормирования интегральной вероятности $E_{ин} = 95\%$ для показателей ЭМС в нормальном режиме (индекс «н»). Эта вероятность связана с граничной соотношением $E_{хн} = 1 - E_{ин}/100$.

Следовательно, стандарт допускает нарушение нормы в течение 72 мин за каждые сутки. Помимо этого устанавливаются нормы для предельного режима (индекс «п»), которые не могут нарушаться, т.е. $E_{пп} = 0$. Это требование в какой-то мере корректно при экспериментальной записи параметров режимов. Однако, если в экспериментах зарегистрировано некоторое максимальное значение параметра, это еще не означает, что в последующих экспериментах оно не будет превзойдено. Дело в том, что экспериментальные данные дают статистические вероятности, которые, в свою очередь, являются случайными величинами. Поэтому в принципе практической уверенности надо использовать теоретические, а не статистические распределения.

В [30] для предельного режима предложено принять граничную вероятность $E_{хп} = 0,001$, которая соответствует правилу «трех сигм»: для нормального закона такой вероятности практически соответствует значение $\beta = 3$. Если же требование [6] применить к теоретическому закону, то принцип практической уверенности будет нарушен: например, для нормального закона расчетные значения были бы бесконечно большими, что противоречит физике задачи.

2.8. Статистическое моделирование

Аналитические методы позволяют определять расчетные значения показателей ЭМС без использования реализаций процессов, однако они не всегда достаточны для решения практических задач, особенно нелинейных. К тому же получить необхо-

димую исходную информацию бывает не менее сложно, чем само решение задачи. В связи с этим переходят к имитации реализаций случайных процессов, что позволяет определять параметры ЭМС не по вероятностным характеристикам, а по реализациям.

Методы имитации⁶ хорошо разработаны. При их применении основным является вопрос качества полученных реализаций. Генератор случайных чисел должен давать последовательность некоррелированных ординат, корреляционная функция которой отлична от нуля только при нулевом значении ее аргумента. Такую последовательность с малым шагом дискретизации можно считать белым шумом в широком смысле [33]. Если требование некоррелированности не выполняется, то реализация или отбрасывается или корректируется [27].

Для получения реализаций с заданной корреляционной функцией последовательность некоррелированных ординат пропускается через линейную систему, параметры которой определяются по параметрам корреляционной функции. Для экспоненциальной КФ (1.8) белый шум пропускается через инерционное звено, для КФ вида (1.9) – через последовательно включенные форсирующее и колебательное звенья, для КФ (1.10) – через колебательное звено [25]: формулы (2.21)-(2.23).

Метод имитации целесообразно выбирать таким образом, чтобы он отражал структуру случайного процесса. Например, нормальный процесс можно представить как сумму большого количества n некоррелированных «элементных» процессов, каждый из которых имеет корреляционную функцию

$$k(\tau) = \frac{1}{n} K(\tau)$$

в n раз меньшую заданной. Вид элементного процесса выбирается по возможности простым, что существенно упрощает имитацию.

⁶ В литературе методы получения реализаций именуются по-разному: Монте-Карло [45], статистических испытаний [34], статистического моделирования [54].

Например, для получения реализации случайного процесса с экспоненциальной корреляционной функцией элементный процесс удобно имитировать в виде телеграфного сигнала, который представляет собой последовательность разнополярных прямоугольных импульсов единичной величины с простейшим потоком моментов перемены знака. Если λ – плотность потока, то телеграфный сигнал имеет экспоненциальную корреляционную функцию с параметром $\alpha = 2\lambda$ и единичной дисперсией. Ординаты такого процесса достаточно умножить на фактический стандарт σ .

Такую же корреляционную функцию можно получить и для разнополярных экспоненциальных импульсов, каждый из которых начинается в моменты перемены знака простейшего потока и продолжается теоретически до бесконечности. Однако такие элементные процессы менее удобны для имитации, хотя при суммировании дают лучшее приближение к нормальному закону, что позволяет уменьшить n .

В случае корреляционной функции (1.9) имитируются два ансамбля процессов: первый в виде телеграфного сигнала и второй – синусоид с амплитудой $\sqrt{2}$, частотой ω_0 и случайной фазой, равномерно распределенной в пределах от 0 до 2π . Второй ансамбль имеет периодическую корреляционную функцию, равную $\cos\omega_0\tau$. Так как корреляционные функции произведения независимых процессов перемножаются, для получения необходимых элементных процессов достаточно перемножить реализации двух ансамблей.

После суммирования элементных процессов добавляется среднее значение имитируемого процесса. Статистическое распределение суммарного процесса близко к нормальному. Метод позволяет получать реализации взаимно коррелированных процессов [28].

Метод отражает внутреннюю структуру недифференцируемых процессов. Сумма конечного количества элементных процессов дает ступенчатую реализацию. При неограниченном увеличении количества элементных процессов реализация становится непрерывной, но недифференцируемость сохраняется.

Раздел 3

МАТЕМАТИЧЕСКИЕ МОДЕЛИ ДЛЯ ОЦЕНИВАНИЯ ПАРАМЕТРОВ НЕСИММЕТРИЧНЫХ РЕЖИМОВ

3.1. Несимметричные компоненты

В системах электроснабжения промышленных предприятий несимметрия напряжений может быть вызвана внешними и внутренними причинами. Внешняя несимметрия обусловлена, во-первых, тем, что генераторы на электрических станциях не могут создавать абсолютно симметричную систему напряжений. Во-вторых, линии и трансформаторы имеют разброс в сопротивлениях фаз и коэффициентах трансформации. В-третьих, на соседних предприятиях могут быть настолько мощные потребители с несимметричной нагрузкой (ДСП, однофазные печи, тяговые подстанции и др.), что они создают несимметрию в районных электрических сетях, от которых питается рассматриваемое предприятие. В проектировании предполагается, что внешняя несимметрия отсутствует: напряжение U_r генератора и напряжение в точке b на рис. 3.1 симметричны.

Источником внутренней несимметрии являются трехфазные электроприемники с несимметричной нагрузкой I_2 (ДСП, магнитогидравлические установки для точного литья [1] и др.), а также однофазные электроприемники. В результате, даже при отсутствии внешней несимметрии, напряжение U на шинах будет несимметричным, поскольку несимметричная нагрузка создает на сопротивлении сети выше точки a несимметричную потерю напряжения. Тем самым нарушается ЭМС других электроприемников и электрооборудования: асинхронных (АД) и синхронных (СД) электродвигателей, конденсаторных установок (КУ), цеховых трансформаторов.

Далее будут рассматриваться трехпроводные трехфазные цепи, но все выводы можно распространить и на четырехпроводные цепи.

Количественная оценка влияния несимметрии на электрооборудование зависит от принятой трактовки самого понятия несимметрии напряжений. Возможны два метода выделения не-

симметричной компоненты: «эквивалентного» электроприемника (название условное) и симметричных составляющих.

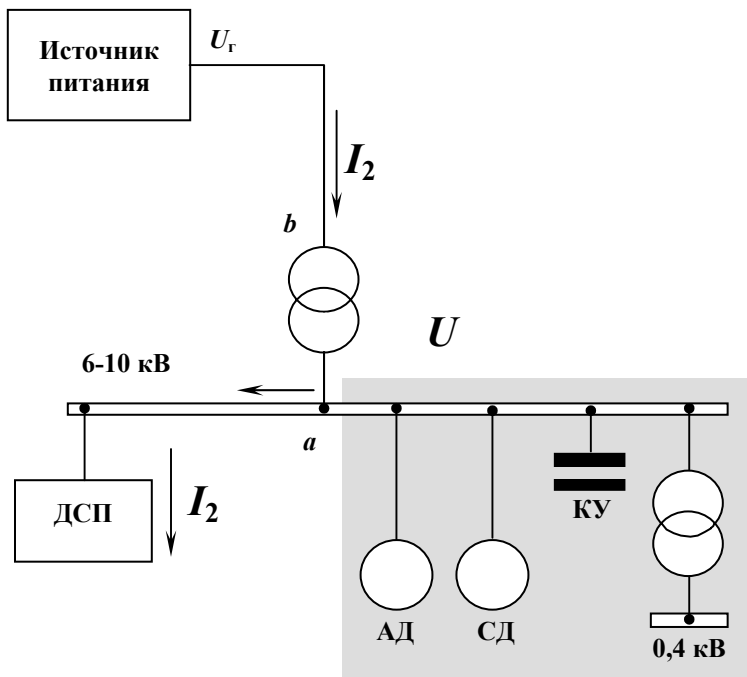


Рис. 3.1. Механизм возникновения внутренней несимметрии

Первый метод основан на том, что источник помех с несимметричной трехфазной нагрузкой представляется в виде двух эквивалентных электроприемников [53]: трехфазного с симметричной нагрузкой и однофазного с нагрузкой в двух фазах. Симметричная нагрузка первого из них создает одинаковые фазные потери напряжения, а второго – только в тех фазах, к которым он подключен. Именно эти потери можно считать несимметричной компонентой.

Во втором методе несимметричная нагрузка представляется в виде симметричных систем прямой и обратной последовательностей. Под несимметрией понимается напряжение U_2

обратной последовательности. Метод симметричных составляющих применяется в тех случаях, когда насыщение магнитных систем пренебрежимо мало. Для массовых электроприемников такое допущение можно принять.

Для оценивания ЭМС необходимо рассчитать показатели ЭМС (п. 1.7) двух процессов на входе модели: при несимметричной нагрузке источника помех без разложения на симметричную и несимметричную компоненты и при отсутствии несимметричной компоненты – либо от эквивалентной однофазной нагрузки, либо от тока обратной последовательности. Разность между показателями определяет долю несимметрии в потерях мощности, максимальной и средней температурах.

Нетрудно видеть, что метод симметричных составляющих дает меньшую долю несимметрии, так как учитывается не вся нагрузка эквивалентного электроприемника, а только ток I_2 обратной последовательности от этой нагрузки. Проиллюстрируем это на примере, когда источником помехи является однофазный электроприемник с индуктивной нагрузкой, включенный на фазы B и C . Модули токов I_B и I_C фаз одинаковы, а векторы токов противоположны по направлению (рис. 3.2, а). Треугольник линейных напряжений $U_{AB\Gamma}$, $U_{BC\Gamma}$, $U_{CA\Gamma}$ генератора будем считать симметричным (тонкие линии на рис. 3.2, б).

Рассмотренный источник помехи не создает эквивалентной симметричной нагрузки, так как сам является однофазным. Поскольку ток в фазе A отсутствует, то потери напряжения ΔU_B и ΔU_C есть только в других фазах, а потому треугольник напряжений U_{AB} , U_{BC} и U_{CA} на шинах подстанции уже не будет симметричным (толстые линии на рис. 3.2, б). Если корректирующее устройство устранил эти потери, что равносильно компенсации токов этого электроприемника, то потери мощности уменьшатся на величину, пропорциональную сумме квадратов токов: $I_B^2 + I_C^2 = 2I_B^2$.

Система токов на рис. 3.2, а представляется в виде суммы токов I_1 прямой и I_2 обратной последовательности (рис. 3.3). Модули токов одинаковы и равны $I_B/\sqrt{3}$. Если скомпенсировать токи обратной последовательности, то потери мощности

уменьшатся на величину трех квадратов модулей, т.е. на I_B^2 , что в два раза меньше, чем в предыдущем случае.

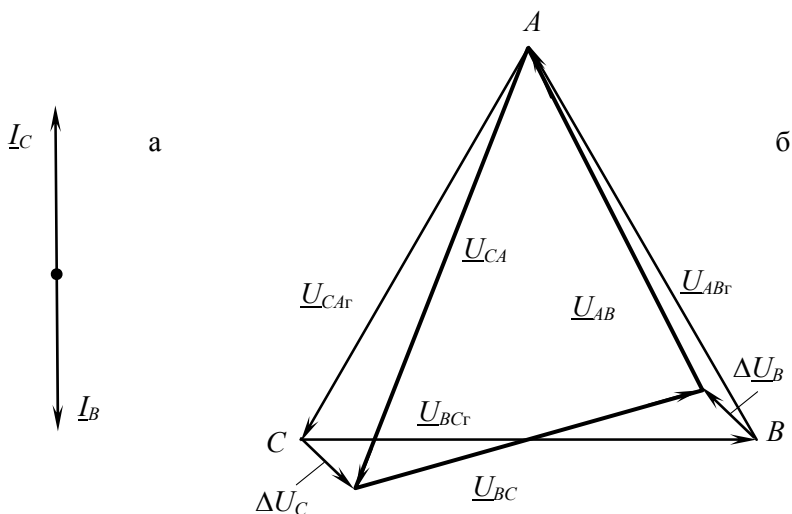


Рис. 3.2. Несимметрия токов и напряжений при однофазном источнике помех

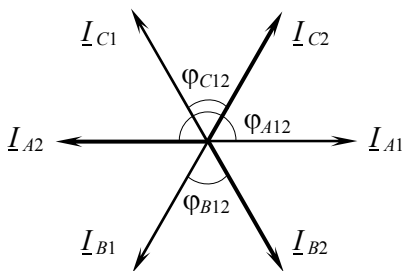


Рис. 3.3. Симметричные составляющие токов однофазного электроприемника

В обоих случаях в результате компенсации система линейных напряжений на шинах будет симметричной, но при компенсации обратной последовательности модуль каждого напряжения будет меньше на величину потери напряжения от тока прямой последовательности. Если под несимметрией понимать потерю напряжения от однофазной нагрузки, то ее компенсация однофазной нагрузки устраняет не только

несимметрию, но и часть системы симметричных потерь напряжения от токов прямой последовательности.

В зависимости от выбранной тепловой модели объекта требуется определять потери мощности по фазам или суммарные потери. Примером может быть питание трехфазного электроприемника тремя одножильными кабелями или одним трехжильным.

При отсутствии нулевой последовательности трехфазные электроприемники могут рассматриваться как независимые однофазные электроприемники. В случае применения метода эквивалентного электроприемника нужно иметь три однофазные модели ЭМС, на вход которых подаются действительные фазные напряжения без разложения на симметричные составляющие. Это позволяет получить фактическое распределение потерь мощности по фазам: для однофазной нагрузки (рис. 3.2, а) потери есть в фазах B и C , а в фазе A потери отсутствуют.

Методом симметричных составляющих можно также получить пофазное распределение потерь, но только при подаче на вход трех однофазных моделей геометрической суммы напряжений прямой U_1 и обратной U_2 последовательностей, т.е. фактические фазные напряжения, как и в предыдущем случае. Разделение потерь производится согласно изложенному в п. 1.8. Если же рассматривать обратную последовательность отдельно от прямой, то дополнительные потери во всех трех фазах будут одинаковыми, отличаясь от фактических: для однофазной нагрузки (рис. 3.2, а) – эти потери в фазах B и C будут меньше фактических в 3 раза, а в фазе A – бесконечно больше. Если учесть потери и от прямой последовательности, то потери в фазах B и C будут занижены в 1,5 раза.

Такое несовпадение результатов объясняется тем, что при раздельном рассмотрении симметричных составляющих делается допущение об их некоррелированности. На самом деле они зависимы и коррелированы. Так, для однофазной нагрузки (рис. 3.2, а) векторы токов прямой и обратной последовательностей в каждой фазе сдвинуты между собой на углы $\varphi_{B12} = \varphi_{C12} = 60^\circ$, $\varphi_{A12} = 180^\circ$ (рис. 3.3). Рассмотрим фазу A , совместив ось абсцисс x с направлением тока прямой последовательности (на рис. 3.3

оси не показаны). Проекция симметричных составляющих на ось ординат равны нулю, а на ось абсцисс –

$$I_{A1x} = I_B / \sqrt{3}, \quad I_{A2x} = -I_B / \sqrt{3}.$$

Очевидно, что проекции зависимы: $I_{A1x} = -I_{A2x}$. Коэффициент корреляции между ними равен -1 . Средние значения проекций тока равны по величине и противоположны по направлению, а дисперсии D_{Ax} равны между собой. Сумма средних значений равна нулю. По общей формуле (2.72) найдем дисперсию

$$DI_A = DI_{Ax} + DI_{Ax} - 2DI_{Ax} = 0,$$

что и следовало ожидать, так как ток в фазе A отсутствует. Если же не учитывать корреляцию, то сумма средних значений также будет равна нулю, а дисперсия составит $2DI_{Ax}$.

Проекция симметричных составляющих фазы B на оси координат составят:

$$I_{B1x} = -\frac{I}{\sqrt{3}} \cos(90^\circ - \varphi_{B12}) = \frac{1}{2\sqrt{3}}, \quad I_{B2x} = -I_{B1x},$$

$$I_{B1y} = -\frac{I}{\sqrt{3}} \sin(90^\circ - \varphi_{B12}) = \frac{1}{2}, \quad I_{B2y} = I_{B1y}.$$

Проекция на ось абсцисс имеют коэффициент корреляции равный -1 , а на ось ординат – единице. Такие же коэффициенты корреляции имеют проекции токов фазы C . Учет взаимной корреляции дает правильный результат, а суммирование только дисперсий – заниженный.

В случаях, когда достаточно знать суммарные потери мощности, а не их распределение по фазам, симметричные составляющие можно рассматривать раздельно, суммируя дисперсии проекций всех фаз. Это объясняется тем, что при суммировании выражений вида (2.72) сумма вторых слагаемых обращается в нуль.

Методы построения моделей ЭМС в обоих случаях одинаковы, поэтому для определенности далее принят метод симметрирования, как традиционный и хорошо разработанный. Для трехфазных массовых электроприемников можно считать, что их нагрев происходит под действием суммарных потерь активной мощности, и что они имеют одну постоянную времени нагрева. В этом случае используется простая модель ЭМС (рис. 1.1).

На вход модели подается процесс изменения коэффициентов несимметрии напряжений по обратной последовательности (кратко – коэффициент несимметрии)

$$K_{2U} = \frac{U_2}{U_1} 100, \quad (3.1)$$

выраженных в процентах от напряжения прямой последовательности или, приближенно, от номинального напряжения U_n .

По смыслу реакцией ВФ является ток I_2 обратной последовательности, а сам ВФ моделирует входную проводимость. Если проводимость выразить в о.е., то ток будет измеряться в процентах от номинального тока I_n объекта. Для этого проводимость в См необходимо умножить на номинальное сопротивление объекта, которое войдет в коэффициент передачи ВФ.

При вычислении потерь мощности в кВт требуется переход от единиц тока в процентах к амперам, который осуществляется умножением токов, их средних и эффективных значений на $I_n/100$, а дисперсии токов – на квадрат этой величины.

3.2. Структурные схемы статических моделей ЭМС

Оценивание ЭМС производится по действующим значениям напряжения обратной последовательности. Использование статических моделей возможно, если первое слагаемое в левой части уравнения нагрева (1.32) равно нулю: либо при $T = 0$, либо при неизменной несимметрии. В обоих случаях инерционное звено 2 в блоке КСИ (рис. 1.1) становится излишним. Для крат-

кости рассмотрим второй случай. Оценивание же ЭМС безынерционного электроприемника выполнено в п. 4.3.

Установившееся значение $\Delta\vartheta_2$ температуры дополнительного перегрева от тока обратной последовательности не зависит от постоянной времени нагрева, поэтому установившееся значение квадратичного инерционного процесса равно квадрату тока. Так как в сетях электроснабжения несимметрия напряжений невелика, ВФ считают линейным. В установившемся режиме каждый многочлен в (2.1) превращается в единицу, а потому

$$I_2^2 = a_{\Phi I}^2 K_{2U}^2, \quad (3.2)$$

где $a_{\Phi I}$ – коэффициент ВФ по току.

С учетом (1.34) выразим температуру

$$\Delta\vartheta_2 = c_{\vartheta I} I_2^2 = a_{\Phi I}^2 c_{\vartheta I} K_{2U}^2 = a_{\Phi I}^2 [\vartheta] K_{2U}^2 \cdot 10^{-4}$$

через квадрат коэффициента несимметрии. Введем два коэффициента пропорциональности:

$$c_{2\vartheta} = a_{\Phi I}^2 c_{\vartheta I} = a_{\Phi I}^2 [\vartheta] \cdot 10^{-4}, \text{ } ^\circ\text{C}/(\%)^2, \quad (3.3)$$

$$a_{2\vartheta} = c_{2\vartheta} / [\vartheta] = a_{\Phi I}^2 \cdot 10^{-4}, (\%)^{-2}. \quad (3.4)$$

Им соответствуют два выражения: для температуры

$$\Delta\vartheta_2 = c_{2\vartheta} K_{2U}^2 = a_{2\vartheta} [\vartheta] K_{2U}^2 \quad (3.5)$$

и кратности снижения срока службы

$$\gamma_{z2} = \exp\{bc_{2\vartheta} K_{2U}^2\} = \exp\{ba_{2\vartheta} [\vartheta] K_{2U}^2\}. \quad (3.6)$$

Коэффициент $a_{2\vartheta}$ удобен тем, что он не зависит от допустимой температуры, а следовательно, имеет одно значение для разных классов изоляции. Напротив, коэффициент $c_{2\vartheta}$ от темпе-

ратуры зависит. Найдем соотношение между коэффициентами c_{29} на примере классов изоляции A и B . Параметр изоляции класса A $b_A = 0,0866$ $(^{\circ}\text{C})^{-1}$ относится к восьмиградусному правилу [75], а класса B $b_B = 0,0693$ $(^{\circ}\text{C})^{-1}$ – к десятиградусному [48]. Оба правила дают сокращение срока службы вдвое, что возможно, если показатели степени в выражении (3.6) будут одинаковыми. Это условие можно записать в двух видах:

$$b_A c_{29A} = b_B c_{29B}$$

или при $a_{29} = \text{const}$

$$b_A [\vartheta_A] = b_B [\vartheta_B].$$

Из первого выражения следует, что

$$c_{29B} = c_{29A} b_A / b_B = 1,25 c_{29A}. \quad (3.7)$$

Вместе с тем, из второго выражения вытекает соотношение

$$b_A / b_B = [\vartheta_B] / [\vartheta_A], \quad (3.8)$$

которое дает

$$c_{29B} = c_{29A} [\vartheta_B] / [\vartheta_A]. \quad (3.9)$$

Параметры изоляции являются усредненными величинами, а нормируемые температуры округляются. По этим причинам равенство (3.8) может нарушаться, а формулы (3.7) и (3.9) – давать не совпадающие результаты. С целью выполнения требований нормативных документов пересчет коэффициентов будем осуществлять по отношению допустимых температур. Для исключения получения противоречивых результатов один из коэффициентов и параметр изоляции сохраняются без изменений,

а другой коэффициент и параметр пересчитываются согласно (3.8) и (3.9). Например, если известны величины $c_{2\vartheta A}$ и b_A , то для изоляции класса B принимаются следующие величины:

$$c_{2\vartheta B} = c_{2\vartheta A} [\vartheta_B] / [\vartheta_A], \quad b_B = b_A [\vartheta_A] / [\vartheta_B]. \quad (3.10)$$

Аналогичные соотношения справедливы и для других пар классов изоляции.

Структура ВФ и коэффициент передачи $a_{\Phi\Delta P}$ по мощности отличается от ВФ по току. По аналогии с (1.34) определим коэффициент пропорциональности в (1.38)

$$c_{\Delta P I} = \Delta P_n \cdot 10^{-4} \quad (3.11)$$

через номинальные потери мощности ΔP_n . Потери мощности

$$\Delta P_2 = c_{\Delta P I} I_2^2 = a_{\Phi\Delta P}^2 c_{\Delta P I} K_{2U}^2 = a_{\Phi\Delta P}^2 \Delta P_n K_{2U}^2 \cdot 10^{-4}$$

также выражаются через коэффициент несимметрии. Введя коэффициенты пропорциональности

$$c_{2\Delta P} = a_{\Phi\Delta P}^2 c_{\Delta P I} = a_{\Phi\Delta P}^2 \Delta P_n \cdot 10^{-4} \quad (3.12)$$

в $\text{кВт}/(\%)^2$ и

$$a_{2\Delta P} = c_{2\Delta P} / \Delta P_n = a_{\Phi\Delta P}^2 \cdot 10^{-4} \quad (3.13)$$

в $(\%)^{-2}$, запишем два выражения для потерь мощности:

$$\Delta P_2 = c_{2\Delta P} K_{2U}^2 = a_{2\Delta P} \Delta P_n K_{2U}^2. \quad (3.14)$$

Из полученных выражений следует, что статическую модель ЭМС можно принять в двух вариантах: с ВФ в явном и неявном видах. Первый вариант (рис. 3.4, а) соответствует общей модели на рис. 1.1. Поскольку мгновенные значения напряже-

ния обратной последовательности изменяются с одной частотой 50 Гц, взвешивание помехи по частоте не требуется, а ВФ представляет собой пропорциональное звено с коэффициентом передачи $a_{\Phi I}$. Блок ПЭ вычисления показателей ЭМС имеет два пропорциональных звена 4 с коэффициентами передачи $c_{\Theta I}$ и $c_{\Delta P I}$. «Экспоненциальное» звено 5 (название условное) осуществляет нелинейное преобразование (1.37). Во втором варианте (рис. 3.4, б) функцию ВФ частично выполняют пропорциональные звенья 4, в коэффициенты передачи $c_{2\Theta}$ и $c_{2\Delta P}$ которых входит и коэф-

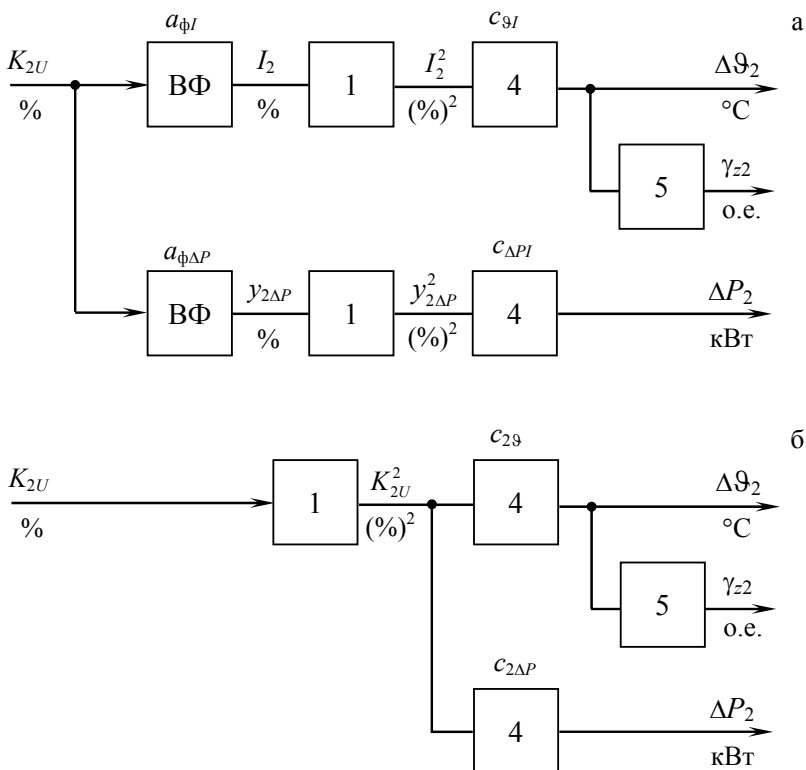


Рис. 3.4. Структурные схемы статических моделей ЭМС по несимметрии напряжений

фициент передачи ВФ. В этом случае блок ПЭ имеет ту же структуру, что и в первом варианте, но на его вход поступает процесс $K_{2U}^2(t)$. Показатели ЭМС в обоих вариантах одни и те же. Обычно используется более простая модель без ВФ в явном виде.

3.3. Параметры статических моделей ЭМС асинхронных электродвигателей по несимметрии напряжений

Напряжение обратной последовательности создает магнитное поле, которое вращается в противоположную сторону, чем поле прямой последовательности. Это приводит к уменьшению полезного момента на величину

$$\Delta M_2 \approx K_{2U}^2 / 100,$$

выраженную в процентах от его номинального значения. Для встречающейся в практике несимметрии в 5-6 % изменение момента составляет всего 0,25-0,36 %. Уменьшение частоты вращения зависит от механической характеристики механизма, но оно также незначительно.

Влияние несимметрии на другие параметры режима существеннее. Сопротивление обратной последовательности уменьшается в 5-8 раз, увеличивается температура и потери мощности в АД. В табл. 3.1 приведены экспериментальные данные из [74], характеризующие работу АД в условиях несимметрии. Показатель несимметрии определяется отношением разности между максимальным и средним значениями фазного напряжения к среднему значению. Расчеты показывают, что при небольшой несимметрии такой показатель близок к коэффициенту несимметрии.

Параметры моделей ЭМС зависят от номинальных параметров, класса изоляции и исполнения двигателя. В связи с этим найденные экспериментальным путем коэффициенты передачи пропорциональных звеньев будут различными.

Таблица 3.1 – Показатели работы АД при несимметрии напряжений

Показатель	Несимметрия напряжений, %		
	2	3,5	5
Ток обратной последовательности, %	15	27	38
Общее увеличение потерь активной мощности, %	8	25	50
Увеличение температуры, °C:			
класс <i>A</i>	5	15	30
класс <i>B</i>	6	20	40
Ток статора, %	101	104	107,5

Проанализируем имеющиеся в литературе рекомендации по значениям коэффициента (3.3). Для сопоставимости данных найдем соотношение между коэффициентами при разных классах изоляции.

В табл. 3.2 приведены нормируемые в [7] значения длительно допустимых превышений температуры обмоток. Прежде всего отметим, что отношения $[\vartheta_A]$ к допустимым температурам при разных методах измерения температуры не совпадают между собой: при измерении методом термометра они меньше, причем наибольшая по абсолютному значению относительная погрешность равна $-4,76\%$. Такое расхождение, по-видимому, вызвано округлением нормируемых значений с точностью до 5°C . Далее приняты нормы, относящиеся к методу сопротивления, как более точному (полужирный шрифт в табл. 3.2). Параметр изоляции класса *A* принят равным $0,0866\text{ }(^{\circ}\text{C})^{-1}$, а для остальных классов параметры пересчитаны по формуле (3.10). Выяснилось, что значение $0,0693\text{ }(^{\circ}\text{C})^{-1}$ относится к классу *E*, а не *B*. Выполним аппроксимацию опытных данных из табл. 3.1 методом наименьших квадратов. По аналогии с выводом системы уравнений (14.8.17) из [3] для определения трех коэффициентов параболы общего вида применительно к параболе (3.3) с одним коэффициентом, получим формулу

$$c_{2\theta} = \frac{\sum_{i=1}^N K_{2Ui}^2 \Delta\theta_{2i}}{\sum_{i=1}^N K_{2Ui}^4} \quad (3.15)$$

для искомого параметра, где N – количество опытных точек. Подставив три пары значений коэффициентов несимметрии и температур, получим значения $c_{2\theta A} = 1,21$ и $c_{2\theta B} = 1,6^\circ\text{C} / (\%)^2$. Отношение этих коэффициентов, равное 0,756, практически совпадает с отношением температур из табл. 3.2 и менее чем на 6 % отличается от значения 1,25 в (3.7).

Таблица 3.2 – Длительно допустимые температуры и параметры изоляции электродвигателей переменного тока

Метод измерения	Величина	Класс изоляции				
		A	E	B	F	H
Термометра	$[\theta]$, $^\circ\text{C}$	50	65	70	85	105
	$[\theta_A]/[\theta]$	1	0,7692	0,7143	0,5882	0,4762
	b , $(^\circ\text{C})^{-1}$	0,0866	0,0533	0,0495	0,0408	0,0330
Сопротивления	$[\theta]$, $^\circ\text{C}$	60	75	80	100	125
	$[\theta_A]/[\theta]$	1	0,8	0,75	0,6	0,48
	b , $(^\circ\text{C})^{-1}$	0,0866	0,0693	0,0520	0,0416	0,0333

В [51] приведена формула для расчета температуры обмоток, из которой следует, что $c_{2\theta} = 2^\circ\text{C} / (\%)^2$. Это значение близко к ранее полученному $1,6^\circ\text{C} / (\%)^2$, поэтому отнесем его к изоляции класса B , а для изоляции класса A , с учетом отношения температур 0,75 из табл. 3.2 и формулы (3.9) этот коэффициент будет равен $2,67^\circ\text{C} / (\%)^2$.

В [53] приводится формула для оценивания температуры, которая в принятых здесь обозначениях имеет вид

$$\Delta\theta_2 = \frac{0,028}{b} 1,55 K_{2U}^2 = \frac{0,0434}{b} K_{2U}^2. \quad (3.16)$$

Отсюда следует, что $c_{29A} = 0,5^{\circ}\text{C} / (\%)^2$. Такой же результат получается по данным [77], где указывается, что срок службы АД сокращается вдвое при несимметрии в 4 %.

Большой разброс в значениях c_{29A} от 0,5 до $2,67^{\circ}\text{C} / (\%)^2$ свидетельствует о необходимости дальнейших исследований по определению этих коэффициентов. В качестве экспертной оценки примем наименьшее из этих значений, соответствующее выражению (3.16).

Подставляя в выражения (3.10) отношения температур из табл. 3.2 при $c_{29A} = 0,5^{\circ}\text{C} / (\%)^2$, получим коэффициенты передачи, приведенные в табл. 3.3. Величина (3.4) одинакова для всех классов изоляции и равна $0,00833 (\%)^{-2}$. Подставив это значение в (3.4), найдем коэффициент передачи ВФ в модели ЭМС асинхронного двигателя

$$a_{\phi I} = 100\sqrt{a_{29}}, \quad (3.17)$$

равный 9,13.

Таблица 3.3 – Коэффициенты передачи пропорциональных звеньев в моделях ЭМС асинхронных электродвигателей и параметры изоляции

Величина	Класс изоляции				
	<i>A</i>	<i>E</i>	<i>B</i>	<i>F</i>	<i>H</i>
$c_{29}, ^{\circ}\text{C} / (\%)^2$	0,5	0,625	0,667	0,833	1,042
$b, (^{\circ}\text{C})^{-1}$	0,0866	0,0693	0,065	0,052	0,0416

Перейдем к потерям активной мощности в АД. Данные в табл. 3.1 выражены в процентах от номинальных потерь. По аналогии с (3.15) найдем коэффициент передачи $2,01 (\%)^{-1}$. Для перехода от процентов к кВт необходимо это значение умножить на номинальные потери и разделить на 100. В результате получим

$$c_{2\Delta} = 0,0201\Delta P_{\text{н}} = 0,0201(1 - \eta_{\text{н}})P_{\text{н}}, \quad (3.18)$$

где P_n и η_n – номинальные мощность и КПД.

В [53] потери мощности

$$\Delta P_2 = 2,41 \cdot 10^{-4} k_{\text{АД}} P_n \quad (3.19)$$

выражаются через безразмерный коэффициент $k_{\text{АД}}$, который зависит от номинальной мощности. Для мощностей двигателей до 5 кВт он изменяется от 4,5 до 3; от 5 до 100 кВт – от 3 до 1, от 100 до 1000 кВт – от 1 до 0,4. По отраслям промышленности диапазон изменяется меньше: от 1,07 до 2,91. Для всей промышленности в целом $k_{\text{АД}} = 1,85$.

Коэффициент $k_{\text{АД}}$ пропорционален потерям мощности в о.е. по отношению к номинальной мощности. Он убывает с ее увеличением, что подтверждает более высокую удельную эффективность АД большой мощности. Величина $k_{\text{АД}} P_n$ пропорциональна потерям мощности в кВт. Она, напротив, должна увеличиваться, что необходимо учитывать при выборе аппроксимирующих выражений для $k_{\text{АД}}$ в функции номинальной мощности.

В пределах изменения мощности до 5 кВт можно принять линейную зависимость

$$k_{\text{АД}} = 4,5 - 0,3 P_n,$$

где коэффициент 0,3 имеет размерность 1 / кВт. Величина

$$k_{\text{АД}} P_n = 4,5 P_n - 0,3 P_n^2$$

представляет монотонно возрастающий участок параболы. Для других пределов изменения номинальной мощности такая аппроксимация неприемлема, так как при линейном убывании $k_{\text{АД}}$ величина $k_{\text{АД}} P_n$ будет изменяться немонотонно. В связи с этим примем линейную аппроксимацию именно для этой величины:

$$k_{\text{АД}} P_n = \begin{cases} 10,526 + 0,89474 P_n & \text{при } 5 \leq P_n \leq 100 \text{ кВт,} \\ 66,67 + 0,33333 P_n & \text{при } 100 \leq P_n \leq 1000 \text{ кВт.} \end{cases}$$

Разделив эти выражения на номинальную мощность, убеждаемся, что коэффициент $k_{\text{АД}}$ убывает монотонно, хотя и не линейно.

Подстановка полученных выражений в (3.19) дает иско-
мые коэффициенты:

$$c_{2\Delta P} = \begin{cases} 1,0845 \cdot 10^{-3} P_{\text{н}} - 7,23 \cdot 10^{-3} P_{\text{н}}^2 & \text{при } P_{\text{н}} \leq 5 \text{ кВт}, \\ 2,5368 \cdot 10^{-3} + 2,156 \cdot 10^{-4} P_{\text{н}} & \text{при } 5 \leq P_{\text{н}} \leq 100 \text{ кВт}, \\ 0,0161 + 8,033 \cdot 10^{-5} P_{\text{н}} & \text{при } 100 \leq P_{\text{н}} \leq 1000 \text{ кВт}. \end{cases} \quad (3.20)$$

Значению $k_{\text{АД}} = 1,85$ в целом по промышленности соответствует среднестатистический АД мощностью 11 кВт, для которого $c_{2\Delta P} = 0,00491 \text{ кВт} / (\%)^2$. Такое значение дает и формула (3.12), но при КПД 0,978, недостижимым для АД. Двигатели серии 4А мощностью 11 кВт имеют среднее значение КПД 0,87, которому согласно (3.12) соответствует значение коэффициента передачи 0,0287, намного большее 0,00491 кВт/(%)².

Далее принимаются соотношения (3.20). Для определения коэффициентов $a_{2\Delta P}$ согласно (3.13) необходимо знать номинальные потери мощности. Двигатели серии 4А и А имеют средний КПД 0,9 в пределах от 5 до 100 кВт и 0,93 – от 100 до 1000 кВт. Для двигателей мощностью до 5 кВт примем значение 0,855, равное КПД асинхронного двигателя мощностью 5 кВт. Разделив выражение (3.20) на $(1 - \eta_{\text{н}}) P_{\text{н}}$, получим в кВт/(%)²

$$a_{2\Delta P} = \begin{cases} 7,4793 \cdot 10^{-3} - 8,9862 \cdot 10^{-5} P_{\text{н}} & \text{при } P_{\text{н}} \leq 5 \text{ кВт}, \\ 2,5368 \cdot 10^{-2} / P_{\text{н}} + 2,156 \cdot 10^{-3} & \text{при } 5 \leq P_{\text{н}} \leq 100 \text{ кВт}, \\ 0,23 / P_{\text{н}} + 1,1478 \cdot 10^{-3} & \text{при } 100 \leq P_{\text{н}} \leq 1000 \text{ кВт}. \end{cases} \quad (3.21)$$

Из (3.13) найдем безразмерные коэффициенты передачи
ВФ

$$a_{\Phi\Delta P} = 100 \sqrt{a_{2\Delta P}}. \quad (3.22)$$

3.4. Параметры статических моделей ЭМС синхронных электродвигателей по несимметрии напряжений

Воздействие несимметрии напряжений на синхронные двигатели (СД) во многом аналогично ее воздействия на АД. Показатели ЭМС зависят от двух безразмерных коэффициентов [53]: $k_{\text{см}} = 780$ и $k'_{\text{см}} = 0,681$ для СД с успокоительной обмоткой и 0,273 – без нее. Наличие успокоительной обмотки существенно увеличивает потери мощности и дополнительный нагрев.

Кратность снижения срока службы СД дается формулой

$$\gamma_{z2} = \exp\{k_{\text{см}} k'_{\text{см}} K_{2U}^2 \cdot 10^{-4}\},$$

сопоставление которой с (3.6) позволяет определить коэффициент передачи

$$c_{29} = \frac{1}{b} k_{\text{см}} k'_{\text{см}} \cdot 10^{-4}. \quad (3.23)$$

Подстановка численных значений входящих сюда величин для изоляции класса A дает $c_{29,A} = 0,6134^\circ\text{C} / (\%)^2$ для СД с успокоительной обмоткой и $0,2459^\circ\text{C} / (\%)^2$ – без нее. Для изоляции других классов пересчет выполняется так же, как и для АД. Результаты пересчета приведены в табл. 3.4. Параметры изоляции остаются такими же, как и в табл. 3.3.

Таблица 3.4 – Коэффициенты передачи пропорциональных звеньев в моделях ЭМС синхронных электродвигателей (УО – успокоительная обмотка)

Наличие УО	Вели- чина	Класс изоляции				
		A	E	B	F	H
Есть	$c_{29,}$	0,6134	0,7668	0,8179	1,0223	1,2787
Нет	$^\circ\text{C}/(\%)^2$	0,2459	0,3074	0,3279	0,4098	0,5123

Величина a_{29} от температуры не зависит и согласно (3.4)

равна $0,01022^{\circ}\text{C}/(\%)^2$ для СД с успокоительной обмоткой и $0,0041^{\circ}\text{C}/(\%)^2$ – без нее. По формуле (3.17) вычислим коэффициенты передачи ВФ: 10,11 и 6,4 – при наличии и отсутствии успокоительной обмотки.

Дополнительные потери мощности определяются по формуле

$$\Delta P_2 = k'_{\text{см}} K_{2U}^2 P_{\text{н}} \cdot 10^{-4}, \quad (3.24)$$

из которой находим

$$c_{2\Delta P} = k'_{\text{см}} P_{\text{н}} \cdot 10^{-4}. \quad (3.25)$$

Подстановка сюда значений $k'_{\text{см}}$ дает коэффициенты передачи: $6,81 P_{\text{н}} \cdot 10^{-5} \text{ кВт}/(\%)^2$ для СД с успокоительной обмоткой и $2,73 P_{\text{н}} \cdot 10^{-5} \text{ кВт}/(\%)^2$ – без нее.

3.5. Параметры статических моделей ЭМС конденсаторных установок, трансформаторов и линий электропередачи по несимметрии напряжений

Кратность снижения срока службы силовых конденсаторов [53]

$$\gamma_{z2} = \exp\{b[\vartheta] K_{2U}^2 \cdot 10^{-4}\}$$

зависит от допустимого перепада температуры $[\vartheta] = 30^{\circ}\text{C}$. Сравнивая это выражение с (3.5), получим коэффициент передачи

$$c_{2\vartheta} = [\vartheta] \cdot 10^{-4}, \quad (3.26)$$

численное значение которого примем одинаковым для всех классов изоляции: $0,003^{\circ}\text{C}/(\%)^2$.

Дополнительные потери мощности в КУ с номинальной мощностью $Q_{\text{н}}$ выражаются через угол потерь δ :

$$\Delta P_2 = Q_n K_{2U}^2 \operatorname{tg} \delta \cdot 10^{-4}, \quad (3.27)$$

откуда найдем в кВт/(%)²

$$c_{2\Delta P} = Q_n \operatorname{tg} \delta \cdot 10^{-4}, \quad (3.28)$$

$$a_{2\Delta P} = 10^{-4} (\%)^{-2}, \quad a_{\Phi\Delta P} = 1. \quad (3.29)$$

Температура дополнительного перегрева силовых трансформаторов определяется по формуле [53]

$$\Delta \vartheta_2 = a_\Sigma K_{2U}^2 \cdot 10^{-4}, \quad (3.30)$$

где $a_\Sigma = 7040,9$ и $1760,2^\circ\text{C}/(\%)^2$ – для цеховых и специальных трансформаторов. Отсюда следует, что

$$c_{2\vartheta} = a_\Sigma \cdot 10^{-4}. \quad (3.31)$$

Для цеховых и специальных (сварочных, печных) трансформаторов эта величина равна 0,7041 и $0,176^\circ\text{C}/(\%)^2$.

Дополнительные потери активной мощности определяют в предположении малости потерь $\Delta P_{\text{ХХ}}$ холостого хода:

$$\Delta P_2 = (\Delta P_{\text{ХХ}} + \Delta P_{\text{КЗ}}/u_{\text{КЗ}}^2) \approx \Delta P_{\text{КЗ}} K_{2U}^2 \cdot 10^{-4} / u_{\text{КЗ}}^2, \quad (3.32)$$

где $u_{\text{КЗ}}$ – напряжение КЗ в о.е.

В [53] приводятся не зависящие от номинальной мощности S_n трансформатора значения величины

$$k_\tau = \frac{\Delta P_{\text{КЗ}}}{u_{\text{КЗ}}^2 S_n},$$

которая для цеховых трансформаторов равна 2,67, а для специальных – 0,67. Записав (3.32) в виде

$$\Delta P_2 = k_T S_H K_{2U}^2 \cdot 10^{-4},$$

закключаем, что коэффициент передачи

$$c_{2\Delta P} = k_T S_H \cdot 10^{-4}. \quad (3.33)$$

Его значения для цеховых и специальных трансформаторов составят $2,67 S_H \cdot 10^{-4}$ и $6,7 S_H \cdot 10^{-5}$. В формуле (3.13) под номинальными потерями следует понимать потери КЗ. Тогда

$$a_{2\Delta P} = c_{2\Delta P} / \Delta P_{КЗ} = 10^{-4} / u_{КЗ}^2. \quad (3.34)$$

Напряжения КЗ у цеховых и специальных трансформаторов равны 0,075 и 0,15, что соответствует значениям $a_{2\Delta P} = 0,0178$ и $0,00444 (\%)^2$.

Для линии электропередачи (ЛЭП) модели ЭМС на рис. 3.4 не применимы, так как помехой является не напряжение, а ток обратной последовательности от источников несимметрии. Активное сопротивление r фазы ЛЭП одинаково для прямой и обратной последовательностей. Дополнительные потери активной мощности в кВт

$$\Delta P_2 = 3 I_2^2 r \cdot 10^{-3}, \quad (3.35)$$

где ток измеряется в амперах, а сопротивление – в омах.

Токи обратной последовательности нескольких источников помех могут отличаться фазовым сдвигом, поэтому модуль суммарного тока определяется по суммам активных и реактивных составляющих токов или по суммам проекций на выбранные оси координат.

3.6. Структурные схемы динамических моделей ЭМС по несимметрии напряжений

В соответствии с уравнением (1.32) в статическую модель ЭМС для оценивания температуры $\Delta \theta_2$ дополнительного пере-

грева от несимметрии необходимо добавить инерционное звено с единичным коэффициентом передачи и постоянной инерции T . В общем случае динамическая модель ЭМС одного электроприемника содержит ВФ и блок КСИ (рис. 3.5, а), причем ВФ уже не будет пропорциональным звеном, как в статической модели на рис. 3.4, а. На пропорциональный блок 4 с коэффициентом передачи $c_{\vartheta I}$ поступает квадратичный токовый инерционный процесс $w_{2TI}(t)$.

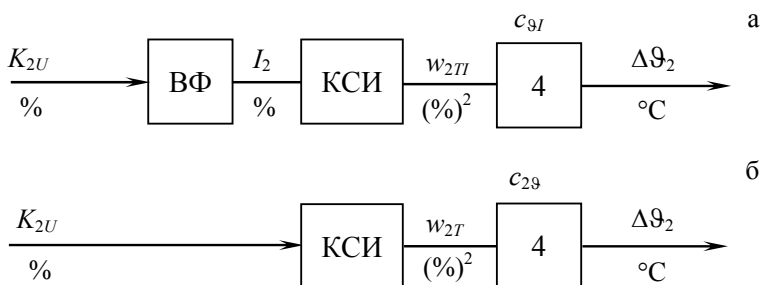


Рис. 3.5. Структурные схемы динамических моделей ЭМС для оценивания температуры

При отсутствии сведений о параметрах ВФ или в укрупненных технико-экономических расчетах, когда известны лишь коэффициенты $c_{2\vartheta}$, динамическая модель массовых электроприемников принимается в виде, показанном на рис. 3.5, б. Здесь на звено 4 поступает инерционный процесс $w_{2T}(t)$ после квадратичного инерционного сглаживания коэффициентов несимметрии.

В общем случае к сети подключается группа электроприемников с разными постоянными времени нагрева. Их динамические модели будут отличаться друг от друга величиной параметра T блока КСИ.

Средние потери мощности ΔP_{2c} согласно (1.38) вычисляются по квадрату эффективного тока I_{2c} обратной последовательности. Для получения этой величины после квадратора 1 предусматривается звено 6 определения среднего значения (рис. 3.6, а). В пропорциональном звене 4 производится умножение I_{2c}^2 на коэффициент $c_{\Delta PI}$.

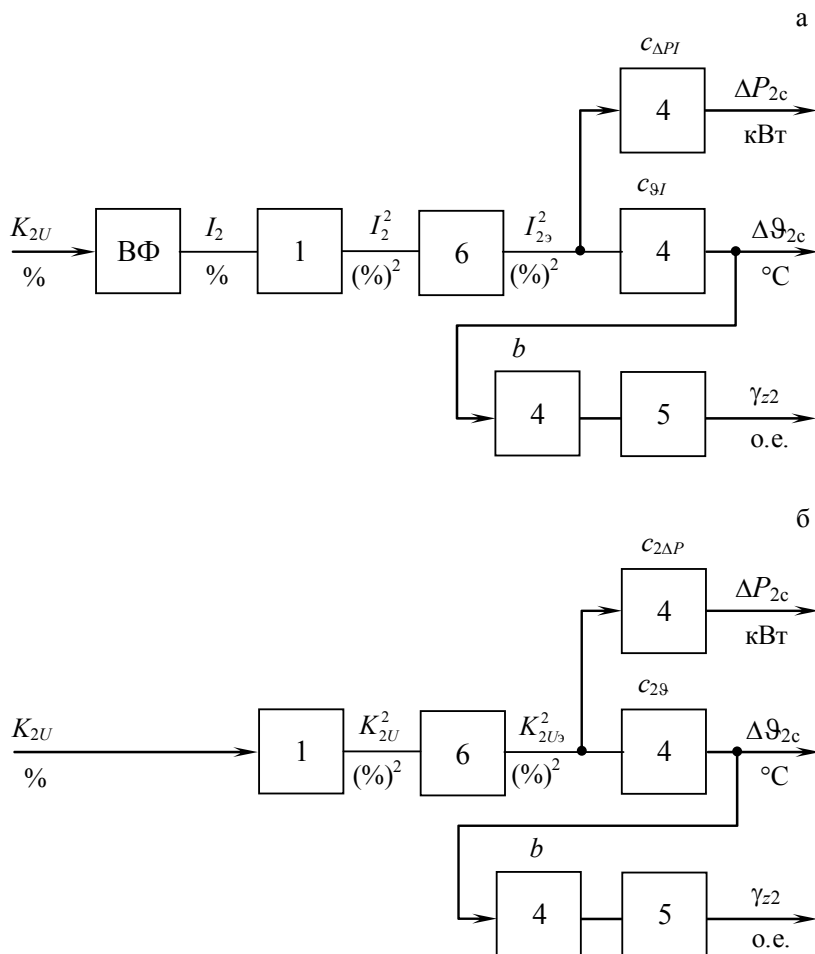


Рис. 3.6. Структурные схемы динамических моделей ЭМС для определения средней температуры, потерь электроэнергии и кратности снижения срока службы

Среднее значение потерь мощности согласно (3.14) пропорционально квадрату эффективного значения $K_{2U\phi}$ коэффициента несимметрии, поэтому

$$\Delta P_{2c} = c_{2\Delta P} K_{2U_3}^2. \quad (3.36)$$

Соответствующая динамическая модель представлена на рис. 3.6, б. В ней звено 4 имеет коэффициент передачи $c_{2\Delta P}$.

Аналогичные модели для оценивания средней температуры отличаются лишь коэффициентами передачи пропорциональных звеньев. Средняя температура является показателем ЭМС для электроприемников с очень большой тепловой инерцией (теоретически $T \rightarrow \infty$). В общем случае по ней согласно (1.37) определяется кратность снижения срока службы γ_{z2} . Для этого в моделях на рис. 3.6 предусматривается пропорциональное звено 4 с коэффициентом передачи b и экспоненциальное звено 5.

3.7. Динамические модели ЭМС электрооборудования по несимметрии напряжений

Рассмотрим модели ЭМС асинхронных электродвигателей. Коэффициент передачи $a_{\phi I}$ ВФ на рис. 3.5, а и 3.6, а может быть определен двумя способами: по схеме замещения АД и по экспериментальным данным согласно (3.17).

Проиллюстрируем применение первого способа на примере⁵ Г-образной схемы замещения (рис. 3.7), где приняты следующие обозначения для активных сопротивлений и индуктивностей: r_c и L_c – обмотки статора, r_m и L_m – контура намагничивания, r'_p и L'_p – обмотки ротора, s – скольжение, коэффициент $c \approx 1 + x_c/x_m$.

Дополнительно обозначим:

$$r'_{p2} = c^2 r'_p / (2 - s), \quad r_{cm} = r_c + r_m, \quad r_{cp2} = c r_c + r'_{p2},$$

$$g_d = (r_{cm} + r_{cp2}) / r_{cm} r_{cp2}, \quad g_1 = 1/r_c, \quad g_2 = 1/r_m,$$

⁵ Для выдающихся по мощности и режиму АД схема замещения должна учитывать явления насыщения магнитной системы и вытеснения тока ротора.

$$L_{cm} = L_c + L_m, \quad L_{cp} = cL_c + c^2L'_p,$$

$$T_{cm} = L_{cm}/r_{cm}, \quad T_{cp2} = L_{cp}/r_{cp2},$$

$$T_1 = T_{cm} + T_{cp2}, \quad T_2^2 = T_{cm}T_{cp2}, \quad T_3 = (L_{cm} + L_{cp})/(r_{cm} + r_{cp2}).$$

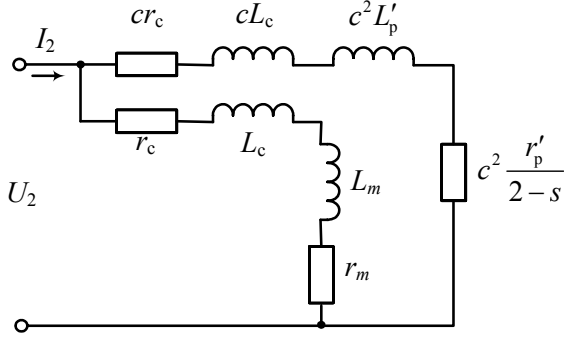


Рис. 3.7. Схема замещения АД по току обратной последовательности

В операторной форме эквивалентная проводимость двух параллельных ветвей

$$Z(p) = \frac{p(L_{cm} + L_{cp}) + r_{cm} + r_{cp2}}{(pL_{cm} + r_{cm})(pL_{cp} + r_{cp2})} = g_d \frac{T_3 p + 1}{T_2^2 p^2 + T_1 p + 1},$$

которая изменяется в сименсах. Для выражения тока в процентах введем безразмерные коэффициенты

$$a_{1,2} = g_{1,2} z_n, \quad a_\phi = g_d z_n,$$

где z_n – номинальное сопротивление двигателя, которое определим позже.

Передаточная функция ВФ получается умножением эквивалентной проводимости на номинальное сопротивление:

$$W_2(p) = \frac{a_1}{T_1 p + 1} + \frac{a_2}{T_2 p + 1} = a_{\Phi I} \frac{T_3 p + 1}{(T_1 p + 1)(T_2 p + 1)}. \quad (3.37)$$

В соответствии с первым выражением ВФ состоит из двух параллельно соединенных инерционных звеньев с коэффициентами передачи a_1 , a_2 и постоянными времени T_1 и T_2 . Второе выражение дает четыре последовательно соединенных звена: пропорциональное с коэффициентом передачи $a_{\Phi I}$, два инерционных с T_1 и T_2 , а также форсирующее с постоянной времени T_3 .

Первую структуру ВФ удобно использовать для расчетов по временным характеристикам. В рассматриваемой задаче переходная функция является реакцией на скачок напряжения $u_\delta = 1\%$, который определяется через единичную функцию: $u_\delta \cdot 1(t)$. В этом случае первое выражение приводит к формуле

$$h_2(t) = u_\delta (1 - a_1 \exp\{-\gamma_1 t\} - a_2 \exp\{-\gamma_2 t\}), \quad (3.38)$$

где $\gamma_{1,2} = 1/T_{1,2}$. Весовая функция

$$g_2(t) = u_\delta (a_1 \gamma_1 \exp\{-\gamma_1 t\} + a_2 \gamma_2 \exp\{-\gamma_2 t\}) \quad (3.39)$$

состоит из суммы двух экспонент.

Вторая структура ВФ удобна для расчетов с использованием частотных характеристик. АЧФ фильтра

$$A_2(\omega) = a_{\Phi I} \sqrt{\frac{1 + \omega^2 T_3^2}{(1 + \omega^2 T_1^2)(1 + \omega^2 T_2^2)}}.$$

Структурная схема замещения АД по прямой последовательности аналогична схеме на рис. 3.7 – в ней надо заменить U_2 и I_2 на U_1 и I_1 , r'_{p2} на $r'_{p1} = c^2 r'_p / s$. Обозначив

$$r_{cp1} = cr_c + r'_{p1}, \quad g_{д1} = (r_{cm} + r_{cp1}) / r_{cm} r_{cp1}, \quad T_{cp1} = L_{cp} / r_{cp1},$$

$$T_4 = T_{cm} + T_{cp1}, \quad T_5^2 = T_{cm} T_{cp1}, \quad T_6 = (L_{cm} + L_{cp}) / (r_{cm} + r_{cp1}),$$

найдем эквивалентное сопротивление параллельных ветвей

$$z_{13}(p) = \frac{(pL_{cm} + r_{cm})(pL_{cp} + r_{cp1})}{p(L_{cm} + L_{cp}) + r_{cm} + r_{cp1}} = \frac{1}{g_{д1}} \frac{T_5^2 p^2 + T_6 p + 1}{T_4 p + 1}.$$

При частоте ω_f получим

$$z_{сн} = \frac{1}{g_{д1}} \sqrt{\frac{(1 - \omega_f^2 T_5^2)^2 + \omega_f^2 T_6^2}{1 + \omega_f^2 T_4^2}}. \quad (3.40)$$

Как отмечалось, при встречающейся на практике несимметрии, скольжение изменяется незначительно, поэтому в полученных формулах его можно принимать равным номинальному значению.

При выполнении укрупненных технико-экономических расчетов более удобным является второй способ определения коэффициентов. Они принимаются такими же, как и для статических моделей (п. 3.3).

Отдельные элементы АД имеют разные постоянные времени нагрева, которые к тому же зависят от условий вентиляции. Однако обычно ограничиваются приближенным анализом нагревания, принимая одну постоянную времени. Возникающие при этом погрешности не выходят за пределы допустимых. Значения постоянных времени нагрева для АД различной мощности находятся в широких пределах: от нескольких минут до часов [21, 48]. В большинстве случаев она намного больше средней длительности циклов изменения несимметрии, поэтому оценивание ЭМС можно выполнять в рамках моделей, представленных на рис. 3.6.

Этот вывод относится и к большинству СД, КУ, трансформаторов и ЛЭП, постоянные времени нагрева которых достаточно велики [15, 21, 52]. Коэффициенты передачи в их дина-

мических моделях далее принимаются такими же, как и в статических моделях, но при необходимости они могут быть определены по соответствующим схемам замещения.

3.8. Нормируемые показатели ЭМС по несимметрии напряжений

Первоначально в стандартах различных стран нормировались лишь допустимые значения коэффициента несимметрии [20]. Эти нормы имеют наглядный смысл лишь для частного случая неизменной несимметрии, когда в рамках статической модели по коэффициенту несимметрии можно однозначно определить показатели ЭМС. Следующим этапом стало введение норм и на кратковременные изменения несимметрии: в стандартах [55, 64, 76] уровень несимметрии устанавливался от 1 до 3 процентов, а кратковременно допускалась несимметрия от 2 до 5 %. В [76] для СД указывалась длительность кратковременного повышения несимметрии за 1 мин. С 1981 г. допустимая несимметрия начала оцениваться с интегральной вероятностью 95 %, т.е. при нормировании стал использоваться принцип практической уверенности (п. 2.7).

В [6] нормируются трехсекундные среднеквадратичные величины коэффициентов несимметрии. В обозначениях не делается различий между текущими и осредненными значениями: K_{2Ui} – i -е текущее и K_{2U} – осредненное, а также между измеряемыми (или рассчитываемыми) и нормируемыми значениями. Примем следующие обозначения [31]: $[\theta] = 3$ с – нормируемая длительность кумуляции (в [6] – обозначена через T_{vs}); K_{2U} , $K_{2w\theta}$, $K_{2w[\theta]}$ – текущие, кумулятивные и трехсекундные приведенные коэффициенты несимметрии.

В [6] принято дискретное осреднение на примыкающих друг к другу трехсекундных интервалах. В каждом интервале берется N ординат – не менее 9. Шаг дискретизации будет равен $3/(N+1)$ – не более 0,3 с, если в N не учитывать конечную или начальную ординату. Кумулятивный коэффициент несимметрии

$$K_{2w[\theta]} = \sqrt{\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N K_{2U/i}^2}. \quad (3.41)$$

Так как контроль несимметрии осуществляется за сутки, количество трехсекундных интервалов велико, поэтому при условии стационарности процесса дискретное осреднение дает тот же результат, что и непрерывное:

$$K_{2w[\theta]} = \sqrt{L_{\theta} \{K_{2U}^2\}}. \quad (3.42)$$

Расчетные максимальные значения $K_{2[\theta]н \max}$ и $K_{2[\theta]п \max}$ для нормального и предельного режимов, определенные с граничными вероятностями 0,05 и 0,001 (п. 2.7), не должны превышать соответствующие допустимые значения ($[]$ в обозначениях):

$$K_{2[\theta]н \max} \leq [K_{2н}], \quad K_{2[\theta]п \max} \leq [K_{2п}], \quad (3.43)$$

которые в [6] приняты равными 2 и 4 %.

Формально преобразованию (3.42) соответствует некоторой «кумулятивный» стандартный электроприемник (п. 1.1). Отсутствие множителя перед суммой в (3.41) означает, что в модель ЭМС (рис. 3.8, а) нет необходимости вводить ВФ – его коэффициент передачи равен единице. Квадратор 1 и кумулятивное звено 3 формируют квадратичный кумулятивный процесс

$$w_{2[\theta]}(t) = K_{2w[\theta]}^2(t).$$

Блок ПЭ включает в себя звено 7 извлечения квадратного корня и блок 8 определения расчетных максимальных значений с заданной граничной вероятностью.

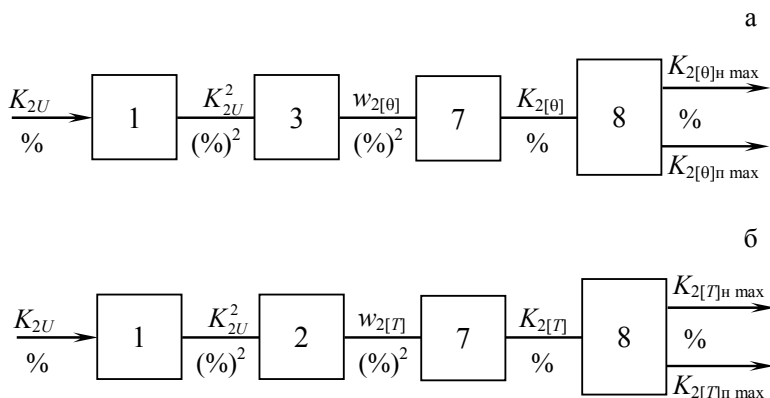


Рис. 3.8. Структурные схемы моделей стандартных электроприемников по несимметрии напряжений: а – кумулятивного, б – инерционного

3.9. Доза несимметрии напряжений

Стандартный электроприемник не имеет физического аналога, поэтому в соответствии с соотношением (1.31) ориентировочно в качестве аналога можно принять электроприемник с единичной входной проводимостью и постоянной времени нагрева

$$[T] = 3/2,25 \approx 1,3 \text{ с.} \quad (3.44)$$

Модель ЭМС такого «инерционного» стандартного электроприемника (рис. 3.8, б) вместо кумулятивного звена 3 имеет инерционного звено 2 с постоянной времени (3.44). В этом случае вместо (3.43) получим аналогичные условия ЭМС:

$$K_{2[T]н \max} \leq [K_{2н}], \quad K_{2[T]п \max} \leq [K_{2п}] \quad (3.45)$$

с теми же нормами 2 и 4 %.

Эти условия имеют наглядный физический смысл. Стандартный инерционный электроприемник корректно сравнивать с

другими электроприемниками, которые отличаются коэффициентами передачи и постоянными времени нагрева. Инерционное сглаживание позволяет избежать трудностей в определении кумулятивных показателей ЭМС при наличии периодической составляющей (п. 1.6).

Дальнейшее развитие нормирования возможно путем перехода к дозе несимметрии ψ_2 . Так как наиболее чувствительными к несимметрии являются электродвигатели, в качестве стандартного электроприемника естественно взять АД, структура и параметры модели ЭМС которого должны быть установлены путем экспертных оценок.

Двигатели имеют большие постоянные времени нагрева: от десятков минут до часов, в связи с чем температуру дополнительного нагрева от несимметрии напряжений можно оценивать по эффективному значению $I_{2\gamma}$ тока обратной последовательности.

В соответствии с формулой (1.45) доза несимметрии

$$\psi_2 = k_{\psi 2} I_{2\gamma}. \quad (3.46)$$

Входящий сюда коэффициент дозы определим на примере Г-образной схемы замещения (рис. 3.7). В [7] допускается длительная работа двигателей с коэффициентом несимметрии $[K_{2U}] = 2\%$. В установившемся режиме с коэффициентом несимметрии K_{2U} во ВФ производится только умножение на коэффициент передачи, поэтому

$$\psi_{2\infty} = a_{\phi I} k_{\psi 2} K_{2U}.$$

Допустимое значение дозы в нормальном режиме примем равным единице. В этом случае

$$k_{\psi 2} = 1/a_{\phi I} [K_{2U}], \quad (3.47)$$

а доза

$$\psi_2 = I_{2c} / a_{\phi I} [K_{2U}]. \quad (3.48)$$

Среднее значение температуры

$$\Delta \vartheta_{2c} = c_{\vartheta I} I_{2c}^2. \quad (3.49)$$

В [7] длительно допустимая температура для изоляции класса A составляет 60°C , поэтому согласно (1.34)

$$c_{\vartheta I} = [\vartheta_A] \cdot 10^{-4} = 0,006^\circ\text{C} / (\%)^2.$$

Выразив из (3.48) эффективный ток через дозу и подставив его в (3.49), получим

$$\Delta \vartheta_{2c} = a_{\phi I}^2 c_{\vartheta I} [K_{2U}]^2 \psi_2^2. \quad (3.50)$$

Подстановка числовых значений дает

$$\Delta \vartheta_{2c} = 0,024 a_{\phi I}^2 \psi_2^2, ^\circ\text{C}. \quad (3.51)$$

Γ -образная схема не учитывает насыщение магнитной системы и вытеснения тока ротора. Дальнейшее упрощение при нормировании состоит в отказе от учета намагничивающего тока. В этом случае ВФ будет состоять только из инерционного звена с коэффициентом передачи $a_{\phi I} = a_1$ и постоянной времени T_1 . Для него

$$\begin{aligned} g_d &= 1/r_d, \quad W_2(p) = a_1 / (T_1 p + 1), \\ A_2(\omega) &= a_1 / \sqrt{1 + \omega^2 T_1^2}, \quad z_n = r_d \sqrt{1 + \omega_{1n}^2 T_{1n}^2}. \end{aligned} \quad (3.52)$$

Предельное упрощение будет, если принять ВФ в виде пропорционального звена с коэффициентом передачи $a_{\phi I}$. Для такой статической модели эффективный ток

$$I_{2\vartheta} = a_{\Phi I} K_{2U\vartheta}$$

пропорционален эффективному значению $K_{2U\vartheta}$ коэффициента несимметрии. Подстановка этого выражения в (3.48) и (3.49) дает дозу

$$\psi_2 = K_{2U\vartheta} / [K_{2U}] = 0,5 K_{2U\vartheta} \quad (3.53)$$

и среднюю температуру

$$\Delta\vartheta_{2c} = c_{2\vartheta} K_{2U\vartheta}^2 = 0,5 K_{2U\vartheta}^2, \quad (3.54)$$

где учтено соотношение (3.3) и значение пропорциональности из табл. 3.3 для изоляции класса A . Согласно (3.50)

$$\Delta\vartheta_{2c} = c_{2\vartheta} [K_{2U}]^2 = 2\psi_2^2. \quad (3.55)$$

Соотношения (3.51) и (3.55) раскрывают физический смысл дозы: она отражает среднюю температуру дополнительного нагрева стандартного электродвигателя от несимметрии напряжений, а следовательно, и кратность снижения срока службы:

$$\gamma_{z2} = \exp\{b_A \Delta\vartheta_{2c}\}. \quad (3.56)$$

Для статической модели при принятых числовых значениях

$$\gamma_{z2} = \exp\{0,173\psi_2^2\}. \quad (3.57)$$

В расчетах ущерба от уменьшения срока службы величину (3.56) можно ориентировочно принимать для всех АД, а не только стандартного. При допустимой дозе срок службы уменьшается на 19 %. Для СД средняя температура пересчитывается пропорционально коэффициентам $c_{2\vartheta}$, которые равны

0,6134 и 0,2459°C / (%)² (табл. 3.4) – при наличии и отсутствии успокоительной обмотки. Для них коэффициенты перед квадратом дозы в (3.59) составляют 0,2122 и 0,0851.

В [6] для предельного режима нормы на несимметрию в два раза больше, поэтому соответствующее допустимое значение дозы будет равно двум.

Для периодических помех эффективные значения вычисляются за период, а для стационарных случайных – за время затухания корреляционных связей. Эти значения не изменяются, поэтому и дозы не зависят от времени. Для нестационарных помех дозы вычисляются примерно за три постоянные времени нагрева двигателя: этот промежуток времени можно принять равным одному часу. При измерениях часовые промежутки целесообразно разбить на меньшие участки.

Статистическая обработка почасовых доз выполняется за сутки [6]. Максимальные значения ψ_{\max} и $\tilde{\psi}_{\max}$ доз несимметрии определяются с граничной вероятностью 0,05 и 0,001 (п. 2.7). Условия ЭМС:

$$\psi_{2\max} \leq 1, \quad \tilde{\psi}_{2\max} \leq 2. \quad (3.58)$$

Структурная схема динамической модели ЭМС (рис. 3.9) включает в себя ВФ, квадратор 1 и звено 6 вычисления среднего

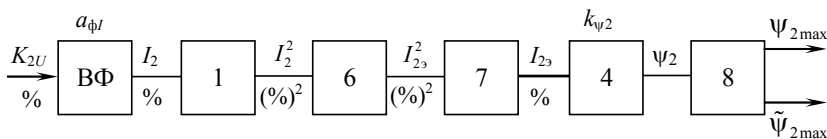


Рис. 3.9. Структурные схемы динамической модели ЭМС стандартного АД по дозе несимметрии

значения, звено 7 извлечения квадратного корня, пропорциональное звено 4 с коэффициентом передачи $k_{\psi 2}$ и блока 8 определения максимальных доз.

Раздел 4

МЕТОДЫ РАСЧЕТА ПОКАЗАТЕЛЕЙ ЭМС ПО НЕСИММЕТРИИ НАПРЯЖЕНИЙ

4.1. Исходные данные для оценивания несимметрии

В задаче первого типа (п. 1.1) целью является определение нормируемых в [6] трехсекундных коэффициентов несимметрии, а в задаче второго типа – показателей ЭМС по тепловым эффектам и потерям активной мощности (п. 1.7).

В действующих электрических сетях для решения задачи первого типа может быть использован специализированный прибор, блок-схема которого совпадает с моделью ЭМС кумулятивного стандартного электроприемника (рис. 3.8, а). При отсутствии прибора функции измерения и вычислений разделяются: вначале записываются помехи, а затем выполняется их обработка на универсальных компьютерах. При этом учитывается несимметрия напряжения, создаваемая нагрузками всех источников помех. Для решения задач второго типа такой подход является единственно возможным, так как оценки ЭМС, полученные специализированными приборами, не могут быть распространены на другие электроприемники. Только в частном случае, когда постоянные времени нагрева велики, трехсекундные графики коэффициентов несимметрии можно рассматривать как исходные для оценивания ЭМС. Здесь трехсекундное осреднение осуществляет предварительное сжатие информации, сокращая ее исходный объем.

Если электрооборудование оснащено первичными преобразователями температуры, то показатели ЭМС по тепловым эффектам определяются непосредственно по записанным графикам температуры, а потери мощности рассчитываются по средней температуре с учетом коэффициента $c_{\theta I}$ (п. 3.2).

В проектировании исходными для расчетов являются индивидуальные графики токов фаз источников несимметрии или их вероятностные характеристики (п. 4.2). В схеме замещения на рис. 2.1 сеть представляется активным и реактивным сопротивлением токам обратной последовательности. Параллельно

источникам тока и сети подключаются АД, поскольку они оказывают фильтрующее действие, уменьшая напряжение обратной последовательности. Если АД не учитывать, то в схеме замещения остается лишь полное сопротивление z_2 фазы сети, а полный ток I_2 получается геометрическим суммированием индивидуальных токов. В этом случае линейное напряжение обратной последовательности

$$U_2 = \sqrt{3} I_2 z_2. \quad (4.1)$$

Эта же формула используется для оценки вклада источника помехи в общий график несимметрии напряжений – для этого необходимо записать графики токов фаз именно этого источника.

Линейные напряжения прямой и обратной последовательностей между фазами A и B линейных векторов \underline{U}_{AB} , \underline{U}_{BC} и \underline{U}_{CA} вычисляются по известным формулам:

$$\begin{aligned} \underline{U}_{1AB} &= \frac{1}{3} (\underline{U}_{AB} + a \underline{U}_{BC} + a^2 \underline{U}_{CA}), \\ \underline{U}_{2AB} &= \frac{1}{3} (\underline{U}_{AB} + a^2 \underline{U}_{BC} + a \underline{U}_{CA}), \end{aligned} \quad (4.2)$$

где оператор трехфазной системы

$$a = \exp\{j120^\circ\} = (-1 + j\sqrt{3})/2.$$

Другие линейные напряжения

$$\begin{aligned} \underline{U}_{1BC} &= a^2 \underline{U}_{1AB}, & \underline{U}_{1CA} &= a \underline{U}_{1AB}, \\ \underline{U}_{2BC} &= a \underline{U}_{2AB}, & \underline{U}_{2CA} &= a^2 \underline{U}_{2AB}. \end{aligned}$$

Аналогичные формулы справедливы для фазных напряжений, а также системы токов \underline{I}_A , \underline{I}_B , \underline{I}_C :

$$\underline{I}_{1A} = \frac{1}{3}(\underline{I}_A + a\underline{I}_B + a^2\underline{I}_C), \quad (4.3)$$

$$\underline{I}_{2A} = \frac{1}{3}(\underline{I}_A + a^2\underline{I}_B + a\underline{I}_C), \quad \underline{I}_{2B} = a\underline{I}_{2A}, \quad \underline{I}_{2C} = a^2\underline{I}_{2A}.$$

Для удобства анализа введем обозначение

$$U_{A\alpha} = (U_{BC}^2 - U_{CA}^2) / U_{AB}, \quad (4.4)$$

что позволит записать рекомендуемые в [6] выражения для модулей линейных напряжений симметричных составляющих в более компактном виде:

$$U_{1,2A} = \frac{1}{2\sqrt{3}} \sqrt{\left[\sqrt{3}U_{AB} \pm \sqrt{4U_{BC}^2 - (U_{A\alpha} + U_{AB})^2} \right]^2 + U_{A\alpha}^2}. \quad (4.5)$$

Аналогичные формулы можно записать и для модулей токов симметричных составляющих фазы A :

$$I_{1,2A} = \frac{1}{2\sqrt{3}} \sqrt{\left[\sqrt{3}I_A \pm \sqrt{4I_B^2 - (I_{A\alpha} + I_A)^2} \right]^2 + I_{A\alpha}^2}, \quad (4.6)$$

$$I_{A\alpha} = (I_B^2 - I_C^2) / I_A.$$

В качестве примера далее рассматриваются приведенные в [14] графики нагрузок⁵ фаз ДСП емкостью 100 т на напряжении 35 кВ, частично воспроизведенные на рис. 4.1. Для определенности примем мощность КЗ $S_K = 600$ МВА, что дает сопротивление

⁵ Графики записаны инерционным регистрирующим прибором, сгладившим колебания тока. Для восстановления фактических нагрузок необходимо иметь данные о постоянных времени звена второго порядка, которым моделируется прибор [24].

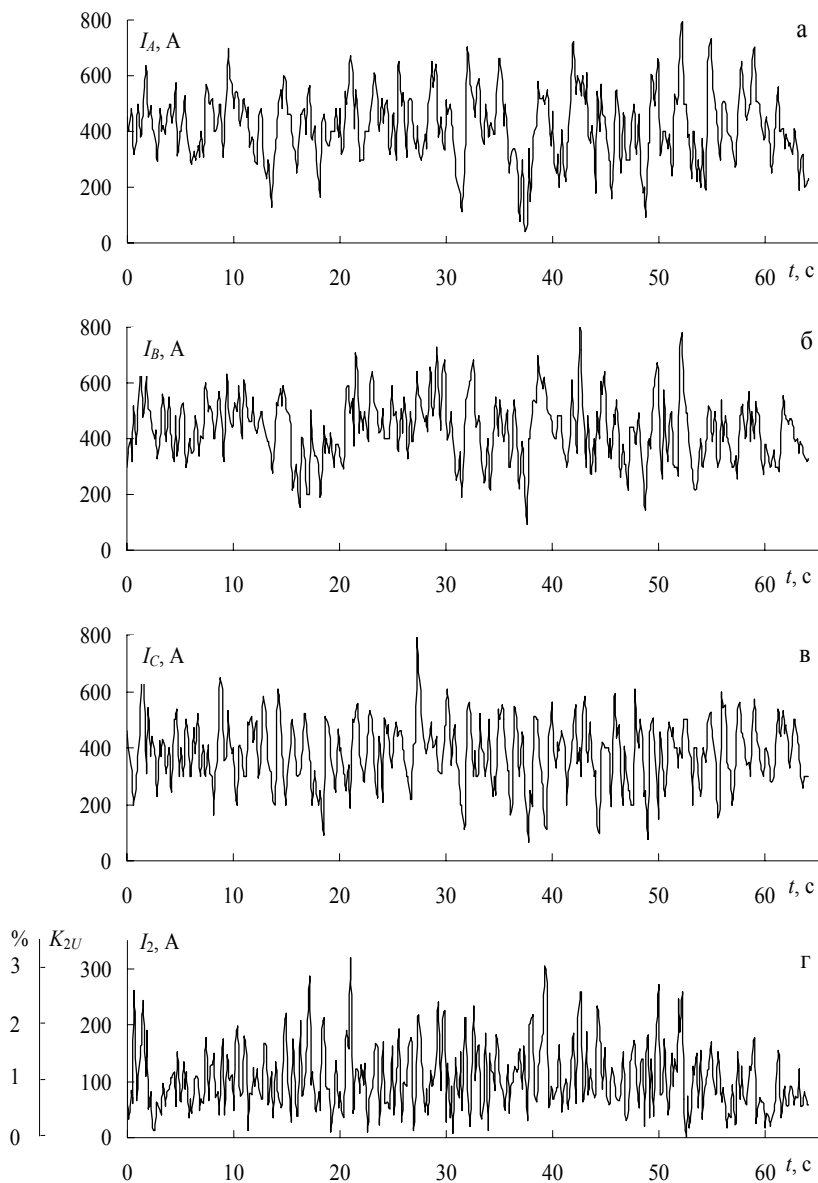


Рис. 4.1. Нагрузки фаз (а-в) и ток обратной последовательности (г) при работе ДСП емкостью 100 т в период расплавления

$$z_2 = U_n^2 / S_k = 35^2 / 600 = 2,04 \text{ Ом.}$$

Рассчитанный по формуле (4.6) график тока обратной последовательности показан на рис. 4.1, г. Согласно (4.1) для перехода от токов к коэффициентам несимметрии напряжений достаточно ввести новую ось ординат в % с масштабным коэффициентом

$$100\sqrt{3}z_2 / (U_n \cdot 10^3) = 0,01 \text{ (}\% \text{)/A.}$$

На всех графиках по условиям считывания ординат шаг дискретизации $\Delta = 0,1693$ с.

Можно показать, что формула (4.5) получена применением метода симметричных составляющих при следующих условиях:

$$U_{AB} \neq 0, \quad U_{BC} + U_{CA} \geq U_{AB},$$

хотя сам метод никаких ограничений не имеет.

Примером невыполнения первого условия является обрыв в фазе A , когда на электроприемнике остается лишь напряжение между фазами B и C . Подстановка в формулу (4.2) нулевых значений других напряжений дает

$$U_1 = U_2 = U_{BC} / 3,$$

в то время как величины (4.4) и (4.5) обращаются в бесконечность. То же самое происходит при обрыве фазы B .

При обрыве фазы C первое условие выполняется, но нарушается второе. Возведя в квадрат обе части второго неравенства, с учетом (4.4) получим другую форму его записи:

$$4U_{BC}^2 \geq U_{A\alpha} + U_{AB}.$$

Невыполнение этого неравенства приводит к тому, что формула (4.5) дает мнимую величину, хотя по методу симметричных со-

ставляющих в этом случае модули $U_1 = U_2 = U_{AB}/3$.

Геометрически рассмотренные условия выражают требование замкнутости треугольника напряжений или токов, которое выполняется при отсутствии напряжения U_0 нулевой последовательности. При обрыве любой фазы оно появляется: например, $U_{1BC} = U_{2BC} = U_{0BC} = U_{BC}/3$ – при обрыве фазы A .

Чтобы избежать контроля выполнения условий применимости формул (4.5) и (4.6), в компьютерных расчетах целесообразно использовать общие формулы метода симметричных составляющих в следующей последовательности. По заданным трем модулям напряжений по теореме косинусов вычисляются углы между ними и модули симметричных составляющих. При этом направление действительной оси выбирается совпадающим с одним из векторов напряжения. Поскольку исходными являются только модули векторов, то их фазы будут зависеть от выбранного направления действительной оси, которую удобно совместить с одним из векторов. Однако это не влияет на конечный результат – следует лишь учитывать, что рассчитанные углы векторов симметричных составляющих являются промежуточными величинами и использовать их в других расчетах нельзя.

В тех случаях, когда заданы векторы напряжений, а не только их модули, формула (4.2) дает фактические значения как модулей, так и фаз векторов обратной последовательности. В качестве примера рассмотрим однофазный электроприемник, подключенный на линейное напряжение. Угол сдвига между этими напряжениями и действующим значением I тока обозначим через φ . Треугольник линейных напряжений будем считать симметричным. Векторы токов двух фаз одинаковы по величине и противоположны по направлению (рис. 3.2, а). В отличие от рис. 3.3, действительную ось x совместим по направлению с вектором линейного напряжения между фазами B и C , а мнимую ось y – перпендикулярно ей.

Модели токов прямой и обратной последовательностей равны между собой:

$$I_1 = I_2 = I/\sqrt{3} \quad (4.7)$$

и не зависят от того, к каким фазам подключен электроприемник.

Вектор тока прямой последовательности фазы A и его проекции также не зависят от фаз подключения электроприемника:

$$\underline{I}_{1A} = \frac{I}{\sqrt{3}} \exp\{j(90^\circ - \varphi)\}, \quad (4.8)$$

$$I_{1xA} = \frac{I}{\sqrt{3}} \sin \varphi, \quad I_{1yA} = \frac{I}{\sqrt{3}} \cos \varphi.$$

Токи обратной последовательности и их проекции при различных вариантах подключения отличаются друг от друга (табл. 4.1).

Таблица 4.1 – Токи обратной последовательности однофазного электроприемника

Под- ключе- ние	\underline{I}_{2A}	I_{2xA}	I_{2yA}
A и B	$\frac{I \exp\{j(150^\circ - \varphi)\}}{\sqrt{3}}$	$-\frac{I \sin(60^\circ - \varphi)}{\sqrt{3}}$	$\frac{I \cos(60^\circ - \varphi)}{\sqrt{3}}$
B и C	$\frac{I \exp\{j(90^\circ + \varphi)\}}{\sqrt{3}}$	$-\frac{I \sin \varphi}{\sqrt{3}}$	$-\frac{I \cos \varphi}{\sqrt{3}}$
C и A	$\frac{I \exp\{j(30^\circ - \varphi)\}}{\sqrt{3}}$	$\frac{I \sin(60^\circ + \varphi)}{\sqrt{3}}$	$\frac{I \cos(60^\circ + \varphi)}{\sqrt{3}}$

Суммирование проекций индивидуальных токов n источников помех дает графики проекций тока обратной последовательности

$$I_{2xA}(t) = \sum_{r=1}^n i_{2xA_r}(t), \quad I_{2yA}(t) = \sum_{r=1}^n i_{2yA_r}(t),$$

по которым строится график модулей тока, а по нему – согласно (4.1) и график коэффициентов несимметрии.

4.2. Вероятностные характеристики несимметрии напряжений

В тех случаях, когда график помехи не известен, исходными для оценивания ЭМС являются вероятностные характеристики помехи (п. 1.3), которые находятся опытным путем, методами имитации, на основе технологических расчетов. Для определенности рассмотрим два примера определения характеристик: коэффициентов несимметрии напряжений при работе ДСП (рис. 4.1, г) и токов группы однофазных электроприемников. Корреляционную функцию коэффициентов несимметрии будем обозначать через $B_{K2}(\tau)$ – с тем, чтобы избежать совпадения с обозначениями самих коэффициентов.

При обработке экспериментальных данных возникает дилемма: аппроксимировать ли теоретическим выражением вначале корреляционную функцию или спектральную плотность, а затем к этим выражениям применять преобразования (1.6). Первый способ предпочтителен в тех случаях, когда из общих соображений вид корреляционной функции известен, а длительность записи T_3 процесса достаточно велика, чтобы достоверно определить параметры аппроксимирующего выражения. Вторым способом применяется тогда, когда именно по спектральной плотности выясняются свойства самого процесса (наличие резонансных экстремумов), которые могут быть упущены при аппроксимации корреляционной функции.

Действительно, ординаты статистической (опытной) корреляционной функции вычисляются по формуле

$$\tilde{B}_{K2}(\tau) = \frac{1}{T_3 - \tau} \int_0^{T_3 - \tau} K_{2U}(t) K_{2U}(t + \tau) dt - K_{2Uc}^2, \quad (4.10)$$

где K_{2Uc} – среднее значение коэффициентов несимметрии. С увеличением τ множитель перед интегралом возрастает, поэто-

му при больших значениях аргумента погрешности вычисления корреляционной функции увеличиваются: при $\tau \rightarrow T_3$ ее ординаты могут стать даже больше дисперсии D_{K2} , что противоречит самому понятию корреляционной функции. Из-за незакономерных колебаний статистической корреляционной функции при больших τ применение преобразования (1.6) искажает вид спектральной плотности: могут появиться даже отрицательные ее значения. Если же ограничиться малыми значениями τ , то спектральная плотность будет определена с большой ошибкой.

Встречающиеся в практике процессы изменения несимметрии обычно имеют корреляционные функции вида (1.8)-(1.10). Например, в период расплавления расстояние от электрода до шихты изменяется случайным образом, но регулятор стремится поддерживать заданную длину дуги. В связи с этим электрод совершает случайные колебания вокруг заданного положения, средний период которых зависит от динамических свойств регулятора и исполнительного механизма перемещения электродов. Если переходная функция этой системы не имеет колебательной составляющей, то КФ будет экспоненциальной. В противном случае применяются аппроксимирующие выражения (1.9) или (1.10).

На рис. 4.2 кружками показаны ординаты, рассчитанные по графику на рис. 4.1,г согласно (4.10) при $T_3 = 64$ с.

Значения аргумента брались с тем же шагом $\Delta = 0,1693$ с, что и ординаты графика. Для наглядности опытные точки соединены отрезками прямых (ломаная 1). По среднему и эффективному значениям коэффициентов несимметрии, равным 1,043 и 1,195 %, вычислим стандарт $\sigma_{K2} = 0,583$ %.

Для аппроксимации обычно используется начальный участок корреляционной функции. В рассматриваемом случае корреляционная функция на начальном участке убывает монотонно, что позволяет аппроксимировать ее экспонентой (кривая 2). Дисперсию примем равной опытному значению $\sigma_{K2}^2 = 0,34$ (%)². Первое пересечение оси абсцисс происходит между 4Δ и 5Δ , поэтому параметр $\alpha_2 = 6,5$ с⁻¹ был определен по методу наименьших квадратов за время 5Δ .

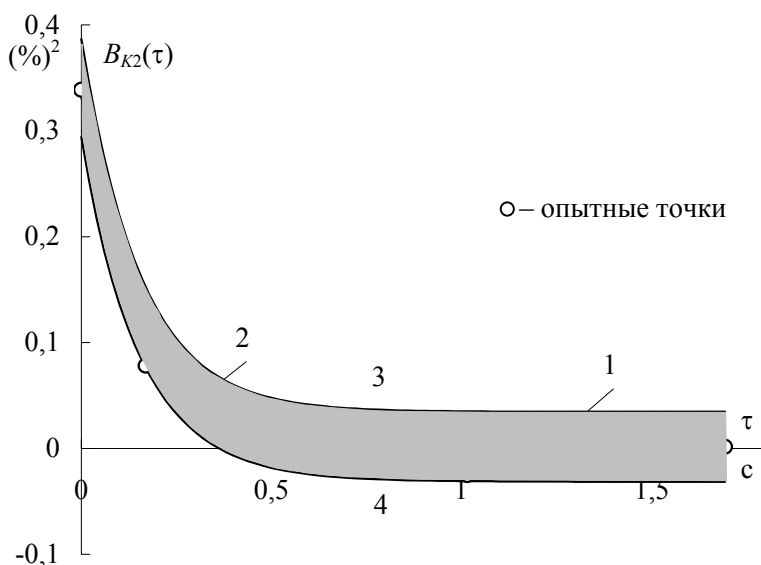


Рис. 4.2. Корреляционные функции коэффициентов не-симметрии напряжений при работе ДСП-100 в период расплавления: 1 — опытная, 2 — теоретическая, 3 и 4 — границы доверительного интервала

Покажем, что расхождения

$$\Delta B(\tau) = B_{K2}(\tau) - \tilde{B}_{K2}(\tau) \quad (4.11)$$

между этими корреляционными функциями являются случайными, а не закономерными. Такая задача решается путем построения доверительных интервалов. Величина $\Delta B(\tau)$ рассматривается как случайная величина со средним значением ΔB_c и дисперсией $D_{\Delta B}(\tau)$. Границы доверительного интервала для отклонений $\Delta B(\tau)$ определяются выражением

$$\varepsilon_{\max, \min} = \pm \Delta B_c \pm t_{\beta} \sqrt{D_{\Delta B}(\tau)},$$

где величина t_β зависит от доверительной вероятности. Обычно эту вероятность принимают равной 0,95, которой соответствует значение $t_\beta = 1,96$ (табл. 14.3.1 [3]).

Среднее значение уменьшаемого в (4.11) равно самому уменьшаемому, поэтому

$$\Delta B_c(\tau) = B_{K2}(\tau) - M\{\tilde{B}_{K2}(\tau)\},$$

где M – символ определения математического ожидания. С учетом формул (41.14) и (40.12) из [43] найдем, что среднее значение

$$\Delta B_c = \frac{2}{T_3} \int_0^{T_3} (1 - \tau/T_3) B_{K2}(\tau) d\tau \quad (4.12)$$

не зависит от τ .

Для экспоненциальной корреляционной функции интегрирование дает

$$\Delta B_c = \frac{2\sigma_{K2}^2}{\alpha_2^2 T_3^2} [\exp\{-\alpha_2 T_3\} + \alpha_2 T_3 - 1], \quad (4.13)$$

а при $\alpha_2 T_3 \gg 1$

$$\Delta B_c \approx 2\sigma_{K2}^2 / \alpha_2 T_3. \quad (4.14)$$

Дисперсия уменьшаемого в (4.11), как неслучайной функции, равна нулю, поэтому дисперсия левой части этого выражения совпадает с дисперсией статистической корреляционной функции, которая вычисляется по формуле

$$D_{\Delta B}(\tau) = \frac{2}{T_\tau^2} \int_0^{T_\tau} (T_\tau - \xi) [B_{K2}^2(\xi) + B_{K2}(\tau - \xi) \cdot B_{K2}(\tau + \xi)] d\xi, \quad (4.15)$$

где ξ – переменная интегрирования, $T_\tau = T_3 - \tau$.

Выражение (1.8) содержит абсолютные значения аргумента. Первое слагаемое и второй сомножитель в квадратных скобках являются положительными величинами, поэтому в них знак абсолютного значения опускается. Иначе обстоит дело с первым сомножителем. Здесь необходимо различать два случая: когда $\xi < \tau$ и $\xi > \tau$. В первом случае знак абсолютных значений также опускается, так как $\tau - \xi$ есть величина положительная. Во втором случае этот знак можно опустить, записав $\xi - \tau$, а не $\tau - \xi$. В результате первое слагаемое интегрируется в пределах от 0 до T_τ , а при интегрировании второго слагаемого пределы надо разбить на две части: от 0 до τ и от τ до T_τ .

С учетом этого для экспоненциальной корреляционной функции получим сумму трех табличных интегралов. Опуская выкладки, запишем конечный результат при $\tau \geq 0$:

$$D_{\Delta B}(\tau) = -\frac{\sigma_{K2}^4}{2\alpha_2^2 T_\tau^2} \left[2\alpha_2 T_\tau - 1 + 2\exp\{-2\alpha_2 T_\tau\} + \right. \\ \left. + (4\alpha_2^2 \tau T_\tau + 2\alpha_2 T_\tau - 2\alpha_2^2 \tau^2 - 2\alpha_2 \tau - 1)\exp\{-2\alpha_2 \tau\} \right]. \quad (4.16)$$

Для рассматриваемого примера $\alpha_2 T_3 = 416$, что намного больше единицы. Это позволяет использовать приближенную формулу (4.14), которая дает среднее значение $0,0016 (\%)^2$. Рассчитанные границы доверительного интервала представлены кривыми 3 и 4. Все опытные точки располагаются внутри доверительного интервала, поэтому расхождения между ломаной 1 и кривой 2 можно считать случайными, а гипотезу об экспоненциальной корреляционной функции – не противоречащей опытным данным.

По графику на рис. 4.1, г найдем статистическую функцию распределения (рис. 4.3, кривая 1), которая достигает единицы при наибольшем значении коэффициента несимметрии, равном 3,17 %. Проверим, можно ли полученное распределение считать нормальным со средним значением 1,043 и стандартом 0,583 % (кривая 2). Так как параметры распределения приняты

по опытным данным, воспользуемся критерием Пирсона⁶ (критерий хи-квадрат) [3, 42].

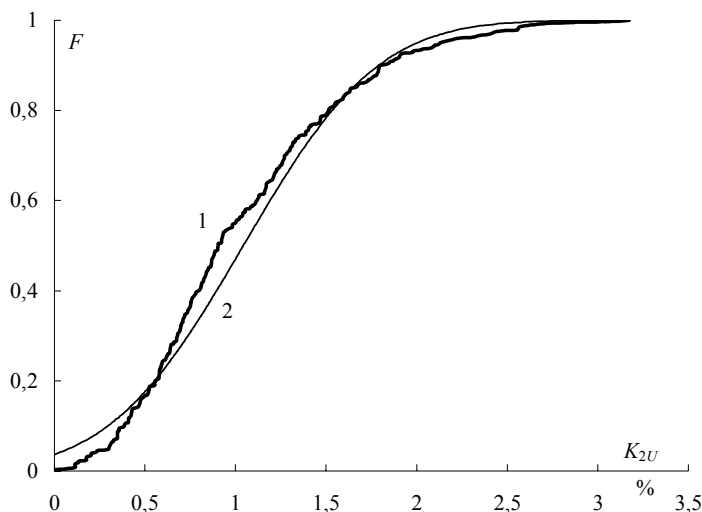


Рис. 4.3. Функции распределения коэффициентов несимметрии напряжений: 1 – опытная, 2 – нормальный закон

В формулы, реализующие критерий согласия, входит количество N опытных точек. Когда обработка ведется по ансамблю реализаций, величина N равна их количеству. При обработке же по одной реализации в качестве N нельзя принимать количество ординат

$$N_{\Delta} = T_3 / \Delta + 1,$$

поскольку при малом шаге дискретизации соседние ординаты коррелированы, в то время как критерии предполагают независимость опытов. Для того чтобы необоснованно не отвергнуть правдоподобную гипотезу, количество «опытов» следует при-

⁶ Более простой критерий Колмогорова применяется, когда априори известны вид распределения и его параметры.

нимать по количеству ординат, расположенных на расстоянии затухания корреляционных связей. Примем, что затухание происходит за пять времен корреляции (1.15). Тогда

$$N = T_3 / 5\tau_k = 0,2T_3 / \tau_k. \quad (4.17)$$

Эта величина в N/N_Δ раз меньше количества ординат: чем меньше Δ , тем в большей мере завышались бы требования к сходимости статистического и теоретического распределений.

Вероятность E_k правдоподобия теоретической гипотезы обычно принимают равной 0,05.

Статистическая функция распределения строится по всем ординатам в количестве N_Δ . Для применения критерия Пирсона весь диапазон возможных значений коэффициента несимметрии разбивают на m интервалов (не менее 20). На каждом интервале определяют приращение $\Delta\tilde{F}$ статистической и ΔF теоретической функций распределения и вычисляется величина

$$\chi^2 = N \sum_{l=1}^m (1 - \Delta\tilde{F}_l / \Delta F_l)^2. \quad (4.18)$$

При выборе теоретической функции распределения использовано $r = 3$ условия: среднее значение и стандарт равны опытным значениям, а сумма всех приращений статистической функции распределения равна единице. По числу степеней свободы

$$k = m - r - 1$$

и интегральной вероятности

$$E_n = 1 - E_k$$

по табл. 4 приложения в [42] находится допустимое значение $[\chi]^2$. Если величина (4.18) меньше этого значения, то гипотеза о теоретическом распределении принимается.

В случае экспоненциальной корреляционной функции время корреляции есть величина, обратная α_2 . В связи с этим входящее в (4.18) количество опытов составит

$$N = 0,2\alpha_2 T_3.$$

В рассматриваемом примере:

$$N_{\Delta} = 64/0,1693 + 1 = 379, \quad N = 0,2 \cdot 6,5 \cdot 64 = 83, \quad m = 20.$$

По $k=16$ и $E_{\text{и}} = 0,95$ найдем, что $[\chi^2] = 7,96$, в то время как расчет по формуле (4.18) дал значение 9,43. Следовательно, гипотеза о нормальном распределении не может быть принята⁷.

Теоретически обоснованный способ определения величин N в (4.18) и степеней свободы изложен в [43], но он требует большого количества численных интегрирований выражений, содержащих двумерные функции распределения ординат реализации на границах интервалов переменной длительности τ : формулы (43.30) и (43.31) в [43]. Хотя для нормального распределения эти формулы могут быть выражены через среднее значение и корреляционную функцию в виде одномерных интегралов от двумерной плотности распределения, указанный способ мало приспособлен для практического применения.

Перейдем к рассмотрению случая, когда от трехфазной сети питается группа из n однофазных электроприемников, каждый из которых независимо друг от друга работает в режиме «включено-выключено» с коэффициентом включения $k_{\text{в}}$, нагрузкой I , углом ϕ сдвига фаз за время включения и интенсивностью λ – величиной, обратной средней длительности цикла.

⁷ Критерий Колмогорова дает противоположный результат: наибольшее расхождение между функциями распределения составило 0,12, а величине $0,12\sqrt{83} = 1,1$ в табл. 7.6.1 из [3] отвечает вероятность 0,178 > 0,05, что свидетельствует о правдоподобности теоретической гипотезы.

Среднее значение тока одного электроприемника получается умножением I на коэффициент включения, а дисперсия – I^2 на $k_{\text{в}}(1 - k_{\text{в}})$. Средние значения проекций токов суммируются. С учетом (4.8) запишем выражение для суммарных средних значений (черта в обозначениях) проекций на ось x токов прямой последовательности фазы A :

$$\bar{I}_{1xA\Sigma} = \frac{1}{\sqrt{3}} \left[\sum_{r=1}^{n_{AB}} k_{Br} I_r \sin \varphi_r + \sum_{r=1}^{n_{BC}} k_{Br} I_r \sin \varphi_r + \sum_{r=1}^{n_{CA}} k_{Br} I_r \sin \varphi_r \right],$$

где $n_{AB,BC,CA}$ – количество электроприемников, подключенных между соответствующими фазами.

Выражение для суммарных средних значений $\bar{I}_{1yA\Sigma}$ аналогично – только вместо $\sin \varphi$ надо записать $\cos \varphi$. Так как слабые в этих выражениях однотипны, их можно объединить:

$$\bar{I}_{1xA\Sigma} = \frac{1}{\sqrt{3}} \sum_{r=1}^n k_{Br} I_r \sin \varphi_r, \quad \bar{I}_{1yA\Sigma} = \frac{1}{\sqrt{3}} \sum_{r=1}^n k_{Br} I_r \cos \varphi_r. \quad (4.19)$$

Точно так же определим суммарные проекции дисперсий токов прямой последовательности:

$$DI_{1xA\Sigma} = \frac{1}{3} \sum_{r=1}^n k_{Br} (1 - k_{Br}) I_r^2 \sin^2 \varphi_r, \quad (4.20)$$

$$DI_{1yA\Sigma} = \frac{1}{3} \sum_{r=1}^n k_{Br} (1 - k_{Br}) I_r^2 \cos^2 \varphi_r.$$

Модуль среднего значения суммарного тока прямой последовательности

$$\bar{I}_{1A\Sigma} = \sqrt{\bar{I}_{1xA\Sigma}^2 + \bar{I}_{1yA\Sigma}^2} \quad (4.21)$$

и дисперсия

$$DI_{1A\Sigma} = DI_{1xA\Sigma} + DI_{1yA\Sigma} = \frac{1}{3} \sum_{r=1}^n k_{Br} (1 - k_{Br}) I_r^2 \quad (4.22)$$

не зависят от распределения электроприемников между фазами.

Иначе обстоит дело с обратной последовательностью. С учетом табл. 4.1 суммарные средние значения проекций содержат разнотипные слагаемые:

$$\begin{aligned} \bar{I}_{2xA\Sigma} = \frac{1}{\sqrt{3}} & \left[-\sum_{r=1}^{n_{AB}} k_{Br} I_r \sin(60^\circ - \varphi_r) - \sum_{r=1}^{n_{BC}} k_{Br} I_r \sin \varphi_r + \right. \\ & \left. + \sum_{r=1}^{n_{CA}} k_{Br} I_r \sin(60^\circ + \varphi_r) \right], \end{aligned} \quad (4.23)$$

$$\begin{aligned} \bar{I}_{2yA\Sigma} = \frac{1}{\sqrt{3}} & \left[\sum_{r=1}^{n_{AB}} k_{Br} I_r \cos(60^\circ - \varphi_r) - \sum_{r=1}^{n_{BC}} k_{Br} I_r \cos \varphi_r + \right. \\ & \left. + \sum_{r=1}^{n_{CA}} k_{Br} I_r \cos(60^\circ + \varphi_r) \right], \end{aligned}$$

поэтому суммы нельзя объединять, а среднее значение

$$\bar{I}_{2A\Sigma} = \sqrt{\bar{I}_{2xA\Sigma}^2 + \bar{I}_{2yA\Sigma}^2} \quad (4.24)$$

существенно зависит от распределения электроприемников.

Напротив, дисперсия $DI_{2A\Sigma}$ суммарного тока обратной последовательности свойством инвариантности обладает. В самом деле, в выражения для дисперсий проекций тока

$$\begin{aligned} DI_{2xA\Sigma} = \frac{1}{3} & \left[\sum_{r=1}^{n_{AB}} k_{Br} (1 - k_{Br}) I_r^2 \sin^2(60^\circ - \varphi_r) + \right. \\ & \left. + \sum_{r=1}^{n_{BC}} k_{Br} (1 - k_{Br}) I_r^2 \sin^2 \varphi_r + \sum_{r=1}^{n_{CA}} k_{Br} (1 - k_{Br}) I_r^2 \sin^2(60^\circ + \varphi_r) \right], \end{aligned}$$

$$DI_{2yA\Sigma} = \frac{1}{3} \left[\sum_{r=1}^{n_{AB}} k_{Br} (1 - k_{Br}) I_r^2 \cos^2 (60^\circ - \varphi_r) + \right. \\ \left. + \sum_{r=1}^{n_{BC}} k_{Br} (1 - k_{Br}) I_r^2 \cos^2 \varphi_r + \sum_{r=1}^{n_{CA}} k_{Br} (1 - k_{Br}) I_r^2 \cos^2 (60^\circ + \varphi_r) \right]$$

входят разнотипные слагаемые. Однако дисперсия суммарного тока

$$DI_{2A\Sigma} = DI_{2xA\Sigma} + DI_{2yA\Sigma} = \frac{1}{3} \sum_{r=1}^n k_{Br} (1 - k_{Br}) I_r^2 \quad (4.25)$$

не зависит от распределения электроприемников, так как суммы квадратов синусов и косинусов дают единицы. Выражения (4.22) и (4.25) тождественно совпадают.

Инвариантность дисперсии позволяет минимизировать несимметрию по среднему значению (4.24). Перераспределением электроприемников по фазам полностью устранить несимметрию невозможно, поскольку дисперсия всегда отлична от нуля. Например, для электроприемников с одинаковыми параметрами режима формула (4.24) дает

$$\bar{I}_{2A\Sigma} = \frac{1}{2\sqrt{3}} k_B I \sqrt{(n_{AB} + n_{CA} - 2n_{BC})^2 + 3(n_{AB} - n_{BC})}. \quad (4.26)$$

В этом частном случае равномерное распределение по фазам дает нулевое среднее значение, но дисперсия

$$DI_{2A\Sigma} = \frac{1}{3} n k_B (1 - k_B) I^2$$

при $k_B \neq 0$ в нуль не обращается. В общем же случае при разных параметрах режима равномерное распределение ($n_{AB} = n_{BC} = n_{CA}$) далеко не всегда обеспечивает минимум несимметрии.

При небольшом количестве электроприемников ($n \leq 3$) дискретное вероятностное распределение суммы токов проекций получается путем перебора комбинаций совпадения включенных состояний разного количества электроприемников. Вероятности этих комбинаций и функции распределения приведены в табл. 4.2 для модулей тока. Эти же распределения относятся и к проекциям токов. Номера электроприемников обозначены римскими цифрами. Принято соотношение $I_I < I_{II} < I_{III}$.

Таблица 4.2 – Вероятностные распределения нагрузок группы однофазных электроприемников

n	Ток	Вероятность	Функция распределения
2	0	$E_0 = (1 - k_{\text{вI}})(1 - k_{\text{вII}})$	E_0
	I_I	$E_I = k_{\text{вI}}(1 - k_{\text{вII}})$	$E_0 + E_I$
	I_{II}	$E_{II} = (1 - k_{\text{вI}})k_{\text{вII}}$	$E_0 + E_I + E_{II}$
	$I_I + I_{II}$	$E_{I,II} = k_{\text{вI}}k_{\text{вII}}$	1
3	0	$E_0 = (1 - k_{\text{вI}})(1 - k_{\text{вII}})(1 - k_{\text{вIII}})$	E_0
	I_I	$E_I = k_{\text{вI}}(1 - k_{\text{вII}})(1 - k_{\text{вIII}})$	$E_0 + E_I$
	I_{II}	$E_{II} = k_{\text{вII}}(1 - k_{\text{вI}})(1 - k_{\text{вIII}})$	$E_0 + E_I + E_{II}$
	I_{III}	$E_{III} = k_{\text{вIII}}(1 - k_{\text{вI}})(1 - k_{\text{вII}})$	$E_0 + \dots + E_{III}$
	$I_I + I_{II}$	$E_{I,II} = k_{\text{вI}}k_{\text{вII}}(1 - k_{\text{вIII}})$	$E_0 + \dots + E_{I,II}$
	$I_I + I_{III}$	$E_{I,III} = k_{\text{вI}}k_{\text{вIII}}(1 - k_{\text{вII}})$	$E_0 + \dots + E_{I,III}$
	$I_{II} + I_{III}$	$E_{II,III} = k_{\text{вII}}k_{\text{вIII}}(1 - k_{\text{вI}})$	$E_0 + \dots + E_{II,III}$
	$I_I + I_{II} + I_{III}$	$E_{I,II,III} = k_{\text{вI}}k_{\text{вII}}k_{\text{вIII}}$	1

При $n \geq 4$ вероятностное распределение близко к нормальному, так как при суммировании случайных величин или процессов происходит их нормализация.

Вероятностные распределения нагрузок и их параметры не зависят от законов распределения длительностей включения

и пауз отдельных электроприемников. Корреляционные же функции токов и проекций полностью определяются этими распределениями – за исключением значений в нуле, равных дисперсиям. Общие формулы для корреляционных функций индивидуальных нагрузок приведены в § 3.3 [44].

Между изменениями нагрузки одного электроприемника существует очевидная связь: за возрастанием нагрузки от 0 до I в момент включения через некоторое время следует ее спад до нуля. На суммарном графике эта связь ослабевает: за увеличением нагрузки, вызванным включением одного электроприемника, может последовать дальнейшее ее увеличение при включении другого электроприемника. При большом количестве электроприемников эта связь исчезает, а поток включений и отключений становится простейшим. В этом случае корреляционную функцию можно считать экспоненциальной с параметром, определяемым средними значениями $k_{\text{вс}}$ коэффициентов включения и $\lambda_{\text{с}}$ интенсивностей включения. Для суммарного тока обратной последовательности

$$B_{2IA\Sigma}(\tau) = DI_{2A\Sigma} \exp\{-\alpha_2 |\tau|\}, \quad (4.27)$$

где параметр

$$\alpha_2 = \lambda_{\text{с}} / [k_{\text{вс}} (1 - k_{\text{вс}})], \quad (4.28)$$

а дисперсия вычисляется согласно (4.25):

$$DI_{2A\Sigma}^2 = \frac{1}{3} k_{\text{вс}} (1 - k_{\text{вс}}) \sum_{r=1}^n I_r^2. \quad (4.29)$$

Характеристики нормального распределения тока обратной последовательности определяются формулами (4.29), а также (4.23) и (4.24), в которых среднее значение коэффициентов включения выносится за знак сумм.

4.3. Расчет показателей ЭМС в рамках статических моделей

Статические модели ЭМС используются либо при неизменной несимметрии либо для безынерционных объектов (п. 3.2). В первом случае расчет показателей ЭМС не вызывает трудностей. Во втором случае затруднения также не возникают, если помеха задана графиком изменения коэффициентов несимметрии: этот график возводится в квадрат и умножается на соответствующие коэффициенты $c_{2\vartheta}$ и $c_{2\Delta P}$. Затем по полученному графику температуры вычисляются средняя температура и расчетное максимальное значение (с граничной вероятностью 0,05), а по графику потерь мощности – их среднее значение.

Если исходная информация задана в виде теоретического вероятностного распределения коэффициентов несимметрии, то по формулам (2.39), (2.40) и табл. 2.1 может быть получено вероятностное распределение квадратов коэффициентов несимметрии, а с учетом (2.34) – распределение температур и потерь мощности. Если задана статистическая функция распределения, то функция распределения квадратов коэффициентов несимметрии получается нелинейным преобразованием оси абсцисс, исходя из условия

$$F(K_{2U}) = F(K_{2U}^2). \quad (4.30)$$

Проиллюстрируем это на примере статистической функции распределения коэффициентов несимметрии, которая представлена на рис. 4.3 кривой 1 и воспроизведена на рис. 4.4 слева. Согласно (4.30) ордината точки a для значения коэффициента несимметрии 2 % совпадает с ординатой точки b квадрата этого коэффициента, равного 4 (%)². Выполнив такие преобразования для всех значений абсцисс исходного графика, получим искомую функцию распределения, показанную на рис. 4.4 справа.

Однако для рассматриваемых показателей ЭМС определять вероятностные характеристики квадратов коэффициентов несимметрии не вызывается необходимостью. Во-первых, из соотношения (4.30) следует, что взятое с граничной вероятностью 0,05 расчетное максимальное значение квадратов коэффи-

циентов несимметрии равно квадрату расчетного значения $K_{2U\max}$. Поэтому расчетный максимум температуры

$$\Delta\vartheta_{2\max} = c_{2\vartheta} K_{2U\max}^2. \quad (4.31)$$

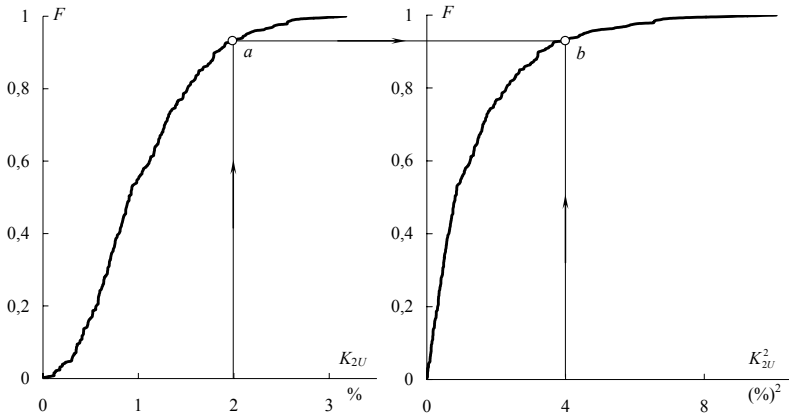


Рис. 4.4. Построение функции распределения квадратов коэффициентов несимметрии

Во-вторых, среднее значение температуры, для которого соотношение вида (4.31) не корректно, сразу вычисляется по квадрату эффективного значения $K_{2U\vartheta}$ коэффициента несимметрии:

$$\Delta\vartheta_c = c_{2\vartheta} K_{2U\vartheta}^2 = c_{2\vartheta} \sqrt{K_{2Uc}^2 + \sigma_{K2}^2}. \quad (4.32)$$

Аналогично находится среднее значение потерь мощности

$$\Delta P_c = c_{2\Delta P} K_{2U\vartheta}^2 = c_{2\Delta P} \sqrt{K_{2Uc}^2 + \sigma_{K2}^2}. \quad (4.33)$$

Для графика на рис. 4.1,г расчетное значение $K_{2U\max} = 2,26 \%$, а $K_{2U\vartheta}^2 = 1,043^2 + 0,583^2 = 1,428 (\%)^2$, в то время как

$K_{2U_c}^2 = 1,043^2 = 1,088 (\%)^2$. Поэтому, если бы средняя температура рассчитывалась по формуле вида (4.31), то ошибка составила бы $-23,8 \%$.

4.4. Расчет кумулятивных коэффициентов несимметрии по графику помехи

Приведенные кумулятивные коэффициенты несимметрии напряжений $K_{2w[\theta]}$ длительностью $[\theta] = 3$ с (п. 3.8) рассчитываются для проверки выполнения норм стандарта [6]. Расчет не требуется лишь в двух случаях. Во-первых, если наибольшее значение K_{2UM} не превышает 2 %, требования стандарта заведомо выполняются. Во-вторых, поскольку трехсекундный кумулятивный максимум не может быть больше эффективного значения коэффициента несимметрии, то при

$$K_{2U_3} > [K_{2n}] = 2 \%$$

требования стандарта безусловно нарушаются.

Перед расчетом по заданному графику коэффициентов несимметрии целесообразно проверить выполнение условия (1.22), которое в решаемой задаче принимает вид

$$1 - K_{2U_c}/K_{2U_3} \leq \delta_d/100. \quad (4.34)$$

Если оно не нарушается, то вместо квадратичного кумулятивного осреднения достаточно выполнить трехсекундное осреднение исходного графика, а не его квадрата. Например, для графика на рис. 4.1,г требуется квадратичное трехсекундное осреднение, так как $K_{2UM} = 3,17 > 2 \%$, $K_{2U_3} = 1,195 < 2$, а величина $1 - 1,043/1,195 = 0,127 > 0,1$.

Осреднение выполняется в следующей последовательности. Исходный график возводится в квадрат (рис. 4.5, кривая 1). Согласно (1.25) при $t = 0$ интервал осреднения располагается слева от оси ординат, не захватывая график. Поэтому осреднен-

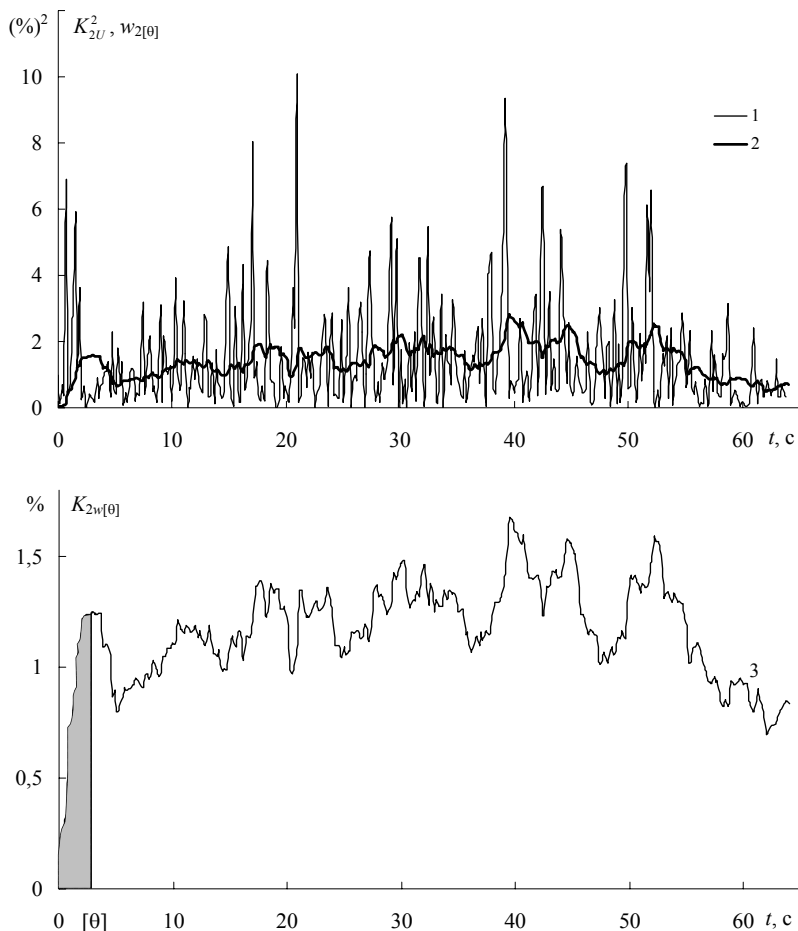


Рис. 4.5. К определению трехсекундного кумулятивного графика коэффициентов несимметрии напряжений при работе ДСП-100

ное на интервале значение равно нулю – оно относится к концу интервала, т.е. к $t = 0$. Затем интервал осреднения сдвигается на шаг Δ вправо, захватывая начальную ординату $K^2_{2U}(0)$. Усредненное значение $\Delta \cdot K^2_{2U}(0)/[\theta]$ относится к моменту $t = \Delta$. Ин-

тервал снова сдвигается на шаг Δ , и т.д. Полученный энергетический кумулятивный процесс $w_{2[0]}(t)$ представлен на рис. 4.5 кривой 2. Извлекая из ординат этого графика квадратный корень, получим искомый процесс (кривая 3).

На начальном участке протекает случайный переходный процесс. Из рис. 1.6 (ломаная 1) следует, что этот процесс полностью заканчивается ровно через 3 с. Отбросив участок графика от 0 до 3 с (затушеванная область), получим график стационарного режима. Для него вычислим эффективное значение $K_{2[0]} = 1,203$ % и стандарт $\sigma_{2[0]} = 0,201$ %, а также построим функцию распределения $F(K_{2w[0]})$, представленную на рис. 4.6 кривой 1. Здесь же для сравнения показана функция распределения исходного графика (кривая 2). Так как осреднение сглаживает график, то кривая 1 менее пологая, чем кривая 2.

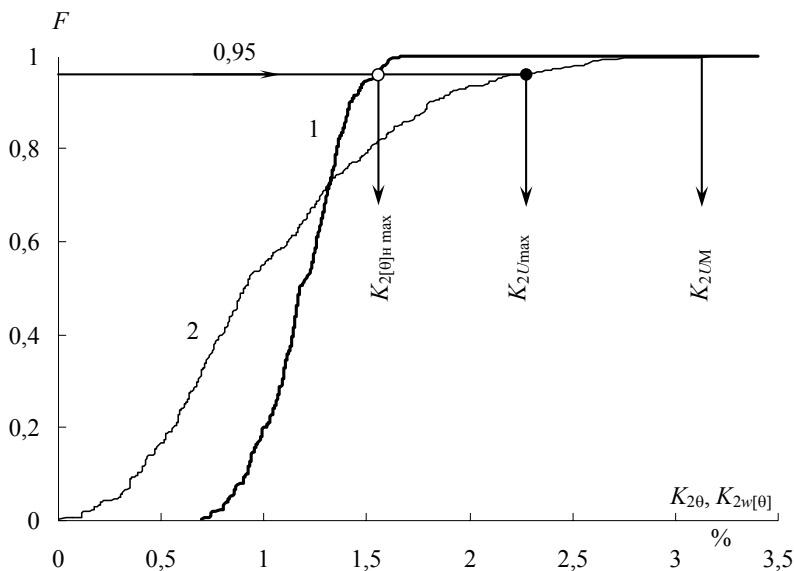


Рис. 4.6. Функция распределения коэффициентов несимметрии напряжений при работе ДСП-100: 1 – трехсекундных, 2 – исходных

Для определения максимального расчетного значения коэффициента несимметрии в нормальном режиме проведем горизонталь 0,95 до пересечения с графиком функции распределения (светлый кружок). В результате найдем, что $K_{2[\theta]_{\text{н max}}} = 1,516 \%$. Это значение меньше 2 %, поэтому требование стандарта не нарушается. Расчетный максимум исходного графика равен 2,13 % (темный кружок), что на 40,5 % больше трехсекундного. Это свидетельствует о том, что оценивать допустимость несимметрии в рамках статической модели, без осреднения, недопустимо.

Проверку по выполнению норм для предельного режима не производим, так как наибольшая ордината исходного графика $K_{2\text{UM}} = 3,17 < 4 \%$.

Корреляционная функция коэффициентов несимметрии (рис. 4.2) не содержит периодической составляющей, поэтому нет необходимости рассчитывать кумулятивные максимумы для значений θ меньше и больше 3 с, а затем проводить огибающую зависимости максимумов от θ (п. 1.6).

4.5. Расчет кумулятивных коэффициентов несимметрии по характеристикам помехи

Исходными для расчетов являются среднее значение и корреляционная функция коэффициентов несимметрии напряжений. Рассмотрим вначале общий случай, когда условие (4.34) не выполняется.

В кумулятивной модели ЭМС стандартного электроприемника (рис. 3.8,а) звено 1 возводит исходный процесс в квадрат, поэтому характеристики энергетического процесса определяются по среднему значению

$$z_{2c} = K_{2U_3}^2 \quad (4.35)$$

и корреляционной функции процесса

$$z_2(t) = K_{2U}^2(t).$$

Для процессов с нормальным распределением ординат корреляционная функция квадратов коэффициентов несимметрии определяется согласно (2.41):

$$B_{z_2}(\tau) = 2B_{K_2}^2(\tau) + 4K_{uc}^2 B_{K_2}(\tau). \quad (4.36)$$

В случае экспоненциальной корреляционной функции коэффициентов несимметрии со стандартом σ_{K_2} и параметром α_2 получим

$$B_{z_2}(\tau) = D_1 \exp\{-2\alpha_2 |\tau|\} + D_2 \exp\{-\alpha_2 |\tau|\}, \quad (4.37)$$

где

$$D_1 = 2\sigma_{K_2}^4, \quad D_2 = 4K_{uc}^2 \sigma_{K_2}^2, \quad Dz_2 = B_{z_2}(0) = D_1 + D_2. \quad (4.38)$$

Если распределение коэффициентов несимметрии отличается от нормального, то исходной для расчетов должна быть корреляционная функция квадратов коэффициентов несимметрии. На рис. 4.7 ломаной 1 показана корреляционная функция квадрата графика на рис. 4.1,г. Она хорошо аппроксимируется (кривая 2) выражением (4.37) с параметром $\alpha_2 = 6,5 \text{ с}^{-1}$ и дисперсиями $D_1 = 0,16$, $D_2 = 2,3$ и $Dz_2 = 2,46 (\%)^4$. Формула (4.38) дает намного меньшие значения: 0,23, 1,48 и 1,71 $(\%)^4$, поэтому соответствующая кривая 3 проходит намного ниже опытной и теоретической кривых. Однако такое большое расхождение все же укладывается в допустимую погрешность вычисления корреляционной функции. В самом деле, при допустимой погрешности в 10 % для коэффициентов несимметрии допустимая погрешность вычисления их квадратов, как и температуры, составит

$$100(1,1^2 - 1) \approx 20 \%,$$

а четвертых степеней в (4.37) – уже

$$100(1,1^4 - 1) = 46 \%.$$

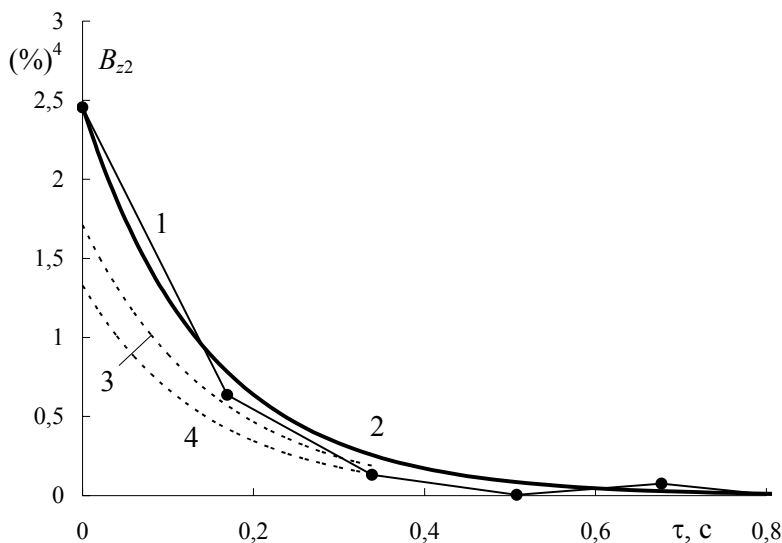


Рис. 4.7. Корреляционные функции квадратов коэффициентов несимметрии напряжений при работе ДСП-100

Умножив ординаты кривой 2 на коэффициент 0,54, равный дополнению до 1 погрешности $46/100$, получим кривую 4, определяющую нижний предел для корреляционной функции. Кривая 3 на начальном участке располагается ниже кривой 2. Например, погрешность вычисления дисперсии составила $-43,9$ процентов, что по абсолютному значению меньше допустимой.

Следует отметить, что оценка погрешности не заменяет оценку по доверительным интервалам (п. 4.1), которой кривая 3 не удовлетворяет. Первая из них лишь позволяет ориентировочно оценить возможную погрешность определения кумулятивного коэффициента несимметрии с использованием формулы (4.38).

Среднее значение энергетического процесса совпадает со средним значением (4.35). Дисперсию найдем по общей формуле (2.48), которая с учетом (1.27) при любых θ принимает вид

$$Dw_{2\theta}(t) = \begin{cases} \frac{1}{\theta^2} \int_0^t \int_0^t B_{z2}(\xi - \eta) d\xi d\eta & \text{при } t \leq \theta, \\ \frac{1}{\theta^2} \int_0^\theta \int_0^\theta B_{z2}(\xi - \eta) d\xi d\eta & \text{при } t \geq \theta. \end{cases}$$

Поворот осей интегрирования на 45° и введение новых положительных переменных интегрирования υ и τ позволяет опустить знак абсолютного значения в выражении корреляционной функции и окончательно записать

$$Dw_{2\theta}(t) = \begin{cases} \frac{2}{\theta^2} \int_0^t d\upsilon \int_0^\upsilon B_{z2}(\tau) d\tau & \text{при } t \leq \theta, \\ \frac{2}{\theta^2} \int_0^\theta d\upsilon \int_0^\upsilon B_{z2}(\tau) d\tau & \text{при } t \geq \theta. \end{cases} \quad (4.39)$$

Так как переходный процесс заканчивается за время θ , то при $t \geq \theta$ кумулятивная дисперсия не зависит от времени. Подставив в нижнюю формулу выражение (4.37), для стационарного состояния при $m = \alpha_2 \theta$ получим дисперсию

$$Dw_{2\theta} = \frac{1}{2m^2} \left[D_1(2m + \exp\{-2m\} - 1) + 4D_2(m + \exp\{-m\} - 1) \right], \quad (4.40)$$

а также стандарт

$$\sigma_{w2\theta} = \sqrt{Dw_{2\theta}}. \quad (4.41)$$

При больших длительностях осреднения энергетический процесс нормализуется. Примем, что это происходит при постоянных времени, не меньших десяти времен корреляции, что с учетом соотношения (1.31) дает значение

$$\theta_k = 22,5\tau_k,$$

при котором распределение энергетического процесса уже можно считать нормальным.

Время корреляции процесса с корреляционной функцией (4.37) составит

$$\tau_k = \frac{D_1 + 2D_2}{2\alpha_2 D z_2}. \quad (4.42)$$

Величина $m_k = \alpha_2 \theta_k$ намного больше единицы, поэтому в (4.40) можно пренебречь экспоненциальными слагаемыми. Тогда при $\theta \geq \theta_k$

$$\sigma_{w2\theta} \approx \frac{1}{m} \sqrt{D_1(m-0,5) + 2D_2(m-1)}. \quad (4.43)$$

Если $\theta_k \leq 3$ с, то по формуле (2.78) найдем расчетное значение энергетического процесса, а по нему – искомый трехсекундный максимум

$$K_{2[\theta]_{н,п\max}} = \sqrt{K_{2U_3}^2 + \beta \sigma_{w2[\theta]}}, \quad (4.44)$$

где согласно табл. 2.3 для нормального режима статистический коэффициент равен 1,65, а для предельного – 3,09.

В случаях, когда θ_k превышает 3 с, аналитическое решение отсутствует. Здесь возможны два варианта инженерного решения: принять гипотезу о бета-распределении кумулятивного энергетического процесса или ориентировочно выбрать вид зависимости кумулятивных коэффициентов несимметрии от их длительности, которую назовем θ -характеристикой.

Параметры бета-распределения вычисляются через среднее значение и стандарт энергетического процесса, а также наибольшую w_{20M} и наименьшую w_{20m} его ординаты (п. 2.5):

$$\gamma = \frac{c_{xw}}{\kappa_{2\theta}} (K_{2U/3}^2 - w_{2\theta M}), \quad \eta = \frac{c_{xw}}{\kappa_{2\theta}} (w_{2\theta M} - K_{2U/3}^2), \quad (4.45)$$

где

$$c_{xw} = \frac{1}{\sigma_{w_{2\theta}}^2} (K_{2U/3}^2 - w_{2\theta M}) (w_{2\theta M} - K_{2U/3}^2) - 1, \quad \kappa_{2\theta} = w_{2\theta M} - w_{2\theta}.$$

Плотность распределения

$$f(w_{2\theta}) = \frac{\kappa_{2\theta}^{1-\gamma-\eta}}{B(\gamma, \eta)} (w_{2\theta} - w_{2\theta M})^{\gamma-1} (w_{2\theta M} - w_{2\theta})^{\eta-1}. \quad (4.46)$$

Если предельные ординаты кумулятивного процесса неизвестны, их приходится вычислять по соответствующим величинам коэффициентов несимметрии, принимая

$$w_{2\theta M} \approx K_{2U/M}^2, \quad w_{2\theta M} \approx K_{2U/M}^2.$$

Бета-распределение удобно тем, что нет необходимости строить всю θ -характеристику, а достаточно брать одно нужное значение длительности осреднения, равное 3 с. Однако до завершения исследований по выбору предельных значений целесообразно использовать следующий метод, который основан на том, что θ -характеристика должна проходить через две точки: при $\theta = 0$ ее ордината равна $K_{2U\max}$, а при $\theta = \theta_k$ максимум определяется согласно (4.44) при $m = m_k = \alpha_2 \theta_k$.

Исследования показали, что θ -характеристика хорошо аппроксимируется эмпирическим выражением

$$K_{2\theta\theta\max}(\theta) \approx \sqrt{K_{2U/3}^2 + \frac{g_1}{1 + g_{2\theta}}} \quad \text{при } \theta < \theta_k, \quad (4.47)$$

где коэффициенты g_1 и $g_{2\theta}$ находятся по двум известным ее точ-

кам. Подставив в (4.47) значения длительностей 0 и θ_k , с учетом (4.44) получим

$$g_1 = K_{2U_{\max}}^2 - K_{2U_0}^2, \quad g_{2\theta} = \frac{1}{\theta_k} \left(\frac{g_1}{\beta \sigma_{w2\theta k}} - 1 \right). \quad (4.48)$$

Трехсекундный максимум определяется подстановкой в (4.47) значения $[\theta] = 3$ с. Если предельное значение ординаты исходного графика не известно, то с учетом возможной десятипроцентной погрешности с некоторым запасом

$$K_{2U_{\max}} \approx 1,1(K_{2U_0} + 1,65\sigma_{K2}). \quad (4.49)$$

В качестве иллюстрации рассмотрим график на рис. 4.1,г. Опытная статистическая функция распределения представлена на рис. 4.8 кривой 1, найденной в п. 4.4 (рис. 4.6, кривая 2). Время корреляции (4.42) равно 0,1435 с. Значение $\theta_k = 3,23$ с, а с точностью до целого числа равно 3 с, поэтому следует ожидать, что теоретическое распределение будет нормальным. Соответствующая функция распределения со средним значением $1,195^2 = 1,428$ (%)² и стандартом (4.43), равным $0,428$ (%)², показана кривой 2. Проверка по критерию Пирсона подтвердила корректность этой гипотезы. По формуле (4.44) для нормального режима получим расчетное значение 1,491 %, близкое к фактическому 1,516 % – относительная погрешность составила всего –1,65 процента.

Следует отметить, что критерию Пирсона удовлетворяет и гипотеза о бета-распределении, функция распределения которого (кривая 3) в зоне расчетных максимумов практически совпадает с кривой 2.

Формула (4.47) тоже не дает большой погрешности. В самом деле, при $\theta = \theta_k$ стандарт (4.43) составляет $0,465$ (%)². Учитывая, что расчетный максимум $K_{2U_{\max}} = 2,13$ %, согласно (4.48) вычислим значения $g_1 = 3,109$ и $g_{2\theta} = 0,945$ с⁻¹. Подстановка этих значений и $[\theta] = 3$ с в (4.47) дает расчетный максимум 1,496 %. Погрешность этой величины по отношению к точному

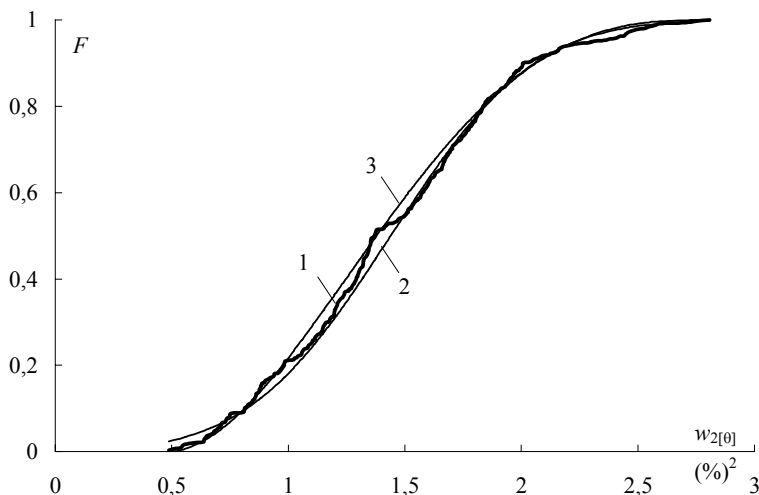


Рис. 4.8. Функции распределения энергетического трехсекундного процесса: 1 – опытная, 2 – нормальное распределение, 3 – бета-распределение

значению 1,516 % составляет $-1,68\%$, а по отношению к $2,13\%$ – всего $-1,17\%$.

Перейдем к случаю, когда условие (4.34) выполняется. Здесь вместо дисперсии энергетического процесса рассчитывается дисперсия $D_{K2\theta}$ кумулятивного процесса $K_{2U\theta}(t)$ – по формулам (4.39), в которых вместо $B_{z2}(\tau)$ подставляется исходная корреляционная функция $B_{K2}(\tau)$. Для экспоненциальной корреляционной функции в стационарном состоянии

$$\tilde{D}_{K2\theta} = \frac{2}{m^2} \sigma_{K2}^2 (m + \exp\{-m\} - 1). \quad (4.50)$$

В этом случае время корреляции равно $1/\alpha_2$, а не (4.42), поэтому $\theta_k = 22,5/\alpha_2$.

Учитывая, что среднее значение кумулятивного процесса совпадает со средним значением K_{2U_c} исходного графика, по аналогии с формулами (4.43), (4.44) и (4.47) получим следующие выражения:

$$\tilde{\sigma}_{K2\theta} = \sqrt{\tilde{D}_{K2\theta}} = \frac{\sqrt{2}}{m} \sigma_{K2} \sqrt{m + \exp\{-m\} - 1}, \quad (4.51)$$

$$K_{2[\theta]_{\max}} = \begin{cases} K_{2U_c} + \beta \sigma_{K2\theta} & \text{при } \theta_k \leq 3c, \\ K_{2U_c} + \frac{\tilde{g}_1}{1 + \tilde{g}_{2\theta}[\theta]} & \text{при } \theta_k > 3c, \end{cases} \quad (4.52)$$

где

$$\begin{aligned} \tilde{g}_1 &= K_{2U_{\max}} - K_{2U_c}, \\ \tilde{g}_{2\theta} &= \frac{1}{\theta_k} \left(\frac{\tilde{g}_1}{1,65\tilde{\sigma}_{K2\theta_k}} - 1 \right) \quad \text{при } \theta = \theta_k. \end{aligned}$$

Наибольшая абсолютная погрешность формул (4.52) по сравнению с (4.44) и (4.47) равна разности между эффективным и средним значениями коэффициентов несимметрии.

4.6. Расчет инерционных коэффициентов несимметрии по реализациям помехи

Процесс изменения температуры дополнительного перегрева пропорционален квадратичному инерционному процессу $w_{2T}(t)$ или квадратам приведенного коэффициента несимметрии $K_{2wT}(t)$. В связи с этим достаточно рассмотреть эти процессы при единичном коэффициенте пропорциональности c_{2g} . Так как постоянные времени нагрева могут быть любыми, целью расчетов является получение T -характеристики: зависимость расчетных максимумов $K_{2wT_{\max}}$ от T . При $c_{2g} = 1$ такую зависимость будем называть базовой.

Энергетический инерционный процесс на выходе блока КСИ в модели ЭМС (рис. 3.5,б) может быть рассчитан с помощью интеграла Дюамеля, который с учетом (1.23) записывается в виде

$$w_{2T}(t) = K_{2U}^2(0)(1 - \exp\{-\gamma t\}) + \\ + \int_0^t [1 - \exp\{-\gamma(t - \xi)\}] [K_{2U}^2(\xi)]' d\xi.$$

В компьютерных расчетах удобнее использовать метод последовательных интервалов (п. 2.5). Предположение о том, что в пределах каждого интервала Δ ординаты исходного графика неизменны, принято и в интеграле Дюамеля. Согласно (2.56) получим ординаты

$$w_{2Tr} = w_{2Tr} b_{\Delta} + K_{2Ur}^2 (1 - b_{\Delta}) \quad \text{при } r = 1, \dots, N - 1 \quad (4.53)$$

энергетического процесса в конце r -ой ступени. При $t = 0$ начальная ордината w_{2Tn1} первой ступени принимается равной нулю.

Для рассматриваемого примера график квадратов коэффициентов несимметрии представлен на рис. 4.9,а кривой 1 (как и на рис. 4.5,а). При $T = 1$ с величина $b_{\Delta} = 0,8443$. Последовательное применение формулы (4.53) дает кривую 2. Искомый график (рис. 4.9,б) получается извлечением квадратного корня из ординат кривой 2.

Переходный процесс практически заканчивается через $3T$, поэтому для выделения стационарного состояния начальный участок отбрасывается (затухающая область). По оставшемуся участку строится статистическая функция распределения $F(K_{2wT})$, которая представлена на рис. 4.10 кривой 1. Здесь же, как и на рис. 4.6, для сравнения приведена кривая 2 функции распределения исходного графика. Проводя горизонталь 0,95 до пересечения с кривой 1, получим искомый односекундный максимум, равный 1,562 % (светлый кружок). Как и на рис. 4.5,

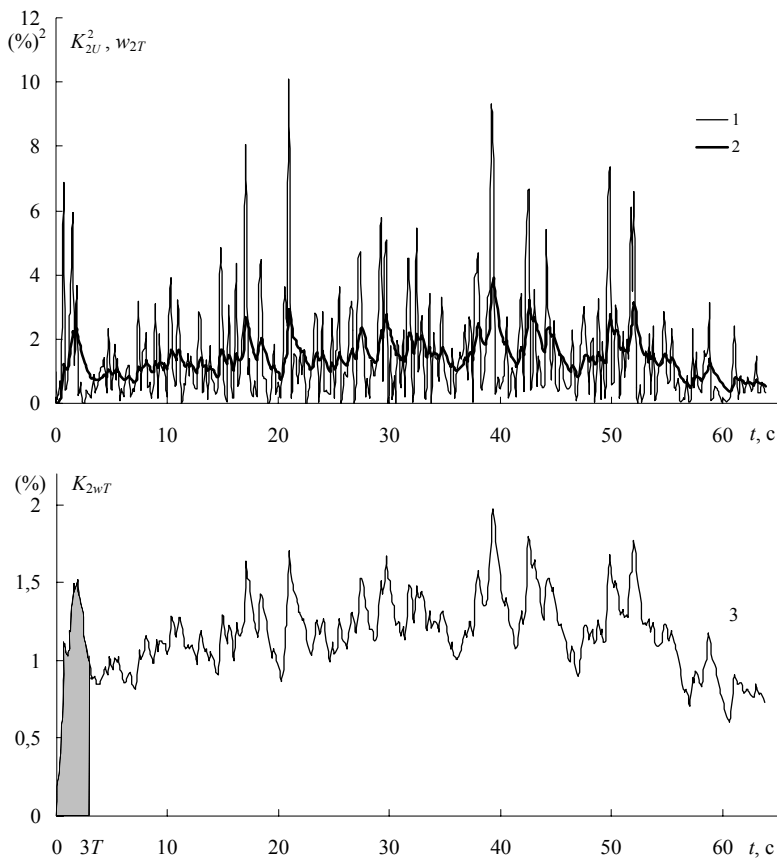


Рис. 4.9. К построению односекундного инерционного графика приведенных коэффициентов несимметрии напряжений при работе ДСП-100

максимум исходного графика $K_{2U_{\max}} = 2,13 \%$ (темный кружок), а наибольшая ордината $K_{2UM} = 3,17 \%$.

Аналогичным образом были рассчитаны инерционные максимумы для других значений постоянной времени нагрева, что позволяет получить T -характеристику, представленную на рис. 4.11. Наибольшее ее значение $2,13 \%$ достигается в нуле. При неограниченном увеличении постоянной времени нагрева

максимумы стремятся к эффективному значению, которое равно 1,195 %.

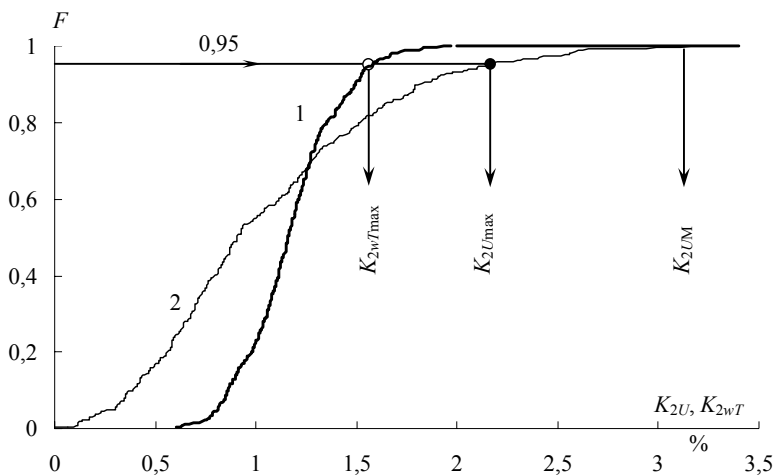


Рис. 4.10. Функция распределения коэффициентов несимметрии напряжений при работе ДСП-100: 1 – инерционных ($T=1$ с), 2 – исходных ($T=0$)

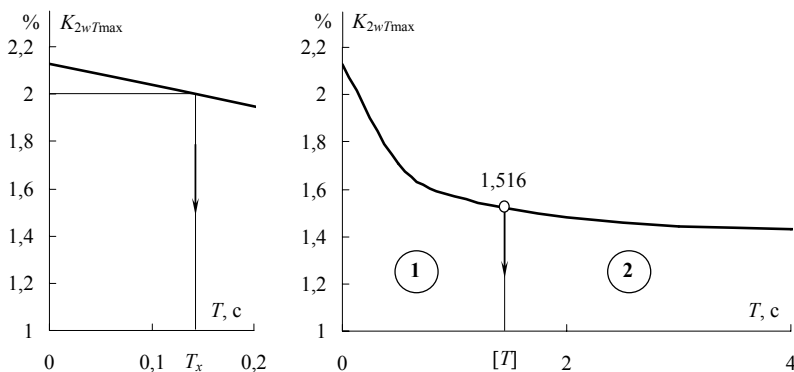


Рис. 4.11. Зависимости приведенных инерционных коэффициентов несимметрии напряжений от постоянной времени нагрева (при работе ДСП-100)

Найдем минимальное значение T_{\min} , при котором расчет уже можно выполнять по эффективному значению с относительной погрешностью -10% . Проведя горизонталь $1,1K_{2U_3} = 1,314\%$ (на рис. 4.11 не показана) до пересечения с T -характеристикой, получим значение 13 с . При $T > 13\text{ с}$ погрешность расчета по эффективному значению будет меньше 10% .

В тех случаях, когда допустимая максимальная температура перегрева от несимметрии не задана, ее значение ориентировочно предлагается принимать из условия выполнения нормы [6] для нормального режима: согласно (3.16)

$$[\Delta\vartheta_2] = c_{2\vartheta} [K_{2н}]^2 = 4c_{2\vartheta}. \quad (4.54)$$

При таком допущении оценивание ЭМС по температуре равноценно оцениванию по инерционным коэффициентам. Горизонталь 2% пересекает T -характеристику при $T_x = 0,155\text{ с}$ и разделяет ее на две части: слева от $0,155$ несимметрия согласно [6] недопустима, а справа – допустима. Это еще раз подчеркивает необходимость учета фактических постоянных времени нагрева. Отметим, что использование соотношения (4.54) может существенно ужесточить или смягчить требования к ЭМС. Например, для электродвигателей допустимая температура равна $7,5^\circ\text{C}$ (п. 3.8), в то время как формула (4.54) дает всего 2°C . Соответственно допустимое значение коэффициента несимметрии составляет $3,873$, а не 2% .

На рис. 4.11 светлым кружком показано значение $1,516\%$ трехсекундного кумулятивного графика, найденное в п. 4.4. Ему соответствует постоянная времени нагрева $[T] = 1,61\text{ с}$. Если электроприемники имеют постоянные времена нагрева в области 1, то оценивание несимметрии согласно [6] занижает требования, так как инерционные максимумы превышают $1,516\%$. В области 2, напротив, требования завышаются. Следует отметить, что коэффициент соответствия инерционного и кумулятивного максимума составляет $3/1,61 = 1,863$, что ближе к значению $2,25$ в формуле (1.31), но не к 3 – как принято в теории электрических нагрузок.

Рассмотренный пример подтверждает некорректность использования норм [6] для оценивания ЭМС в задачах второго типа.

4.7. Расчет инерционных коэффициентов несимметрии по характеристикам помехи

Качественная аналогия кумулятивной и инерционной моделей ЭМС позволяет определять инерционные максимумы так же, как и кумулятивные (п. 4.5). Отличие состоит в том, что для стандартного электроприемника достаточно найти одно трехсекундное значение кумулятивного максимума, а для массовых электроприемников необходимо строить T -характеристику, начиная с $T = 0$.

Средние значения кумулятивного и инерционного энергетических процессов совпадают и равны квадрату эффективного значения коэффициента несимметрии вне зависимости от θ или T . Дисперсию D_{w2T} инерционного энергетического процесса вычислим по корреляционной функции (4.37), которая содержит два экспоненциальных слагаемых. Используя приведенное в табл. 2.2 выражение для инерционной дисперсии при экспоненциальной корреляционной функции, получим дисперсию

$$D_{w2T} = \frac{D_1}{1 + 2\alpha_2 T} + \frac{D_2}{1 + \alpha_2 T} \quad (4.55)$$

и стандарт

$$\sigma_{w2T} = \sqrt{D_{w2T}}. \quad (4.56)$$

Время корреляции определяется по формуле (4.42). Как и в п. 4.4, будем считать, что при постоянных времени нагрева, не меньших величины

$$T_k = 10\tau_k,$$

происходит нормализация инерционного процесса. В этом случае расчетный максимум инерционного коэффициента несимметрии составит

$$K_{2wT \max} = \sqrt{K_{2U_3}^2 + \beta \sigma_{2wT}} \quad \text{при } T \geq T_{\kappa}, \quad (4.57)$$

где $\beta = 1,65$.

При меньших постоянных времени нагрева можно принять гипотезу о бета-распределении энергетического процесса или построить приближенную T -характеристику. В первом случае используются формулы (4.45) и (4.46), в которых индекс θ надо заменить на T . Во втором случае, который представляется более предпочтительным, расчет ведется по аналогичным (4.47) и (4.48) формулам:

$$K_{2wT \max}(T) \approx \sqrt{K_{2U_3}^2 + \frac{g_1}{1 + g_{2T}T}} \quad \text{при } T < T_{\kappa}, \quad (4.58)$$

где

$$g_{2T} = \frac{1}{T_{\kappa}} \left(\frac{g_1}{\beta \sigma_{2wT_{\kappa}}} - 1 \right), \quad (4.59)$$

а g_1 остается без изменения. Стандарт в формуле (4.59) вычисляется для значения T_{κ} .

В качестве примера рассчитаем инерционные максимумы для найденных в п. 4.5 двух значений постоянных времени нагрева: $[T] = 1,61$ и $T_x = 0,155$ с. Первое из них больше, чем $T_{\kappa} = 10 \cdot 0,1435 = 1,435$ с. Для него по формулам (4.56) и (4.57) вычислим стандарт

$$\sigma_{2wT} = \sqrt{\frac{0,16}{1 + 2 \cdot 6,5 \cdot 1,61} + \frac{2,3}{1 + 6,5 \cdot 1,1}} = 0,5(\%)^2$$

и инерционный максимум

$$K_{2wT\max} = \sqrt{1,195^2 + 1,65 \cdot 0,5} = 1,5\%.$$

По отношению к точному значению 1,516 % погрешность составила $-1,07\%$, а по отношению к максимуму 2,13 % при T , равном нулю, – всего $-0,75\%$.

Значение $T_x < 1,435$ с, поэтому воспользуемся приближенным методом. Инерционный стандарт при $T = T_k$ равен $0,48 (\%)^2$. Коэффициент $g_1 = 3,109$ остается тем же, что и в п. 4.4. Согласно (4.59) при $\beta = 1,65$ величина $g_{2T} = 2,039 \text{ с}^{-1}$. Инерционный максимум (4.58)

$$K_{2wT\max} = \sqrt{1,195^2 + 3,109 / (1 + 2,039 \cdot 0,155)} = 1,947\%,$$

в то время как фактический максимум равен 2 %. Относительная погрешность составила $-2,65\%$, а по отношению к 2,13 % – немного меньше: $-2,49\%$.

Вместе с тем, в рассматриваемом примере даже при $T = 0$ вероятностное распределение коэффициентов несимметрии близко к нормальному: критерий Колмогорова подтверждает эту гипотезу, а критерий Пирсона – опровергает. В связи с этим можно ожидать, что формула (4.57) не даст большой погрешности. При $T = 0$, когда стандарт равен 1,568 %, расчетный максимум составит 2 % против точного значения 2,13 %. Это дает погрешность равную $-6,1\%$. При $T = 0,155$ с соответственно получим стандарт 1,484 % и максимум 1,97, который всего на 0,03 % меньше фактического значения (погрешность 1,5 %).

Из этого примера следует, что применительно к определению максимальных значений можно использовать простой инженерный критерий расхождения между статистическим и теоретическим распределениями: если расхождение между максимумами не превышает допустимую погрешность расчетов, то оценивание ЭМС производится по формулам, относящимся к теоретическому распределению. Этот критерий условно назовем «критерием близости расчетных максимумов».

При небольшой неравномерности графика несимметрии, когда выполняется условие (4.34), квадрататор становится излиш-

ним, а T -характеристика представляет собой зависимость максимумов $K_{2U\max}$ инерционного процесса $K_{2UT}(t)$ от постоянной времени нагрева. Дисперсии \tilde{D}_{K2T} инерционных процессов для корреляционных функций разного вида приведены в табл. 2.2. Например, для экспоненциальной корреляционной функции соответствующий стандарт

$$\tilde{\sigma}_{K2T} = \sqrt{\tilde{D}_{K2T}} = \sigma_{K2} \frac{1}{\sqrt{1 + \alpha_2 T}}. \quad (4.60)$$

В случае нормального распределения исходного процесса или больших постоянных времени ($T \geq T_k$), расчетные максимумы определяются по формуле

$$K_{2UT\max} = K_{2Uc} + \beta \tilde{\sigma}_{K2T} \quad (4.61)$$

при $\beta = 1,65$. Для процесса с экспоненциальной корреляционной функцией $T_k = 10/\alpha_2$.

Если гипотеза о нормальном распределении не подтверждается критерием близости расчетных максимумов, то расчет выполняется по аналогичной (4.52) формуле

$$K_{2UT\max} = K_{2Uc} + \frac{\tilde{g}_1}{1 + \tilde{g}_{2T} T_k} \quad \text{при } T < T_k, \quad (4.62)$$

где величина

$$\tilde{g}_{2T} = \frac{1}{T_k} \left(\frac{\tilde{g}_1}{1,65 \sigma_{K2T_k}} - 1 \right) \quad (4.63)$$

выражается через инерционный стандарт, вычисленный для $T = T_k$: например, при экспоненциальной корреляционной функции – по формуле (4.60).

Как и в случае с кумулятивным максимумом, абсолютная погрешность определения T -характеристики в любой ее точке не

превышает разности между эффективным и средним значениями исходного процесса.

4.8. Оценивание влияния несимметрии на электрооборудование

Рассмотрим вначале модели ЭМС, в которых ВФ представляет собой пропорциональное звено. В этих случаях найденная в п.п. 4.6 и 4.7 T -характеристика является базовой при определении температуры дополнительного перегрева от несимметрии, поскольку согласно (3.5) эту характеристику надо возвести в квадрат и умножить на коэффициент c_{29} . При больших постоянных времени нагрева достаточно лишь эффективного значения коэффициентов несимметрии, по которому рассчитываются и потери мощности и сокращение срока службы.

Расчет температуры по эффективному значению с относительной погрешностью не более 10 % возможен если инерционные максимумы не будут превышать значения $1,1 K_{2U_3}$. В примере с ДСП ординате $1,1 \cdot 1,195 = 1,314$ % отвечает постоянная времени нагрева 13 с (на рис. 4.11 не показана). Силовое оборудование имеет бóльшие постоянные, поэтому расчет можно выполнять по квадрату эффективного значения, равного $1,428$ (%)².

Для АД с классом изоляции A из табл. 3.3 найдем коэффициент передачи и вычислим температуру

$$\Delta\vartheta_2 = 0,5 \cdot 1,428 = 0,714^\circ\text{C}.$$

Такой же результат дает оценивание и по дозе несимметрии, которая согласно (3.53) равна 0,5975.

Для определения дополнительных потерь активной мощности в АД, выраженных в кВт, достаточно квадрат эффективного значения умножить на коэффициенты (3.20):

$$\Delta P_2 = \begin{cases} 1,549 \cdot 10^{-3} P_{\text{н}} - 1,032 \cdot 10^{-2} P_{\text{н}}^2 & \text{при } P_{\text{н}} \leq 5 \text{ кВт}, \\ 3,623 \cdot 10^{-3} + 3,079 \cdot 10^{-4} P_{\text{н}} & \text{при } 5 \leq P_{\text{н}} \leq 100 \text{ кВт}, \\ 0,023 + 1,147 \cdot 10^{-4} P_{\text{н}} & \text{при } 100 \leq P_{\text{н}} \leq 1000 \text{ кВт}. \end{cases}$$

Повышение температуры на $0,714^{\circ}\text{C}$ вызывает сокращение срока службы АД в 1,064 раза, т.е. на 6,4 %.

С учетом данных табл. 3.4 и коэффициентов (3.25) для СД с успокоительной обмоткой и без нее получим следующие значения:

$$\Delta\theta_2 = 0,876 \quad \text{и} \quad 0,351^{\circ}\text{C},$$

$$\Delta P_2 = 0,876 P_{\text{н}} \quad \text{и} \quad 0,351 P_{\text{н}},$$

$$\gamma_{z2} = 1,079 \quad \text{и} \quad 1,031.$$

Для рассматриваемого графика расчетный трехсекундный коэффициент несимметрии (п. 4.4) составляет 1,516 %. Если это значение использовать для оценивания ЭМС электрооборудования с большими постоянными времени, то температура и потери мощности оказались бы завышенными в $1,516^2/1,428 = 2,3$ раза, а срок службы – в меньшей мере: для АД срок службы сократился якобы на 10,5, а не на 6,4 % - завышение в 1,64 раза. Этот пример еще раз подчеркивает необходимость учета фактических постоянных времени нагрева.

Аналогичным образом определяются показатели ЭМС и для другого электрооборудования.

В зависимости от условий задачи (п. 3.1) дополнительные потери активной мощности в ЛЭП вычисляются по-разному. Если требуется определить суммарные потери во всех фазах, расчет выполняется только по суммарному току обратной последовательности от n электрооборудования. В общем случае фазы индивидуальных токов не совпадают, поэтому производится суммирование их проекций на оси x и y .

Так как ток в модели ЭМС выражается в процентах от номинального значения $I_{\text{н}}$, то для перехода к амперам этот ток надо умножить на $I_{\text{н}}/100$. Среднее значение суммарного тока (индекс фазы опущен)

$$\bar{I}_{2\Sigma} = \frac{1}{100} \sqrt{\left(\sum_{r=1}^n \bar{I}_{2xr} I_{nr} \right)^2 + \left(\sum_{r=1}^n \bar{I}_{2yr} I_{nr} \right)^2}$$

выражается через средние значения $\bar{I}_{2x,y}$ проекций.

Дисперсии проекций токов независимо работающих электроприемников суммируются:

$$DI_{2\Sigma} = 10^{-4} \sum_{r=1}^n (DI_{2xr} + DI_{2yr}) I_{nr}^2. \quad (4.65)$$

Согласно (3.35) потери мощности вычисляются по квадрату эффективного значения

$$I_{2\Sigma}^2 = \bar{I}_{2\Sigma}^2 + DI_{2\Sigma}. \quad (4.66)$$

Для массовых электроприемников принимается, что ток пропорционален напряжению. В этом случае фазы всех индивидуальных токов совпадают между собой, что позволяет суммировать токи. С учетом (3.2) получим:

$$\bar{I}_{2\Sigma} = \frac{1}{100} \sum_{r=1}^n \bar{I}_{2r} I_{nr} = \frac{1}{100} K_{2Uc} \sum_{r=1}^n a_{\phi Ir} I_{nr}, \quad (4.67)$$

$$DI_{2\Sigma} = 10^{-4} \sigma_{K2}^2 \sum_{r=1}^n a_{\phi Ir}^2 I_{nr}^2. \quad (4.68)$$

Если по условию задачи требуется определить потери мощности в ЛЭП по фазам, то необходимо рассматривать две параллельно включенные модели ЭМС: по прямой и обратной последовательностям, вычислять характеристики токов, а затем разделять потери согласно рекомендациям п. 1.8. Для массовых электроприемников суммируются индивидуальные токи как прямой, так и обратной последовательностей, но фазы суммарных токов различны, поскольку на вход моделей подаются

сдвинутые по фазе напряжения U_1 и U_2 . В связи с этим необходимо суммировать проекции токов симметричных составляющих. Среднее значение тока ЛЭП в амперах

$$\bar{I}_\Sigma = \sqrt{(\bar{I}_{1x\Sigma} + \bar{I}_{2x\Sigma})^2 + (\bar{I}_{1y\Sigma} + \bar{I}_{2y\Sigma})^2}$$

и дисперсия в A^2

$$DI_\Sigma = DI_{1x\Sigma} + DI_{1y\Sigma} + DI_{2x\Sigma} + DI_{2y\Sigma}$$

выражаются через суммы средних значений и дисперсий проекций симметричных составляющих.

Обозначив через

$$I_{1,2\Sigma}^2 = \bar{I}_{1,2x\Sigma}^2 + \bar{I}_{1,2y\Sigma}^2 + DI_{1,2x\Sigma} + DI_{1,2y\Sigma},$$

получим выражение для квадрата эффективного тока

$$I_{\Sigma}^2 = I_{1\Sigma}^2 + I_{2\Sigma}^2 + 2(\bar{I}_{1x\Sigma}\bar{I}_{2x\Sigma} + \bar{I}_{1y\Sigma}\bar{I}_{2y\Sigma}).$$

Согласно (1.43) коэффициент разделения для обратной последовательности

$$\rho_2 = \frac{I_{2\Sigma}^2}{I_{1\Sigma}^2 + I_{2\Sigma}^2}.$$

Дополнительные потери активной мощности в ЛЭП от несимметрии напряжений вычисляются по величине

$$I_{2\Sigma}^2 = I_{2\Sigma}^2 + 2\rho_2(\bar{I}_{1x\Sigma}\bar{I}_{2x\Sigma} + \bar{I}_{1y\Sigma}\bar{I}_{2y\Sigma}). \quad (4.69)$$

Перейдем к общему случаю, когда ВФ представляет собой динамическую систему. В соответствии с методом парциальных реакций (п. 2.2) ее можно представить в виде параллельно

включенных инерционных звеньев. Для краткости рассмотрим ВФ модели АД с передаточной функцией (3.37), который содержит два таких звена. Будем их нумеровать римскими цифрами I и II.

График помехи задается в виде дискретной последовательности ординат с малым шагом Δ , а ток рассчитывается пошагово. Первая ордината принимается равной нулю. Для каждого звена последующая r -я ордината при $r \geq 1$ по аналогии с (2.54) вычисляется с учетом предыдущей:

$$I_{2I,II}(r\Delta) = b_{I,II}I_2(r\Delta - \Delta) + (1 - b_{I,II})a_{\phi I}K_{2U}(r\Delta), \quad (4.70)$$

где $b_{I,II} = \exp\{-\gamma_{1,2}\Delta\}$. Результаты расчетов суммируются

$$I_2(r\Delta) = (b_I + b_{II})I_2(r\Delta - \Delta) + (2 - b_I - b_{II})a_{\phi I}K_{2U}(r\Delta). \quad (4.71)$$

Если не учитывать контур намагничивания, то ток рассчитывается по формуле (4.70), в которой $a_{\phi I} = a_I$ и используется только величина γ_I .

Исходные данные могут задаваться не графиком помехи, а его характеристиками: средним значением K_{2Uc} и корреляционной функцией $B_2(\tau)$. Для ВФ в виде инерционного звена достаточно знать только эффективное значение коэффициентов несимметрии, по которому вычисляются показатели ЭМС, в том числе и доза (3.53).

Среднее значение тока определяется сразу – по формуле

$$I_{2c} = a_{\phi I}K_{2Uc}. \quad (4.72)$$

Парциальные токи $I_{I,II}$ на выходе инерционных звеньев являются коррелированными, так как на их входы подается один и тот же процесс. Их дисперсии определяются согласно (2.61):

$$DI_{2I,II} = a_{1,2}^2 \gamma_{1,2} \int_0^{\infty} \exp\{-\gamma_{1,2}\tau\} B_2(\tau) d\tau. \quad (4.73)$$

Корреляционный момент связи между токами [12]

$$B_{I\Pi} = a_1 a_2 \frac{\gamma_1 \gamma_2}{\gamma_1 + \gamma_2} \int_0^{\infty} (\exp\{-\gamma_1 \tau\} + \exp\{-\gamma_2 \tau\}) B_2(\tau) d\tau. \quad (4.74)$$

Выразим из (4.73) интегралы через дисперсии и подставим их в (4.74). В результате получим

$$B_{I\Pi} = \frac{1}{\gamma_1 + \gamma_2} \left(\frac{a_2}{a_1} \gamma_2 D I_{2I} + \frac{a_1}{a_2} \gamma_1 D I_{2\Pi} \right). \quad (4.75)$$

С учетом (2.72) дисперсия суммы двух коррелированных парциальных токов составит

$$\begin{aligned} D I_2 &= D I_{2I} + D I_{2\Pi} + 2 B_{I\Pi} = \\ &= \left[1 + \frac{2 a_2 \gamma_2}{a_1 (\gamma_1 + \gamma_2)} \right] D I_{2I} + \left[1 + \frac{2 a_1 \gamma_1}{a_2 (\gamma_1 + \gamma_2)} \right] D I_{2\Pi}. \end{aligned} \quad (4.76)$$

Выражения для инерционных дисперсий приведены в табл. 2.2.

Эффективное значение

$$I_{2e} = \sqrt{I_{2c}^2 + D I_2}. \quad (4.77)$$

Для модели без контура намагничивания в (4.77) подставляется только одна дисперсия, которая рассчитывается согласно (4.73) по a_1 и γ_1 .

Дополнительные потери активной мощности в кВт определяются согласно (3.35) по величине эффективного тока в амперах:

$$\Delta P_2 = 3 I_{2e}^2 r_2 \cdot 10^{-3}, \quad (4.78)$$

где r_2 выражается в омах.

С учетом (1.33) найдем среднюю температуру дополнительного нагрева ЛЭП в °С

$$\Delta\vartheta_2 = [\vartheta] I_{2\vartheta}^2 / [I]^2, \quad (4.79)$$

где квадратными скобками отмечены длительно допустимые температура и ток. Кратность снижения срока службы ЛЭП определяется по формуле (1.37).

4.9. Техничко-экономическая эффективность уменьшения несимметрии напряжений

Полученные данные о показателях несимметрии используются для обоснования применения устройств уменьшения несимметрии напряжений. Техническая необходимость в этом возникает, если нарушаются требования стандартов. Экономическая целесообразность доказывается путем сопоставления эффекта от уменьшения дополнительных потерь электроэнергии и увеличения срока службы электрооборудования с затратами на устройства стабилизации.

Виды корректирующих устройств описаны в [53], где даны основы методов расчета сетей с такими устройствами. В общем случае входящие в соответствующие формулы параметры режима следует рассматривать как случайные процессы. Детальный анализ эффективности корректирующих устройств здесь не приводится. Ограничимся лишь простым примером.

Пусть от сети питается несимметричная трехфазная нагрузка: например, установка точного литья с емкостно-индуктивным преобразователем [1]. Соответствующая схема замещения включает в себя три источника тока, к которым подключены соединенные в треугольники эквивалентные сопротивления сети и плечей преобразователя. Так как токи различны, напряжения между вершинами треугольников будут разными, а они как раз и являются несимметричными компонентами напряжений для остальных электроприемников (точки a и b на рис. 2.1). Если подключить еще и треугольник сопротивлений корректирующего устройства, подобранных таким образом,

чтобы эквивалентные сопротивления всех трех треугольников были одинаковы, то несимметрия напряжений будет устранена, хотя несимметричная нагрузка установки остается без изменения.

Для каждого вида электрооборудования ежегодный экономический ущерб от несимметрии напряжений в грн/год определяется по формуле [53]

$$Y_2 = Z_{\text{эо}} \left(\frac{\gamma_{z2} - 1}{1 + E_n T_n} \right) + z_3 \Delta P_2 T_p, \quad (4.80)$$

где $Z_{\text{эо}}$ – приведенные затраты на оборудование, T_p – число часов работы оборудования в году, T_n – номинальный срок службы, z_3 – стоимость 1 кВт·ч потерь электроэнергии, E_n – нормативный коэффициент эффективности капиталовложений, который является величиной, обратной нормативному сроку окупаемости.

Корректирующее устройство стоимостью $K_{\text{кор}}$ с ежегодными эксплуатационными издержками уменьшает ущерб на величину ΔY_2 , зависящую от остаточной несимметрии напряжений. Срок окупаемости корректирующих устройств (в грн)

$$T_2 = \frac{K_{\text{кор}}}{\Delta Y_2 - I_{\text{кор}}}. \quad (4.81)$$

Экономический эффект от применения корректирующего устройства (в грн/год)

$$\Xi_2 = \Delta Y_2 - I_{\text{кор}} - E_n K_{\text{кор}}. \quad (4.82)$$

Эта величина будет больше нуля, если срок окупаемости положителен и не превышает $1/E_n$.

Раздел 5

МАТЕМАТИЧЕСКИЕ МОДЕЛИ ДЛЯ ОЦЕНИВАНИЯ ПАРАМЕТРОВ НЕСИНУСОИДАЛЬНЫХ РЕЖИМОВ

5.1. Несинусоидальные компоненты

Как и несимметрия напряжений (п.3.1), искажения кривой напряжения могут быть вызваны как внешними, так и внутренними причинами. Внешние искажения обусловлены несинусоидальностью ЭДС генераторов электростанций, а также мощными нелинейными нагрузками на соседних предприятиях. Источниками внутренних искажений являются мощные электроприемники с нелинейными вольт-амперными характеристиками (тиристорные преобразователи, ДСП, насыщенные магнитные системы и др.). При экспериментальных исследованиях учитывается совместное воздействие внешних и внутренних искажений. В проектировании напряжение источника питания считается неискаженным.

Поскольку электроэнергия передается на частоте $f = 50$ Гц, процесс $u(t)$ изменения текущих значений напряжения естественно представить в виде суммы двух компонент: синусоидальной $u_f(t)$ с частотой 50 Гц и несинусоидальной

$$u_v(t) = u(t) - u_f(t), \quad (5.1)$$

которые будем называть синусоидой и помехой.

Вопрос выделения синусоиды является ключевым для трактовки самого понятия несинусоидальности. Рассмотрим вначале случай периодической помехи с длительностью цикла $t_f = 1/f = 0,02$ с, которая накладывается на синусоиду

$$u_f(t) = B_f \sin \omega_f t \quad (5.2)$$

с амплитудой B_f , той же длительностью цикла и несущей угловой частотой $\omega_f = 2\pi f$.

По смыслу синусоидальная компонента совпадает с (5.2). Однако синусоиду можно выделить и методом наименьших квадратов, что в этом частном случае равносильно использованию формул для коэффициентов ряда Фурье. Тем самым напряжение представляется в виде суммы

$$u(t) = u_{1\Phi}(t) + u_{n\Sigma}(t) \quad (5.3)$$

первой (основной) гармоники $u_{1\Phi}(t)$ и суммы $u_{n\Sigma}(t)$ канонических гармоник с порядком $n \geq 2$.

Таким образом, для периодической помехи возможны две трактовки несинусоидальности: как разность (5.1) или как сумма высших гармоник. Подставив (5.3) в (5.1), получим соотношение

$$u_v(t) = u_{1\Phi}(t) + u_{n\Sigma}(t) - u_f(t).$$

Отсюда следует, что несинусоидальная компонента совпадает с суммой высших гармоник лишь при равенстве $u_{1\Phi}(t)$ и $u_f(t)$, которое выполняется далеко не всегда. Проиллюстрируем это на следующем примере. Пусть в каждом цикле синусоиды источник помехи в положительной полуволне создает провал прямоугольной формы глубиной B и шириной θ , середина которого приходится на вершину синусоиды (рис. 5.1,а), где t_1 – момент начала провала.

При первой трактовке несинусоидальности график помехи имеет вид, показанный на рис. 5.1,б. Амплитуда же основной канонической гармоники не совпадает с B_f , а определяется выражением

$$B_{f\Phi} = B_f - \frac{2}{\pi} B \sin(\omega_f \theta / 2) = B_f \left(1 - \frac{2}{\pi} B_* \sin \pi \theta_* \right) \quad (5.4)$$

при $\theta_* = \theta / t_f$ и $B_* = B / B_f$, а фаза равна нулю. В общем случае амплитуда и фаза зависят от положения провала.

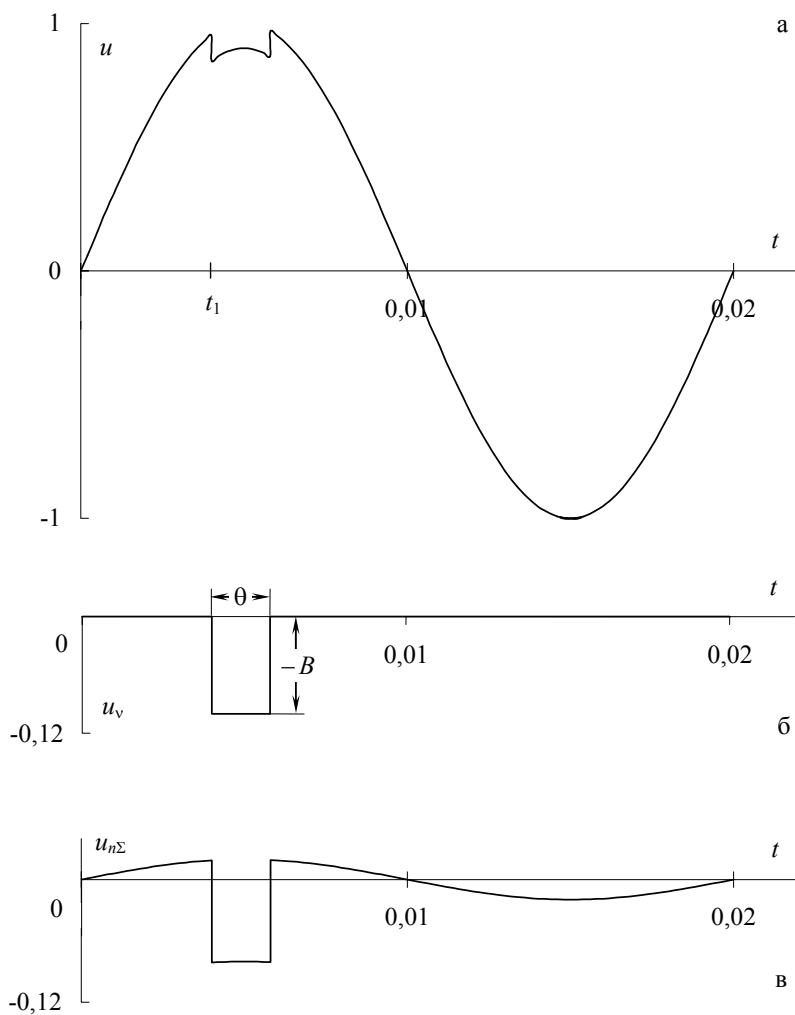


Рис. 5.1. Выделение из помехи (а) несинусоидальной компоненты: б – по неискаженной части синусоиды, в – вычитанием первой гармоники

Вычитанием основной гармоник из исходного процесса получим график суммы

$$u_{n\Sigma}(t) = u(t) - u_{1\phi}(t)$$

высших гармоник (рис. 5.1,в), который принципиально отличается от несинусоидальной компоненты на рис. 5.1,б: «помеха» якобы имеется в продолжении всего цикла и вызывается двумя провалами (отрицательные области) и двумя выбросами (положительные области), хотя в действительности есть только один провал.

В проектировании, когда задан график помехи (5.1), легко реализуются обе трактовки несинусоидальности. В действующих сетях выделить синусоиду (5.2) можно, если кривая напряжения имеет четко выраженные неискаженные участки синусоиды. На этих участках определенные по любым парам ординат параметры синусоиды остаются неизменными. Несинусоидальная компонента определяется согласно (5.1). При отсутствии неискаженных участков задача выделения синусоиды не имеет точного решения. В связи с этим необходимо оценивать влияние на электрооборудование всего процесса $u(t)$ или в качестве несинусоидальной компоненты ориентировочно принимать сумму высших гармоник, если помеха периодична. Несоответствие между несинусоидальной компонентой и суммой высших гармоник наглядно проявляется, если периодическая помеха имеет длительность цикла, отличающуюся от 0,02 с. Например, пусть провал появляется не в каждом цикле синусоиды, а только в одном из N циклов. В этом случае длительность цикла помехи равна Nt_f . Вычитание неискаженной синусоиды дает правильный график помехи: один провал за время Nt_f . График же суммы высших гармоник будет наблюдаться все это время: провал, как и первая гармоника, как бы разносится на весь цикл. Чтобы этого не произошло, целесообразно выделять синусоиду в каждом цикле – для рассматриваемого примера только в одном цикле будет сумма высших гармоник (рис. 5.1,в), а в остальных циклах искажения отсутствуют.

Недостатком поциклического выделения первой гармоники является то, что на границах участков длительностью t_f ордина-

ты смежных синусоид могут не совпадать. Это объясняется тем, что каждый отдельно взятый цикл считается бесконечно повторяющимся, хотя это не так. Например, если в одном цикле синусоиды провал будет смещен относительно синусоиды, то ее фаза не будет равна нулю, а потому на границах цикла ординаты будут отличаться от нуля, хотя по условию в предыдущих и последующих $N - 1$ циклах t_f синусоида проходит через нуль на границах участков. По этой причине на границах участков следует принимать полусумму ординат или, что удобнее, в каждом цикле t_f рассчитывать синусоиду от 0 до $t_f - \Delta$.

Перейдем к непериодическим помехам. Теоретически они задаются на бесконечном интервале времени, когда понятие гармоник отсутствует и говорить о сумме высших гармоник некорректно. В практике, как искусственный расчетный прием, используется представление непериодических процессов в виде ряда Фурье на конечном интервале T_μ (в [6] – 0,32 с). Тем самым предполагается, что до и после рассматриваемого интервала процесс периодически повторяется с длительностью цикла T_μ и основной частотой $\omega_\mu = 2\pi/T_\mu$. Обозначим порядок слагаемых ряда через μ и назовем их «квазигармониками». Такой прием возможен, если требуемая для решения задачи длительность процесса меньше периода разложения T_μ .

Обычно длительность t_f целое число m раз укладывается на интервале разложения, поэтому основная квазигармоника имеет частоту в m раз меньшую 50 Гц. По отношению к 50 Гц квазигармоники с порядком $\mu = nm$ воспринимаются наблюдателем как канонические гармоники, а с другими порядками – как интергармоники. При решении задач необходимо учитывать все квазигармоники, а не только с частотами, кратными 50 Гц. В противном случае оценка ЭМС будет существенно занижена – тем больше, чем больше m отличается от единицы⁸.

⁸ Если отношение T_μ/t_f не будет целым числом, то квазигармоники с частотами μn отсутствуют, а оценивание ЭМС только по каноническим гармоникам приведет к неверному выводу об отсутствии несинусоидальности.

Рассмотренный способ нельзя использовать для выделения синусоиды 50 Гц. Во-первых, параметры квазигармоники с частотой 50 Гц зависят от выбора длительности T_μ , чем создается неопределенность. Во-вторых, как и в примере с искажением только в одном цикле, синусоида с амплитудой, меньшей B_f , относится ко всему периоду T_μ . Вычтя ее из кривой $u(t)$, получим «несинусоидальную компоненту», которая якобы присутствует во всех циклах, что противоречит физическому смыслу, так как фактически искажение есть только в одном из них. Лучший результат получается, если выделять синусоиду не на всем интервале, а поциклично.

Наличие колебаний напряжения принципиально усложняет задачу, так как модуляция сигнала 50 Гц приводит к искажению синусоиды даже при отсутствии источников помех с нелинейными вольт-амперными характеристиками. Например, если в сети наблюдаются гармонические колебания напряжения с размахом δU_t и частотой λ Гц, то мгновенные значения напряжения определяются следующим образом:

$$\begin{aligned} u(t) &= B_0 \left\{ \sin \omega_f t + \frac{k_m}{2} \left[\cos(\omega_f - \omega_m)t - \cos(\omega_f + \omega_m)t \right] \right\} = \\ &= B_0 (1 + k_m \sin \omega_m t) \sin \omega_f t, \end{aligned}$$

где B_0 – среднее значение огибающей амплитуд напряжения за период $1/\lambda$, $k_m = \delta U_t / \sqrt{2} B_0$ – коэффициент модуляции, $\omega_m = 2\pi\lambda$. В любом цикле t_f кривая напряжения отличается от синусоиды (рис. 5.2,а): слагаемые с боковыми частотами $\omega_f \pm \omega_m$ представляют собой интергармоники. В [58] учитываются гармонические колебания частотой до 25 Гц, поэтому соответствующие частоты интергармоник будут равны 25 и 75 Гц. Вычитая из $u(t)$ синусоиду 50 Гц с амплитудой B_0 , получим несинусоидальную компоненту, показанную на рис. 5.2,б. Периодические колебания напряжения другой формы создают теоретически бесконечное количество интергармоник. Следует отметить,

что источники помех помимо канонических могут создавать и интергармоники даже при отсутствии колебаний напряжения.

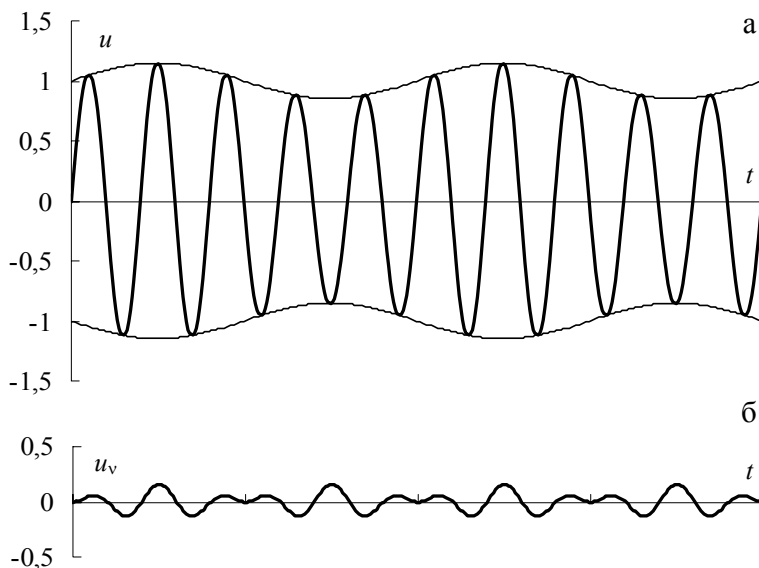


Рис. 5.2. Гармонические колебания напряжения (а) и несинусоидальная компонента (б)

Хотя в [6] интергармоники не нормируются, минимальное значение 0,1 % канонических гармоник, ниже которого они не учитываются, используем и для оценки степени влияния колебаний напряжения на несинусоидальную компоненту. Минимальное значение $\delta U_{t\min}$ размахов колебаний, при котором действующее значение интергармоники еще не превысит 0,1 %, определяется из условия

$$k_{\min} B_0 / \sqrt{2} = \delta U_{t\min} / 2 = 0,1\%.$$

Отсюда следует, что искажения синусоиды можно считать существенными, если размахи гармонических колебаний на-

пряжения превышают 0,2 %. Из [58] найдем, что это условие выполняется при любых частотах колебаний.

При случайных колебаниях напряжения понятие интергармоники лишено смысла, а искажения синусоиды представляют собой случайный процесс.

В экспериментальных исследованиях используются узкополосные фильтры с малой полосой пропускания $\Delta\omega$. Обозначим через

$$\nu = \omega/\omega_f$$

относительные значения частоты ω , $\Delta\nu = \Delta\omega/\omega_f$ – полосу пропускания. Фильтр имеет свою АЧФ $A_\Phi(\omega)$ и переходную функцию $h_\Phi(t)$. При включении фильтра на стационарную помеху протекает переходный процесс, после окончания которого наступает стационарное состояние. Прибор показывает действующее значение U_ν помехи, зависящее от вида АЧФ и помехи.

Анализаторы (измерители) гармоник имеют фильтр, перенастраиваемый на частоты $\nu = n$, на которых АЧФ равна единице. Анализатор показывает действующие значения U_n канонических гармоник лишь в одном частном случае: когда помеха представляет собой периодический процесс, имеющий длительность цикла t_f , при условии, что АЧФ на смежных частотах $n \pm 1$ не перекрываются, а отсчет производится после окончания переходного процесса. Если АЧФ перекрываются, то анализатор показывает величину

$$\tilde{U}_n = \sqrt{U_n^2 + U_{n-1}^2 A_\Phi^2(n-1) + U_{n+1}^2 A_\Phi^2(n+1)},$$

превышающую фактическое значение U_n .

При непериодических (случайных) помехах действующие значения наблюдаются на любой частоте. Будем именовать их «псевдогармониками». Они могут иметь любой «порядок» ν , в том числе и дробный.

Если учитывать только псевдогармоники с кратными $n\omega_f$ частотами, принимая их за канонические гармоники, то резуль-

таты оценки ЭМС будут существенно занижены. В самом деле, случайная помеха характеризуется не дискретным спектром, а спектральной плотностью $S_v(\omega)$ в $(\%)^2 \cdot \text{с}$ или $S_v(\nu)$ в $(\%)^2$, максимумы которых наблюдаются не обязательно на частотах канонических гармоник. При измерении псевдогармоник из спектральной плотности вырезаются узкие области частот, в пределах которых определяются действующие значения процессов на выходе фильтра. На рис. 5.3 показаны области на частотах n псевдогармоник, вырезаемые идеальным фильтром с полосой пропускания $\Delta\nu$. Так как АЧФ фильтра в этой полосе равна единице, то дисперсия суммы псевдогармоник определяется суммой затухшеванных площадей, в то время как на самом деле дисперсия помехи равна площади под всей кривой.

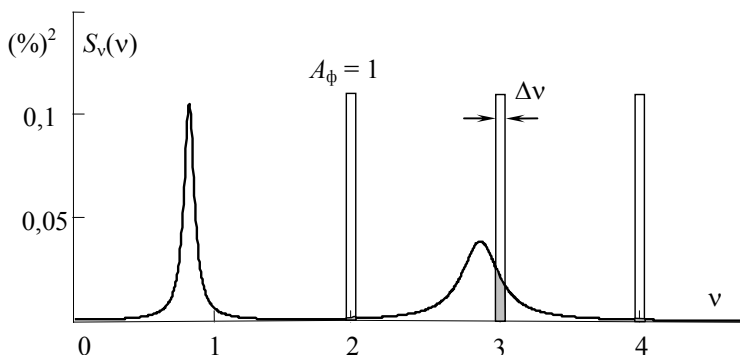


Рис. 5.3. Спектральная плотность несинусоидальной компоненты напряжения на шинах 6 кВ подстанции металлургического завода при работе ДСП

Изменение частоты питающего напряжения также влияет на выделение несинусоидальной компоненты. В [58] допускается уменьшение частоты не более чем на 0,2 Гц в нормальном и 0,4 в предельном режимах. При этом длительность одного цикла синусоиды увеличивается незначительно: на $8,032 \cdot 10^{-5}$ и $1,613 \cdot 10^{-4}$ с. Однако при обработке графика напряжения за большой период времени ошибка будет накапливаться. Например, если согласно [6] принять длительность одной записи рав-

ной 0,32 с, то на этом интервале поместятся не ровно 16 циклов, а только 15 полных циклов и один укороченный на $16 \cdot 8,032 \cdot 10^{-5} = 0,001285$ с, т.е. на 6,4 %. Даже при отсутствии искажений формальное применение к такой реализации преобразования Фурье с основной частотой ω_f даст μ -гармоники, часть из которых будет иметь частоты канонических гармоник. Для устранения влияния отклонений частоты необходимо во время опыта регистрировать фактическое значение частоты и принимать соответствующую длительность цикла синусоиды.

Рассмотрим вопросы применения узкополосного фильтра для выделения синусоиды на примере колебательного звена с небольшим коэффициентом демпфирования ε . АЧФ такого звена имеет иглообразную форму с максимумом при частоте настройки ω_f (рис. 2.9 в [49]). В этом случае раскачивающая постоянная времени обратна ω_f , а демпфирующая отличается от нее множителем 2ε . Для точного выделения синусоиды необходимо, чтобы при ее частоте АЧФ обращалась в единицу. Это достигается, если коэффициент передачи звена принять равным 2ε . При частоте настройки звено дает запаздывание на угол $\pi/2$, поэтому получаемую синусоиду необходимо сдвинуть в обратном направлении на этот же угол, которому соответствует длительность $\pi/2\omega_f$.

В частном случае периодической помехи с длительностью цикла 0,02 с погрешность определения амплитуды зависит от того, в какой мере АЧФ захватывает высшие гармоники. В общем случае непериодической помехи АЧФ захватывает области как справа, так и слева от частоты настройки, что увеличивает погрешность.

Чем меньше коэффициент демпфирования, тем меньше выделяемая синусоида отличается от фактической. При компьютерной обработке величину ε можно принимать весьма малой. Однако уменьшение коэффициента демпфирования приводит к затягиванию переходного процесса. В самом деле, параметр α экспоненты в выражении для переходной функции звена равен $\varepsilon\omega_f$. Переходный процесс практически затухает за время $(3-5)/\alpha$, которое обратно пропорционально ε . Теоретически

погрешность отсутствует при $\varepsilon = 0$, но в этом случае стационарное состояние вообще не наступает.

Таким образом, понятие несинусоидальности является условным. Качественно под несинусоидальностью следует понимать такую компоненту, устранение которой делает кривую напряжения синусоидальной. Но этого эффекта, например, для периодических помех можно добиться как устранением процесса $u_v(t)$, так и $u_{n\Sigma}(t)$ – различие будет только в амплитудах: во втором случае амплитуда синусоидального напряжения меньше на величину разности между B_f и $B_{f\phi}$. Принятие той или иной трактовки несинусоидальности зависит от конкретных условий задачи: возможность получения исходной информации, вид корректирующих устройств (активные или пассивные). Методы оценивания ЭМС от этого не изменяются.

5.2. Динамические модели ЭМС электроприемников с активной проводимостью

Входная активная проводимость электроприемника не зависит от частоты. В этом случае структурные схемы моделей ЭМС, показанные на рис. 5.4, аналогичны схемам для несимметрии напряжений (рис. 3.5,а и 3.6,а), но с ВФ в виде пропорционального звена с коэффициентом передачи $a_{\phi i}$. Для общности можно принять этот коэффициент равным единице, сделав модель ЭМС базовой в том смысле, что процессы после блока КСИ и квадрат эффективного тока после звена 6 будут одинаковы для всех электроприемников. Входные проводимости, отличные от единицы, учитываются в звеньях 4 путем умножения базовых показателей ЭМС на $a_{\phi i}^2$.

Постоянные времени нагрева силового электрооборудования намного превосходят длительности цикла синусоиды 50 Гц. Поэтому для сжатия информации без потери точности можно исходить не из графика помехи $u_v(t)$, а из графика эффективных ее значений за время $\theta = 0,02$ с, т.е. из коэффициентов искажения синусоидальности кривой напряжения

$$K_U(t) = \frac{100}{U_1} \sqrt{L_0 \{u_v^2(t)\}} \approx \frac{100}{U_n} \sqrt{L_0 \{u_v^2(t)\}}, \quad (5.5)$$

где U_1 – действующее значение основной гармоники напряжения в сети во время измерений.

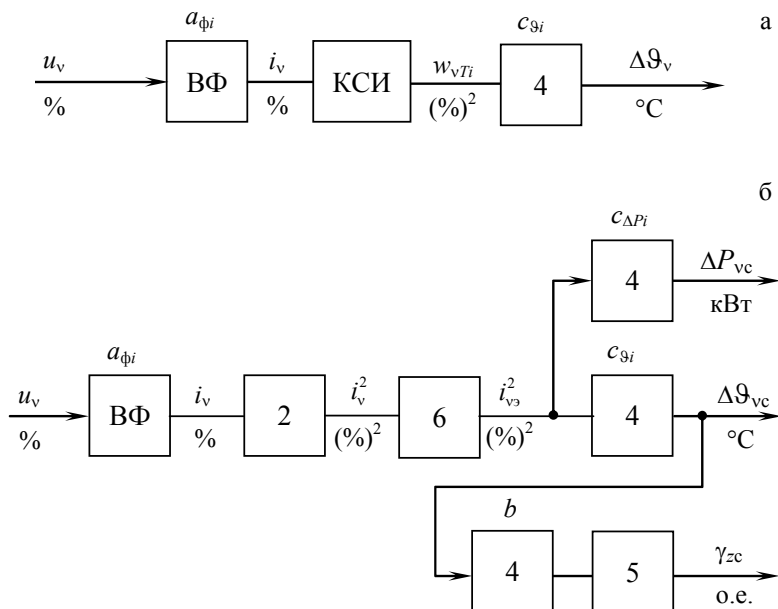


Рис. 5.4. Структурные схемы динамических моделей ЭМС для оценивания: а – температуры, б – потери мощности и кратности снижения срока службы

Следует отметить, что в [6] коэффициент искажений

$$K_U = \frac{100}{U_1} \sqrt{\sum_{n=1}^{40} U_n^2} \approx \frac{100}{U_n} \sqrt{\sum_{n=1}^{40} U_n^2} \quad (5.6)$$

определен через действующие значения U_n канонических гар-

моник, но такое определение относится лишь к частному случаю периодической помехи при отсутствии низкочастотной модуляции.

Структурные схемы динамических моделей аналогичны схемам моделей для несимметрии напряжений на рис. 3.5,б и 3.6,б, в которых индекс 2 достаточно заменить на v , а на входы моделей подавать процесс (5.5).

5.3. Динамические модели ЭМС электродвигателей по несинусоидальности напряжения

Входная проводимость электродвигателя зависит от частоты, поэтому ВФ в модели ЭМС не может быть пропорциональным звеном. Для выбора структуры ВФ рассмотрим частный случай периодической помехи в виде суммы канонических гармоник. Температура дополнительного нагрева АД в °С в этом случае определяется по коэффициентам K_{Un} гармоник напряжения [51, 53]:

$$\Delta\vartheta_n = \frac{0,028}{b} \sum_{n=2}^{\infty} K_{Un}^2 \frac{\sqrt{n+0,39}\sqrt{n\pm 1}}{n^2} \approx \frac{0,03892}{b} \sum_{n=2}^{\infty} \frac{K_{Un}^2}{n\sqrt{n}}. \quad (5.7)$$

Дополнительные потери активной мощности в АД от несинусоидальности напряжения, выраженные в процентах от номинальной мощности, вычисляются по формуле

$$\Delta P_n = 0,02k_{\text{АД}} \sum_{n=2}^{\infty} \frac{K_{Un}^2}{n\sqrt{n}}, \quad (5.8)$$

в которой коэффициент $k_{\text{АД}}$ зависит от номинальной мощности (п. 3.3).

Аналогичные выражения рекомендуются и для СД:

$$\Delta\vartheta_n = \frac{10^{-4}k_{\text{см}}k_{\text{пот}}''}{b} \sum_{n=2}^{\infty} \frac{K_{Un}^2}{n\sqrt{n}}, \quad (5.9)$$

$$\Delta P_n = 0,01 k''_{\text{рот}} \sum_{n=2}^{\infty} \frac{K_{U_n}^2}{n\sqrt{n}}, \quad (5.10)$$

где $k_{\text{см}} = 780$, $k''_{\text{рот}} = 0,868$ и $0,346$ – при наличии и отсутствии успокоительной обмотки.

В приведенных формулах суммы одинаковы. Введем вспомогательную функцию

$$\varphi(n) = \sqrt{n\sqrt{n}} = n^{-0,75} \quad (5.11)$$

с дискретными значениями ординат (темные кружки на рис. 5.5). Это позволяет представить каждое слагаемое в виде квадрата произведения ординат этой функции на соответствующий коэффициент гармоники.

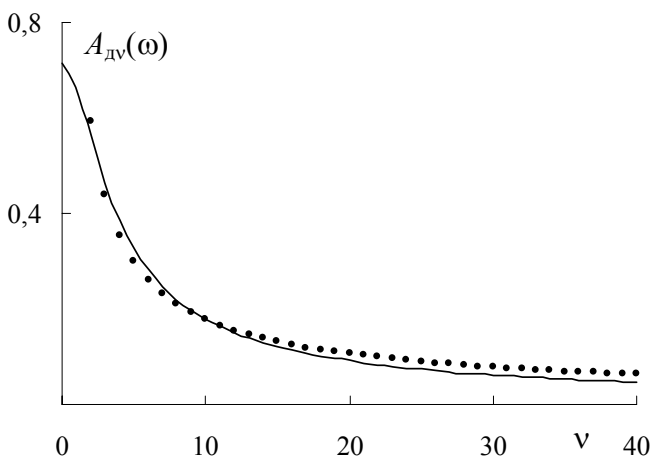


Рис. 5.5

С другой стороны, слагаемое в сумме представляет собой дисперсию процесса на выходе ВФ, на вход которого подается n -я гармоника. Математически дисперсия равна произведению квадратов коэффициента гармоники на АЧФ $A_{dv}(\omega)$.

Из сопоставления двух выражений для одного слагаемого следует, что АЧФ при $\omega = n\omega_f$ совпадает со вспомогательной функцией.

Для обобщения рассматриваемых формул на непериодические процессы перейдем к относительным значениям частоты $v = \omega/\omega_f$ в диапазоне от нуля до бесконечности. Этого нельзя достичь простой заменой n на v в (5.11), так как формулы относятся к $n \geq 2$, а при $v = 0$ давали бы бесконечность, что противоречит физическому смыслу. Поэтому подберем такую АЧФ $A_{dv}(v)$, которая при нулевой частоте имеет конечное значение.

Вид графика вспомогательной функции напоминает график АЧФ инерционного звена, которое и примем в качестве ВФ. Коэффициент передачи a_{dv} и постоянную времени T_{dv} найдем методом наименьших квадратов. Согласно (1.24)

$$A_{dv}(v) = \frac{a_{dv}}{\sqrt{1 + v^2 \omega_f^2 T_{dv}^2}}. \quad (5.12)$$

Минимизация функции

$$S(a_v, T_{dv}) = \sum_{n=2}^{40} [\varphi(n) - A_{dv}(n)]^2$$

дает значение $a_{dv} = 0,713$ и $T_{dv} = 0,00123$ с, одинаковые для АД и СД.

Рассчитанная по формуле (5.12) непрерывная кривая на рис. 5.5 близка к графику решетчатой функции (5.11) – относительная погрешность при $n \geq 2$ не превысила $\pm 4,72$ % (по отношению к значению 0,713 АЧФ в нуле).

Двигатели имеют большие постоянные времени, поэтому оценивание дополнительного нагрева от несинусоидальности достаточно выполнить по среднему значению температуры $\Delta\vartheta_{vc}$, которое пропорционально квадрату эффективного значения i_{v3} несинусоидальной компоненты. По i_{v3}^2 вычисляются дополни-

тельные потери ΔP_{vc} активной мощности и кратность γ_{zv} снижения срока службы изоляции.

Структурная схема динамической модели ЭМС (рис. 5.6) аналогична схеме на рис. 3.6,а для несимметрии напряжений. В ней роль ВФ, моделирующего несинусоидальную компоненту i_v тока двигателя, выполняет инерционное звено 2 с коэффициентом передачи a_{dv} и постоянной инерции T_{dv} . Схема же на рис. 3.6,б не может быть аналогом (с заменой коэффициента несимметрии на коэффициент искажения), поскольку в ней отсутствует ВФ.

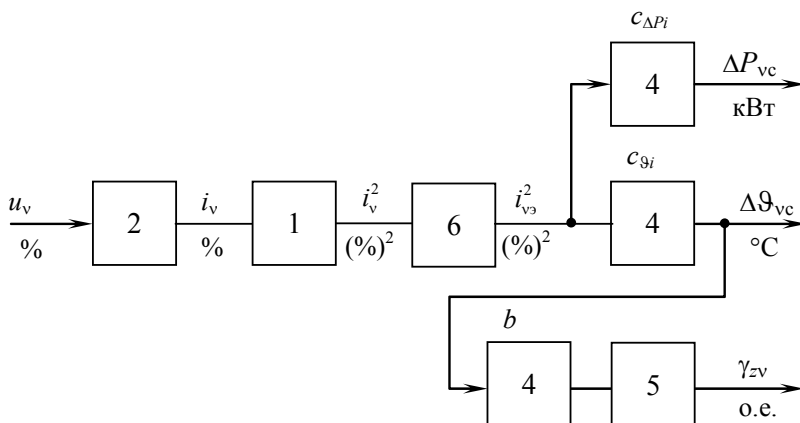


Рис. 5.6. Структурные схемы динамических моделей ЭМС электродвигателей по несинусоидальности напряжения

Коэффициенты передачи пропорциональных звеньев 4 для оценивания температуры определяются выражениями, стоящими перед суммами в формулах (5.7) и (5.9): для АД

$$c_{\vartheta i} = 0,03892/b, \quad (5.13)$$

а для СД

$$c_{\vartheta i} = 10^{-4} k''_{cm}/b. \quad (5.14)$$

Рассчитанные по этим формулам значения коэффициентов для изоляции классов *A* и *B* приведены в табл. 5.1.

Таблица 5.1 – Коэффициенты передачи для вычисления температур дополнительного перегрева двигателей

Двигатель	Класс изоляции	$c_{\theta i}$ °C / (%) ²
АД	<i>A</i>	0,449
	<i>B</i>	0,562
СД с успокоительной обмоткой	<i>A</i>	0,782
	<i>B</i>	0,977
СД без успокоительной обмотки	<i>A</i>	0,312
	<i>B</i>	0,389

Произведения перед суммами в формулах (5.8) и (5.10) выражены в процентах. Для перехода к потерям мощности в кВт их надо умножить на $P_n/100$. В результате для АД получим

$$c_{\Delta P_i} = 2 \cdot 10^{-4} k_{\text{АД}} P_n, \quad (5.15)$$

а для СД –

$$c_{\Delta P_i} = 10^{-4} k''_{\text{рот}} P_n. \quad (5.16)$$

С учетом выражений для $k_{\text{АД}} P_n$ (п. 3.3) для АД найдем

$$c_{\Delta P_i} = \begin{cases} 9 \cdot 10^{-4} P_n - 6 \cdot 10^{-5} P_n^2 & \text{при } P_n \leq 5 \text{ кВт}, \\ 2,105 \cdot 10^{-3} + 1,79 \cdot 10^{-4} P_n & \text{при } 5 \leq P_n \leq 100 \text{ кВт}, \\ 0,01333 + 6,67 \cdot 10^{-5} P_n & \text{при } 100 \leq P_n \leq 1000 \text{ кВт}. \end{cases} \quad (5.17)$$

Подстановка в (5.16) численных значений $k''_{\text{рот}}$ для СД с успокоительной обмоткой и без нее дает коэффициенты передачи $8,68 \cdot 10^{-5} P_n$ и $3,46 \cdot 10^{-5} P_n$, кВт / (%)².

5.4. Динамические модели ЭМС конденсаторных установок по несинусоидальности напряжения для оценивания тепловых эффектов

Входная проводимость КУ уменьшается с увеличением частоты напряжения. Для частного случая периодических помех в виде суммы высших гармоник температура дополнительного нагрева КУ определяется по формуле [51, 53]

$$\Delta\vartheta_n = 10^{-4} \vartheta_n \sum_{n=2}^{\infty} n K_{U_n}^2,$$

где ϑ_n – температура перегрева при номинальном синусоидальном напряжении, которую рекомендуется принимать равной 30°C. В этом случае

$$\Delta\vartheta_n = 0,003 \sum_{n=2}^{\infty} n K_{U_n}^2, \quad (5.18)$$

где коэффициент перед суммой имеет размерность °C/(%)².

Дополнительные потери активной мощности в кВт

$$\Delta P_n = 10^{-4} Q_n \operatorname{tg} \delta \sum_{n=2}^{\infty} n K_{U_n}^2, \quad (5.19)$$

где Q_n – номинальная мощность КУ в квар, δ – угол потерь.

В отличие от моделей электродвигателей структуру ВФ нельзя выбирать путем распространения формул (5.18) и (5.19) на общий случай непрерывных значений частот ν , так как при $n \rightarrow \infty$ они дают бесконечность, что противоречит физическому смыслу. Кроме того, в формуле (5.19) тангенс потерь считается неизменным, что справедливо лишь для частного случая неполярных диэлектриков (полиэтилен и др.)

Структуру ВФ, который моделирует несинусоидальную компоненту тока $i_{C\nu}$, примем согласно схеме замещения КУ [15], приведенной на рис. 5.7. Металлические части конденсатора

моделируются активным сопротивлением r и индуктивностью L , не зависящими от частоты. Диэлектрик моделируется параллельно включенными цепями. Две первые из них содержат сопротивление r_0 и геометрическую емкость C , остальные m релаксаторов – последовательно включенные сопротивления и емкости. Модель учитывает зависимость угла потерь от частоты.

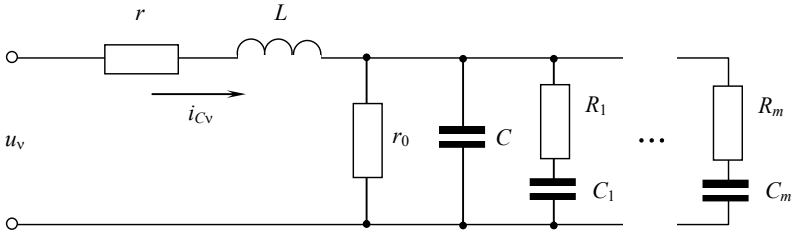


Рис. 5.7. Схема замещения конденсаторной установки

На рис. 5.7 не показаны активное сопротивление и индуктивность сети от шин подстанции до зажимов КУ. Они учитываются путем добавления к r и L . Разрядные сопротивления практически не сказываются на переходных процессах в КУ.

Структуру ВФ в динамической модели ЭМС найдем таким же путем, как и в модели двигателя (п. 3.7). Введем обозначения:

$$g_0 = 1/(r + r_0) \approx 1/r_0, \quad T_7 = r_0 C, \quad T_8 = g_0 L \approx L/r_0,$$

$$T_9 = g_0 r_0 C \approx r C, \quad T_{10} = T_8 + T_9, \quad T_{11}^2 = T_7 T_8 \approx LC,$$

где учтено, что $r \ll r_0$.

При отсутствии релаксантов эквивалентная проводимость

$$Y(p) = g_0 \frac{T_7 p + 1}{T_7 T_8 p^2 + (T_8 + T_9) p + 1} = g_0 \frac{T_7 p + 1}{T_{11}^2 p^2 + T_{10} p + 1}. \quad (5.20)$$

Передаточная функция ВФ по току получается умножением проводимости на номинальное сопротивление z_{CH} КУ:

$$W_c(p) = k_c \frac{T_7 p + 1}{T_{11}^2 p^2 + T_{10} p + 1}. \quad (5.21)$$

Здесь коэффициент передачи $k_c = g_0 z_{\text{CH}}$ выражен в о.е.

Согласно (5.21) ВФ включает в себя пропорциональное звено 4 с коэффициентом передачи k_c , колебательное звено 9 с постоянными времени T_{10} и T_{11} , а также форсирующее звено 10 с постоянной времени T_7 (рис. 5.8). На выходе ВФ протекает ток КУ в процентах от его номинального значения.

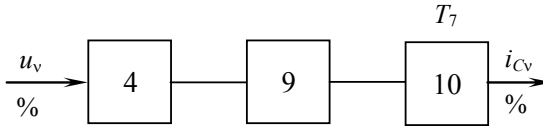


Рис. 5.8. Структурная схема ВФ по току КУ

Обозначив через

$$\alpha_c = T_{10} / 2T_{11}^2, \quad \lambda_c = \sqrt{4T_{11}^2 - T_{10}^2} / 2T_{11}^2,$$

найдем полюса

$$p_{1,2} = -\alpha_c \pm j\lambda_c \quad (5.22)$$

знаменателя передаточной функции и запишем ее в виде

$$W_c(p) = k_c \frac{T_7 p + 1}{T_{11}^2 (p - p_1)(p - p_2)}. \quad (5.23)$$

Передаточной функции соответствует АЧФ

$$A_C(\omega) = k_C \sqrt{\frac{1 + \omega^2 T_7^2}{(1 - \omega^2 T_{11}^2)^2 + \omega^2 T_{10}^2}} \quad \text{при } \omega \geq 0 \quad (5.24)$$

и фазочастотная функция

$$\varphi_0(\omega) = \arctg \frac{\omega [T_7 (1 - \omega^2 T_{11}^2) - T_{10}]}{1 + \omega^2 T_{12}^2} \quad \text{при } \omega > 0, \quad (5.25)$$

где

$$T_{12}^2 = T_7 T_9 = r_0 r C^2 = T_7 T_{10} - T_{11}^2.$$

Номинальное сопротивление найдем из условия равенства АЧФ единице при угловой частоте ω_f синусоидального напряжения:

$$z_{CH} = r_0 \sqrt{\frac{(1 - \omega_f^2 T_{11}^2)^2 + \omega_f^2 T_{10}^2}{1 + \omega_f^2 T_7^2}}. \quad (5.26)$$

Следует отметить, что сопротивление, вычисленное по номинальным значениям реактивной мощности и напряжения, несколько отличается от (5.26).

В отличие от идеального конденсатора, АЧФ которого представляет собой выходящую из нуля неограниченно возрастающую прямую, АЧФ реального конденсатора при нулевой частоте равна коэффициенту передачи, поскольку напряжение постоянного тока создает ток утечки. В зоне частот примерно до 5000 Гц АЧФ возрастает почти линейно, так как индуктивность металлических частей из-за ее малости практически не сказывается на токе КУ. При дальнейшем увеличении частоты происходит быстрое возрастание АЧФ. Резонансный максимум достигается при частоте

$$\omega_{\text{рез}} = \frac{1}{T_{11}} \sqrt{1 - T_{10}/T_7}, \quad (5.27)$$

при которой выражение (5.24) обращается в нуль. До резонанса ток КУ является емкостным, а после – индуктивным. При увеличении частоты свыше резонансной АЧФ уменьшается вначале быстро, а потом медленнее, стремясь к нулю.

Поскольку помеха измеряется в процентах от номинального напряжения, переходная функция представляет собой переходный ток в процентах от номинального тока КУ, который возникает в результате воздействия на ВФ произведения единичной функции $1(t)$ на напряжение $u_\delta = 1\%$. Она может быть определена по таблицам обратного преобразования Лапласа:

$$h_C(t) = u_\delta L^{-1} \left\{ \frac{1}{p} W_C(p) \right\}.$$

Однако в рассматриваемом случае проще воспользоваться известными формулами для переходной $h_k(t)$ и весовой $g_k(t)$ функций колебательного звена [49]. В соответствии с рис. 5.8 процесс после звена 9 поступает на форсирующее звено, на выходе которого протекает сумма двух процессов: входного и его производной с коэффициентом T_7 . Поэтому

$$h_C(t) = h_k(t) + T_7 g_k(t). \quad (5.28)$$

Обозначив через

$$a_C = \frac{1}{2\lambda_C T_8} \sqrt{1 - (2\alpha_C - 1/T_7)T_8}, \quad \varphi_C = \arcsin(1/a_C)$$

и используя выражение (5.23), получим

$$h_k(t) = k_C u_\delta \left[1 - a_C \exp\{-\alpha_C t\} \sin(\lambda_C t + \varphi_C) \right],$$

$$g_k(t) = k_c u_\delta \frac{1}{\lambda_c T_8} \exp\{-\alpha_c t\} \sin \lambda_c t,$$

где учтено соотношение $T_7/T_{11}^2 = 1/T_8$.

Идеальный же конденсатор имеет переходную функцию

$$h_c(t) = u_\delta C \delta(t). \quad (5.29)$$

В качестве примера приведем данные силового конденсатора КМ-0,38-26-3УЗ из [32]: напряжение 380 В, мощность 26 квар, емкость $5,84 \cdot 10^{-4}$ Ф, индуктивность $2,7 \cdot 10^{-7}$ Гн, сопротивления $r_0 = 2,69 \cdot 10^8$ и $r = 6,88 \cdot 10^{-3}$ Ом. В этом случае постоянные времени $T_7 = 1,571 \cdot 10^5$, $T_{10} = 4,018 \cdot 10^{-6}$ и $T_{11} = 1,256 \cdot 10^{-5}$ с, проводимость $g_0 = 3,718 \cdot 10^{-9}$ См, номинальное сопротивление 5,46 Ом, коэффициент передачи $k_c = 2,03 \cdot 10^{-8}$. Расчет по номинальным данным дает индуктивное сопротивление 5,554 Ом – на 1,42 % больше, чем 5,46 Ом. АЧФ этого конденсатора имеет резонансный максимум на частоте 12672 Гц. Переходная функция, рассчитанная по формуле (5.28), представлена на рис. 5.9, где для сравнения утолщенной линией показана переходная характеристика (5.29), уходящая в бесконечность.

Введение релаксаторов усложняет передаточную функцию: порядок многочлена в ее числителе становится равным $m + 1$, а знаменателя – на единицу больше. Например, при одном релаксаторе с постоянной времени $T_{p1} = R_1 C_1$ вместо (5.20) получим эквивалентную проводимость

$$Y_1(p) = g_0 \frac{T_{13}^2 p^2 + T_{14} p + 1}{T_{15}^3 p^3 + T_{16}^2 p^2 + T_{17} p + 1},$$

где

$$T_{13}^2 = T_7 T_{p1}, \quad T_{14} = T_7 + T_{p1} + r_0 C_1, \quad T_{15}^3 = T_{11}^2 T_{p1},$$

$$C_{01} = C_0 + C_1 + T_{p1}/R_0, \quad T_{16}^2 = r C T_{p1} + L C_{01}, \quad T_{17} = r C_{01} + T_8 + T_{p1}.$$

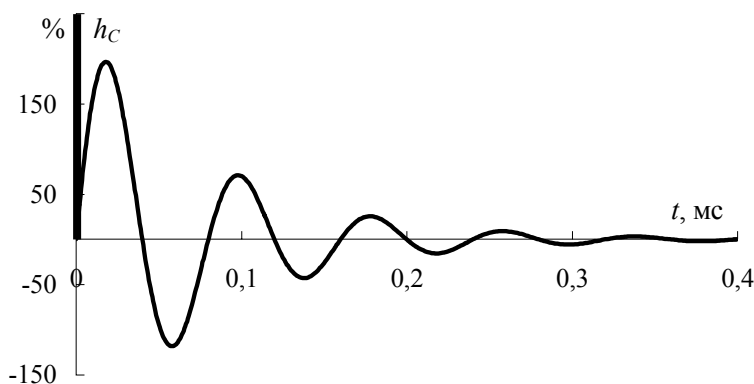


Рис. 5.9. Переходная характеристика силового конденсатора 26 квар, 380 В

Записав выражения для передаточных функций при одном и двух релаксаторах, магистр Майоров А.Л. сформулировал алгоритм написания аналитических выражений при любом m . Однако в практических расчетах даже при $m = 2$ целесообразно использовать пакет Matlab для нахождения численных значений коэффициентов многочленов и полюсов знаменателя, а затем применить метод парциальных реакций.

Далее для краткости рассматривается схема замещения без релаксаторов, но все методы оценивания ЭМС очевидным образом распространяются на схемы замещения с любым количеством релаксаторов.

Постоянные времени нагрева силовых конденсаторов превышают 1 ч [47], поэтому оценивание температуры достаточно выполнить по ее среднему значению, пропорциональному квадрату эффективного ток i_{CV} . В связи с этим динамическая модель ЭМС (рис. 5.10) будет иметь те же структурные элементы, что и модель двигателей на рис. 5.6. Согласно (5.18) коэффициент передачи $c_{CVi} = 0,003^\circ\text{C} / (\%)^2$, т.е. совпадает с (3.26).

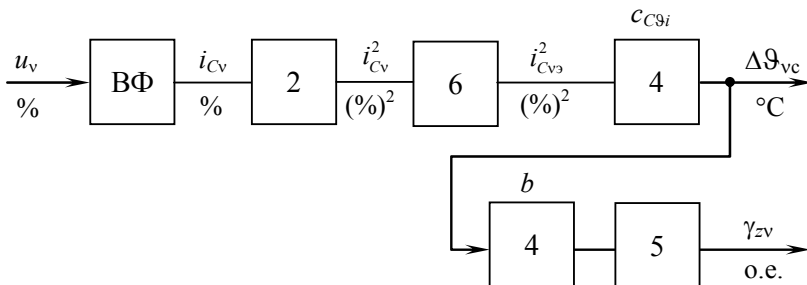


Рис. 5.10. Структурные схемы динамических моделей ЭМС КУ по тепловым эффектам

5.5. Динамические модели ЭМС конденсаторных установок по несинусоидальности напряжения для оценивания потерь мощности

Средние потери активной мощности ΔP_v равны значению в нуле взаимной корреляционной функции между процессами на входе и выходе ВФ. Эта функция определяется по корреляционной функции $B_v(\tau)$ помехи [22]:

$$B_{ui}(\tau) = \int_0^{\infty} B_v(\tau + \xi) g_c(\xi) d\xi, \quad (5.30)$$

где весовая функция $g_c(t)$ получается дифференцированием выражения (5.28) по времени. Следует отметить, что здесь аргумент $\tau + \xi$ можно заменить на $\tau - \xi$.

Весовая и передаточная функции связаны между собой соотношением

$$g_c(t) = \frac{2}{\pi} \int_0^{\infty} \operatorname{Re}\{W_c(j\omega)\} \cos \omega t d\omega, \quad (5.31)$$

подстановка которого в (5.30) с учетом (1.6) дает

$$\begin{aligned}
 B_{ii}(\tau) &= \frac{2}{\pi} \int_0^{\infty} \int_0^{\infty} \operatorname{Re}\{W_C(j\omega)\} B_v(\xi) \cos \omega \xi d\omega = \\
 &= \int_0^{\infty} \operatorname{Re}\{W_C(j\omega)\} S_v(\xi) d\omega.
 \end{aligned} \tag{5.32}$$

Заменяя в (5.21) оператор на $j\omega$, после несложных преобразований согласно (5.32) при $\tau = 0$ найдем искомые потери

$$\Delta P_v = B_{ii}(0) = k_C \int_0^{\infty} S_v(\omega) \frac{1 + \omega^2 T_{12}^2}{(1 - \omega^2 T_{11}^2)^2 + \omega^2 T_{10}^2} d\omega. \tag{5.33}$$

Здесь спектральная плотность измеряется в $(\%)^2 \cdot \text{с}$, а потери в $(\%)^2$ напряжения, умноженных на о.е. эквивалентной активной проводимости. Для перехода к потерям мощности в кВт надо выражение (5.33) умножить на $U_{\text{н}}^2 \cdot 10^{-4} / z_{\text{сн}}$, т.е. на $Q_{\text{н}} \cdot 10^{-4}$ квар.

Сопоставляя (5.33) с общей формулой (2.48), заключаем, что ВФ динамической модели ЭМС по средним потерям мощности должен иметь АЧФ

$$A_{\Delta P}(\omega) = k_C \sqrt{\frac{1 + \omega^2 T_{12}^2}{(1 - \omega^2 T_{11}^2)^2 + \omega^2 T_{10}^2}}. \tag{5.34}$$

Структура формул (5.24) и (5.34) одинакова, поэтому передаточная функция ВФ аналогична (5.21) или (5.23):

$$W_{\Delta P}(p) = k_C \frac{T_{12}p + 1}{T_{11}^2 p^2 + T_{10}p + 1} = k_C \frac{T_{12}p + 1}{T_{11}^2 (p - p_1)(p - p_2)}. \tag{5.35}$$

Переходная функция вычисляется по формуле (5.28), но в нее и в выражение для φ_C подставляется величина

$$a_c = \frac{1}{2\lambda_c T_8} \sqrt{1 - (2\alpha_c - 1/T_{12})T_8}.$$

Структурная схема ВФ по потерям мощности (рис. 5.11) аналогична схеме ВФ по току (рис. 5.8) – отличие в том, что форсирующее звено 10 имеет постоянную времени T_{12} , а на его входе протекает отличающийся от i_{CV} процесс $y_{\Delta P}$, но тоже в процентах от номинального тока.

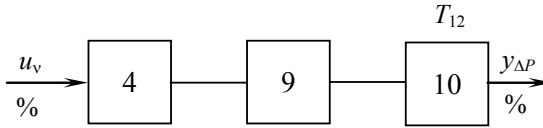


Рис. 5.11. Структурная схема ВФ по потерям мощности КУ

В частном случае периодической помехи дисперсия канонической гармоники частотой $n\omega_f$ равна квадрату коэффициента гармоники, а спектральная плотность

$$S_n(n\omega_f) = \sum_{n=2}^{\infty} K_{Un}^2 \delta(\omega - n\omega_f)$$

выражается через δ -функции. Интегрирование согласно (5.33) дает потери мощности

$$\Delta P_n = k_c \sum_{n=2}^{\infty} K_{Un}^2 \frac{1 + n^2 \omega_f^2 T_{12}^2}{(1 - n^2 \omega_f^2 T_{11}^2)^2 + n^2 \omega_f^2 T_{10}^2}. \quad (5.36)$$

Тангенс потерь

$$\operatorname{tg} \delta(\omega) = \frac{\operatorname{Re}\{W_C(j\omega)\}}{\operatorname{Im}\{W_C(j\omega)\}} = \frac{1 + \omega^2 T_{12}^2}{\omega(T_7 - T_{10} - \omega^2 T_7 T_{11}^2)} \quad (5.37)$$

существенно зависит от частоты. В нуле реактивная мощность

отсутствует, и тангенс обращается в бесконечность. С увеличением частоты он вначале очень быстро убывает, а затем возрастает до бесконечности – при резонансной частоте (5.27), когда выражение в скобках знаменателя обращается в нуль. Дальнейшее увеличение частоты приводит к неограниченному уменьшению тангенса. Слева от резонансной частоты знак тангенса положительный, справа – отрицательный.

В действующих сетях электроснабжения спектральная плотность обращается в нуль при частотах, намного меньших резонансной. В [6] не учитываются частоты гармоник более 2000 Гц, т.е. с угловой частотой $\omega_n = 4000\pi$ рад/с. В этом диапазоне АЧФ практически линейна, а знаменатель в (5.33) и (5.36) пренебрежительно мало отличается от единицы, что позволяет записать эти формулы в виде:

$$\Delta P_v = k_C \int_0^{\omega_n} S_v(\omega) (1 + \omega^2 T_{12}^2) d\omega, \quad (5.38)$$

$$\Delta P_n = k_C \sum_{n=2}^{40} K_{Un}^2 (1 + n^2 \omega_f^2 T_{12}^2). \quad (5.39)$$

Если к тому же спектральная плотность ограничена по частоте и слева, как, например, на рис. 5.3, то расчетные формулы еще более упрощаются:

$$\Delta P_v \approx k_C T_{12}^2 \int_0^{\omega_n} \omega^2 S_v(\omega) d\omega = z_{Cn} r C^2 \int_0^{\omega_n} \omega^2 S_v(\omega) d\omega, \quad (5.40)$$

$$\Delta P_n = k_C \omega_f^2 T_{12}^2 \sum_{n=2}^{40} n^2 K_{Un}^2 = z_{Cn} r \omega_f^2 C^2 \sum_{n=2}^{40} n^2 K_{Un}^2. \quad (5.41)$$

Формулы (5.38) и (5.39) относятся к схеме замещения КУ в виде форсирующего звена, имеющего переходную функцию

$$h_C(t) = k_C u_\delta [1(t) + T_{12} \delta(t)].$$

В этом случае

$$\operatorname{tg} \delta(\omega) = \frac{1}{\omega T_7} + \omega T_9 = \frac{1}{\omega r_0 C} + \omega r C.$$

Формулы же (5.40) и (5.41) относятся к идеальному конденсатору с переходной функцией вида (5.29) и

$$\operatorname{tg} \delta(\omega) \approx \omega r C.$$

Идеальный конденсатор потерь мощности в диэлектрике не имеет, но они есть в металлических проводниках.

Формулы (5.19) и (5.41) имеют разную структуру, так как относятся к диэлектрикам разного вида. Для того, чтобы реализовать допущение о постоянстве угла потерь, как в (5.19), необходима схема замещения с релаксаторами: например, для непольянного диэлектрика полистирола в табл. 4-1 из [15] рекомендуются 8 релаксаторов.

Модели в виде форсирующего или дифференцирующего звеньев можно применять только к помехам с ограниченным частотным диапазоном, поскольку интегрирование спектральных плотностей недифференцируемых процессов в бесконечных пределах приводит к бесконечно большим потерям мощности, что противоречит физическому смыслу.

Интегрирование в (5.33) представляет собой операцию нахождения дисперсии процесса $y_{\Delta P}(t)$. Тем самым предполагается, что среднее значение помехи равно нулю. В этом случае дисперсия совпадает с квадратом эффективного значения, т.е. с потерями ΔP в процентах. На некоторых участках среднее значение может отличаться от нуля (п. 5.1), поэтому динамическая модель ЭМС (рис. 5.12) помимо ВФ должна иметь квадратор 2 и звено 6 вычисления среднего значения, которые дают квадрат эффективного значения $y_{\Delta P_3}$, а не дисперсию. Для перехода к кВт в модели имеется пропорциональное звено 4 с коэффициентом передачи

$$c_{v\Delta P} = 10^{-4} Q_n, \quad (5.42)$$

выраженным в кВт/(%)².

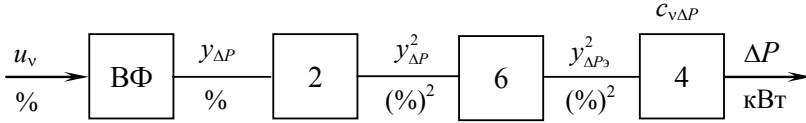


Рис. 5.12. Структурные схемы динамических моделей ЭМС КУ по потерям мощности

5.6. Динамические модели ЭМС трансформаторов и линий электропередачи по несинусоидальности напряжения

В частном случае периодической помехи, представляемой суммой канонических гармоник, температура дополнительного нагрева трансформатора от несинусоидальности напряжения дается формулой [53]

$$\Delta \theta_n = 10^{-4} \sum_{n=2}^{\infty} \left(\frac{d_1}{n\sqrt{n}} + d_2 \sqrt{n} + \frac{d_3}{n^2} \right) K_{Un}^2, \quad (5.43)$$

в которой коэффициенты d_1 , d_2 и d_3 принимаются равными 2385,4; 117,9; 4016,4 – для цеховых трансформаторов и 596,3; 29,5; 1004,1 – для специальных трансформаторов 6-10 кВ.

В пренебрежении потерями холостого хода дополнительные потери активной мощности в кВт

$$\Delta P_n = 0,607 \frac{\Delta P_{K3}}{u_{K3}^2} \sum_{n=2}^{\infty} \left(\frac{1}{n\sqrt{n}} + 0,05\sqrt{n} \right) K_{Un}^2, \quad (5.44)$$

где ΔP_{K3} – потери КЗ в кВт, u_{K3} – напряжение КЗ в процентах.

При оценивании влияния канонических гармоник на ЛЭП необходимо учитывать явление поверхностного эффекта, которое с увеличением частоты приводит к увеличению линейного

активного сопротивления фаз по сравнению с его величиной $r_{л\pi\pi}$ на частоте 50 Гц. По этой причине потери активной мощности нелинейно зависят от частоты. В кВт они определяются по токам I_n канонических гармоник в амперах по формуле [53]

$$\Delta P_{л\pi\pi} = 1,41 r_{л\pi\pi} \sum_{n=2}^{\infty} \sqrt{n} I_n^2. \quad (5.45)$$

Хотя в формулах (5.43)-(5.45) верхний предел суммы бесконечен, неявно предполагается, что учитывается ограниченное количество гармоник. В противном случае температура перегрева и потери мощности могли бы оказаться чрезмерно большими (теоретически – бесконечными). В действительности при очень больших частотах индуктивное сопротивление первичной обмотки возрастает, что приводит к уменьшению тока и потерь мощности, а при частотах порядка 10000-50000 Гц начинает сказываться шунтирующее действие емкостных связей. Как и в [6], примем, что в этих формулах надо учитывать только $n_{\pi} = 40$ гармоник.

В то же время аппроксимация найденных из опыта спектральных плотностей выражениями вида (1.12), (1.13) и их интегрирование в бесконечных пределах удобно для аналитических решений, так как можно использовать табличные определенные интегралы или теорему о вычетах. Ограниченность частотного диапазона учтем введением фильтра ФНЧ нижних частот. Для определенности примем фильтр Баттерворта второго порядка⁹, который имеет постоянные времени [10]

$$T_{Б2} = 1/\omega_{\pi} = 1/100\pi n_{\pi}, \quad T_{Б1} = \sqrt{2} T_{Б2},$$

передаточную функцию

$$W_{\text{нч}}(p) = \frac{1}{T_{Б2}^2 p^2 + T_{Б1} p + 1} \quad (5.46)$$

⁹ Во фликер-модели принят фильтр Баттерворта шестого порядка [58].

и АЧФ

$$A_{\text{нч}}(\omega) = \frac{1}{\sqrt{(1 - \omega^2 T_{\text{Б2}}^2)^2 + \omega^2 T_{\text{Б1}}^2}}. \quad (5.47)$$

Подставив сюда выражения для постоянных времени, выразим АЧФ через относительные величины частот:

$$A_{\text{нч}}(\nu) = \frac{1}{\sqrt{(1 - \nu^2/n_{\text{п}}^2)^2 + 2\nu^2/n_{\text{п}}^2}} = \frac{1}{\sqrt{1 + \nu^4/n_{\text{п}}^4}}. \quad (5.48)$$

При $n_{\text{п}} = 40$ получим следующие значения:

$$T_{\text{Б2}} = 7,598 \cdot 10^{-5} \text{ с}, \quad T_{\text{Б1}} = 0,00125 \text{ с}, \quad 1/n_{\text{п}}^4 = 3,906 \cdot 10^{-7}.$$

Выбор ВФ динамической модели ЭМС должен осуществляться либо по схеме замещения трансформатора, в которой учитывается нагрузка и зависимость сопротивлений от частоты, либо путем идентификации по опытным данным. Подбор аналитических выражений для экспериментальных зависимостей вида (5.43) затруднен тем, что их необходимо распространять на весь частотный диапазон, а не только в пределах от $n = 2$ до 40. В самом деле, формула (5.44) дает бесконечность не только при неограниченном возрастании частоты, но и при $\omega = 0$. Для простоты ограничимся здесь кусочной аппроксимацией АЧФ фильтра без выбора его структуры.

Рассмотрим вначале дополнительные потери мощности в трансформаторах. Исходным являются соотношение (5.44), которое выразим в процентах от номинальной мощности $S_{\text{н}}$ в кВА:

$$\Delta P_n = \frac{60,7 \Delta P_{\text{кЗ}}}{u_{\text{кЗ}}^2 S_{\text{н}}} \sum_{n=2}^{n_1} \left(\frac{1}{n\sqrt{n}} + 0,05\sqrt{n} \right) K_{\text{Un}}^2. \quad (5.49)$$

Отношение потерь КЗ к номинальной мощности в среднем

одинаково для цеховых и специальных трансформаторов и равно 0,015, а напряжение КЗ различно: 7,5 % – цеховых и 15 % – для специальных трансформаторов [53]. С учетом этого коэффициент

$$c_{v\Delta P} = \frac{60,7\Delta P_{\text{КЗ}}}{u_{\text{КЗ}}^2 S_{\text{н}}} \quad (5.50)$$

перед суммой будет равен 0,0162 для цеховых и 0,004 (%)² для специальных трансформаторов.

Заменим в (5.49) номера гармоник на относительные значения v частоты. В этом случае выражение в скобках дает квадрат АЧФ части ВФ. Соответствующая АЧФ

$$\tilde{A}_{\text{TV}\Delta P}(v) = \sqrt{v^{-1,5} + 0,05v^{0,5}} \quad \text{при } 2 \leq v \leq n_{\text{п}}. \quad (5.51)$$

Полностью ВФ содержит еще и НЧФ с АЧФ (5.48). Перемножая АЧФ, для ВФ получим

$$A_{\text{TV}\Delta P}(v) = \sqrt{\frac{v^{-1,5} + 0,05v^{0,5}}{1 + v^4/n_{\text{п}}^4}} \quad \text{при } v \geq 2. \quad (5.52)$$

Доопределим АЧФ в диапазоне v от 0 до 2, для чего найдем ее значения при единице и в нуле.

При частоте ω_f и напряжении K_{Uf} потери в трансформаторе пропорциональны отношению величины K_{Uf} к напряжению КЗ. Выразим эти потери в процентах от номинальной мощности:

$$\Delta P_f = \frac{\Delta P_{\text{КЗ}} K_{Uf}^2}{u_{\text{КЗ}}^2 S_{\text{н}}} 100 = 1,6745 c_{v\Delta P} K_{Uf}^2.$$

Отсюда следует, что для цеховых и специальных трансформаторов

$$A_{\text{TV}\Delta P}(1) = \sqrt{1,6745} = 1,2835 \quad \text{при } v = 1. \quad (5.53)$$

При $v = 0$, т.е. при подаче на вход постоянного напряжения величиной K_{U0} , ток протекает только по первичной обмотке и ограничивается лишь ее омическим сопротивлением r_0 . При частотах менее 50 Гц можно пренебречь поверхностным эффектом, считая, что это сопротивление практически равно активному сопротивлению, которое определяется по формуле

$$r_{\text{т}} = \frac{\Delta P_{\text{кз}} U_{\text{н}}^2}{S_{\text{н}}^2} 10^3.$$

Сюда входит активное сопротивление первичной обмотки и приведенное сопротивление вторичной обмотки, которые равны между собой, поэтому $r_0 = r_{\text{т}}/2$. Потери мощности в кВт

$$\Delta P_0 = \frac{1}{r_0} (K_{U0}/100)^2 U_{\text{н}}^2 \cdot 10^3 = 2 \cdot 10^{-4} \frac{S_{\text{н}}^2}{\Delta P_{\text{кз}}} K_{U0}^2,$$

а в процентах от номинальной мощности

$$\Delta P_0 = 0,02 \frac{S_{\text{н}}}{\Delta P_{\text{кз}}} K_{U0}^2. \quad (5.54)$$

Умножив и разделив (5.54) на $c_{v\Delta P}$, с учетом (5.50) получим

$$\Delta P_0 = c_{v\Delta P} \frac{0,02}{60,7} \left(\frac{S_{\text{н}}}{\Delta P_{\text{кз}}} \right)^2 u_{\text{кз}}^2 = 1,4644 c_{v\Delta P} u_{\text{кз}}^2. \quad (5.55)$$

В области малых частот АЧФ (5.48) мало отличается от единицы, поэтому ФВЧ можно не учитывать. Из (5.55) найдем значение АЧФ в нуле

$$A_{\text{TV}\Delta P}(0) = \sqrt{1,4644u_{\text{кз}}} = 1,21u_{\text{кз}} \quad \text{при } v = 0. \quad (5.56)$$

В отличие от (5.53) значения АЧФ в нуле для цеховых и специальных трансформаторов различны: 9,07 и 18,14.

При $v = 2$ формула (5.51) дает значение 0,6513. Таким образом, на начальном участке АЧФ известны три ее значения: при $v = 0, 1$ и 2 . Так как вид аппроксимирующего выражения не известен, представим АЧФ в виде полиномов. Для того, чтобы при частоте $v = 2$ не было изломов, компьютерную аппроксимацию выполним по четырем точкам: для абсцисс от 0 до 3. В результате для цеховых трансформаторов при $v \leq 2$ получим

$$A_{\text{TV}\Delta P}(v) = 0,2897v^4 - 2,8873v^3 + 10,211v^2 - 15,4v + 9,07. \quad (5.57)$$

Для специальных трансформаторов при v от 0 до 1 формула аналогична

$$A_{\text{TV}\Delta P}(v) = 0,667v^4 - 6,6664v^3 + 23,438v^2 - 34,296v + 18,14, \quad (5.58)$$

а от 1 до 2 используется формула (5.57).

При изменении частоты от 0 и выше АЧФ вначале убывают (рис. 5.13) до значения 0,431 при $v = 7,75$, а затем вновь возрастают. При больших частотах начинает сказываться действие ФНЧ, в результате чего возрастание замедляется, и после достижения максимума величиной 0,474 при $v = 24$ начинается уменьшение. В области частот до $v = 1$ кривая 1 для цеховых трансформаторов располагается ниже кривой 2: наибольшее различие в $18,14/9,07 = 2$ раза наблюдается в нуле. Однако потери в цеховых трансформаторах больше, так как для них коэффициент (5.50) в 4 раза превышает аналогичный коэффициент для специальных трансформаторов.

Структурная схема динамической модели ЭМС трансформатора по потерям мощности полностью аналогична модели для КУ (рис. 5.12) – отличие только в значениях коэффициента передачи звена 4.

Перейдем к анализу температуры дополнительного нагре-

ва трансформатора от несинусоидальности напряжения. Здесь также имеется полная аналогия с моделью ЭМС для КУ, представленной на рис. 5.10: в обозначениях процессов достаточно заменить индекс «С» на «т». Поэтому остается найти лишь АЧФ взвешивающего фильтра и коэффициент передачи $c_{т9i}$ звена 4 после звена 6.

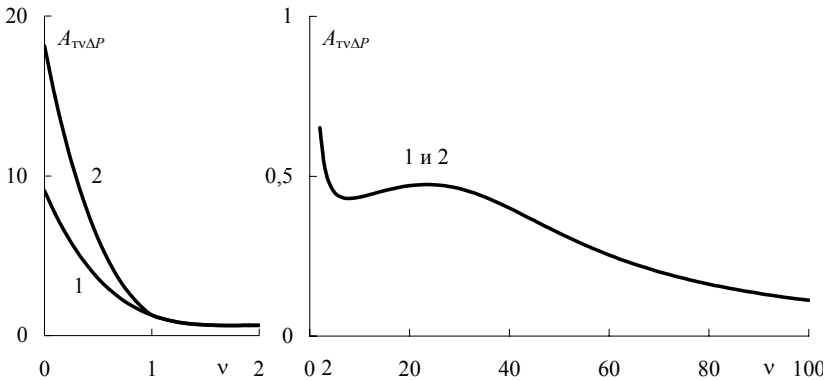


Рис. 5.13. АЧФ взвешивающих фильтров модели ЭМС с ФНЧ по потерям активной мощности от несинусоидальности напряжения для трансформаторов: 1 – цеховых, 2 – специальных

В пределах ν от 2 до n_n , как и в (5.51), замена в формуле (5.43) номера гармоники на ν дает АЧФ части ВФ:

$$\tilde{A}_{TV9}(\nu) = k_i \sqrt{d_1 \nu^{-1,5} + d_2 \nu^{0,5} + d_3 \nu^{-2}} \quad \text{при } 2 \leq \nu \leq n_n, \quad (5.59)$$

где k_i – коэффициент передачи ВФ.

С учетом АЧФ (5.48) для ВФ в целом получим

$$A_{TV9}(\nu) = k_i \sqrt{\frac{d_1 \nu^{-1,5} + d_2 \nu^{0,5} + d_3 \nu^{-2}}{1 + \nu^4 / n_n^4}} \quad \text{при } \nu \geq n_n. \quad (5.60)$$

Поскольку АЧФ модели для потерь мощности известна, при определении АЧФ модели для температуры на участке зна-

чений ν от 0 до 2 будем исходить из отношения

$$\rho(\nu) = k_i \tilde{A}_{\text{TV}\Delta P}(\nu) / \tilde{A}_{\text{TV}\theta}(\nu).$$

На рис. 5.14 показаны кривые отношений АЧФ, рассчитанных по формулам (5.51) и (5.59). Пропорциональность между АЧФ начинает проявляться при $n > 10$, а нарушение пропорциональности особенно заметно при малых частотах. Этого и следовало ожидать, так как в формуле (5.59) есть третье слагаемое, которое с уменьшением частоты увеличивает АЧФ в модели для температуры в большей мере, чем АЧФ (5.51).

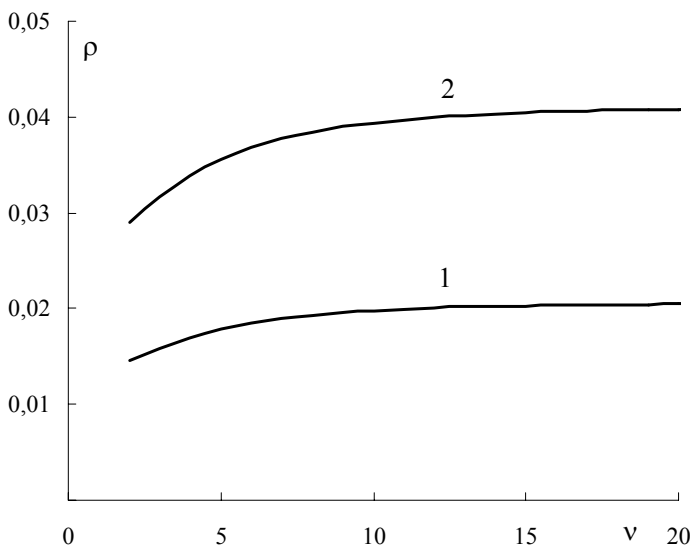


Рис. 5.14. Отношение АЧФ взвешивающих фильтров по потерям активной мощности и температуре для цеховых (1) и специальных (2) трансформаторов

Кривые на рис. 5.14 были аппроксимированы следующими выражениями: для цеховых трансформаторов

$$\rho(\nu) = 0,0106(1,9434 - \exp\{-0,278\nu\}) \quad (5.61)$$

с погрешностью менее 0,82 %, а для специальных трансформаторов

$$\rho(v) = 0,0211(1,9479 - \exp\{-0,279v\}) \quad (5.62)$$

с погрешностью менее 0,9 %.

Примем, что эти выражения справедливы и для $v \leq 2$. Это позволяет получить искомые АЧФ в этих пределах путем деления (5.57) или (5.58) на (5.61) или (5.62): для цеховых трансформаторов

$$A_{\text{тв}9}(v) = k_i \frac{27,33v^4 - 272,39v^3 + 963,3v^2 - 1452,8v + 855,66}{1,9434 - \exp\{-0,278v\}}, \quad (5.63)$$

для специальных трансформаторов при v от 0 до 1

$$A_{\text{тв}9}(v) = k_i \frac{31,611v^4 - 315,94v^3 + 1111v^2 - 1625,4v + 859,2}{1,9479 - \exp\{-0,279v\}}, \quad (5.64)$$

а от 1 до 2 – АЧФ определяется по формуле (5.63).

Коэффициент передачи определим из условия равенства (5.64) единице при $v = 1$:

$$k_i = (1,9479 - \exp\{-0,279\}) / 859,2 = 0,001387.$$

В отличие от АЧФ на рис. 5.14, АЧФ фильтров в моделях ЭМС по температуре для цеховых и специальных трансформаторов не совпадают во всем частотном диапазоне (рис. 5.15).

С учетом (5.43) найдем коэффициент

$$c_{\text{т}9i} = 10^{-4} / k_i^2 = 52 \text{ } ^\circ\text{C}/(\%)^2.$$

Рассмотрим дополнительные потери мощности в ЛЭП. Строго говоря, динамическая модель ЛЭП должна быть составной частью модели ЛЭП и электроприемника или группы элек-

троприемников, на вход которой подается несинусоидальная компонента напряжения. Однако в силу малости сопротивления ЛЭП по сравнению с сопротивлением электроприемников считают, что несинусоидальная компонента тока не зависит от сопротивления ЛЭП.

Так как влияние поверхностного эффекта обычно учитывается в виде зависимости сопротивления ЛЭП от частоты, удобно ввести соответствующую АЧФ $A_r(\nu)$ по сопротивлению, приняв за единицу ее значение при 50 Гц. В соответствии с формулой (5.45) эта АЧФ получается заменой n на ν :

$$A_r(\nu) = \sqrt{\nu} \quad \text{при } \nu \geq 1. \quad (5.65)$$

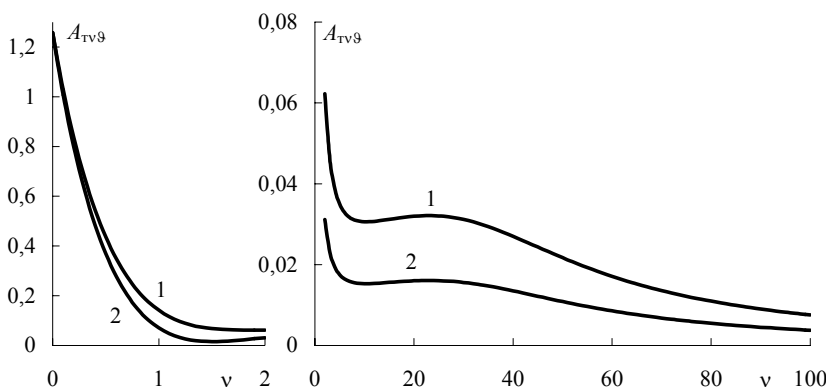


Рис. 5.15. АЧФ взвешивающих фильтров моделей ЭМС с ФНЧ по температуре дополнительного перегрева от несинусоидальности напряжения для трансформаторов: 1 – цеховых, 2 – специальных

Здесь частотный диапазон расширен влево до 50 Гц, поскольку выражение (5.65) удовлетворяет условию нормировки: при $\nu = 1$ АЧФ равна единице. Распространять же (5.65) на частоты менее 50 Гц невозможно, так как при нулевой частоте получается нулевое значение, хотя должно быть омическое сопротивление. Различием в омическом и активном сопротивлениях на частотах менее 50 Гц можно пренебречь, что позволяет принять

$$A_r(v) = 1 \quad \text{при } 0 \leq v \leq 1.$$

Выразим потери в процентах от потерь в ЛЭП при протекании длительно допустимого тока $[I]$, которые равны $3[I]^2 r_{\text{ЛЭП}}$. Тогда вместо (5.45) получим

$$\Delta P_{\text{ЛЭП}} = 100 \frac{1,41}{3[I]^2} \sum_{n=2}^{\infty} \sqrt{n} I_n^2 = \frac{47}{[I]^2} \sum_{n=2}^{\infty} \sqrt{n} I_n^2. \quad (5.66)$$

Это означает, что коэффициент передачи $c_{\Delta P_{\text{ЛЭП}}}$ составляет $47/[I]^2, (\%) \cdot \text{А}^{-2}$.

5.7. Нормируемые показатели ЭМС по несинусоидальности напряжения

Несинусоидальность напряжения во всех стандартах оценивается по коэффициентам K_U искажения синусоидальности напряжения и K_{Un} n -ой гармонической составляющей, которые для краткости будем именовать коэффициентами искажения и гармоники. Как и для несимметрии напряжений, примем следующие обозначения: $K_{U[\theta]}$ и $K_{Un[\theta]}$ – среднеквадратические коэффициенты искажения и гармоники за промежуток времени $[\theta] = 3 \text{ с}$ (в $[6] - T_{\text{vs}}$).

За интервал осреднения количество N наблюдений должно быть не менее девяти. Результаты i -го наблюдения вычисляются по формулам:

$$K_{U_{ni}} = \frac{U_{ni}}{U_1} 100 \approx \frac{U_{ni}}{U_{\text{н}}} 100, \quad (5.67)$$

$$K_{U_i} = \frac{100}{U_{1i}} \sqrt{\sum_{n=2}^{40} U_{ni}^2} \approx \frac{100}{U_{\text{н}}} \sqrt{\sum_{n=2}^{40} U_{ni}^2}. \quad (5.68)$$

В принятых обозначениях

$$K_{U_{n[0]}} = \sqrt{\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N K_{U_{ni}}^2}, \quad (5.69)$$

$$K_{U[0]} = \sqrt{\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N K_{U_i}^2}. \quad (5.70)$$

Допустимые значения показателей несинусоидальности напряжения из [6] приведены в табл. 5.2 и 5.3. Предельно допустимые значения коэффициента гармоник принимаются в 1,5 раза большими по сравнению с указанными в табл. 5.3.

Принцип нормирования по гармоникам принят в стандартах других стран [65-71], а также в проектах стандартов Международной электротехнической комиссии [59-62]. Сопоставление стандартов дано в [20, 73]. Некорректность такого принципа показана в п. 5.1. Однако до уточнения стандартов контроль ЭМС в точках коммерческого учета должен производиться по нормам существующего стандарта.

Для достижения единства измерений и расчетов необходимо иметь единую модель для выделения «гармоник» из помехи. Как отмечалось в п. 5.1, эта операция осуществляется пропуском помехи через полосно-пропускающие фильтры ФПП, настроенные на частоты канонических гармоник: от $n = 2$ до 40 (рис. 5.16). Реакции $y_n(t)$ фильтров возводятся в квадрат и определяются квадраты их действующих значений K_{U_n} за цикл длительностью 0,02 с. Для периодической помехи величины K_{U_n} являются коэффициентами гармоник, а для случайных – коэффициентами псевдогармоник. Коэффициент искажения определяется извлечением корня в звене 7 из суммы квадратов коэффициентов гармоник.

В соответствии с (5.69) и (5.70) под стандартными следует понимать электроприемники, осуществляющие квадратичное трехсекундное осреднение. Их количество равно 40 – один для коэффициента искажения и 39 – для коэффициентов гармоник. Структурные схемы моделей (рис. 5.17) аналогичны схеме на рис. 3.8,а – отличие состоит только в индексах обозначений энергетических кумулятивных процессов $w_{U[0]}(t)$ и $w_{U_{n[0]}}(t)$ и ко-

Таблица 5.2 – Нормируемые значения коэффициента искажения в процентах

U_n кВ	Нормально допустимые	Предельно допустимые
0,38	8	12
6-20	5	8
35	4	6
110-330	2	3

Таблица 5.3 – Нормируемые значения коэффициента гармоник в процентах для нормального режима

n	U_n , кВ			
	0,38	6-20	35	110-330
5	6	4	3	1,5
7	5	3	2,5	1
11	3,5	2	2	1
13	3	2	1,5	0,7
17	2	1,5	1	0,5
19	1,5	1	1	0,4
23	1,5	1	1	0,4
≥ 25	$0,2 + 32,5/n$	$0,2 + 20/n$	$0,2 + 15/n$	$0,2 + 5/n$
3	2,5; 5*	1,5; 3*	1,5; 3*	0,75; 1,5*
9	0,75; 1,5*	0,5; 1*	0,5; 1*	0,2; 0,4*
15	0,3	0,3	0,3	0,2
≥ 21	0,2	0,2	0,2	0,2
2	2	1,5	1	0,5
4	1	0,7	0,5	0,3
6	0,5	0,3	0,3	0,2
8	0,5	0,3	0,3	0,2
10	0,5	0,3	0,3	0,2
≥ 12	0,2	0,2	0,2	0,2

* Для однофазных электрических сетей

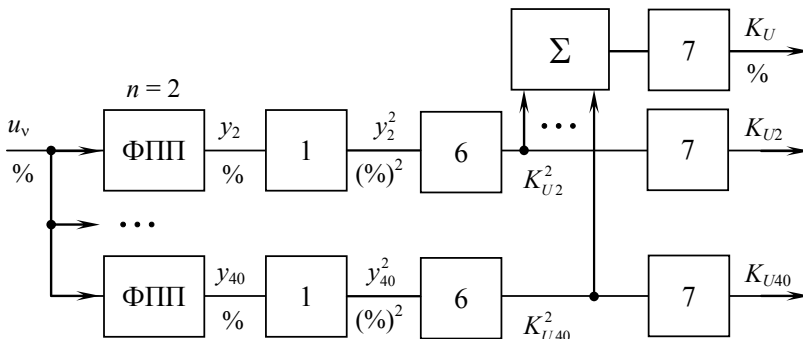


Рис. 5.16. Структурные схемы моделей для определения текущих значений коэффициентов искажения и гармоник

эффицентов $K_{U[\theta]}$ и $K_{Un[\theta]}$. В блоках 8 с интегральной вероятностью 0,95 определяются максимальные значения $K_{U[\theta]_{\text{н max}}}$ для нормального режима и с вероятностью 0,999 – значения $K_{U[\theta]_{\text{п max}}}$ для предельного режима. Они не должны превосходить нормируемые значения, приведенные в табл. 5.2 и 5.3.

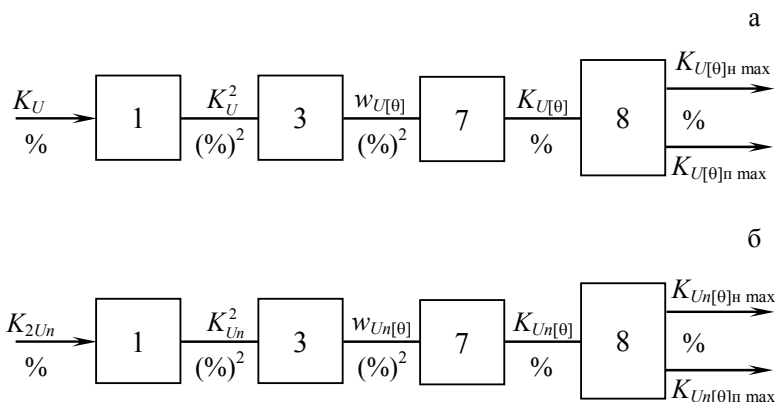


Рис. 5.17. Структурные схемы стандартных электроприемников по несинусоидальности напряжения: а – для коэффициента искажения, б – для коэффициентов гармоник ($2 \leq n \leq 40$)

Как и при оценивании несимметрии (рис. 3.8,б), вместо трехсекундного осреднения целесообразно перейти к квадратичному инерционному сглаживанию. В этом случае в схемах на рис. 5.17 кумулятивное звено 3 заменяется на инерционное звено 2 с постоянной времени 1,3 с.

Дальнейшее совершенствование нормирования будет идти по пути реализации принципа нормирования по дозам (п. 1.9). В действующих сетях помехи могут иметь широкий частотный диапазон (рис. 5.3). В низкочастотном диапазоне несинусоидальность напряжения более всего сказывается на электроприемниках с индуктивной проводимостью, а в высокочастотном – на конденсаторных установках и изоляции. Поэтому надо ввести два стандартных электроприемника и две дозы несинусоидальности: ψ_{vl} – низкочастотную и ψ_{vh} – высокочастотную. Выбор стандартных электроприемников и их параметров должен осуществляться путем экспертных оценок, что требует отдельного рассмотрения.

При нормировании высокочастотной дозы в качестве стандартного объекта естественно принять силовой конденсатор со схемой замещения без релаксаторов. Для учета ограниченности частотного диапазона в схему ВФ (рис. 5.8) введем ФНЧ. Структура такого составного ВФ представлена на рис. 5.18. На выходе ВФ протекает ток i_{Cv} , который практически не отличается от тока КУ в схеме без ФНЧ. Для определенности стандартным будем считать силовой конденсатор КМ-0,38-26-3УЗ, параметры которого приведены в п. 5.4.

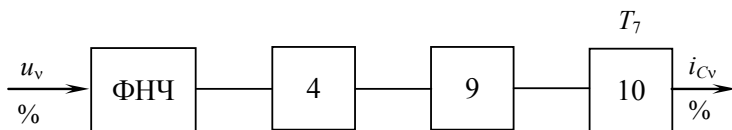


Рис. 5.18. Структурная схема ВФ в модели ЭМС стандартного конденсатора с ФНЧ

Перемножая выражения (5.21) и (5.46), получим передаточную функцию

$$W_{\psi h}(p) = k_C \frac{T_7 p + 1}{(T_{11}^2 p^2 + T_{10} p + 1)(T_{B2}^2 p^2 + T_{B1} p + 1)}. \quad (5.71)$$

Полюса многочлена во вторых скобках:

$$p_{B1,2} = \frac{1}{2T_{B2}^2} \left(-T_{B1} \pm \sqrt{T_{B1}^2 - 4T_{B2}^2} \right) = -\alpha_B (1 \mp j),$$

где

$$\alpha_B = \omega_n / \sqrt{2}.$$

С учетом (5.23) представим (5.71) в виде

$$W_{\psi h}(p) = \frac{k_C}{T_{B2}^2 T_{11}^2} \frac{T_7 p + 1}{(p - p_1)(p - p_2)(p - p_{B1})(p - p_{B2})}. \quad (5.72)$$

Произведение выражений (5.24) и (5.47) дает АЧФ

$$A_{\psi h}(\omega) = k_C \sqrt{\frac{1 + \omega^2 T_7^2}{\left[(1 - \omega^2 T_{11}^2)^2 + \omega^2 T_{10}^2 \right] (1 - \omega^2 / \omega_n^2)^2 + 2\omega^2 / \omega_n^2}}. \quad (5.73)$$

Допустимую температуру $[\Delta\vartheta_v]$ дополнительного перегрева КУ от несинусоидальности напряжения можно установить либо из условия допустимой перегрузки, либо из допустимого сокращения срока службы.

Стандарт [5], как и [41], допускает длительную работу КУ при нагрузках до 1,3 от номинального тока. Тем не менее принимать значение 1,3 в качестве длительно допустимого нельзя, так как в этом же стандарте повышение напряжения, а следовательно тока, на 30 % допускается лишь в течение 10 мин. В качестве экспертной оценки длительно допустимую перегрузку можно принять равной 10 %, что соответствует норме повышения напряжения на 10 %, которое допускается в течение 12 ч,

т.е. практически длительно. В этом случае согласно (1.46) допустимое значение несинусоидальной компоненты тока составит

$$[I_{v3}] = \sqrt{10(200 + 10)} = 45,83\%,$$

а соответствующая допустимая температура

$$[\Delta\vartheta_v] = c_{C9i} [I_{v3}]^2 = 6,3^\circ\text{C}.$$

Повышение температуры на $6,3^\circ\text{C}$ вызывает значительное сокращение срока службы: согласно (1.37) для изоляции класса *A* – в 1,73 раза. В связи с этим лучше исходить из условия единства требований к сокращению срока службы для помех разного вида. Для двигателей допустимое сокращение срока службы от несимметрии напряжений было принято равным 19 % (п. 3.8), что соответствует дополнительной температуре нагрева $[\Delta\vartheta_v] = 2^\circ\text{C}$, а не $6,3^\circ\text{C}$. В этом случае

$$[I_{v3}] = \sqrt{[\Delta\vartheta_v]/c_{C9i}} = 25,8\%,$$

а длительно допустимая перегрузка составляет всего

$$[\Delta I] = -100 + \sqrt{100^2 + [I_{v3}]^2} = 3,3\%.$$

Выбор допустимой температуры должен быть выполнен путем экспертных оценок. Для определенности далее принято значение 2°C .

Согласно (1.47) коэффициент высокочастотной дозы составит

$$k_{\psi h} = 1/[I_{v3}] = 0,03876 (\%)^{-1}. \quad (5.74)$$

Для нормального режима высокочастотная доза определяется выражением

$$\psi_{vh} = k_{\psi h} I_{v3}, \quad (5.75)$$

а допустимое значение дозы равно единице. В предельном режиме нормы из [6] в 1,5 раза больше¹⁰, поэтому допустимое значение дозы составляет 1,5.

Для периодических и стационарных помех доза неизменна. Статистическая же обработка доз требуется, если помеха нестационарна. В этом случае за сутки с интегральными вероятностями 0,95 и 0,999 определяются расчетные максимальные значения доз $\psi_{vh\max}$ и $\tilde{\psi}_{vh\max}$ для нормального и предельного режимов. Условие ЭМС

$$\psi_{vh\max} \leq 1, \quad \tilde{\psi}_{vh\max} \leq 1,5. \quad (5.76)$$

Перейдем к определению низкочастотной дозы. Здесь в качестве стандартного электроприемника естественно принять АД, как наиболее распространенный. Для целей нормирования можно использовать простую модель в виде инерционного звена, которое имеет коэффициент передачи $a_{dv} = 0,713$ и постоянную времени $T_{dv} = 0,00123$ с. Для изоляции класса А длительно допустимая температура равна 60°C [7].

Ввиду малости диапазона изменения помехи, а следовательно и температуры, относительное приращение температуры в два раза превышает относительное приращение тока. Это позволяет определить допустимое увеличение тока:

$$[\Delta I] = 50[\Delta \vartheta]/[\vartheta] = 1,667 \, \%.$$

В этом случае согласно (1.46) несинусоидальная компонента тока не должна превышать значение $[I_{v3}] = 18,3 \, \%$, поэто-

¹⁰ Исключение составляет значение коэффициента искажения для сетей 6-20 кВ, для которых норма увеличивается в 1,6 раза (табл. 5.2).

му коэффициент низкочастотной дозы

$$k_{\psi l} = 1/[I_{v3}] = 0,0545 (\%)^{-1}.$$

По аналогии с (5.75) и (5.76) запишем выражение для дозы

$$\psi_{vl} = k_{\psi l} I_{v3} \quad (5.77)$$

и условия ЭМС:

$$\psi_{v/\max} \leq 1, \quad \tilde{\psi}_{v/\max} \leq 1,5. \quad (5.78)$$

Следует отметить, что в [7] допускается увеличение температуры на 10 и 5°C – соответственно для электрических машин мощностью до и свыше 100 кВт. При этом срок службы значительно сокращается: для изоляции класса *A* – на 238 и 54,2 процента. Однако такое повышение температуры может быть вызвано не только несинусоидальностью, но и отклонениями напряжения, а также несимметрией. Поэтому для каждой помехи целесообразно принимать меньшие значения, например, 2°C.

Таким образом, вместо не универсальной и громоздкой системы показателей ЭМС, основанной на понятии гармоник, достаточно нормировать только дозы несинусоидальности. Дозы не могут охватывать все виды электрооборудования, компьютеры и др. Поэтому в соответствующих стандартах на ЭМС возможно использование других стандартных электроприемников, но во всех случаях целесообразно вводить понятие дозы – в том числе и для систем питания, для которых в [8] нормируются предельные переходные или частотные функции.

Раздел 6

МЕТОДЫ РАСЧЕТА ПОКАЗАТЕЛЕЙ ЭМС ПО НЕСИНУСОИДАЛЬНОСТИ НАПРЯЖЕНИЯ

6.1. Исходные данные для оценивания несинусоидальности

Целью расчетов является решение задач первого и второго типов (п. 1.1): определение нормируемых в [6] показателей несинусоидальности, а также показателей ЭМС электрооборудования по тепловым эффектам и потерям активной мощности (п. 1.7).

В действующих электрических сетях трехсекундные коэффициенты несинусоидальности и коэффициенты гармоник измеряются специализированным прибором, блок-схема которого совпадает с моделями ЭМС стандартных электроприемников (рис. 5.17). При отсутствии приборов вначале записывается процесс $u(t)$ изменения мгновенных значений напряжения, а затем выполняется его обработка. Для решения задач второго типа создать специализированный прибор невозможно, так как надо учитывать параметры конкретного электрооборудования.

В проектировании используется схема замещения на рис. 2.1, где источники помех рассматриваются как источники тока, а все остальные элементы представляются активными сопротивлениями, индуктивностями и емкостями, которые считаются линейными.

Как показано в п. 5.1, под синусоидальной компонентой можно понимать как неискаженную синусоиду напряжения (при отключенных источниках помех), так и синусоиду, выделенную поциклично. Так как первый подход не всегда возможно реализовать, не нарушая общности выводов, будем использовать второй подход.

Параметры синусоиды можно найти разными методами. Хороший результат дает метод наименьших квадратов. Амплитуда V_f и фаза определяются из условия минимизации суммы

$$S = \sum_{r=0}^{t_f/\Delta} \left[u_r - B_f \sin(\omega_f t_r + \varphi) \right]^2,$$

где $t_r = r\Delta$, $u_r = u(r\Delta)$, Δ – шаг дискретизации.

Приравнивая к нулю частные производные от суммы по амплитуде и фазе, после несложных преобразований получим два уравнения (индексы суммирования опущены):

$$\begin{aligned} \sum u_r \sin(\omega_f t_r + \varphi) &= B_f \sum \sin^2(\omega_f t_r + \varphi), \\ 2 \sum u_r \cos(\omega_f t_r + \varphi) &= B_f \sum \sin^2 2(\omega_f t_r + \varphi). \end{aligned} \quad (6.1)$$

Разделив первое уравнение на второе, найдем одно уравнение для определения фазы

$$\frac{\sum u_r \sin(\omega_f t_r + \varphi)}{2 \sum u_r \cos(\omega_f t_r + \varphi)} = \frac{\sum \sin^2(\omega_f t_r + \varphi)}{\sum \sin^2 2(\omega_f t_r + \varphi)},$$

которое решается методом подбора. После этого из любого уравнения (6.1) находится амплитуда.

Теоретически метод наименьших квадратов и формулы для коэффициентов ряда Фурье должны давать совпадающие результаты. Однако из-за ограниченного количества ординат при цифровой обработке последние не всегда дают точные значения фазы, в связи с чем фазу приходится уточнять методом наименьших квадратов. В отличие от предыдущего случая здесь амплитуда уже известна, поэтому фаза может быть определена из любого уравнения (6.1). Тем не менее, более удобным является следующий способ. Для $\varphi = 0$ вычисляется сумма S . Затем определяется область значений фаз, в которой находится искомый минимум. Для этого берется малое положительное значение фазы и вновь вычисляется сумма. Если она увеличилась, то минимум находится в области отрицательных фаз, а если уменьшилась – положительных. Вычисление сумм производится до тех пор, пока не будет достигнут минимум.

Рассмотрим два инженерных метода выделения синусоиды: эквивалентной синусоиды и предварительного осреднения (названия – условные).

Метод эквивалентной синусоиды основан на том, что стандарт σ напряжения за цикл t_f мало отличается от действующего значения U_f искомой синусоиды. Например, для случая периодических искажений, когда среднее значение u_{vc} помехи равно нулю, стандарт совпадает с эффективным значением U искаженного напряжения:

$$\sigma = \sqrt{U^2 - u_{vc}^2} = U_f \sqrt{1 + (K_U/100)^2},$$

где K_U – коэффициент искажения синусоиды в %. Относительная погрешность приближенного равенства

$$\sigma \approx U_f$$

составит

$$(\sigma/U_f - 1)100 = \left[\sqrt{1 + (K_U/100)^2} - 1 \right] 100.$$

В [6] для сетей 0,38 и 6-20 кВ допускаются искажения 8 и 5 %. В этом случае погрешности равны всего 0,319 и 0,125 %.

В качестве амплитуды синусоиды принимается величина

$$B_f \approx \sqrt{2}\sigma,$$

после чего методом наименьших квадратов определяется фаза синусоиды.

Метод предварительного осреднения заключается в том, что график напряжения вначале осредняется на большом интервале θ . Для того, чтобы не было фазового сдвига, осреднение выполняется не от $t - \theta$ до t , как в (1.25), а от $t - \theta/2$ до $t + \theta/2$. Для получения полного цикла кумулятивного процесса исходный график за цикл t_f необходимо периодически продлить вле-

во на $t - \theta/2$ и вправо на $t + \theta/2$. В этом случае при $t = t_f$ ордината принимается равной полусумме ординат в начале и конце цикла, если они не совпадают. Общая длительность графика увеличивается с t_f до $t_f + \theta$. В результате сглаживаются как сама синусоида, так и помеха, но синусоида не меняет формы, хотя ее амплитуда

$$B_{f\theta} = B_f A_\theta(\omega_f)$$

становится меньше – в соответствии с АЧФ (1.28). Тем не менее, на фоне сглаженной помехи вычислить эту амплитуду можно с большой точностью – например, методом эквивалентной синусоиды. Исходная амплитуда вычисляется по формуле

$$B_f = B_{f\theta} / A_\theta(\omega_f).$$

Длительность осреднения удобно принять равной половине цикла, когда усредненная амплитуда будет в $\pi/2$ раз меньше фактической. Преимуществом метода является то, что фаза синусоиды определяется сразу, без применения метода наименьших квадратов.

В качестве примера далее рассматривается ЭМС электрооборудования, которое питается от шин подстанции 6 кВ металлургического завода. На рис. 6.1,а показаны 2 цикла напряжения, которые вошли в ансамбль из 16 записанных (рис. 1.2), а на рис. 6.1,б – начало реализации помехи $u_v(t)$, полученной поциклическим выделением синусоиды. Помеха не обладает периодичностью, так как ее форма во всех циклах различна.

Частота во время измерений практически не отличалась от 50 Гц. Шаг дискретизации в цифровом приборе равен 0,0002 с. По графику помехи были вычислены среднее значение $u_{vc} = -0,25\%$ и дисперсия $Du_v = 16,72(\%)^2$. Так как среднее значение намного меньше стандарта $\sigma_v = 4,1\%$, то эффективное значение $u_{v3} \approx \sigma_v$.

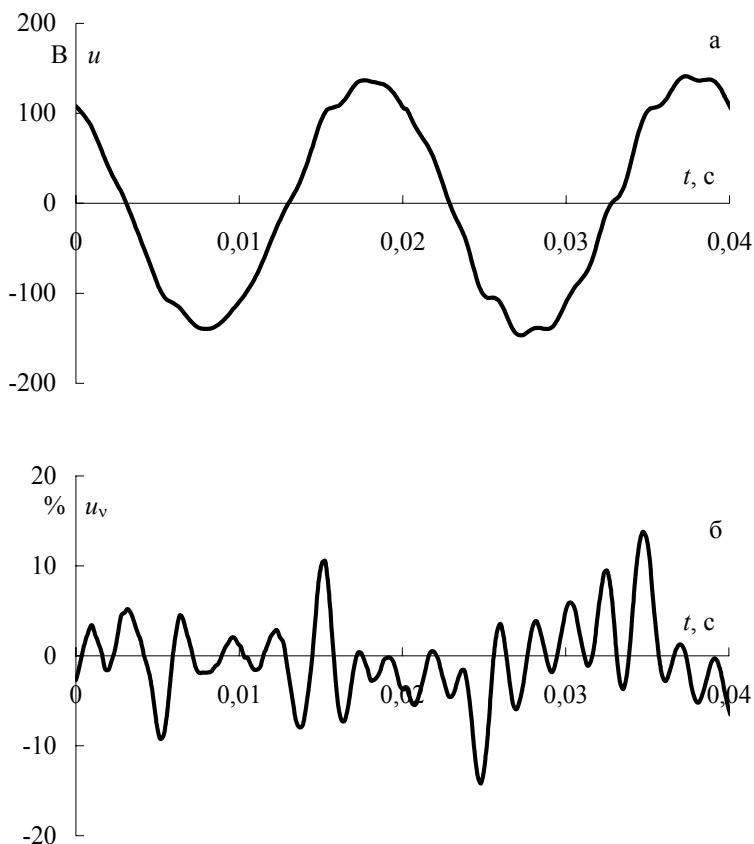


Рис. 6.1. Начальная часть реализации мгновенных значений напряжения (а) и помехи (б) на шинах 6 кВ

При больших постоянных времени нагрева вместо графиков помехи используются графики коэффициентов искажений. На рис. 6.2 показан такой график, полученный путем квадратичного кумулятивного осреднения за время 0,02 с мгновенных значений напряжения на рис. 6.1,а.

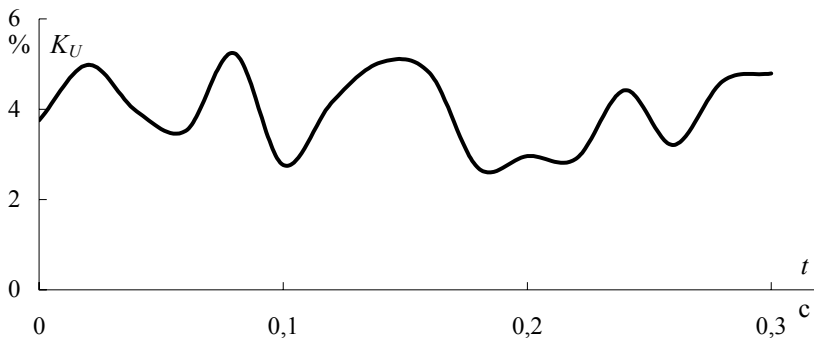


Рис. 6.2. График коэффициентов искажения на шинах 6 кВ металлургического завода

6.2. Вероятностные характеристики несинусоидальности напряжения

Для решения вопроса о возможности отдельного рассмотрения помехи необходимо оценить степень связи между синусоидой и несинусоидальной компонентой. В общем случае они коррелированы. Например, для периодических процессов на рис. 5.1, которые можно рассматривать как стационарные неэргодические (п. 1.3), корреляционный момент

$$k_{fv} = \frac{1}{t_f} \int_0^{t_f} u_f(t) u_v(t) dt = \frac{1}{\pi} B_f B \sin \pi \theta_*, \quad (6.2)$$

где θ_* — относительная ширина провала.

Эффективное значение синусоиды в $\sqrt{2}$ раз меньше амплитуды, а провала — произведению глубины на $\sqrt{\theta_*}$. Вследствие коррелированности квадрат эффективного значения процесса $u(t)$ не равен сумме квадратов эффективных значений компонент, а с учетом (2.72) дается выражением

$$U^2 = B_f^2 / 2 + B^2 \theta_* + 2k_{fv} + u_{vc}^2,$$

в котором учтено, что среднее значение синусоиды равно нулю.

Гармоники же не коррелированы между собой. Действительно, n -я гармоника с амплитудой B_n и фазой φ_n функционально связаны между собой:

$$u_n = B_n \sin \left[n \left(\arcsin(u_1/B_1) - \varphi_1 \right) + \varphi_n \right],$$

но момент взаимной корреляции между ними равен нулю. Это позволяет суммировать квадраты действующих (эффективных) значений гармоники и синусоиды.

Корреляционный момент зависит и от положения провала в синусоиде. В действующих сетях положение провалов и выбросов не является строго фиксированным, поэтому корреляция между компонентами ослабляется. Чем больше нарушается периодичность, тем меньше коэффициент корреляции. Во многих случаях корреляцией можно пренебречь.

Рассмотрим статистические характеристики случайной помехи. Среднее значение и дисперсия определяются без затруднений. Однако для электрооборудования с индуктивно-активной проводимостью (особенно трансформаторов) даже небольшие погрешности в определении средних значений помехи приводят к большим погрешностям вычисления токов, так как индуктивность не создает сопротивления постоянной составляющей. В связи с этим в проектировании необходимо с осторожностью подходить к идеализации помех. Например, очевидно, что провал в кривой напряжения в действующей сети не может быть прямоугольным, как на рис. 5.1. Более того, в момент начала провала происходит переходный процесс, в результате которого реактивные элементы системы электроснабжения и электрооборудования запасают энергию, которая затем отдается, создавая выбросы в кривой напряжения (рис. 117 в [54]). Таким образом, если из физических соображений постоянная компонента в напряжении отсутствует, следует использовать центрированные графики помехи с нулевым средним значением.

При аппроксимации теоретическими выражениями найденных из опыта оценок $\tilde{K}_v(\tau)$ корреляционной функции или

$\tilde{S}_v(\omega)$ спектральной плотности возникают трудности. В тех случаях, когда вид корреляционной функции заранее известен или ясен из графика статистической корреляционной функции, целесообразно подобрать соответствующее теоретическое выражение и по нему согласно (1.6) найти спектральную плотность. Аппроксимация выполняется выражениями (1.8)-(1.10) или их линейной комбинацией.

Если аппроксимация корреляционной функции затруднена, то первоначально находят оценку спектральной плотности – либо по реализации помехи, либо по оценке корреляционной функции.

Первый способ определения спектральной плотности по реализации заключается в следующем. График помехи на интервале записи T_z разбивается на n интервалов (окон) меньшей длительности T_0 . На каждом r -ом интервале для значения ω угловой частоты по формулам коэффициентов ряда Фурье вычисляется модуль C_{vr} гармоники с такой же угловой частотой. Вычисления производятся для разных значений частот – в результате получается зависимость $C_{vr}(\omega)$, которую называют периодограммой. По смыслу соответствующая ордината оценки спектральной плотности представляет собой усредненное на ширине окна значение квадрата амплитуды

$$S_{vr}(\omega) = \frac{1}{T_0} C_{vr}^2(\omega).$$

Искомая оценка

$$\tilde{S}_v(\omega) = \frac{1}{n} \sum_{r=1}^n S_{vr}(\omega). \quad (6.3)$$

Общих рекомендаций по выбору ширины окна не существует: она должна быть настолько большой, чтобы периодограмма отражала свойства спектральной плотности, и в то же время малой – чтобы количество n было большим. В связи с этим вычисления выполняют для разных значений T_0 , начиная с малых.

Вначале график спектральной плотности получается плавным, так как ее пики на отдельных частотах будут сглажены. По мере увеличения ширины окна пики проявляются все больше, но при больших T_0 на графике появляются пики, не присущие спектральной плотности. «Оптимальным» является значение T_0 , при котором график спектральной плотности еще не приобретает вида случайной функции.

Следует отметить, что периодограмму $C_{vv}(\omega)$, вычисленную за время записи графика, т.е. при $n = 1$, нельзя непосредственно использовать для вычисления спектральной плотности даже при $T_3 \rightarrow \infty$. Для получения приемлемой точности вводят усредняющее окно со спектральной весовой функцией $g_0(t)$, которая обращается в нуль при $t > T_0$ [18, 43, 56]. Эту функцию выражают в о.е. По ней выполняется прямое преобразование Фурье

$$R_0(\omega) = \frac{2}{\pi} \int_0^{\infty} g_0(t) \cos \omega t dt = \frac{2}{\pi} \int_0^{T_0/2} g_0(t) \cos \omega t dt \quad (6.4)$$

при условии, что середина окна приходится на момент времени, равный нулю.

Оценка спектральной плотности при $\omega \geq 0$ имеет вид

$$\tilde{S}_v(\omega) = \int_0^{\infty} R_0(\xi) C_v(\omega - \xi) d\xi = \int_0^{\infty} R_0(\omega - \xi) C_v(\xi) d\xi, \quad (6.5)$$

где ξ – переменная интегрирования.

Известно большое количество окон [22, 29]. Самую простую весовую функцию имеет окно Дирихле: в именованных единицах согласно (1.27) она равна $1/T_0$, а в о.е. – единице. В этом случае

$$R_0(\omega) = \frac{1}{\pi} T_0 \operatorname{sinc}(\omega T_0/2).$$

Для окна Бартлетта при $t \leq T_0$ справедливы выражения:

$$g_0(t) = 1 - 2|t|/T_0, \quad R_0(\omega) = \frac{2}{\pi} T_0 \operatorname{sinc}^2(\omega T_0/2).$$

Второй способ основан на соотношении (2.47): помеха пропускается через узкополосные фильтры, настроенные на разные частоты. Полоса пропускания на каждой частоте выбирается настолько малой, чтобы в ее пределах АЧФ фильтра была почти постоянной, равной единице, а за пределами полосы – равной нулю. Длительность реализации помехи должна быть настолько большой, чтобы не только исключить участок переходного процесса на выходе фильтра, но и получить после этого продолжительный участок стационарного состояния, достаточный для вычисления стандарта σ_y с небольшой погрешностью. Так как квадрат стандарта равен интегралу от спектральной плотности в пределах полосы $\Delta\omega$ пропускания, то

$$\tilde{S}_v(\omega) = \sigma_y^2 / \Delta\omega. \quad (6.6)$$

Для определения спектральной плотности в действующих сетях можно использовать анализатор гармоник, настраиваемый на любые частоты, а не только кратные 50 Гц. На выбранной частоте прибор показывает именно стандарт σ_y – для применения формулы (6.6) необходимо знать лишь полосу пропускания фильтра. Отсчет производится в стационарном состоянии, когда показания прибора не изменяются. Если это состояние не наступает, то процесс нельзя считать стационарным.

Перейдем к определению оценки спектральной плотности по оценке корреляционной функции. Для этой цели нельзя использовать преобразование (1.6), так как оно предполагает, что корреляционная функция задана на бесконечном интервале. Даже при большой длительности записи оценку корреляционной функции с достаточной точностью можно выполнить лишь на начальном участке значений ее аргумента. В результате оценка спектральной плотности сильно искажается – вплоть до появле-

ния отрицательных ординат, что противоречит физическому смыслу.

Приемлемая оценка, равноценная (6.5), получается, если в формулу для спектральной плотности ввести спектральную весовую функцию. В этом случае получим

$$\tilde{S}_v(\omega) = \frac{2}{\pi} \int_0^{\infty} g_0(\tau) \tilde{K}_v(\tau) d\tau. \quad (6.7)$$

Как и при применении формулы (6.3), выбор интервала T_0 выполняется путем подбора.

На рис. 6.3 показана статистическая корреляционная функция, рассчитанная по графику помехи длительностью $T_3 = 0,32$ с, частично представленной на рис. 6.1,б. Корреляционная функция хорошо аппроксимируется выражением

$$B_v(\tau) = \sum_{r=1}^3 D_{vr} \exp\{-\alpha_r |\tau|\} \cos \omega_{0r} \tau, \quad (6.8)$$

в которой $D_{v1} = 4,59$, $D_{v2} = D_{v3} = 6,065$ ($\%$)²; $\alpha_1 = 14$, $\alpha_2 = \alpha_3 = 50$ с⁻¹; $\omega_{01} = 258$, $\omega_{02} = 2330$, $\omega_{03} = 1420$ с⁻¹. С учетом (1.13) найдем спектральную плотность

$$S_v(\omega) = \frac{2}{\pi} \sum_{r=1}^3 \alpha_r D_{vr} \left[\frac{1}{\alpha_r^2 + (\omega + \omega_{0r})^2} + \frac{1}{\alpha_r^2 + (\omega - \omega_{0r})^2} \right], \quad (6.9)$$

которая представлена графически на рис. 5.3.

В п. 1.3 получена формула для времени корреляции помехи с экспоненциально-косинусоидальной корреляционной функцией. В выражение (6.8) входят три слагаемых такого типа. Доля каждого из них при определении общего времени корреляции есть отношение соответствующей дисперсии D_{vr} к их сумме, которая равна дисперсии помехи. В результате при $\alpha_{*r} = \alpha_r / \omega_{0r}$ получим

$$\tau_k = \frac{1}{Du_v} \sum_{r=1}^3 \frac{\alpha_{*r} D_{vr}}{\alpha_{*r} (1 + \alpha_{*r}^2)} (\alpha_{*r} + \operatorname{csch} \varphi_r). \quad (6.10)$$

Для графика на рис. 6.1,б время корреляции равно 0,73 мс.

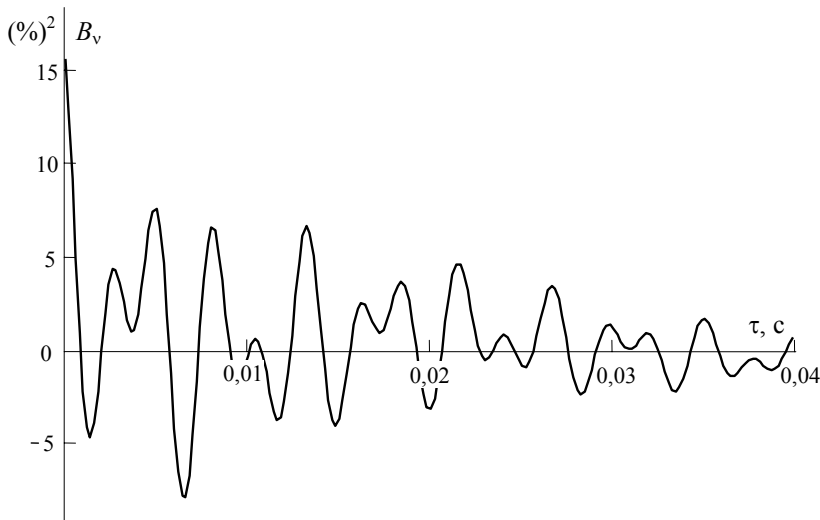


Рис. 6.3. Корреляционная функция несинусоидальной компоненты напряжения на шинах 6 кВ подстанции металлургического завода при работе ДСП

При больших постоянных времени нагрева используются коэффициенты искажения. Преобразование (5.5) настолько сильно сглаживает помеху, что даже график $z_U(t)$ квадратов коэффициентов искажения имеет относительно малую неравномерность. Это является большим достоинством предварительного усреднения, так как корреляционная функция $B_{z_U}(\tau)$ квадратов коэффициентов искажения является более плавной, чем даже корреляционная функция помехи, а тем более квадратов помехи. На рис. 6.4 кружками показаны значения статистической корреляционной функции, которая хорошо аппроксимируется выражением

$$B_{zU}(\tau) = Dz_U \exp\{-\alpha_z |\tau|\} \cos \omega_{0z} \tau \quad (6.11)$$

с дисперсией $Dz_U = 6,09 (\%)^4$ и параметрами $\alpha_z = 56 \text{ с}^{-1}$, $\omega_{0z} = 95 \text{ с}^{-1}$. Погрешность аппроксимации по отношению к дисперсии не превысила 4,37 %. Время корреляции (п. 1.3) равно 0,012 секунды.

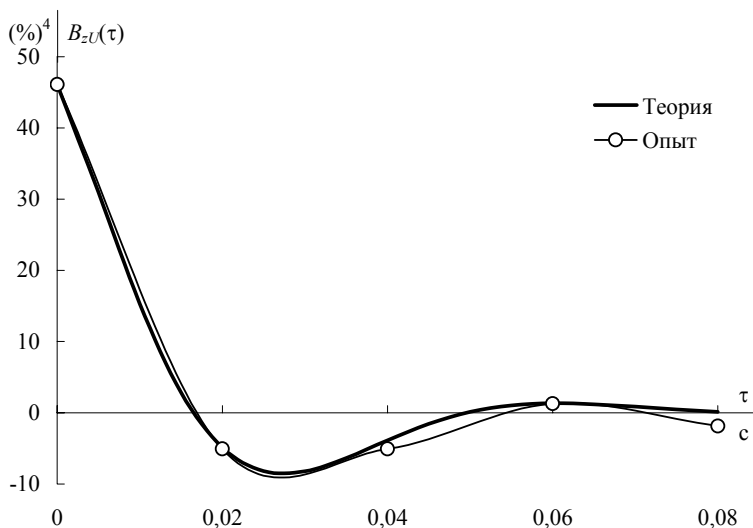


Рис. 6.4. Корреляционная функция квадратов коэффициентов искажения напряжения на шинах 6 кВ

Ввиду сложности определения корреляционной функции и спектральной плотности, целесообразно стремиться к заданию исходной информации в виде реализации помехи. Для целей проектирования надо создавать банк реализаций токов типичных источников помехи.

6.3. Расчет инерционных и кумулятивных коэффициентов искажений

Расчет инерционных коэффициентов искажения K_{UT} аналогичен расчету инерционных коэффициентов несимметрии

(п.п. 4.6 и 4.7). Если исходной является реализация процесса $K_U(t)$ (например, рис. 6.2), то после возведения ее в квадрат (рис. 6.5,а) ординаты квадратичного процесса в конце r -ой ступени вычисляются по аналогичной (4.53) формуле

$$w_{T_{vr}} = w_{T_{vnr}} b_{\Delta} + K_U^2 (1 - b_{\Delta}) \quad \text{при } r = 1, \dots, N-1. \quad (6.12)$$

Начальная ордината при $t = 0$ принимается равной нулю. Извлечением квадратного корня получается график приведенных коэффициентов искажения K_{UT} (рис. 6.5,б). Стационарное состояние практически наступает спустя $3T$ после начала переходного процесса (затушеванная область). По этому графику строится статистическая функция распределения и с граничной вероятностью 0,05 определяется расчетное максимальное значение $K_{UT\max}$ инерционного коэффициента искажения. Расчеты повторяются для разных значений постоянной времени – в результате получается T -характеристика (рис. 6.6).

В рассматриваемом примере уже при постоянных времени, превышающих 0,08 секунд, с погрешностью менее 5 % оценивание ЭМС можно выполнять по эффективному значению K_U исходного графика коэффициента искажения, которое оказалось равным 4,1 %.

График кумулятивных коэффициентов искажения $K_{U0}(t)$ строится точно так же, как и кумулятивный график несимметрии на рис. 4.5. В примере нормируемая длительность осреднения в 3 с намного больше средней длительности между соседними максимумами исходного графика на рис. 6.2, поэтому допускаемое для сети 6 кВ значение 5 % должно сравниваться с эффективным значением. Поскольку 4,1 % меньше нормы, требования [6] не нарушаются.

Если задан не график, а вероятностные характеристики коэффициента искажения, то расчет выполняется по аналогичным формулам, приведенным в п.п. 4.5 и 4.7 для коэффициента несимметрии напряжения: достаточно заменить корреляционную функцию $B_{K2}(\tau)$ на $B_V(\tau)$, а коэффициент K_{2U} на K_U .

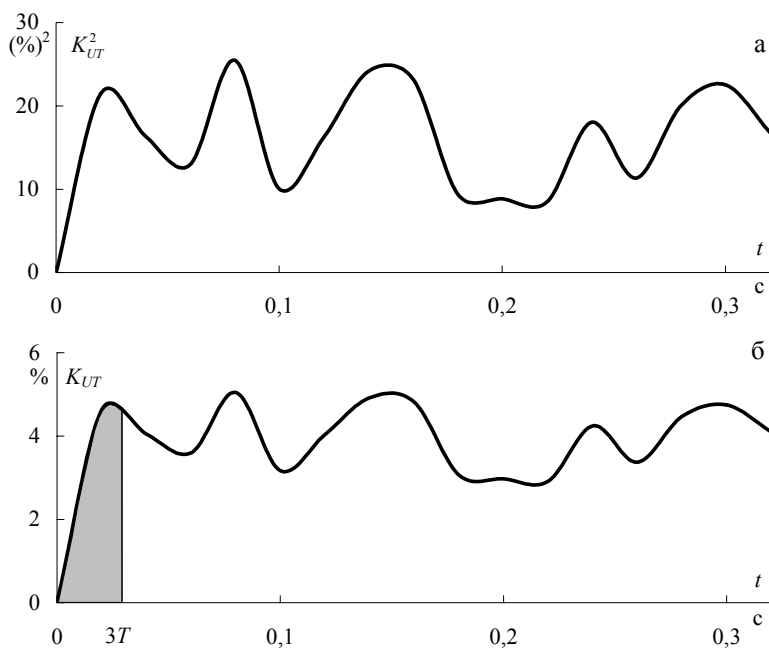


Рис. 6.5. К построению графика инерционных коэффициентов искажений в сети 6 кВ при $T = 0,01$ с

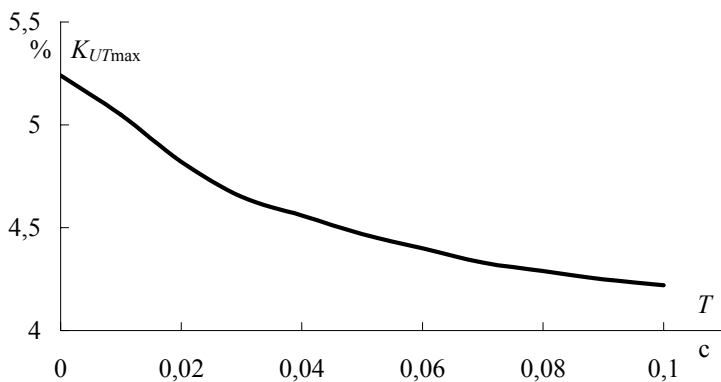


Рис. 6.6. Зависимость инерционных максимумов коэффициентов искажений напряжения в сети 6 кВ от постоянной времени нагрева

6.4. Оценивание влияния несинусоидальности напряжения на электродвигатели

Как показано в п. 5.3, ВФ модели ЭМС двигателей представляет собой инерционное звено с параметрами $a_{\text{дв}} = 0,713$ и $T_{\text{дв}} = 0,00123$ с (звено 2 на рис. 5.6). Поскольку постоянная времени отличается от 0,02 с, использовать коэффициенты искажения нельзя, а надо исходить из графика помехи. Так как постоянные времени нагрева двигателей велики, оценивание ЭМС осуществляется по эффективному значению $i_{\text{вэ}}$ несинусоидальной компоненты тока двигателя.

В частном случае периодической помехи с длительностью цикла t_f решение может быть получено тремя способами: методами гармонического анализа, по графику помехи и по корреляционной функции помехи.

Рассмотрим первый способ, когда помеха представляется в виде ряда Фурье

$$u_{\text{в}}(t) = u_{\text{вс}} + \sum_{n_{\min}}^{\infty} B_{Un} \sin(n\omega_f t + \varphi_n) \quad (6.13)$$

с амплитудами B_{Un} , в $\sqrt{2}$ превышающими коэффициенты гармоник и фазами φ_n . Нижний предел суммы $n_{\min} = 1$, если несинусоидальная компонента выделяется по неискаженной части синусоиды, и 2 – в противном случае (п. 5.1).

С учетом формул (1.24) и (2.45) получены следующие характеристики реакции: среднее значение

$$i_{\text{вс}} = a_{\text{дв}} u_{\text{вс}}, \quad (6.14)$$

амплитуда и фаза тока n -ой гармоники

$$B_{In} = \frac{B_{Un}}{\sqrt{1 + n^2 \omega_f^2 T_{\text{дв}}^2}}, \quad \varphi_{In} = \varphi_n - \arctg n\omega_f T_{\text{дв}}. \quad (6.15)$$

Вследствие некоррелированности гармоник, эффективное значение не зависит от фаз гармоник:

$$i_{\text{вз}} = \sqrt{i_{\text{вс}}^2 + \frac{1}{2} \sum_{n_{\text{min}}}^{\infty} B_{Un}^2} = a_{\text{дв}} \sqrt{u_{\text{вс}}^2 + \sum_{n_{\text{min}}}^{\infty} \frac{K_{Un}^2}{1 + n^2 \omega_f^2 T_{\text{дв}}^2}}. \quad (6.16)$$

Погрешность вычисления эффективного значения, как интегральной характеристики, невелика даже для недифференцируемой помехи, а если исходный процесс задан аналитическим выражением, погрешность отсутствует.

Перейдем ко второму способу. Здесь реакция ВФ определяется для стационарного режима без вычисления переходного процесса. Алгоритм решения аналогичен изложенному в п. 2.5 для квадратичного инерционного процесса, но без возведения исходного графика в квадрат.

Пусть в пределах цикла имеется N участков, а в пределах r -го участка длительностью t_r помеха описывается функцией $u_{vr}(t)$ при $r = 1, 2, \dots, N$. Обозначим:

$$\gamma_d = 1/T_{\text{дв}}, \quad b_r = \exp\{-\gamma_d t_r\},$$

$$I_r = \int_0^{t_r} u_{vr}(t) \exp\{\gamma_d t_r\} dt.$$

На каждом участке время будем отсчитывать от начала участка. Решение дифференциального уравнения (1.21) имеет вид

$$i_{vr}(t) = [i_{vrH} + a_{\text{дв}} \gamma_d I_r(t)] \exp\{-\gamma_d t\}, \quad (6.17)$$

где i_{vrH} – неизвестная пока начальная ордината реакции на r -ом участке. Подставив сюда длительности участков, получим N выражений для ординат на концах участков:

$$\begin{aligned}
i_{v1к} &= [i_{v1н} + a_{\text{дв}} \gamma_{\text{д}} I_1(t_1)] b_1, \\
&\dots \\
i_{vrк} &= [i_{vrн} + a_{\text{дв}} \gamma_{\text{д}} I_r(t_r)] b_r, \\
&\dots \\
i_{vNк} &= [i_{vNн} + a_{\text{дв}} \gamma_{\text{д}} I_N(t_N)] b_N,
\end{aligned} \tag{6.18}$$

в которые входят неизвестные начальные и конечные ординаты в количестве $2N$. Конечная ордината предыдущего участка является начальной для последующего. Это позволяет записать еще N выражений:

$$i_{v1к} = i_{v2н}, \dots, i_{vrк} = i_{vr+1,н}, \dots, i_{vNк} = i_{v1н}. \tag{6.19}$$

Решением системы алгебраических уравнений находятся ординаты на границах участков и подставляются в (6.17), после чего по полученным выражениям определяется эффективное значение несинусоидальной компоненты тока двигателя.

При кусочно-линейном графике помехи в пределах участка помеха имеет вид $at + c$, где a и c – постоянные коэффициенты. В этом случае

$$I(t) = T \{ [a(t - T) + c] \exp\{\gamma t\} + aT - c \},$$

а при ступенчатом графике с величиной ступени c

$$I(t) = cT (\exp\{\gamma t\} - 1).$$

Например, график на рис. 5.1,б имеет один прямоугольный импульс величиной $c = -B$. Расположим оси координат в начале импульса. Это дает возможность использовать формулы (2.57) и (2.58), заменив в них B_1^2 на $-B$, B_2^2 на 0, t_1 на 0 и $t_{\text{ц}}$ на t_f . Начальная и конечная ординаты реакции ВФ составят

$$i_{\text{вн}} = -a_{\text{дв}} B \frac{1-b_1}{1-b_f} b_2, \quad i_{\text{вк}} = -a_{\text{дв}} B \frac{1-b_1}{1-b_f}, \quad (6.20)$$

где

$$b_1 = \exp\{-\gamma_{\text{д}}\theta\}, \quad b_2 = \exp\{-\gamma_{\text{д}}(t_f - \theta)\}, \quad b_f = \exp\{-\gamma_{\text{д}}t_f\}.$$

Реакция ВФ определяется выражениями:

$$i_{\text{в}}(t) = \begin{cases} i_{\text{вн}} \exp\{-\gamma_{\text{д}}t\} - a_{\text{дв}} B (1 - \exp\{-\gamma_{\text{д}}t\}) & \text{при } 0 \leq t \leq \theta, \\ i_{\text{вк}} \exp\{-\gamma_{\text{д}}(t - \theta)\} & \text{при } \theta \leq t \leq t_f. \end{cases} \quad (6.21)$$

Квадрат эффективного тока

$$i_{\text{в3}}^2 = \frac{1}{t_f} \int_0^{t_f} i_{\text{в}}^2(t) dt = \frac{a_{\text{дв}}^2 B^2}{t_f} \left[\theta - \frac{(1-b_1)(1-b_2)T_{\text{дв}}}{1-b_f} \right]. \quad (6.22)$$

Следует отметить, что эту величину можно определить и по плотности распределения реакции, которая согласно (2.65) имеет вид

$$f(i_{\text{в}}) = \frac{a_{\text{дв}} B T_{\text{дв}}}{t_f i_{\text{в}} (aB - i_{\text{в}})}. \quad (6.23)$$

Интегрирование по формуле

$$i_{\text{в3}}^2 = \int_{i_{\text{вн}}}^{i_{\text{вк}}} i_{\text{в}}^2 f(i_{\text{в}}) di_{\text{в}}$$

дает тот же результат, что и (6.22).

Рассмотренные способы требуют построения графика реакции. Эффективный ток можно определить и без этой процедуры, если предварительно вычислить корреляционную функцию

помехи и по формуле (2.61) найти дисперсию Di_v реакции. Тогда

$$i_{v_3}^2 = a_{dv}^2 u_{vc}^2 + Di_v, \quad (6.24)$$

где первое слагаемое представляет собой квадрат среднего значения реакции. Как отмечено в п. 6.2, среднее значение обычно равно нулю.

Квадрат эффективного значения помехи равен $B^2\theta/t_f$, поэтому оценивание ЭМС по этой величине, а не по (6.22), привело бы к завышению требований в

$$\frac{u_{v_3}^2}{i_{v_3}^2} = \frac{1}{a_{dv}^2} \frac{1}{1 - (1 - b_1)(1 - b_2)T_{dv}/\theta}$$

раз.

Перейдем к непериодическим помехам. Эффективный ток может быть определен методом гармонического анализа, но по квазиграмоникам (п. 5.1). Однако в большинстве случаев целесообразно строить график реализации ВФ интервальным методом. В соответствии с формулой (2.56) для момента времени $r\Delta$ ордината реакции

$$i_{vr} = i_{vnr}b_\Delta + a_{dv}u_{vr}(1 - b_\Delta) \quad \text{при } r = 1, \dots, N - 1, \quad (6.25)$$

где $b_\Delta = \exp\{-\gamma_d\Delta\}$. В начальный момент времени $t = 0$ ток равен нулю, поэтому при $r = 1$ первое слагаемое равно нулю.

На рис. 6.7 кривой 1 представлен исходный график помехи, а кривой 2 – график реакции, рассчитанный согласно (6.25). Из него исключается участок переходного процесса от 0 до $3T_{dv} = 0,0037$ с, а по оставшейся части вычисляется эффективное значение i_{v_3} несинусоидальной компоненты тока.

С учетом (5.13), (5.14) и (1.37) определим дополнительное повышение температуры

$$\Delta\vartheta_{vc} = c_{\vartheta i} i_{v_3}^2, \quad (6.26)$$

кратность снижения срока службы

$$\gamma_{zv} = \exp\{b\Delta\vartheta_{vc}\} = \exp\{bc_{vi}i_{v3}^2\}, \quad (6.27)$$

а также уменьшение срока службы в %

$$\Delta z_v = (\gamma_{zv} - 1)100. \quad (6.28)$$

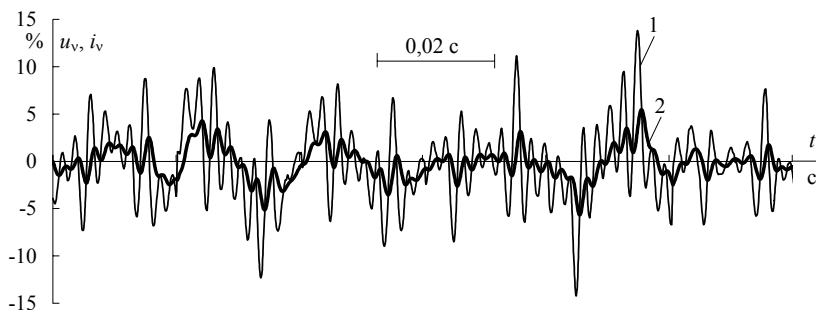


Рис. 6.7. График несинусоидальной компоненты тока двигателя при искажениях кривой напряжения в сети 6 кВ

Увеличение сопротивления двигателя с ростом частоты приводит к сильному сглаживанию кривой 2 по сравнению с кривой 1. По этой причине ЭМС двигателя нельзя оценивать по коэффициентам искажений, которые дают существенное завышение требований.

В рассматриваемом примере эффективный ток оказался равным 1,71 %. Результаты расчетов по формулам (6.26)-(6.28) приведены в табл. 6.1, в которой для сравнения в скобках указаны значения показателей, рассчитанные по эффективному значению коэффициента искажений, равному 4,1 %. Температура завышается в $(4,1/1,71)^2 = 5,75$ раза, а уменьшение срока службы — от 6,33 до 9,59 раза.

Дополнительные потери активной мощности

$$\Delta P_v = c_{\Delta P i} i_{v3}^2 \quad (6.29)$$

рассчитываются по эффективному току и коэффициентам (5.16) и (5.17). Например, для СД с успокоительной обмоткой

$$\Delta P_v = 8,86 \cdot 10^{-5} P_n i_{v3}^2 = 2,59 \cdot 10^{-4} P_n,$$

а без нее

$$\Delta P_v = 3,46 \cdot 10^{-5} P_n i_{v3}^2 = 1,01 \cdot 10^{-4} P_n, \text{ кВт.}$$

Расчет же по эффективному значению коэффициентов искажения завышает потери в 5,75 раза.

Таблица 6.1 – Повышение температуры и уменьшение срока службы двигателей от несинусоидальности напряжения в сети 6 кВ

Двигатель	Класс изоляции	$\Delta \vartheta_{vc}$ °C	γ_{zv}	Δz_v %
АД	<i>A</i>	1,31 (7,55)	1,12 (1,92)	12 (92)
	<i>B</i>	1,64 (9,44)		
СД с успокоительной обмоткой	<i>A</i>	2,29 (13,1)	1,22 (3,11)	22 (211)
	<i>B</i>	2,86 (16,42)		
СД без успокоительной обмотки	<i>A</i>	0,94 (3,24)	1,09 (1,57)	9 (57)
	<i>B</i>	1,14 (6,54)		

Если случайная помеха задана корреляционной функцией, то квадрат эффективного значения реакции определяется по формуле (6.24). Первое слагаемое в ней известно, а дисперсия реакции вычисляется согласно (2.61) или табл. 2.2. Например, для КФ (6.8) получим

$$Di_v = a_{dv}^2 \sum_{r=1}^3 D_{vr} \frac{1 + \alpha_r T_{dv}}{(1 + \alpha_r T_{dv})^2 + \omega_{0r}^2 T_{dv}^2}. \quad (6.30)$$

Подстановка численных значений дает $a_{dv} u_{vc} = -0,18 \%$, $Di_v = 3,1 (\%)^2$ и $i_{v3} = 1,76 \%$. Относительная погрешность определения эффективного тока по графику и его вероятностным характеристикам (1,71 против 1,76) составила 2,92 %.

6.5. Оценивание влияния несинусоидальности напряжения на конденсаторные установки

Расчеты показателей ЭМС для КУ аналогичны таковым для электродвигателей (п. 6.4) с тем отличием, что структуры ВФ в моделях ЭМС различны. Оценивание ЭМС осуществляется по эффективным значениям i_{Cv3} несинусоидальной компоненты тока КУ и $u_{\Delta P3}$ реакции ВФ по потерям мощности (рис. 5.10 и 5.11).

Рассмотрим вначале периодическую помеху с периодом t_f . При использовании ряда (6.13) с учетом (5.24) найдем среднее значение несинусоидальной компоненты

$$i_{Cvc} = k_c u_{vc} \quad (6.31)$$

и амплитуду n -ой гармоники

$$B_n = k_c B_{Un} \sqrt{\frac{1 + \omega^2 T_7^2}{(1 + \omega^2 T_{11}^2)^2 + \omega^2 T_{10}^2}}. \quad (6.32)$$

Фазы гармоник на эффективное значение не влияют:

$$i_{Cv3} = \sqrt{i_{Cvc}^2 + \frac{1}{2} \sum_{n_{\min}}^{\infty} B_{Un}^2} = \sqrt{u_{vc}^2 + \sum_{n_{\min}}^{\infty} \frac{K_{Un}^2 (1 + n^2 \omega_f^2 T_7^2)}{(1 - n^2 \omega_f^2 T_{11}^2)^2 + n^2 \omega_f^2 T_{10}^2}}. \quad (6.33)$$

Вследствие малости коэффициента k_C , среднее значение тока практически равно нулю, поэтому погрешность в определении среднего значения помехи (п. 6.2) не приводит к большой погрешности оценивания тока.

Второй способ заключается в построении графика тока КУ в стационарном режиме. Для использования метода парциальных реакций (п. 2.2) по формулам (2.3), (2.4) и (5.23) найдем сопрягающие частоты

$$\gamma_{C1,2} = -p_{1,2} = \alpha_C \mp j\lambda_C \quad (6.34)$$

и коэффициенты передачи инерционных звеньев

$$a_{C1} = k_C \frac{T_7 p + 1}{T_{11}^2 p (p - p_1)(p - p_2)} \bigg|_{p=p_1} = k_C \frac{T_7 p_1 + 1}{T_{11}^2 p_1 (p_1 - p_2)}.$$

Подставив сюда выражения (5.22) для полюсов и учитывая, что

$$\alpha_C^2 + \lambda_C^2 = 1/T_{11}^2,$$

получим

$$a_{C1} = \frac{1}{2} k_C (1 + jk_\lambda),$$

где

$$k_\lambda = (T_7/T_{11}^2 - \alpha_C)/\lambda_C. \quad (6.35)$$

Таким же образом найдем

$$a_{C2} = \frac{1}{2} k_C (1 - jk_\lambda).$$

Парциальные реакции $\tilde{i}_v(t)$ определяются по аналогичным (6.17)-(6.19) выражениям, в которых величина γ_d заменяется на $\gamma_{C1,2}$, а коэффициент передачи a_{dv} на $a_{C1,2}$. Искомая реакция $i_{Cv}(t)$ равна сумме парциальных реакций.

Для помехи, представленной на рис. 5.1,б, вместо выражений (6.20) получим граничные ординаты

$$\tilde{i}_{vh1,2} = -a_{C1,2} B \frac{1-b_{\theta1,2}}{1-b_{fC1,2}} b_{f\theta1,2}, \quad i_{vk1,2} = -a_{C1,2} B \frac{1-b_{\theta1,2}}{1-b_{fC}},$$

где

$$b_{\theta1,2} = \exp\{-\gamma_{C1,2}\theta\}, \quad b_{f\theta1,2} = \exp\{-\gamma_{C1,2}(t_f - \theta)\}, \\ b_{fC1,2} = \exp\{-\gamma_{C1,2}t_f\}.$$

По аналогии с (6.21) определим несинусоидальную компоненту тока. Учитывая, что

$$a_{C1} + a_{C2} = k_C,$$

при $0 \leq t \leq \theta$ получим

$$i_{Cv}(t) = (\tilde{i}_{vh1} - a_{C1}B) \exp\{-\gamma_{C1}t\} + \\ + (\tilde{i}_{vh2} - a_{C2}B) \exp\{-\gamma_{C2}t\} - k_C B,$$

а в пределах от θ до t_f

$$i_{Cv}(t) = \tilde{i}_{vk1} \exp\{-\gamma_{C1}(t - \theta)\} + \tilde{i}_{vk2} \exp\{-\gamma_{C2}(t - \theta)\}.$$

Если длительность провала меньше времени затухания переходной функции, то реакция в момент скачка равна произведению величины скачка на переходную функцию с учетом направления скачка. На рис. 6.8 показан фрагмент графика тока

конденсатора при воздействии на него прямоугольного провала величиной $B = 10\%$ и длительностью $0,4$ мс (затушеванная область). Время на графике отсчитывается от начала провала. Переходная функция затухает за такое же время (рис. 5.9). В этом случае реакция на скачки равна $\mp Bh_c(t)$.

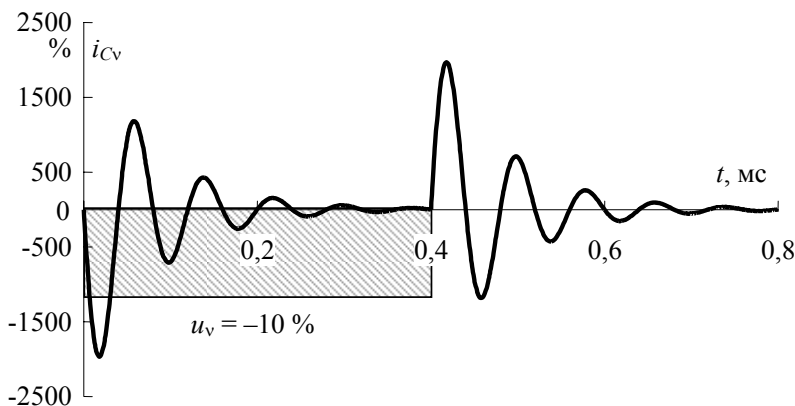


Рис. 6.8. Несинусоидальная компонента тока силового конденсатора 26 квар, 380 В при прямоугольном провале в синусоиде напряжения

Как и в (6.22), квадрат эффективного тока определяется делением на длительность цикла интеграла от квадрата процесса $i_{Cv}(t)$. В соответствии с динамической моделью ЭМС (рис. 5.10) средняя температура дополнительного перегрева и кратность снижения срока службы КУ вычисляются по формулам:

$$\Delta\vartheta_{vc} = c_{Cvi} i_{Cv}^2, \quad \gamma_{zv} = \exp\{b\Delta\vartheta_{vc}\}. \quad (6.36)$$

Структура формул (5.23) и (5.35) качественно одинакова, поэтому определение эффективного значения $y_{\Delta P}$ производится по аналогичным формулам. Для этого в (6.35) постоянная времени T_7 заменяется на T_{12} , а $i_{Cv}(t)$ на $y_{\Delta P}(t)$. С учетом (5.42) получим потери мощности в КУ

$$\Delta P = c_{v\Delta P} y_{\Delta P3}. \quad (6.37)$$

Перейдем к непериодической помехе, заданной реализацией. По аналогии с (6.25) запишем выражения для парциальных реакций:

$$\tilde{i}_{Cvr,1,2} = \tilde{i}_{Cvnr,1,2} b_{\Delta 1,2} + a_{C1,2} u_{vr} (1 - b_{\Delta 1,2}) \quad \text{при } r = 1, \dots, N-1, \quad (6.38)$$

где $b_{\Delta 1,2} = \exp\{-\gamma_{C1,2}\Delta\}$. Эти величины являются комплексными, но их сумма дает действительные ординаты реакции

$$i_{Cvr} = \tilde{i}_{Cvr1} + \tilde{i}_{Cvr2}, \quad (6.39)$$

так как мнимые величины уничтожаются.

Расчет начинается с нулевых начальных условий. Для получения стационарного состояния из полученного графика реакции исключается начальная его часть от $t = 0$ до трех постоянных времени затухания переходного процесса. Эта постоянная определяется по формуле

$$T_C = 2T_{11}^2/T_{10} = 1/\alpha_C. \quad (6.40)$$

Для обеспечения достоверности шаг Δ дискретизации помехи должен быть достаточно малым. В случае линейной интерполяции наибольшая относительная погрешность δ воспроизведения синусоиды с угловой частотой ω в процентах от ее амплитуды определяется выражением [10]

$$\delta = 100[1 - \cos(\pi/N)] = 100[1 - \cos(\omega\Delta/2)], \quad (6.41)$$

где N – отношение периода синусоиды к шагу дискретизации, причем предполагается, что $N < \pi$ или $\omega\Delta < 2$.

Отсюда по заданной допустимой погрешности $\delta_{\text{доп}}$ получим выражения для минимального количества интервалов

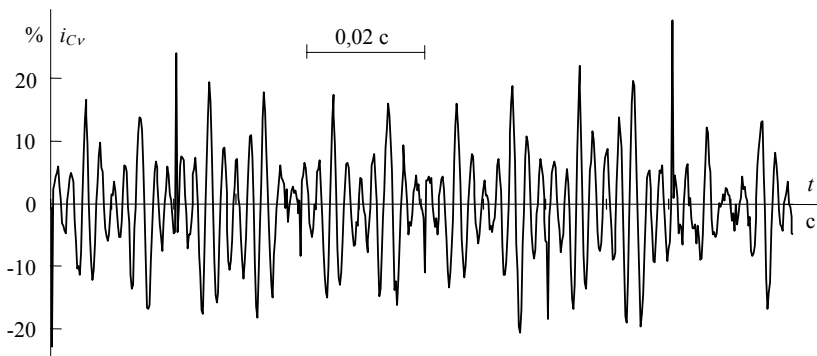
$$N_{\min} = \pi / \arccos(1 - \delta_{\text{доп}} / 100) \quad (6.42)$$

и максимального шага

$$\Delta_{\max} = \frac{2}{\omega} \arccos(1 - \delta_{\text{доп}} / 100) = 2\pi / (\omega N_{\min}). \quad (6.43)$$

Вне зависимости от частоты при погрешности 1 % требуется не менее 22 интервалов, а при 5 % - только 10. Величина шага зависит от частоты. Если помеха содержит вертикальные скачки, то под ω следует понимать угловую частоту λ_C периодической составляющей переходной функции (5.28). Если максимальная учитываемая частота равна 2000 Гц, то $\omega_n = 4000\pi$ рад/с. В этом случае при погрешностях 1 и 5 % шаг должен быть меньше $2,25 \cdot 10^{-5}$ и $5,05 \cdot 10^{-5}$ с.

На рис. 6.9 показан рассчитанный по формуле (6.39) график тока КУ 26 квар, 380 В в процентах от номинального тока 39,5 А, который имеет значительно большую неравномерность, чем график помехи¹¹ на рис. 6.1,б. В рассматриваемом примере $T_C = 7,85 \cdot 10^{-5}$ с, поэтому из рассмотрения необходимо исключить начальную часть графика от 0 до 0,00024 с. По оставшейся части графика вычислим эффективное значение $i_{CV3} = 7,79$ % против 4,1 % у исходного графика.



¹¹ Предполагается, что при трансформации с 6 кВ на напряжение 380 В ординаты помехи в % не изменяются.

Рис. 6.9. График тока КУ от несинусоидальной компоненты напряжения на шинах 6 кВ

Формулы (6.36) дают среднюю температуру $0,182^{\circ}\text{C}$ и кратность сокращения срока службы для изоляции класса A всего 1,016. Такое небольшое ухудшение температурного режима объясняется тем, что нагрузка ДСП искажает синусоиду напряжения в низкочастотном диапазоне: на рис. 5.3 спектральная плотность обращается в нуль при частоте всего 200 Гц. В связи с этим помеха больше сказывается на двигателях (п. 6.4), чем на КУ. При наличии высокочастотных помех (например, рис. 117 в [54]) увеличение несинусоидальной компоненты тока КУ может быть недопустимо большим.

Рассмотрим случай, когда помеха задана средним значением и корреляционной функцией. Для определения эффективного тока кроме среднего значения (6.31) необходимо найти и дисперсию тока. При этом существенным является то обстоятельство, что парциальные реакции являются коррелированными, так как на входы инерционных звеньев подается один и тот же процесс.

В связи с этим необходимо использовать формулу (2.72) для дисперсии суммы коррелированных процессов. Парциальные дисперсии вычисляются по формуле (2.61):

$$Di_{cv1,2} = a_{c1,2}^2 \gamma_{c1,2} \int_0^{\infty} \exp\{-\gamma_{c1,2} \tau\} B_v(\tau) d\tau. \quad (6.44)$$

По аналогии с выводом формулы (6.10.2) из [50] найдем корреляционный момент связи между парциальными реакциями

$$B_{12} = a_{c1} a_{c2} \frac{\gamma_{c1} \gamma_{c2}}{\gamma_{c1} + \gamma_{c2}} \int_0^{\infty} (\exp\{-\gamma_{c1} \tau\} + \exp\{-\gamma_{c2} \tau\}) B_v(\tau) d\tau. \quad (6.45)$$

Из (6.44) следует

$$\int_0^{\infty} \exp\{-\gamma_{C1,2}\tau\} B_v(\tau) d\tau = \tilde{D}_{Cv1,2} / a_{C1,2}^2 \gamma_{C1,2}.$$

Это позволяет выразить корреляционный момент через парциальные дисперсии:

$$B_{12} = \frac{1}{\gamma_{C1} + \gamma_{C2}} \left(\frac{a_{C2}}{a_{C1}} \gamma_{C2} \tilde{D}_{Cv1} + \frac{a_{C1}}{a_{C2}} \gamma_{C1} \tilde{D}_{Cv2} \right). \quad (6.46)$$

Искомая дисперсия

$$\begin{aligned} Di_{Cv} &= \tilde{D}_{Cv1} + \tilde{D}_{Cv2} + 2B_{12} = \\ &= \left[1 + \frac{2a_{C2}\gamma_{C2}}{a_{C1}(\gamma_{C1} + \gamma_{C2})} \right] \tilde{D}_{Cv1} + \left[1 + \frac{2a_{C1}\gamma_{C1}}{a_{C2}(\gamma_{C1} + \gamma_{C2})} \right] \tilde{D}_{Cv2}. \end{aligned} \quad (6.47)$$

Например, для корреляционной функции (6.8) с учетом данных табл. 2.2 найдем парциальные дисперсии

$$\tilde{D}_{Cv1,2} = a_{C1,2}^2 \sum_{r=1}^3 \frac{\gamma_{C1,2}(\alpha_r + \gamma_{C1,2}) D_{vr}}{(\alpha_r + \gamma_{C1,2})^2 + \omega_{0r}^2}. \quad (6.48)$$

Квадрат эффективного тока

$$i_{Cv3}^2 = k_C^2 u_{vc}^2 + Di_{Cv} \approx Di_{Cv}, \quad (6.49)$$

так как $k_C \ll 1$.

6.6. Оценивание влияния несинусоидальности напряжения на трансформаторы и ЛЭП

Поскольку структурные схемы моделей ЭМС трансформаторов и ЛЭП еще не разработаны, определим показатели ЭМС по соответствующим АЧФ (п. 5.6).

Как отмечено в п. 6.2, для трансформаторов вопрос о на-

личии в помехе постоянной составляющей является существенным. В самом деле, при любой модели ЭМС трансформатора среднее значение реакции ВФ

$$i_{\text{твс}} = u_{\text{вс}} A_{\text{твс}}(0). \quad (6.50)$$

Как видно из рис. 5.15, значения АЧФ в нуле в десятки раз превышают остальные, что приводит к очень большим постоянным компонентам в токе. Поэтому, если нет основания для принятия гипотезы о наличии постоянной составляющей в помехе, ЭМС трансформаторов следует оценивать по центрированному графику помехи.

При нулевом среднем значении квадрат эффективного тока совпадает с дисперсией

$$Di_{\text{тв}} = \int_0^{\infty} S_{\text{в}}(\omega) A_{\text{твс}}^2(\omega) d\omega. \quad (6.51)$$

Интегрирование выполняется численными методами. По дисперсии определяется температура дополнительного перегрева и кратность снижения срока службы:

$$\Delta\vartheta_{\text{тв}} = c_{\text{тв}} Di_{\text{тв}}, \quad \gamma_{\text{зв}} = \exp\{b\Delta\vartheta_{\text{тв}}\}. \quad (6.52)$$

По дисперсии

$$Dy_{\Delta P} = \int_0^{\infty} S_{\text{в}}(\omega) A_{\text{тв}\Delta P}^2(\omega) d\omega \quad (6.53)$$

вычисляются дополнительные потери активной мощности

$$\Delta P_{\text{в}} = c_{\text{в}\Delta P} Dy_{\Delta P}. \quad (6.54)$$

Рассмотрим помеху, представленную на рис. 6.1,б со спектральной плотностью (6.9). Интегрирование согласно (6.51) для цеховых трансформаторов дает дисперсию $0,0011 (\%)^2$. С

учетом коэффициента передачи $52\text{ }(^{\circ}\text{C}) / (\%)^2$ по выражениям (6.52) рассчитаем показатели ЭМС: $0,06^{\circ}\text{C}$ – повышение температуры и $1,005$ – кратность снижения срока службы (на $0,05\%$). Полученное в результате статистической обработки среднее значение помехи $-0,25\%$ отличается от нуля, но это обусловлено ограниченностью длительности записи. Поскольку нет оснований считать, что в сети 6 кВ есть постоянная компонента, расчет выполняется без учета среднего значения. В противном случае квадрат эффективного значения увеличился бы на $0,25^2$ по сравнению с дисперсией, что значительно завысило оценку температуры в $0,0636/0,0011 = 57,8$ раза.

Следует отметить, что помехи с высокочастотным диапазоном оказывает большее влияние на трансформатор, но в меньшей степени, чем на двигатели, а тем более на КУ.

Дополнительные потери мощности в ЛЭП в общем случае оцениваются по дисперсии

$$Dy_{\text{лэп}} = \int_0^{\infty} S_{vi}(\omega) A_r^2(\omega) d\omega, \quad (6.55)$$

где в отличие от (6.53) используется спектральная плотность $S_{vi}(\omega)$ несинусоидальной компоненты тока ЛЭП. Тогда с учетом коэффициента передачи (п. 5.6) определим потери в $\%$

$$\Delta P_{\text{лэп}} = c_{\Delta P_{\text{лэп}}} Dy_{\text{лэп}} = 47 Dy_{\text{лэп}} / [I]^2. \quad (6.56)$$

Для получения потерь в кВт необходимо найденный результат разделить на 100 и умножить на потери мощности при длительно допустимом токе.

6.7. Эффективность уменьшения несинусоидальности напряжения

Существуют различные способы уменьшения несинусоидальности: уменьшение нелинейности источника помех, увеличение мощности питающего трансформатора, перевод питания

источников помех на отдельную секцию шин или на более высокое напряжение, применение активных и пассивных фильтров. Их техническая эффективность обусловлена необходимостью выполнения норм стандартов, а экономическая целесообразность доказывается сопоставлением эффекта от уменьшения дополнительных потерь электроэнергии и увеличения срока службы – по формулам, аналогичным (4.80)-(4.82).

Для технико-экономического обоснования целесообразности применения корректирующих устройств необходимо рассчитать показатели ЭМС до и после их присоединения. В общем случае непериодических помех, когда понятие гармоник отсутствует (п. 5.1), расчетная схема на рис. 2.1 должна составляться для тока в целом, а не для отдельных гармоник. По этой причине реактивные элементы системы электроснабжения и электрооборудования учитываются не реактивными сопротивлениями, а индуктивностями и емкостями.

Для иллюстрации рассмотрим простой пример. Пусть источник помех создает ток $i_v(t)$, а эквивалентная индуктивность сети и внешней по отношению к источнику тока нагрузки равна L (рис. 6.10). Для уменьшения несинусоидальности может подключаться КУ емкостью C и (или) идеальный фильтр с индуктивностью L_ϕ и емкостью C_ϕ , настроенный на частоту $\omega_\phi = 1/\sqrt{LC_\phi}$.

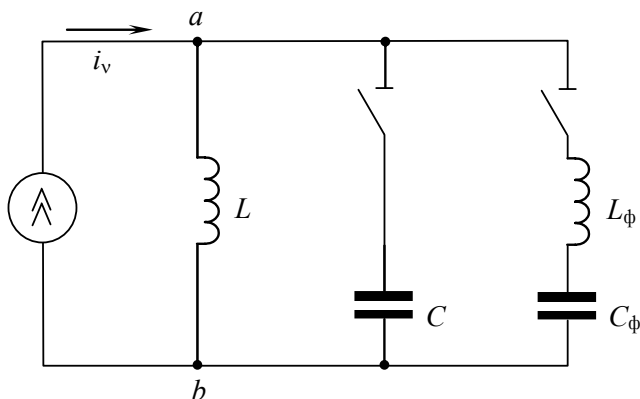


Рис. 6.10. Расчетная схема при подключении КУ и фильтра

Помеха определяется напряжением между точками a и b и пропорциональна эквивалентному сопротивлению $z_{\text{э}}$ подключенных индуктивностей и емкостей. В общем случае ток характеризуется спектральной плотностью $S_{v_i}(\omega)$. Необходимая для оценивания ЭМС спектральная плотность помехи

$$S_v(\omega) = z_{\text{э}}^2(\omega) S_{v_i}(\omega),$$

поэтому для анализа эффективности корректирующих устройств достаточно рассмотреть зависимости квадратов эквивалентных сопротивлений от частоты.

При отсутствии корректирующих устройств

$$z_{\text{э}0}^2(\omega) = \omega^2 L^2. \quad (6.57)$$

Обозначим

$$T_{\text{э}1}^2 = LC, \quad T_{\text{ф}}^2 = L_{\text{ф}} C_{\text{ф}} = 1/\omega_{\text{ф}}^2, \\ T_{\text{э}2}^2 = (L + L_{\text{ф}}) C_{\text{ф}}, \quad T_{\text{э}3}^2 = T_{\text{э}1}^2 T_{\text{ф}}^2.$$

При подключении только КУ

$$z_{\text{э}1}^2(\omega) = \frac{\omega^2 L^2}{1 - \omega^2 T_{\text{э}1}^2} = \frac{z_{\text{э}0}^2(\omega)}{1 - \omega^2 T_{\text{э}1}^2}. \quad (6.58)$$

При неизменной емкости эффект зависит от частотного диапазона помехи. Если $\omega T_{\text{э}1} < 1$, то величина (6.58) будет больше, чем (6.57). Следовательно, подключение КУ не уменьшает, а увеличивает несинусоидальность, а при $\omega T_{\text{э}1} = 1$ напряжение помехи возрастает до бесконечности. В пределах значений $\omega T_{\text{э}1}$ от 1 до 2 сопротивление превышает $z_{\text{э}0}(\omega)$, но имеет другой знак. Условием достижения положительного эффекта является неравенство $\omega T_{\text{э}1} > \sqrt{2}$. Если же частотный диапазон

располагается справа и слева от частоты $\sqrt{2}/T_{\phi 1}$, то при низких частотах КУ увеличивает несинусоидальность, а при высоких – уменьшает.

Перейдем к варианту подключения одного только фильтра. В этом случае

$$z_{\phi 2}^2(\omega) = \omega^2 L^2 \frac{1 - \omega^2 T_{\phi}^2}{1 - \omega^2 T_{\phi 2}^2} = z_{\phi 0}^2(\omega) \frac{1 - \omega^2 T_{\phi}^2}{1 - \omega^2 T_{\phi 2}^2}. \quad (6.59)$$

На частоте настройки фильтра числитель обращается в нуль, что свидетельствует о полном подавлении помехи. Однако на частотах в пределах от 0 до $\sqrt{2}/T_{\phi 2}$ помеха увеличивается, а при $\omega = 1/T_{\phi 2}$ – возрастает до бесконечности. Таким образом, фильтр может уменьшать несинусоидальность в одном диапазоне частот и одновременно увеличивать ее в другом.

Наконец, при совместном подключении фильтра и КУ получим выражение

$$z_{\phi 3}^2(\omega) = \omega^2 L^2 \frac{1 - \omega^2 T_{\phi}^2}{1 - \omega^2 T_{\phi 1}^2 + \omega^4 T_{\phi 3}^4} = z_{\phi 0}^2(\omega) \frac{1 - \omega^2 T_{\phi}^2}{1 - \omega^2 T_{\phi 1}^2 + \omega^4 T_{\phi 3}^4}. \quad (6.60)$$

Как и в предыдущем случае, на частоте ω_{ϕ} помеха подавляется полностью, но частотный диапазон, в котором происходит увеличение несинусоидальности будет другим. Это будет происходить при условии

$$\omega^4 T_{\phi 3}^4 - \omega^2 T_{\phi 1}^2 < 2,$$

откуда следует эквивалентное неравенство

$$\omega < \frac{1}{T_{\phi 2}} \sqrt{\left(T_{\phi 1}^2 + \sqrt{(T_{\phi 1}^4 + 8T_{\phi 2}^4)}\right)/2}.$$

Рассмотренные идеализированные примеры дают лишь

качественное представление о проблемах, которые возникают при выборе корректирующих устройств. В действительности в расчетной схеме все элементы должны представляться схемами замещения с учетом активных сопротивлений. В этом случае исключается получение бесконечных значений параметров режима. Основная трудность заключается в моделировании сети и внешней нагрузки. Если их полностью эквивалентировать относительно источника помех, то нельзя будет учесть локальное увеличение несинусоидальности.

Так, на одном из химических предприятий подключение КУ напряжением 380 В привело к заметному искажению синусоиды питающего напряжения – она становилась уплощенной в области экстремумов, хотя без КУ помеха практически отсутствовала.

В связи с этим актуальным направлением дальнейших исследований является подробное компьютерное моделирование сети и оборудования с представлением источника помех схемой замещения с нелинейными элементами.

ПЕРЕЧЕНЬ ИСПОЛЬЗОВАННЫХ ИСТОЧНИКОВ

1. Борисов Б.П., Дмитриева Е.Н., Коломытцев А.Д. Динамические показатели электромагнитной совместимости магнитодинамических установок. Техническая электродинамика, 1988, № 1. – С. 37-43.
2. Васильев Д.В. Инерционное детектирование случайной последовательности прямоугольных импульсов. – Изв. вузов. Радиофизика, 1960. – С. 1011-1021.
3. Вентцель Е.С. Теория вероятностей. – М.: Наука, 1969. – 576 с.
4. Горяинов В.Т., Журавлев А.Г., Тихонов В.И. Примеры и задачи по статистической радиотехнике. – М.: Советское радио, 1970. – 447 с.
5. ГОСТ 1282-88. Конденсаторы для повышения коэффициента мощности. Общие технические условия. Группа Е. 53. – Введ. 01.01.89.
6. ГОСТ 13109-97. Межгосударственный стандарт. Электрическая энергия. Совместимость технических средств электромагнитная. Нормы качества электрической энергии в системах электроснабжения общего назначения. – Введ. в Украине с 01.01.2000.
7. ГОСТ 183-74. Машины электрические вращающиеся. Общие технические требования. – Введ. 01.01.76.
8. ГОСТ 19705-89. Системы электроснабжения самолетов и вертолетов. Общие требования. Нормы качества электроэнергий. Введ. 01.01.90.
9. ГОСТ 30372-95. Межгосударственный стандарт. Совместимость технических средств электромагнитная. Термины и определения. – Введ. 01.01.1997.
10. Гутников В.С. Фильтрация измерительных сигналов. – Л.: Энергоатомиздат, 1990. – 191 с.
11. Дмитриева Е.Н., Пушная И.В. Расчет показателей качества напряжения с учетом электрической связи между приемниками. – Изв. АН СССР. Энергетика и транспорт, 1982, № 2. – С. 85-93.

12. Дмитриева Е.Н., Цыганкова Н.В., Черникова Л.В. Инерционное сглаживание стационарных случайных процессов в системах электроснабжения. – Наукові праці Донецького нац. техн. ун-ту. Серія «Електротехніка і енергетика», випуск 41. – Донецьк: ДонНТУ, 2002. – С. 98-102.
13. Дмитрієва О.М., Левшов О.В. Оцінювання пайової участі споживачів у втратах електроенергії. – Наукові праці Донецького нац. техн. ун-ту. Серія «Електротехніка і енергетика» випуск 67. – Донецьк: ДонНТУ, 2003. – С. 49-52
14. Ермилов А.А. Основы электроснабжения промышленных предприятий. – М.: Энергоатомиздат, 1983. – 208 с.
15. Ермуратский В.В., Ермуратский П.В. Конденсаторы переменного тока в тиристорных преобразователях. – М.: Энергия, 1979. – 224 с.
16. Заездный А.М. Основы расчетов по статистической радиотехнике. – М.: Связь, 1969. – 447 с.
17. Каялов Г.М. Принцип максимума средней нагрузки в расчетах электрических сетей. – ИВУЗ. Электромеханика, 1964, № 3. – С. 367-374.
18. Кокс Д., Льюис П. Статистический анализ последовательностей событий. – М.: Мир, 1969. – 312 с.
19. Колмогоров А.Н. Теория вероятностей. – В кн.: Математика, ее содержание, методы и значение. – М.: Изд-во АН СССР, 1956, т.2. – С. 252-284.
20. Кузнецов В.Г., Олянишин В.О. Нормирование несимметрии и несинусоидальности напряжений в электрических сетях // Препринт АН Украины, Ин-т электродинамики. – № 732. – Киев, 1993. – 32 с.
21. Кулик Ю.А. Электрические машины. – М.: Высшая школа, 1971. – 454 с.
22. Купер Дж., Макгиллем К. Вероятностные методы анализа сигналов и систем. – М.: Мир, 1989. – 376 с.
23. Куренный Э.Г., Дмитриева Е.Н. О критериях качества напряжения. – ИВУЗ. Энергетика, 1971, № 1. – С. 1-6.
24. Куренный Э.Г., Дмитриева Е.Н., Вальков Н.Г. Динамические погрешности осциллографирования электроэнергетических процессов и их коррекция. – Энергетика и электрификация, 1977, № 3. – С. 33-36.

25. Куренный Э.Г., Дмитриева Е.Н., Петрушечкина Л.М., Пушная И.В. Имитация графиков электрической нагрузки преобразованием белого шума. – Техническая электродинамика, 1986, № 6. – С. 56-62.

26. Куренный Э.Г., Ковальчук В.М., Коломытцев А.Д. Оценка качества электроэнергии с использованием моделей объектов. – В кн.: Качество электроэнергии в сетях пром. предприятий. Материалы конференции. – М.: МДНТП, 1977. – С. 23-29.

27. Куренный Э.Г., Погребняк Н.Н. «Эстафетный» метод имитации случайных электроэнергетических процессов. – Техническая электродинамика, 1990, № 3. – С. 3-6.

28. Курінний Е.Г., Циганкова Н.В. Імітація корельованих випадкових процесів в електричних мережах методом елементних процесів. – Праці Донецького держ. техн. ун-ту. Серія Серія «Електротехніка і енергетика», випуск 17. – Донецьк: ДонНТУ, 2000. – С. 242-245.

29. Лэм Г. Аналоговые и цифровые фильтры. Расчет и реализация. – М.: Мир, 1982. – 592 с.

30. Лютий О.П. Комплексний аналіз несиметрії і несинусоїдальності в системах електропостачання з різкозмінним навантаженням. – Технічна електродинаміка, 2002, ч. 2. – С. 104-107.

31. Лютий О.П. Оцінка електромагнітної сумісності при випадковій несиметрії напруг в електричних мережах. – Технічна електродинаміка. – 2001, № 6. – С. 50–55.

32. Малафеев С.И. О динамических и энергетических характеристиках силовых конденсаторов. – В сб. научных трудов: Оптимизация системы питания и электрооборудования электро-технологических установок. – К: Ин-т электродинамики АН УССР, 1989. – С. 100–116.

33. Марченко Б.Г., Мыслович М.В. Вибродиагностика подшипниковых узлов электрических машин. – Киев: Наукова думка, 1992. – 103 с.

34. Метод статистических испытаний (метод Монте-Карло) / Под ред. Ю.А. Шрейдера. – М.: Физматгиз, 1962. – 331 с.

35. Основы построения промышленных электрических сетей / Под ред. Г.М. Каялова. – М.: Энергия, 1978. – 352 с.

36. Лютий О.П. Комплексний аналіз несиметрії і несинусоїдальності в системах електропостачання з різкозмінним навантаженням. – Технічна електродинаміка, 2002, ч. 2. – С. 104-107.

37. Плескунин В.И., Воронина Е.Д. Теоретические основы организации и анализа выборочных данных в эксперименте. – Л.: Изд-во Ленинградского ун-та, 1979. – 232 с.

38. Правила применения скидок и надбавок к тарифам на качество электроэнергетики. – Промышленная энергетика, 1991, № 8. – С. 49-51.

39. Правила присоединения потребителя к сети общего назначения по условиям влияния на качество электроэнергии. – Промышленная энергетика, 1991, № 8. – С. 45-48.

40. Правила технической эксплуатации электроустановок потребителей и Правила техники безопасности при эксплуатации электроустановок потребителей. – М.: Энергоатомиздат, 1986. – 424 с.

41. Правила устройства электроустановок. – М.: Энергоатомиздат, 1985. – 640 с.

42. Пугачёв В.С. Теория вероятностей и математическая статистика. – М.: Наука, 1979. – 496 с.

43. Свешников А.А. Прикладные методы теории случайных функций. – М.: Наука, 1986. – 463 с.

44. Седакин Н.М. Элементы теории случайных импульсных потоков. – М.: Советское радио, 1965. – 261 с.

45. Соболев И.М. Численные методы Монте-Карло. – М.: Наука, 1973. – 311 с.

46. Справочник по математике для научных работников и инженеров / Г.Корн, Т.Корн. – М.: «Наука», 1970. – 720 с.

47. Справочник по расчету режимов работы электрических конденсаторов / Под ред. О.Л. Мезенина. – К.: Техніка, 1987. – 168 с.

48. Сыромятников И.А. Режимы работы асинхронных и синхронных двигателей. – М.: Энергоатомиздат, 1984. – 240 с.

49. Теория автоматического управления / Под ред. А.А. Воронова. – М.: Высшая школа, 1977, ч. 1. – 303 с.

50. Тихонов В.И., Статистическая радиотехника. – М.: Сов. радио, 1966. – 678 с.

51. Церазов А.Л., Якименко Н.И. Исследование влияния несимметрии и несинусоидальности напряжений на работу асинхронных двигателей. – М.: Госэнергоиздат, 1963. – 120 с.
52. Шидловский А.К., Вагин Г.Я., Куренный Э.Г. Расчеты электрических нагрузок систем электроснабжения промышленных предприятий – М.: Энергоатомиздат, 1992. – 224 с.
53. Шидловский А.К., Кузнецов В.Г. Повышение качества энергии в электрических сетях. – К.: Наукова думка, 1985. – 268 с.
54. Шидловский А.К., Куренный Э.Г. Введение в статистическую динамику систем электроснабжения. – Киев: Наукова думка, 1984. – 271 с.
55. ANSI / IEEE Standard 446 – 1987.
56. Bartlett G.A. Periodogram analysis and continuous spectra. – *Biometrika*, 1950, № 37. – P. 1-16.
57. Beaty H. Motors require voltage limits. – *Elec. World*, 1978, 189, № 5. – P. 52-53.
58. CEI/IEC 61000-4-15. Electromagnetic compatibility – Part 4, Section 15: Flickermeter – Functional and design specification. 1997.
59. Draft IEC 61000-2-12, Electromagnetic Compatibility. Part 2: Environment. Section 12: Compatibility levels for low-frequency conducted disturbances and signaling in public medium-voltage power supply systems. Committee Draft 77A/266/CD, Geneva (Switzerland), April 1999.
60. Draft IEC 61000-3-2 (1995), Electromagnetic Compatibility. Part 3: Limits. Section 2: Limits for harmonic current emissions. (Equipment with input current > 16A per phase). Geneva (Switzerland), 1995; and consolidated Edition 1998.
61. Draft IEC 61000-3-4, Electromagnetic Compatibility. Part 3: Limits. Section 4: Limits for harmonic current emissions. (Equipment with input current > 16A per phase). Committee Draft 77A/169/CDV, Geneva (Switzerland), April 1997.
62. Draft IEC 61000-3-6, Electromagnetic Compatibility. Part 3: Limits. Section 6: Limitation of emission of harmonic currents for equipments connected to medium and high voltage power supply systems. Committee Draft 77A/135/CDV, Geneva (Switzerland), July 1995.

63. Eduard G. Kourennyi, Victor A. Petrosov, Lidiya V. Chernikova. Linear Filtration of random processes in EMC models: the “partial reactions” method // Electromagnetic Compatibility 2000, part II, Fifteenth International Wroclaw Symposium on Electromagnetic Compatibility. – 2000. – P. 587-589.

64. German Standard DIN57 160, Part 2 V.D.E. Specification for the electrical equipment power installation with electronic devices; Equipments with power electronic devices in electrical power installations (in German). – Berlin.

65. IEC 61000-2-1 (1990), Electromagnetic Compatibility. Part 2: Environment. Section 1: Description of the environment for low-frequency conducted disturbances and signaling in public power supply systems, Geneva (Switzerland), 1990.

66. IEC 61000-2-2 (1990), Electromagnetic Compatibility. Part 2: Environment. Section 2: Compatibility levels for low-frequency conducted disturbances and signaling in public low-voltage power supply systems, Geneva (Switzerland), 1990.

67. IEC 61000-2-4 (1990), Electromagnetic Compatibility. Part 2: Environment. Section 4: Indicative values in industrial plants for low-frequency conducted disturbances, 1990.

68. IEC 61000-2-4 (1994), Electromagnetic Compatibility. Part 2: Environment. Section 4: Compatibility levels in industrial plants for low-frequency conducted disturbances. Geneva (Switzerland), 1994.

69. IEC 61000-2-6 (1995), Electromagnetic Compatibility. Part 2: Environment. Section 6: Guide to the assessment of the emission levels in the power supply of industrial plants as regards the low-frequency conducted disturbances. Geneva (Switzerland), 1995.

70. IEC 61000-4-30 (2000), Electromagnetic Compatibility. Part 4-30: Testing and Measurement Techniques-Power Quality Measurement Methods. Basic EMC publication, 2000.

71. IEEE Std 519-1992. IEEE Recommended Practices and Requirements for Harmonic Control in Electrical Power Systems. IEEE, New York, 1993.

72. Kourennyi E.G., Petrosov V.A., Pogrebnyak N.M. Squaring and smoothing in EMC models: a statistical solution. – Fifteenth International Wroclaw symposium and exhibition: Electromagnetic

compatibility 2000. – Wroclaw: National Institute of Telecommunications, 2000, part I. – P. 322–325.

73. Lamedica R., Prudenzi A., Tironi E., Zaninelli D. Harmonic analysis procedures: a comparison between IEEE and IEC guidelines. – 8th IEEE International Conference on Harmonics and Quality of Power, Athens, Greece, Oct. 1998. – P. 470-475.

74. Linders J.R. Effects of power supply variations on AC motor characteristics. – IEEE Trans. Ind. Appl., 1972, 8, № 4. – P. 383-400.

75. Montsinger V.M., Clem J.E. Temperature limits for short-time overloads for oil-insulated neutral grounding reactors and transformers. – Trans. AIEE, 1956, 65, pt 11. – P. 966-973.

76. Planning Limits for Voltage Unbalance in the United Kingdom // The Electricity Council, Engineering Recommendation P29, London, 1978.

77. Shaller D., Siedler E. Berechnung des Einflusses einer Zweiphasenlast auf die Strom – und Spannungsunsymmetrie in Energieversorgungsnetzen. – Mitr. Inst. Energ., 1965, H. 70. – S. 586-596.

78. Wohman W.M., Fuller A.T. Probability Densities of the Smoothed “Random Telegraph Signal”. – Electronics and Control, 1958, v. 4, № 6.

СОДЕРЖАНИЕ

Перечень принятых сокращений	3
Нумерация звеньев в моделях ЭМС	4
Предисловие	5
Раздел 1. ПОСТРОЕНИЕ МОДЕЛЕЙ ЭЛЕКТРОМАГ-	
НИТНОЙ СОВМЕСТИМОСТИ	7
1.1. Задачи оценивания ЭМС	7
1.2. Принцип моделирования ЭМС	8
1.3. Математическое описание помехи	10
1.4. Моделирование инерционности	20
1.5. Осреднение на интервале	22
1.6. Сопоставление инерционного и кумулятив-	
ного преобразований	24
1.7. Показатели ЭМС по тепловым эффектам и	
потерям мощности	28
1.8. Долевое участие помех	30
1.9 Нормирование показателей ЭМС	33
Раздел 2. МЕТОДЫ РАСЧЕТА ПОКАЗАТЕЛЕЙ ЭЛЕК-	
ТРОМАГНИТНОЙ СОВМЕСТИМОСТИ	35
2.1. Исходные данные	35
2.2. Метод парциальных реакций	36
2.3. Преобразование процессов статическими	
системами	42
2.4. Преобразование процессов линейными дина-	
мическими системами	51
2.5. Инерционное сглаживание	55
2.6. Суммирование случайных процессов	65
2.7. Расчетные значения показателей режима	68
2.8. Статистическое моделирование	70
Раздел 3. МАТЕМАТИЧЕСКИЕ МОДЕЛИ ДЛЯ ОЦЕНИ-	
ВАНИЯ ПАРАМЕТРОВ НЕСИММЕТРИЧНЫХ	
РЕЖИМОВ	73
3.1. Несимметричные компоненты	73
3.2. Структурные схемы статических моделей	
ЭМС	79

3.3. Параметры статических моделей ЭМС асинхронных электродвигателей по несимметрии напряжений	84
3.4. Параметры статических моделей ЭМС синхронных электродвигателей по несимметрии напряжений	90
3.5. Параметры статических моделей ЭМС конденсаторных установок, трансформаторов и линий электропередачи по несимметрии напряжений	91
3.6. Структурные схемы динамических моделей ЭМС по несимметрии напряжений	93
3.7. Динамические модели ЭМС электрооборудования по несимметрии напряжений	96
3.8. Нормируемые показатели ЭМС по несимметрии напряжений	100
3.9. Доза несимметрии напряжений	102
Раздел 4. МЕТОДЫ РАСЧЕТА ПОКАЗАТЕЛЕЙ ЭМС ПО НЕСИММЕТРИИ НАПРЯЖЕНИЙ	107
4.1. Исходные данные для оценивания несимметрии	107
4.2. Вероятностные характеристики несимметрии напряжений	114
4.3. Расчет показателей ЭМС в рамках статических моделей	127
4.4. Расчет кумулятивных коэффициентов несимметрии по графику помехи	129
4.5. Расчет кумулятивных коэффициентов несимметрии по характеристикам помехи	132
4.6. Расчет инерционных коэффициентов несимметрии по реализациям помехи	140
4.7. Расчет инерционных коэффициентов несимметрии по характеристикам помехи	145
4.8. Оценивание влияния несимметрии на электрооборудование	149
4.9. Техничко-экономическая эффективность уменьшения несимметрии напряжений	155

Раздел 5. МАТЕМАТИЧЕСКИЕ МОДЕЛИ ДЛЯ ОЦЕНИВАНИЯ ПАРАМЕТРОВ НЕСИНУСОИДАЛЬНЫХ РЕЖИМОВ	157
5.1. Несинусоидальные компоненты	157
5.2. Динамические модели ЭМС электроприемников с активной проводимостью	167
5.3. Динамические модели ЭМС электродвигателей по несинусоидальности напряжения	169
5.4. Динамические модели ЭМС конденсаторных установок по несинусоидальности напряжения для оценивания тепловых эффектов	174
5.5. Динамические модели ЭМС конденсаторных установок по несинусоидальности напряжения для оценивания потерь мощности	181
5.6. Динамические модели ЭМС трансформаторов и линий электропередачи по несинусоидальности напряжения	186
5.7. Нормируемые показатели ЭМС по несинусоидальности напряжения	196
Раздел 6. МЕТОДЫ РАСЧЕТА ПОКАЗАТЕЛЕЙ ЭМС ПО НЕСИНУСОИДАЛЬНОСТИ НАПРЯЖЕНИЯ	205
6.1. Исходные данные для оценивания несинусоидальности	205
6.2. Вероятностные характеристики несинусоидальности напряжения	210
6.3. Расчет инерционных и кумулятивных коэффициентов искажений	217
6.4. Оценивание влияния несинусоидальности напряжения на электродвигатели	220
6.5. Оценивание влияния несинусоидальности напряжения на конденсаторные установки	227
6.6. Оценивание влияния несинусоидальности напряжения на трансформаторы и ЛЭП.	234
6.7. Эффективность уменьшения несинусоидальности напряжения	236
Перечень использованных источников	241
Содержание	247