



**Уральский
федеральный
университет**

имени первого Президента
России Б.Н.Ельцина

**Уральский
энергетический
институт**

С. С. АНАНИЧЕВА

П. Е. МЕЗЕНЦЕВ

А. Л. МЫЗИН

МОДЕЛИ РАЗВИТИЯ ЭЛЕКТРОЭНЕРГЕТИЧЕСКИХ СИСТЕМ

Учебное пособие

Министерство образования и науки Российской Федерации
Уральский федеральный университет
имени первого Президента России Б. Н. Ельцина

С. С. Ананичева, П. Е. Мезенцев, А. Л. Мызин

МОДЕЛИ РАЗВИТИЯ ЭЛЕКТРОЭНЕРГЕТИЧЕСКИХ СИСТЕМ

*Допущено УМО вузов России по образованию
в области энергетики и электротехники
в качестве **учебного пособия** для студентов высших
учебных заведений, обучающихся по направлению подготовки
140400 – «Электроэнергетика и электротехника»*

Екатеринбург
УрФУ
2014

УДК 621.311(075.8)
ББК 31.27я73
А64

Рецензенты: кафедра автоматизированных электроэнергетических систем НГТУ, зав. кафедрой проф., д-р техн. наук А. Г. Фишов;
проф., д-р экон. наук А. А. Куклин (Институт экономики УрО РАН)

Научный редактор проф., д-р техн. наук П. И. Бартоломей

Ананичева, С. С.

А64 Модели развития электроэнергетических систем : учебное пособие / С. С. Ананичева, П. Е. Мезенцев, А. Л. Мызин. – Екатеринбург : УрФУ, 2014. – 148 с.

ISBN 978-5-321-02313-6

Учебное пособие предназначено для изучения дисциплины «Модели оптимизации развития электроэнергетических систем», кроме того, может быть использовано при изучении отдельных разделов спецкурсов и дисциплины «Электроэнергетические системы и сети».

Наряду с изложением традиционных методов решения задач развития ЭЭС в предлагаемом учебном пособии рассмотрены новые подходы, нацеленные на решение задач развития в условиях перехода к рыночной экономике. К ним относятся формирование критериев в задачах управления и развития электроэнергетики с учетом многосубъектности, методы технико-экономических расчетов, модели экологических критериев, многокритериальный анализ в условиях неопределенности и другие.

Библиогр.: 12 назв. Табл. 21. Рис. 33.

УДК 621.311(075.8)
ББК 31.27я73

ISBN 978-5-321-02313-6

© Уральский федеральный
университет, 2014

1. БОЛЬШИЕ СИСТЕМЫ ЭНЕРГЕТИКИ. ПОНЯТИЕ О СИСТЕМНОМ ПОДХОДЕ И СИСТЕМНОМ АНАЛИЗЕ

Электроэнергетические системы (ЭЭС) и их объединения относятся к классу больших искусственных систем (БИС) [1, 2]. Дадим пояснения каждой из частей этого понятия.

Системой можно назвать объединение элементов, образующих связанное целое в некотором заранее принятом смысле. Под элементом будем понимать объект, учитываемый лишь внешними характеристиками и свойствами, т. е. не разлагаемый на составные части.

Искусственной системой называется созданная человеком совокупность объектов. Системы энергетики в этом отношении несут двойной смысл – кроме этого, человек рассматривается как их неотъемлемая часть. Ввиду этого они также называются человеко-машинными системами. Как правило, БИС тесно взаимодействуют с природными системами, что нельзя не учитывать в расчетах их функционирования и, особенно, развития.

Наконец, большими называют такие системы, которые характеризуются особыми, только им присущими свойствами. Главным из них является свойство эмерджентности. Эмерджентность означает появление у целого свойств, отсутствующих у составляющих его частей.

Для того чтобы это качество проявило себя в полной мере, необходимо, чтобы части сами имели достаточно сложную внутреннюю структуру. Иначе элементы, составляющие большую систему, рассматриваются как неделимые лишь на определенном этапе анализа, когда система представляется в агрегированной форме. При более детальном представлении ее элементы также обнаруживают сложную структуру.

Нетрудно показать, что ЭЭС также относятся к БИС, поскольку они являются человеко-машинными системами, связанными общими целями развития и функционирования, режимами работы, имеют сложную внутреннюю структуру, которая на различных этапах анализа по-разному агрегируется. На каждом уровне рассмотрения агрегированные элементы, по существу, представляют собой подсистемы рассматриваемой системы. На уровне рассмотрения подсистемы она сама выступает в качестве системы по отношению к своим элементам. Таких уровней БИС может иметь много, образуя тем самым иерархическую структуру. Свойство иерархичности является одним из основных свойств БИС.

Следует отметить, что ЭЭС сами могут рассматриваться как подсистемы систем более высоких уровней. В частности, они являются подсистемами электроэнергетики как подотрасли топливно-энергетического комплекса (ТЭК). Тот, в свою очередь, входит в качестве отрасли в сектор экономики «промышленность». Во многих задачах развития ЭЭС требуется рассматривать такие системы более высоких уровней. В этом случае уместнее говорить о больших системах энергетики (БСЭ).

Наряду с иерархичностью при анализе БСЭ необходимо учитывать также их связь с внешней средой, определяющей условия их развития. Этим, однако, далеко не исчерпываются главные свойства больших систем. К ним следует также отнести:

- организованность и управляемость на основе адаптации и эргатичности;
 - двойственность природы;
 - многосубъектность;
 - многокритериальность;
 - большое разнообразие состояний, свойств и связей;
 - многовариантность функционирования и развития;
 - устойчивость и динамизм развития
- и некоторые другие.

Под организованностью и управляемостью понимается упорядоченность элементов системы, наличие определенной структуры, способность получать извне информацию и использовать ее для поддержания своей упорядоченности. Если в этом процессе система повышает свою организованность, то она называется самоорганизующейся. Этот процесс связан с приспособлением (адаптацией) системы к меняющимся внешним условиям. Системы называются эргатическими, т. к. их адаптация происходит при участии человека.

Двойственность природы больших систем проявляется в том, что, с одной стороны, под влиянием причинно-следственных связей их поведение подчиняется определенным закономерностям, а с другой – обилие воздействий, учесть которые практически невозможно, заставляет рассматривать их как случайные явления, вносящие в поведение систем некоторую долю неопределенности.

Участие человека в БСЭ приводит к необходимости выделения различных субъектов системы управления (СУ), имеющих свои, порой противоречивые, интересы. Таким образом, большие системы становятся многосубъектными.

Интересы даже одного субъекта СУ многообразны. В результате мы имеем дело со свойством многокритериальности больших систем. При этом подразумевается, что критерии являются выражением интересов субъектов.

Сложность структуры, многообразие элементов больших систем, связей между ними создают многообразие состояний и свойств БИС. В свою очередь, это позволяет достигать одного и того же целевого результата различными путями. Последнее отражается свойством многовариантности.

Обилие элементов БИС в совокупности с обилием противоречивых, изменяющихся во времени внешних и внутренних воздействий приводит к отсутствию резких скачков в развитии БИС. Иначе говоря, большие системы являются высокоинерционными, устойчивыми в своем динамическом развитии.

Методологией исследования больших систем является системный подход. Этот подход базируется на следующих основополагающих принципах:

1) система должна рассматриваться как единое целое, а не как простая совокупность слагающих ее элементов;

2) система представляет собой некоторую структуру, построенную по иерархическому или сетевому принципу организации, но с элементами иерархической структуры;

3) система представлена своими субъектами, имеющими как общие, так и частные цели;

4) изучение свойств системы возможно с использованием методов моделирования. Модели систем должны учитывать все их определяющие свойства и связи с окружающей средой;

5) получаемые решения могут рассматриваться лишь как этапные, т. е. они должны непрерывно или периодически корректироваться и дополняться с учетом вновь появляющихся, ранее не учтенных обстоятельств, отражая свойство адаптивности БИС.

Реализация этих общих принципов требует применения соответствующей совокупности методов анализа БИС и выработки решений (рекомендаций) по их развитию и функционированию. Эта совокупность образует синтезирующую дисциплину – системный анализ. К системному анализу, применяемому для исследования БСЭ, относятся методы технической и экономической кибернетики, исследования операций, теория принятия решений в условиях неопределенности целей и исходной информации о существующем и прогнозном состоянии БСЭ и условиях их развития.

Системный анализ использует все классические и современные методы анализа, такие как линейное, нелинейное, динамическое, дискретное, стохастическое программирование; теорию распознавания образов; теорию нечетких множеств и свидетельств; математическую статистику, особенно регрессионный и корреляционный анализы; планирование эксперимента; экспертный анализ; математическую логику и диалоговые процедуры; имитационное моделирование и т. д.

В самом общем (однако несколько упрощенном) виде задачи развития БСЭ можно представить в форме схемы, изображенной на рис. 1, а. Здесь показаны вектор параметров внешних условий развития $\mathbf{X}(t)$, вектор управляющих воздействий $\mathbf{Y}(t)$, вектор случайных параметров $\mathbf{Z}(t)$ и критериальный векторный интегральный функционал \mathbf{F}_T . Векторный критериальный (целевой) функционал является интегральным, т. к. в больших системах решение, как правило, выбирается не по мгновенной реакции системы, а по интегральному результату за некоторый срок T (срок оптимизации):

$$F_{T_i} = \int_0^T F_i(\mathbf{X}(t), \mathbf{Y}(t), \mathbf{Z}(t)) dt, i = \overline{1, n}. \quad (1)$$

При таком представлении значение векторного функционала цели выражается в виде функции входных параметров, а в конечном счете – в виде функции управляющих воздействий $\mathbf{Y}(t)$. Строго говоря, лишь экстремальное значение функционала цели носит название критерий. Однако для краткости часто и сам функционал цели называют критерием.

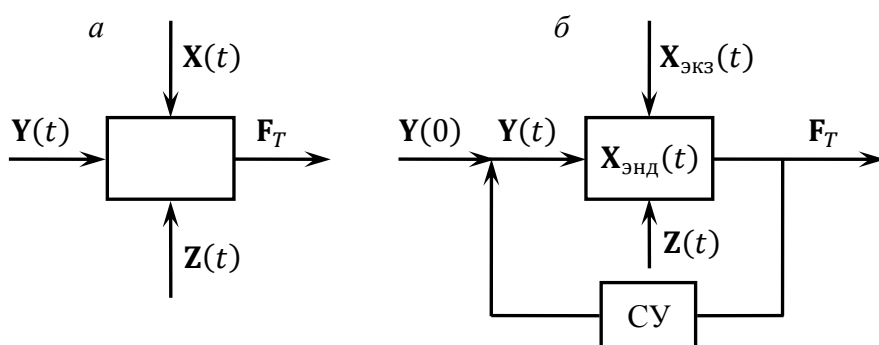


Рис. 1. Схематические представления модели системы

Изменение параметров \mathbf{X} , \mathbf{Y} и \mathbf{Z} , как правило, ограничивается некоторыми диапазонами типа

$$\mathbf{X}_{\min} \leq \mathbf{X} \leq \mathbf{X}_{\max}. \quad (2)$$

Их изменение может также быть взаимно обусловленным:

$$\Phi_t \left(\mathbf{X}(t), \mathbf{Y}(t), \mathbf{Z}(t) \right) \geq 0. \quad (3)$$

Зависимости типа (3) носят название условий связи.

Модель системы, изображенной на рис. 1, *а*, носит название «черный ящик», т. к. о ее внутренних связях ничего не известно. Как правило, некоторая информация о внутренних связях в системах энергетики имеется, что позволяет параметры системы представить в виде внутренних (эндогенных) $\mathbf{X}_{\text{энд}}(t)$ и внешних (экзогенных) $\mathbf{X}_{\text{экз}}(t)$. Выработка управляющих воздействий осуществляется некоторой СУ, реакция которой проявляется в виде обратной связи (см. рис. 1, *б*). Соответствующая модель системы может быть названа «серым ящиком». Значения, принимаемые эндогенными переменными, зависят от значений экзогенных (внешних условий) и управляющих переменных

$$\mathbf{X}_{\text{энд}}(t) = \Phi \left(\mathbf{X}_{\text{экз}}(t), \mathbf{Y}(t), \mathbf{Z}(t) \right). \quad (4)$$

Поэтому экзогенные и управляющие переменные называются независимыми, а эндогенные – зависимыми.

2. КРАТКАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА ЗАДАЧ ПЛАНИРОВАНИЯ РАЗВИТИЯ ЭЭС

Электроэнергетика, являясь системой открытого типа, имеет тесные связи с другими народнохозяйственными системами. В первую очередь к ним относятся связи с топливоснабжающими системами: углеснабжающей, газоснабжающей, нефтеснабжающей, ядерно-энергетической. В результате можно говорить о существовании системы особого рода – топливно-энергетическом комплексе (ТЭК). Следует выделить подсистемы экономики, смежные с ТЭК: транспортную, энерго- и электромашиностроение, электроаппаратостроение.

Здесь были названы системы производственного типа, связанные с электроэнергетикой по ее ресурсному обеспечению. Связь такого же типа, но непродуцирующую, электроэнергетика имеет с окружающей природной средой, ресурсы которой она также потребляет. В то же время электроэнергетика связана со всеми народнохозяйственными системами через поставку своей продукции, т. е. с отраслями промышленности, строительным комплексом, сельским хозяйством, коммунально-бытовым сектором.

В период существования жесткой централизованной системы управления народным хозяйством задачи планирования развития отраслей существенно упрощались вследствие строгой иерархической структуры управления экономикой страны и подчинения частных целей подсистем единой общей цели развития экономики в целом. Это позволяло говорить не просто о планировании развития, но даже об управлении развитием.

С отказом от административных методов управления и переходом к рыночному регулированию произошел отказ от жесткой системы подчинения низших иерархических уровней экономики верхним. Соответственно была ликвидирована и система подчинения частных целей субъектов СУ общим народнохозяйственным (а зачастую и политическим). Резко ослабели вертикальные связи в управлении. Тем не менее иерархичность строения экономики сохранилась по технологическим причинам. Способы управления в такой системе значительно усложнились из-за децентрализации самой системы управления. Это привело, с одной стороны, к тому, что основные задачи развития электроэнергетики сохранились, хотя и модифицировались применительно к новым условиям, а с другой стороны – к появлению новых задач развития, актуальных в условиях рыночной экономики.

Существенно изменились и подходы к самим задачам развития. В них значительно увеличился вес аспекта прогнозирования и снизился вес аспекта управления, возросла степень неопределенности целей и информации о будущих условиях развития. Целью анализа при рассмотрении задач является, как правило, не выработка предписаний, а сообщение лицу, принимающему решения (ЛПР), всей необходимой информации об условиях развития, последствиях принятия тех или иных решений в различных условиях и рекомендаций наиболее рациональных решений с их обоснованием.

Рассматривая задачи развития электроэнергетики, необходимо учитывать, что, с одной стороны, технологическая структура электроэнергетики, состоящей из Единой электроэнергетической системы России (ЕЭЭС), объединенных электроэнергетических систем (ОЭЭС), районных (территориальных) электроэнергетических систем (ЭЭС), предприятий электрических сетей (ПЭС), электростанций, электросетевых районов, сохранилась. Однако произошли серьезные изменения в структуре их управления в связи с акционированием электроэнергетики, что привело к росту самостоятельности регио-

нальной электроэнергетики и необходимости выработки рациональных решений не на основе предписаний, а на основе поиска консенсуса среди субъектов СУ.

Изменения в системе управления электроэнергетикой коснулись и проектных организаций, решающих задачи развития ЭЭС. С созданием акционерных обществ из отделений головных проектных институтов произошла регионализация управления развитием электроэнергетики.

При формировании задач развития электроэнергетики следует учитывать также возросшую самостоятельность ее подсистем: электрогенерирующей, электрораспределяющей и электропотребляющей. В настоящее время в России еще сохраняется, хотя и в ослабленной форме, монополизация электроснабжающей отрасли, поэтому пока нет явного разделения первых двух из отмеченных подсистем. В то же время электропотребляющие подсистемы, получив экономическую самостоятельность, становятся вполне самостоятельными субъектами по отношению к электроснабжающим, что не может не отразиться на задачах развития.

В свете сказанного рассмотрим структуру задач развития электроэнергетики [3]. Основные задачи представлены в табл. 1. Хотя в настоящее время вертикальные иерархические связи в СУ значительно ослабели, признаки иерархической классификации – производственный, территориальный, временной – целесообразно сохранить. Это соответствует технологическим особенностям ЭЭС и других подсистем экономики и итерационному циклическому характеру выработки решений по их развитию. Выделение иерархических уровней, кроме того, отвечает сложности БСЭ, требующей применения поэтапного агрегированного принципа анализа и выработки решений по развитию.

По поводу изложенной в табл. 1 классификации необходимо отметить следующее. Не вошли в таблицу, но учитываются при решении задач прогнозы общеэкономической и социальной ситуации в стране, ее регионах и территориях, динамики отечественного и мирового рынков. Эти вопросы разрабатываются на стадиях формирования стратегии или концепции развития электроэнергетики страны и программ развития электроэнергетики регионов. Для этого широко применяется сценарный подход. Стратегия и программы развития электроэнергетики, как правило, разрабатываются как раздел стратегии и программ развития ТЭК или даже экономики регионов.

Последующие задачи пп. 3–6, упомянутые в таблице, могут ставиться как самостоятельные. Однако обычно они разрабатываются в комплексе с формированием энергопрограмм.

Задачи прогнозирования новой техники относятся к прогнозированию научно-технического прогресса (НТП). Их особенностями в данной постановке являются необходимость учета значительной инерционности процесса создания и освоения новой техники, неопределенность прогнозных значений ее экономических показателей, зависящих, кроме всего, от конъюнктуры спроса. При их решении следует также учитывать мировой рынок и соотношение на нем цен и предложений.

Как потребность в новой технике, так и результаты определения рациональной концентрации на локальном (агрегаты, единичные мощности электростанций) и региональном (энергетические комплексы) уровнях требуют определения рациональной степени интеграции систем энергетики для энергоснабжающих систем с учетом энергопотребляющих систем. Эта сравнительно новая задача, возникшая в связи с переходом к рынку, является развитием известной задачи определения рациональной глубины электрификации. Эти задачи имеют тесную взаимосвязь с задачей формирования структуры электрогенерирующих источников по типам электростанций.

Если последняя задача требует высокой степени агрегирования информации, то решение следующей (см. п. 6 табл. 1) приводит к определению показателей конкретных энергетических объектов.

Наблюдающаяся в последние годы интенсификация процесса физического и морального износа основного оборудования ЭЭС в сочетании с инфляционными процессами, увеличивающими финансовый риск крупных инвестиций, приводит к повышению привлекательности вариантов реконструкции и модернизации действующего оборудования электростанций по отношению к новому энергетическому строительству.

Если задачи 1–6 целиком относятся к предпроектным стадиям работ, то задачи разработки схем развития электрических сетей переходят также в разряд проектной стадии работ. В то же время целый ряд принципиальных решений, принимаемых в этих задачах, определяется на предпроектных стадиях. Например, принципиальные вопросы развития системообразующих сетей определяются рациональной степенью интеграции ЭЭС. Это означает выбор между стратегией самобалансирования и рационального уровня взаимопомощи ЭЭС, а на стадиях разработки схем электроснабжения потребителей – рациональных уровней централизации электроснабжения.

Таблица 1

Задачи прогнозирования для развития ЭЭС

Задача	Производственный и территориальный уровень	Ориентировочный временной период, лет	Решения, обосновываемые в задаче
1. Прогнозирование нагрузок и электропотребления	ЕЭЭС, страна	20–30	Перспективная потребность в электроэнергии. Характерные режимные показатели спроса
	ОЭЭС, регион	20	Перспективная потребность в электроэнергии. Характерные графики электрических нагрузок. Балансы мощности и энергии
	ЭЭС, адм.обл. (республика)	10–15	То же
	Энергорайон (ЭР), узел нагрузки (УН)	10–15	Перспективная потребность в электроэнергии. Характерные показатели графиков нагрузки
2. Разработка стратегии и программ развития электроэнергетики	ЕЭЭС	20–30	Стратегические направления в прогнозировании развития электроэнергетики страны, разработка приоритетов государственной поддержки регионов и подотраслей ТЭК
	ОЭЭС, регион, ЭЭС, адм.обл.	15–20	Программы развития электроэнергетики регионов и их ЭЭС (территорий) и определение рациональной степени интеграции
3. Прогнозирование новой техники (основного оборудования)	Страна, мировой рынок		Новые классы напряжения; типы, единичные мощности и экономические показатели генерирующего и электросетевого оборудования
3.1. Разработка новых типов и создание опытных образцов		5–10	
3.2. Серийное производство		15–20	
3.3. Определение перспективной потребности в основном оборудовании	ЕЭЭС ОЭЭС ЭЭС	20–30 15–20 10–15	Прогнозирование и размещение заказов на предприятиях
4. Определение рациональной степени концентрации электроэнергетики	ЕЭЭС ОЭЭС ЭЭС, ЭР, УН		
4.1. Определение рациональной концентрации генерирующих мощностей		20–30 15–20	Рациональная территориальная, станционная и блочная концентрация (по типам электростанций) по элементам агрегирования
		5–10	Расширение зоны централизованного электроснабжения. Рациональная схема электроснабжения
5. Определение структуры генерирующих мощностей	ЕЭЭС ОЭЭС	20–30 15–20	Прогнозные объемы ввода генерирующей мощности по типам электростанций
6. Оптимизация размещения и мощности электростанций с учетом их технического перевооружения	ОЭЭС, ЭЭС	10–20	Определение пунктов и площадок новых электростанций, темпов ввода мощностей; рекомендуемых вариантов реконструкции существующих электростанций
7. Разработка схем развития электрических сетей	ЕЭЭС	10–20	Структура системообразующих сетей ЕЭЭС, межсистемные связи для ОЭЭС
	ОЭЭС	10–15	То же для ОЭЭС и ЭЭС
	ЭЭС	5–10	Схемы основных электрических сетей ЭЭС

Одним из важнейших разделов работ, выполняемых на предпроектной стадии, является разработка технико-экономических обоснований (ТЭО). Этот вид работ выполняется, как правило, для электростанций, схем развития электрических сетей и наиболее крупных электросетевых объектов. В последнее время в связи с экономической самостоятельностью энергетических предприятий этот вид работ может принимать форму разработки бизнес-планов сооружения энергетических объектов, основной целью которых является определение их финансовой эффективности.

При разработках развития ЭЭС на предпроектных стадиях следует учитывать инерционность энергетического комплекса из-за его высокой капиталоемкости. Это снижает адаптационные возможности ТЭК, поэтому проектирование и строительство объектов ТЭК должно быть упреждающим и опережающим. Иначе из-за влияния факторов неопределенности развития отрицательные последствия могут оказаться катастрофическими.

Работы, выполненные на предпроектных стадиях, практически предопределяют дальнейшее развитие ЭЭС. Они задают технические условия (техническое задание) для конкретного проектирования энергетических объектов, выполняемого также стадийно – в виде разработки технического проекта и рабочих чертежей.

В заключение необходимо отметить, что в табл. 1 упомянуты лишь основные задачи перспективного развития ЭЭС и не упомянуты многие важные задачи, такие как разработка программ энергосбережения (или программ повышения эффективности использования энергии), программ развития нетрадиционных источников энергии, определения рациональных уровней резерва мощности в ЭЭС. В последнее время в связи с нестабильностью развития в число актуальных выдвинулась задача анализа энергетической безопасности региона и его территорий, решаемая в рамках анализа экономической безопасности.

3. ТИПЫ УСЛОВИЙ ОПТИМИЗАЦИИ И ХАРАКТЕР РЕШЕНИЙ В ЗАДАЧАХ РАЗВИТИЯ ЭЭС. КРИТЕРИИ ПРИНЯТИЯ РЕШЕНИЙ В УСЛОВИЯХ НЕОПРЕДЕЛЕННОСТИ

Хотя, как правило, в задачах развития энергосистем решения приходится принимать в условиях многокритериальности, исследователь всегда стремится упростить постановку задачи, сводя ее к одно-

критериальной. Для этого случая представляет интерес рассмотреть, как результат решения зависит от свойств исходной информации о внешних условиях развития.

Эти условия могут быть представлены следующими вариантами: детерминированно (определенно), вероятно и неопределенно. В первом случае оптимизируемая функция цели $F(X, Y)$ (пусть, например, критерий – это минимум функции цели) может быть записана как функция лишь параметра управления Y (для простоты рассмотрим одномерные параметры X и Y) $F(Y) \rightarrow \min$, что изображается на рис. 2. Параметр внешних условий X на графике не изображается, т. к. имеет фиксированное значение и не влияет на результаты оптимизации. Как видно из рис. 2, в детерминированных условиях решение единственно.

Во втором случае – вероятностных условий – параметр X может принимать различные значения X_1, X_2, \dots, X_n , однако пусть нам известны вероятности появления этих значений p_1, p_2, \dots, p_n , $\sum_{j=1}^n p_j = 1$. Соответствующая картина изображена на рис. 3. При любых заданных внешних условиях $X_i, i = \overline{1, n}$ оптимизацию можно провести так же, как в предыдущем случае при детерминированных условиях, получив соответственно решения $Y_{i \text{ опт}}, i = \overline{1, n}$. Однако какое же из решений выбрать?

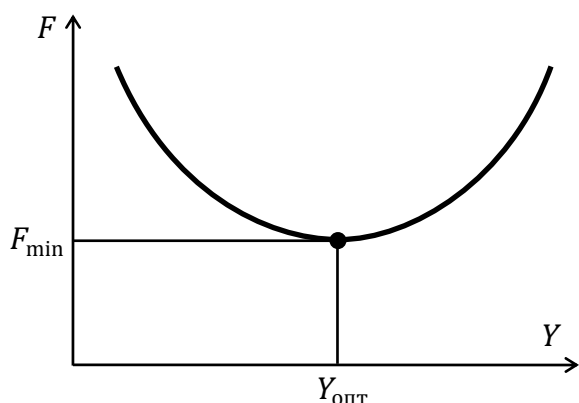


Рис. 2. Характер решения при детерминированных условиях

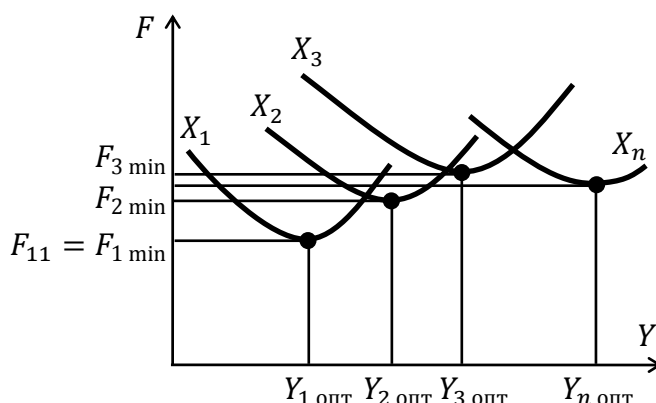


Рис. 3. Иллюстрация вероятностных и неопределенных условий оптимизации

Для произвольного условно-оптимального решения $Y_{i \text{ опт}}$ значение функционала цели $F_{i \min}$ будет достигаться с той же вероятностью, с какой будет выполнено условие X_i . Отсюда нетрудно видеть,

что ожидаемое значение (или **математическое ожидание**) функционала цели определяется формулой

$$MF_i(Y_{i \text{ опт}}) = \sum_{j=1}^n p_j F_{ij}(X_j, Y_{i \text{ опт}}). \quad (5)$$

Очевидно, что оптимальное решение $Y_{\text{опт}}$ соответствует критерию

$$MF(Y_{\text{опт}}) = \min_{i=1, n} MF_i(Y_{i \text{ опт}}) \quad (6)$$

или, что то же самое,

$$MF(Y_{\text{опт}}) = \min_{i=1, n} \sum_{j=1}^n p_j F_{ij}(X_j, Y_{i \text{ опт}}). \quad (7)$$

Критерий (5) может оказаться неудобным для использования, если оптимизация для каждого фиксированного значения X_i затруднена. В случае дискретного изменения управляющего параметра Y целесообразно осуществить прямую оптимизацию аналогично описанной выше с использованием всех допустимых значений Y . Если таковыми являются значения Y_i , $i = \overline{1, m}$, то оптимальное решение определится формулой

$$MF(Y_{\text{опт}}) = \min_{i=1, m} \sum_{j=1}^n p_j F_{ij}(X_j, Y_i). \quad (8)$$

Соответствующий процесс вычислений можно организовать в форме табл. 2.

Таблица 2

Вычисления при оптимизации в вероятностно-определенных условиях

Y	X_1	X_2	...	X_j	...	X_n	MF
	p_1	p_2	...	p_j	...	p_n	
Y_1	F_{11}	F_{12}	...	F_{1j}	...	F_{1n}	$MF_1 = \sum_{j=1}^n p_j F_{1j}$
Y_2	F_{21}	F_{22}	...	F_{2j}	...	F_{2n}	$MF_2 = \sum_{j=1}^n p_j F_{2j}$
...
Y_i	F_{i1}	F_{i2}	...	F_{ij}	...	F_{in}	$MF_i = \sum_{j=1}^n p_j F_{ij}$
...
Y_m	F_{m1}	F_{m2}	...	F_{mj}	...	F_{mn}	$MF_m = \sum_{j=1}^n p_j F_{mj}$
Критерий оптимальности							$\min_{i=1, m} MF_i$

Ниже приведен пример оптимизации в вероятностно-определенных условиях. Пусть $X_j, j = \overline{1, n}$ – это значения перспективной нагрузки энергосистемы, а p_j – известные вероятности, с которыми реализуются эти значения. Пусть также $Y_i, i = \overline{1, m}$ – это варианты решений по вводу новой генерирующей мощности, а F_{ij} – значения приведенных затрат, связанных с этим вводом и зависящих также от величины перспективной нагрузки. Оптимальное решение задачи – это выбор такого варианта ввода мощности, которому соответствует минимум ожидаемых приведенных затрат.

Как видно, при вероятностно-определенных условиях оптимальное решение также единственно.

Наиболее распространенным в практике случаем, однако, являются условия неопределенности. Этот случай можно изобразить схемой, представленной в табл. 2 (без второй строки и последнего столбца), но с неизвестными вероятностями наступления тех или иных условий $X_j, j = \overline{1, n}$. Например, удастся дать прогноз диапазона перспективных нагрузок энергосистемы $[X_1, \dots, X_n]$, но неизвестно, какое значение нагрузки из этого диапазона будет реализовано.

Значения функционала цели F , получаемые для сопоставляемых вариантов (альтернатив) Y при различных внешних условиях X , образуют так называемую платежную матрицу (выделена в табл. 2 рамкой). Значения функции F при этом можно трактовать как затраты ресурса, которые мы стремимся минимизировать. Рекомендации или правила выбора наилучшего решения в такой ситуации даются теорией принятия решений в условиях неопределенности. Эта теория не позволяет дать однозначный ответ по выбору наилучшего решения. Однако она позволяет выстроить несколько цепей логических рассуждений по обоснованию выбора. Соответственно получаем несколько критериев выбора.

1. Критерий минимаксных затрат (критерий Вальда). Этот критерий основан на следующих рассуждениях. Рассмотрим вариант решения Y_1 (первая строка платежной матрицы). Поскольку не известно, какое значение параметра внешних условий будет реализовано, будем из осторожности ориентироваться на наиболее неблагоприятный случай, соответствующий $\max_{j=\overline{1, n}} F_{ij}$. Таким образом мы определим значение функции цели, непревышение которого при выборе варианта Y_1 будет гарантировано. Аналогично поступим для всех остальных вариантов (см. табл. 3, столбец « $\max F$ »).

Таблица 3

Формирование критериев минимакса и недостаточного основания

Y	X_1	X_2	...	X_j	...	X_n	$\max F$	\bar{F}
Y_1	F_{11}	F_{12}	...	F_{1j}	...	F_{1n}	$\max_j F_{1j}$	$\frac{1}{n} \sum_{j=1}^n F_{1j}$
Y_2	F_{21}	F_{22}	...	F_{2j}	...	F_{2n}	$\max_j F_{2j}$	$\frac{1}{n} \sum_{j=1}^n F_{2j}$
...
Y_i	F_{i1}	F_{i2}	...	F_{ij}	...	F_{in}	$\max_j F_{ij}$	$\frac{1}{n} \sum_{j=1}^n F_{ij}$
...
Y_m	F_{m1}	F_{m2}	...	F_{mj}	...	F_{mn}	$\max_j F_{mj}$	$\frac{1}{n} \sum_{j=1}^n F_{mj}$
Критерий оптимальности							$\min_i \max_j F_{ij}$	$\min_i \left(\frac{1}{n} \sum_{j=1}^n F_{ij} \right)$

Если в качестве критерия оптимальности принять минимальное из всех полученных значений

$$\underline{F} = \min_{i=1,m} \max_{j=1,n} F_{ij}, \quad (9)$$

то можно утверждать, что результат \underline{F} является гарантированным в любой самой неблагоприятной ситуации; и если F трактовать как расход ресурса на реализацию проекта, то \underline{F} является тем значением, которое при выборе соответствующей стратегии заведомо не будет превышено, а при благоприятном стечении обстоятельств может оказаться и меньше. Такой гарантии не может дать никакая другая стратегия. Соответствующая стратегия называется минимаксной.

2. Критерий недостаточного основания (критерий Лапласа).

Критерий минимакса имеет тот недостаток, что он сориентирован на учет лишь самой неблагоприятной ситуации. Такой критерий имеет безусловное преимущество, если выбор стратегии приходится делать в условиях, когда кто-то (назовем его противником) стремится создать нам такие условия. Соответствующие ситуации могут возникать в антагонистических играх двух лиц (например, картах, военных сра-

жениях). Тогда мы можем рассматривать себя как сторону Y , а сторону X представлять в виде противника, выбирающего против нас ту или иную стратегию X_j так, чтобы наш проигрыш, являющийся одновременно выигрышем для игрока X , был максимальным. Теория, рассматривающая такие ситуации, носит название теории игр.

Однако в задачах развития энергетики нельзя представить сторону X как сознательно стремящуюся создать для нас наиболее неблагоприятную обстановку. Значения X_j есть результат нашего недостаточного знания закономерностей природы, а природа может ставить перед нами сложные задачи, но она не злонамеренна. В связи с этим логично при выборе стратегии учитывать не только наиболее неблагоприятные условия, но и любые другие.

Поскольку у нас нет оснований отдать предпочтение какому-либо конкретному из условий X , логично считать их равновероятными с вероятностями $p_j = 1/n$. Тогда можно применить подход, использованный в табл. 2, что соответствует расчету среднего значения функционала цели по каждой строке Y_i , $i = \overline{1, m}$. Тогда в качестве критерия необходимо принимать минимальное из рассчитанных значений

$$\bar{F} = \min_{i=\overline{1, m}} \left(\frac{1}{n} \sum_{j=1}^n F_{ij} \right). \quad (10)$$

Соответствующий критерий носит название «критерий недостаточного основания» (см. последний столбец табл. 3). Применение критериев минимаксных затрат и недостаточного основания иллюстрируется примером из табл. 4.

Таблица 4

Пример применения критериев минимаксных затрат
и недостаточного основания

Y	X_1	X_2	X_3	$\max F$	\bar{F}
Y_1	10	12,8	11,5	12,8	11,43
Y_2	10	11	13	13	11,33
Y_3	12	11	10,5	12	11,17
Y_4	11	10,5	12,5	12,5	11,33
Значение критерия				12	11,17
Оптимальное решение				Y_3	Y_3

Как следует из табл. 4, в данном случае оба критерия дали одно и то же оптимальное решение.

3. Критерий минимаксного риска (критерий Севиджа). Наряду с введенными выше широко используется критерий, основанный на преобразовании платежной матрицы в матрицу риска и последующем применении к ней минимаксного критерия. Логiku рассуждений по обоснованию этого критерия рассмотрим на численном примере табл. 4.

Предположим, будут выполнены условия X_1 . Найдем варианты, для которых затраты при этих условиях минимальны. В нашем случае это Y_1 и Y_2 . Определим перерасход ресурса, который будет иметь место при принятии других вариантов. Для варианта Y_3 это будет $F_{31} - F_{11} = 12 - 10 = 2$, а для варианта Y_4 : $F_{41} - F_{11} = 11 - 10 = 1$. Назовем эти величины риском от принятия неверного решения и поместим их на место соответствующих элементов платежной матрицы. Проводя аналогичные рассуждения для других исходных условий, сформируем матрицу риска **R** (табл. 5). Применяя к этой матрице минимаксный критерий, получаем два оптимальных решения – Y_3 и Y_5 . Одно из них совпадает с оптимальными решениями, полученными путем анализа платежной матрицы.

Таблица 5

Пример применения критерия минимаксного риска

Y	X_1	X_2	X_3	$\max F$
Y_1	0	2,3	1	2,3
Y_2	0	0,5	2,5	2,5
Y_3	2	0,5	0	2
Y_4	1	0	2	2
Значение критерия				2
Оптимальное решение				Y_3 и Y_4

4. Критерий Гурвица. Критерий Вальда, как отмечалось выше, имеет тот недостаток, что ориентируется на наиболее неблагоприятную ситуацию. В этом отношении можно говорить, что принимая решение, ориентированное на этот критерий, мы подходим к оценке ситуации с позиций пессимиста. С учетом высокой тяжести негативных последствий от принятия неверных решений в энергетике применение такого подхода имеет веские основания. Однако определенные основания имеет и взвешенная позиция, заключающаяся в учете также благоприятной ситуации, особенно если принять во внимание, что в задачах развития систем энергетики мы имеем дело не с разумным «противником», стремящимся увеличить наши потери,

а с «природой», в результате чего ситуации внешних условий складываются стихийно. Эти рассуждения приводят к критерию оптимальности, взвешенно учитывающему как наиболее, так и наименее благоприятную ситуацию:

$$F_{\Gamma} = \min_{i=1,m} \left[\alpha \max_{j=1,n} F_{ij} + (1 - \alpha) \min_{j=1,n} F_{ij} \right], \quad (11)$$

где α – коэффициент «пессимизма–оптимизма» Гурвица, показывающий, с каким весовым показателем принимается в расчет наиболее неблагоприятная ситуация. Соответственно наиболее благоприятная ситуация принимается во внимание с коэффициентом $1 - \alpha$. Очевидно, что значение коэффициента Гурвица ограничивается диапазоном $0 \leq \alpha \leq 1$. В частности, при $\alpha = 1$ мы имеем дело с критерием Вальда. В табл. 6 приведен пример применения критерия Гурвица при $\alpha = 0,7$.

Таблица 6

Пример применения критерия Гурвица

Y	X_1	X_2	X_3	F_{Γ}
Y_1	10	12,8	11,5	11,96
Y_2	10	11	13	12,1
Y_3	12	11	10,5	11,55
Y_4	11	10,5	12,5	11,9
Значение критерия				11,55
Оптимальное решение				Y_3

Наиболее трудным является вопрос о выборе величины α . В принципе это дело лица, принимающего решения (ЛПР). Учитывая большие экономические потери от неверных решений по развитию систем энергетики и их объектов и высокую инерционность инвестиционного комплекса энергетики, можно рекомендовать выбирать значение коэффициента Гурвица в диапазоне $0,5 \leq \alpha \leq 1$.

Наличие нескольких критериев принятия решения в условиях неопределенности может приводить к неопределенности самих оптимальных решений.

Окончательный выбор делает ЛПР, руководствуясь своими соображениями, в том числе, возможно, по принципу «большинства», т. е. в зависимости от того, какой вариант рекомендуется по большинству критериев.

4. ХАРАКТЕРИСТИКА СУБЪЕКТОВ СИСТЕМЫ УПРАВЛЕНИЯ В ЭНЕРГЕТИКЕ. ФОРМИРОВАНИЕ КРИТЕРИЕВ В ЗАДАЧАХ РАЗВИТИЯ И УПРАВЛЕНИЯ В ЭЛЕКТРОЭНЕРГЕТИКЕ

Выявление критериев принятия решений по развитию и функционированию энергетических систем и их объектов является отправным этапом многокритериального анализа. Решение этой задачи требует формирования и адекватного отражения интересов основных субъектов системы управления (СУ) энергетикой. Структуру энергетики можно представить в виде шести взаимосвязанных звеньев [3]: 1) производство и распределение энергии; 2) сопряженные отрасли энергетического комплекса (ЭК); 3) энергопотребляющие системы; 4) инвестиционный комплекс (энергетическое строительство); 5) сопряженные отрасли экономики (обеспечение материальными ресурсами); 6) региональные системы.

По месту в СУ энергетикой и специфике интересов можно представить следующие группы субъектов: 1) федеральные и территориальные органы управления; 2) население и его общественные организации; 3) инвесторы (банки, акционерные общества и др.); 4) производственные органы управления, включая предпринимательские структуры. Субъекты последней группы, в свою очередь, подразделяются на производителей и потребителей энергии. Классификация субъектов системы управления с выделением их основных интересов представлена в табл. 7.

Для системы централизованного административного управления была характерна строгая иерархическая подчиненность субъектов и их интересов. На высшем уровне находились общегосударственные интересы. Интересы субъектов низших ступеней иерархии должны быть подчинены общегосударственным целям. В настоящее время повышение самостоятельности субъектов СУ и в связи с этим их роли в принятии решений по развитию должны осуществляться не на основе подчинения интересов, а на основе согласования интересов с целью достижения консенсуса. Возможность такого согласования основана на признании объективного существования наряду с частными некоторыми общих целей для всех субъектов СУ. Такими целями представляются достижение энергетической и экономической эффективности, улучшение состояния природной среды, достижение энергетической безопасности и социальной приемлемости. Эти достаточно общие цели могут рассматриваться как выражающие основные интересы звеньев СУ энергетикой и представлены в табл. 7.

Таблица 7

Характеристика интересов субъектов системы управления развитием энергетики

Звено системы	Орган управления	Основные интересы
1. Производство и распределение энергии	Региональные энергосистемы (акционерные общества)	1. Финансовая эффективность отрасли 2. Безопасность и комфортность условий труда 3. Уровень доходов трудящихся 4. Социальная обеспеченность трудящихся (жилье, социальная инфраструктура, сфера обслуживания)
2. Сопряженные отрасли ЭК (добыча, переработка, транспорт топлива)	Предприятия и их ассоциации	То же
3. Энергопотребляющие системы	Предприятия и их ассоциации	1. Надежность энергосбережения 2. Энергосбережение 3. Качество энергии
4. Энергетическое строительство	Предприятия и их ассоциации	1. Реализуемость вариантов 2. Экономическая эффективность строительства 3. Социальная обеспеченность строительно-монтажных коллективов 4. Эффективность использования материальных ресурсов
5. Народнохозяйственный комплекс	Республиканские органы управления	1. Обеспечение сбалансированного расширенного воспроизводства 2. Экономическая эффективность производства 3. Повышение уровня и качества жизни 4. Сохранность природной среды
6. Региональные системы	Местные органы управления; общественные организации; население в зонах объектов ЭК	1. Социальная приемлемость варианта 2. Влияние на здоровье населения 3. Сохранность природной среды 4. Социальное обеспечение населения региона (социальная инфраструктура, сфера обслуживания, компенсационные затраты)

Для решения конкретных задач развития электроэнергетики упомянутые достаточно общие цели должны быть формализованы для возможности применения методов моделирования и оптимизации. Для этого цели необходимо преобразовать в критерии. Ввиду многообразия субъектов и их интересов система критериев также многообразна.

В общем случае для характеристики эффективности решений могут быть выделены восемь групп критериев:

- 1)экономическая и финансовая эффективность;
- 2)экологическая эффективность;
- 3)социальная приемлемость и эффективность;
- 4)обеспеченность народнохозяйственными ресурсами;
- 5)эффективность использования материальных и энергетических ресурсов (ресурсосбережение, энергосбережение);
- 6)реализуемость решений;
- 7)надежность энергоснабжения;
- 8)качество энергии.

Все рассматриваемые критерии имеют сложную иерархическую структуру и описываются совокупностью частных критериев, отражающих их разные стороны. Переход от общих целей к частным, как правило, сопровождается смещением системы приоритетов отдельных субъектов СУ, порой доходящим до противоречия их частных интересов.

Первые две и последние две группы критериев рассмотрены в отдельных параграфах, поэтому ниже показаны особенности структуры 3–6 групп критериев.

Социальные критерии. Социальные и экологические критерии, имея сложную, многоуровневую структуру, взаимодействуют между собой, определяя степень воздействия энергетики на природные системы и население (социальную сферу) региона. Ввиду этого при моделировании развития электроэнергетики их следует рассматривать совместно.

В иерархической структуре задач развития электроэнергетики четко выделяются два уровня: первый – локальный (уровень энергетических объектов) и второй – региональный (уровень агрегированного воздействия групп объектов, относящихся к определенной ограниченной территории). Для показателей первого уровня характерна разнородность и натуральная форма представления; для второго – группировка (агрегирование) показателей первого уровня в некоторые обобщенные параметры. Состав социальных показателей, формирующих частные критерии, представлен в табл. 8.

Эксплуатация энергетических объектов помимо постоянного воздействия на окружающую среду создает риск для их персонала, населения района и природно-экологических систем. Классификация рисков приведена в табл. 9.

Таблица 8

**Структура частных социальных критериев влияния
электроэнергетики**

Группа критериев	Локальные показатели	Региональные показатели
1. Развитие социальной инфраструктуры	1. Численность промышленно-производственного персонала (ППП) 2. Численность строительно-монтажных кадров (СМК) 3. Заработная плата (доходы) трудящихся 4. Обеспеченность жильем 5. Развитие сферы обслуживания	1. Численность населения в зоне действия объекта (в радиусах 10–50 км) 2. Объемы сноса строений 3. Количество переселяемого населения 4. Уровень социального обеспечения населения
2. Обеспечение экологической безопасности	Безопасность персонала: 1. Численность персонала (по категориям) 2. Характеристика вредных воздействий и их вероятностей 2.1. При нормальной эксплуатации 2.2. При авариях различной степени тяжести	Безопасность населения: 1. Численность населения в зонах действия объекта (в радиусах до 100 км) 2. Характеристика промышленного развития региона (в той же зоне) 3. Характеристика земельного фонда 4. Характеристика сельского хозяйства 5. Характеристика природных комплексов 6. Характеристика маргинальных эффектов при уникальных авариях

Таблица 9

**Показатели рисков для человека
и природно-экологических систем**

Компонент среды	Удельные годовые риски
1. Человек	1. Профессиональные 1.1. Заболеваемость 1.1.1. Кратковременные 1.1.2. Длительные 1.2. Травматизм 1.3. Смертность 2. Для населения региона А. Заболеваемость В. Травматизм Смертность
2. Природные комплексы	1. Разрушение биогеоценоза 2. Исчезновение отдельных видов растений и животных
3. Сельское хозяйство	Снижение продуктивности
4. Лесное хозяйство	
5. Рыбное хозяйство	

Большие трудности представляет определение рисков катастроф и их отдаленных последствий. Например, для ядерных технологий, гидротехнических сооружений и некоторых других объектов необходимо рассматривать периоды времени не менее 1000 лет. Для получения интегральных оценок влияния энергетических объектов на природные системы и общество необходимо анализировать эколого-социальные последствия строительства и функционирования как объектов ЭЭС, так и сопряженных с ними отраслей ЭК. Наряду с интегральными оценками необходимо рассматривать гипотетические аварии различной степени тяжести.

По совокупности показателей рисков должна обосновываться система компенсационных затрат для населения в зонах влияния электростанций и сопряженных отраслей ЭК. Наиболее сложным является обоснование платы за риски из-за плохой предсказуемости последствий и вероятностной природы аварийных ситуаций.

Критерии обеспеченности ресурсами. Эта группа критериев состоит из показателей обеспеченности трудовыми, материальными и энергетическими ресурсами.

Обеспеченность трудовыми ресурсами определяется потребностью в промышленно-производственном персонале и наличием строительно-монтажных и эксплуатационных кадров.

Обеспеченность материальными ресурсами определяется наличием и возможностями поставок энергетического оборудования для ЭЭС и их объектов, наличием и производственными мощностями строительных баз для сооружения энергетических объектов.

Обеспеченность энергетическими ресурсами определяется наличием и объемами возможного использования в энергетике топливных ресурсов.

Критерии эффективности использования энергетических ресурсов. Основные задачи анализа эффективности использования энергетических ресурсов – это задачи поиска путей и определения целесообразных размеров энергосбережения в энергоснабжающих и энергопотребляющих системах. Анализ энергосбережения обычно состоит из двух этапов: 1) определение потенциала энергосбережения; 2) определение рациональной структуры и размеров реализации энергосбережения.

В электроэнергетическом производстве последний этап обычно связан с решением задач определения рациональной глубины электрификации и определения рационального соотношения электрификации и теплофикации.

Критерии реализуемости. Эта группа состоит из двух типов критериев: реализуемости и стимулирования.

Критерий реализуемости показывает, насколько велики трудности (организационные, материальные, финансовые, юридические и т. п.) реализации рассматриваемого решения (проекта). Его компонентами являются: степень подготовленности технологии, обеспеченность материально-техническими ресурсами, условия инвестирования, наличие производственных мощностей, подготовленность проектно-сметной документации и т. д.

Критерий стимулирования показывает роль человеческого фактора в реализации решений по развитию и эксплуатации ЭЭС и их объектов. Он характеризует степень заинтересованности субъектов СУ. Его формирование связано с анализом условий и механизмов стимулирования по всем звеньям технологической цепи. Демонтаж централизованной системы управления экономикой и условия переходного периода к рыночной экономике привели к разрушению старых рычагов стимулирования, в то время как новые механизмы стимулирования еще только создаются. Эти трудности проявляют себя в настоящее время в том, что механизмы стимулирования часто действуют рассогласованно с другими критериями, особенно такими, как социальные, экологические, экономической эффективности.

В заключение необходимо отметить, что лишь с разрушением административно-командной системы управления экономикой создались предпосылки реального действия всей совокупности отмеченных критериев. Однако соответствующие методы анализа находятся пока лишь в периоде становления. Трудности начинаются уже на стадии получения оценок по критериям. По многим из них оценки удастся получить только экспертным путем.

5. ОСНОВЫ ТЕХНИКО-ЭКОНОМИЧЕСКИХ РАСЧЕТОВ В ЭЭС. ПОКАЗАТЕЛИ ЭКОНОМИЧЕСКОЙ И ФИНАНСОВОЙ ЭФФЕКТИВНОСТИ

Группа критериев экономической и финансовой эффективности является, пожалуй, наиболее широко используемой в задачах развития ЭЭС, так что многие другие критерии стремятся при возможности свести к этой группе, т. е. выразить в денежных единицах. Произошедшие в последние годы изменения в экономике, связанные с рыночными преобразованиями, требуют пересмотра традиционных подходов к формированию экономических критериев. Однако до

настоящего времени нет устоявшихся методик расчетов экономической и финансовой эффективности, соответствующих новым условиям, и в практике проектирования по-прежнему широко используются нормативные материалы [5], разработанные для централизованной государственно управляемой экономики. Поэтому ниже показаны способы формирования экономических критериев для обоих принципов организации экономики и сделана попытка их сопоставления.

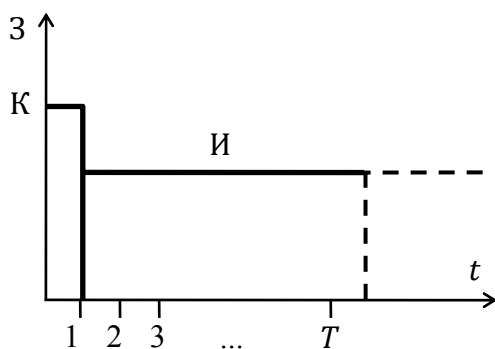


Рис. 4. Статический случай расчета затрат

Широко известна и повсеместно используется формула ежегодных приведенных затрат для статического случая одновременных капиталовложений K и неизменных во времени эксплуатационных издержек I (рис. 4) вида

$$Z = E_n \cdot K + I. \quad (12)$$

Здесь E_n — нормативный коэффициент сравнительной эффективности капиталовложений, нормируемое значение которого для энергетики равно 0,12. Формула (12)

имеет следующее теоретическое обоснование, базирующееся на понятиях оптимального распределения ресурсов в централизованной экономике. Предположим, что для отрасли энергетики выделены суммарные ресурсы K для инвестиций в новые или расширяющиеся объекты $i = \overline{1, n}$, обеспечивающие плановое задание по перспективному производству энергии. Объем этих инвестиций определен путем решения более общей задачи распределения ресурсов между отраслями народного хозяйства с учетом обороны и развития социальной сферы. Тогда задача распределения заданных ресурсов между объектами сводится к задаче нахождения минимума суммарных по всем n объектам ежегодных издержек при заданных суммарных капиталовложениях:

$$\sum_{i=1}^n I_i \rightarrow \min; \quad \sum_{i=1}^n K_i = K. \quad (13)$$

Издержки по каждому объекту зависят от капиталовложений в объект. Если при росте капиталовложений издержки также возрастают, то следует ограничиться минимально возможными капиталовложениями, поэтому интерес представляет лишь случай снижения

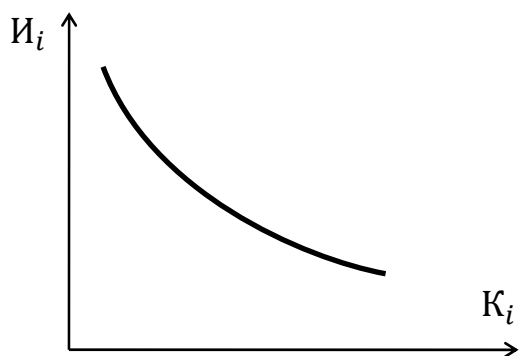


Рис. 5. Вид функции ежегодных издержек на объект i

издержек при росте инвестиций (рис. 5), что будет свидетельствовать об определенной эффективности дополнительных капиталовложений.

Если бы не было ограничения по капиталовложениям, то минимум суммарных издержек можно было бы найти, приравняв нулю частные производные от функции суммарных издержек по капиталов-

ложениям и решив полученную систему уравнений. Наличие условия связи несколько усложняет решение. Однако такая задача легко решается применением метода Лагранжа [1]. Необходимо образовать функцию Лагранжа L , включив условие связи в минимизируемую функцию с помощью вспомогательного множителя Лагранжа λ :

$$L = \sum_{i=1}^n I_i + \lambda \left(\sum_{i=1}^n K_i - K \right). \quad (14)$$

Тогда минимум функции (14), полученный обычным методом, при надлежащем подборе множителя λ будет соответствовать решению основной задачи (12). Очевидно, что $\min L$ определяется условиями

$$\frac{\partial L}{\partial K_j} = \frac{\partial I_j}{\partial K_j} + \lambda = 0, \quad j = \overline{1, n}.$$

Таким образом, условие оптимальности распределения капиталовложений между объектами определяется условием равенства всех приращений издержек в объекты по капиталовложениям в эти объекты

$$\lambda = \frac{\partial I_j}{\partial K_j}, \quad j = \overline{1, n}.$$

Коэффициент λ , как это следует из рис. 5, положителен. Он должен приниматься единым для всех объектов и потому может нормироваться. Его нормированное значение и называется нормативным коэффициентом сравнительной эффективности капиталовложений E_n .

Используя это понятие, легко перейти от выражения (14) к формуле приведенных затрат (15). Заменив в выражении (14) λ на E_n

и отбросив K как постоянную величину, не влияющую на результат оптимизации, имеем

$$Z = \sum_{i=1}^n I_i + E_H \sum_{i=1}^n K_i = \sum_{i=1}^n (E_H K_i + I_i) = \sum_{i=1}^n Z_i. \quad (15)$$

Введение понятия E_H позволяет разрешить очень важную проблему сопоставления затрат, имеющих разную природу, единовременных капиталовложений и ежегодных издержек и получить решение, не зависящее от срока оптимизации.

Однако возможности применения метода ежегодных приведенных затрат ограничены определенными рамками, а именно – должны выполняться условия тождества эффекта (УТЭ), т. е. все сопоставляемые варианты должны иметь один и тот же технический эффект, выражающийся в заранее определенном заданном выпуске продукции. Это условие весьма характерно для плановой экономики. В условиях рыночной экономики такое требование обычно отсутствует, и речь идет не о сравнительной эффективности капиталовложений, а об абсолютной их эффективности. Именно поэтому в условиях рыночной экономики обоснованность применения критерия (11) становится сомнительной. Однако поскольку метод ежегодных приведенных затрат до сих пор повсеместно используется, рассмотрим его применение в динамическом случае.

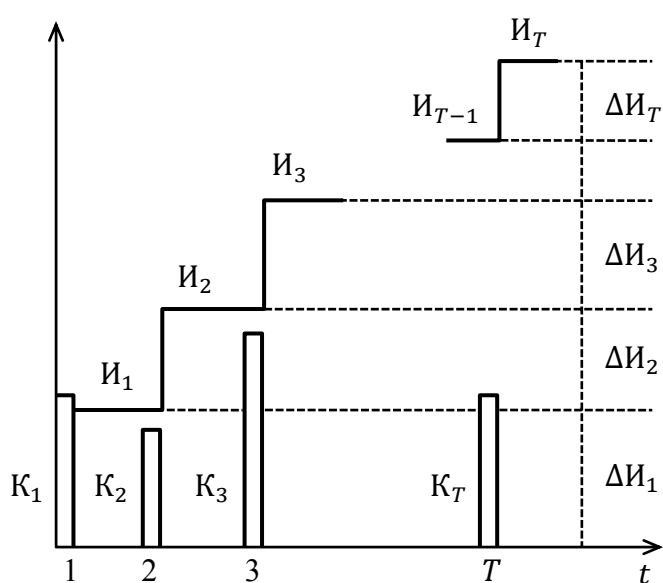


Рис. 6. Динамический случай расчета затрат

Динамический случай представлен на рис. 6, где показано развитие некоторой системы объектов за срок T с ежегодными капиталовложениями K_t , $t = \overline{1, T}$, и издержками I_t . Динамический случай можно представить как совокупность статических задач с капиталовложениями соответствующих лет K_t и приращениями издержек $\Delta I_t = I_t - I_{t-1}$, за пределами срока T не изменяющимися во времени. Тогда ежегодные приращения при-

веденных затрат определяются следующим образом:

$$\begin{cases} t = 1: \Delta Z_1 = E_n K_1 + \Delta I_1, \\ t = 2: \Delta Z_2 = E_n K_2 + \Delta I_2, \\ \vdots \\ t = T: \Delta Z_T = E_n K_T + \Delta I_T. \end{cases} \quad (16)$$

Однако было бы неверно суммировать эти приращения для определения суммарных ежегодных приведенных затрат, поскольку затраты, произведенные в разные годы, для нас неравноценны. В действующих методиках приведенных затрат эту неравноценность предписывалось отражать введением нормативного коэффициента приведения разновременных затрат $E_{н.п}$. Его величина устанавливалась равной 0,08. Соответственно образуется формула приведения разновременных затрат, использующая приведение к первому году рассматриваемого периода по сложным процентам:

$$Z = \Delta Z_1 + \Delta Z_2(1 + E_{н.п})^{-1} + \Delta Z_3(1 + E_{н.п})^{-2} + \dots + \Delta Z_T(1 + E_{н.п})^{-(T-1)}.$$

Учитывая запись (16), можно получить следующую формулу ежегодных приведенных затрат для динамической системы:

$$Z = \sum_{t=1}^T (E_n K_t + \Delta I_t)(1 + E_{н.п})^{-(t-1)}. \quad (17)$$

Наиболее слабыми местами метода ежегодных приведенных затрат является обоснование нормативных коэффициентов E_n и $E_{н.п}$ и ограничение в виде УТЭ.

Переход к рыночному регулированию предъявил новые требования к экономическому сопоставлению вариантов развития. На первое место вышли требования определения всех фактических затрат по производству продукции и эффектов реализации проекта развития. При этом весьма важным является различие народнохозяйственных и предпринимательских затрат и эффектов. Учет первой стороны экономического сопоставления приводит к необходимости расчета экономической эффективности, а второй – финансовой.

Деятельность энергопроизводящего предприятия направляется на то, чтобы, во-первых, обеспечить достаточный уровень рентабельности, а, во-вторых, чтобы в период эксплуатации после утверждения тарифов обеспечить снижение производственных затрат (себестоимо-

сти, за исключением заработной платы) для повышения фактической прибыли. В интересах общества, с одной стороны, исключить низкоэффективные затраты предприятия, чтобы снизить расчетную цену электроэнергии, а с другой, обеспечить предприятию рентабельную работу, т. к. это даст процветание как предприятию, так и обществу (за счет налоговых отчислений).

Несколько иной подход применяется при долговременном планировании. Здесь можно предложить два критерия – экономической и финансовой эффективности.

Критерий экономической эффективности реализует требование минимизации общественно необходимых затрат. Для перспективного периода T он должен учесть все затраты по рассматриваемому варианту (системе, объекту), выраженные в экономических ценах и приведенные с учетом их разновременности. Требование выражения затрат в экономических ценах означает, что все цены в нем должны быть «очищены» от налоговых отчислений и прибыли. В противном случае критерий минимизации затрат лишается смысла. Приведение разновременных затрат осуществляется с помощью коэффициента

$$\alpha = \alpha_{\text{кр}} - \alpha_{\text{инф}}, \quad (18)$$

т. е. ставки банковского кредита, очищенной от инфляционной составляющей. В результате можно получить следующую формулу критерия интегральных приведенных затрат динамической системы:

$$Z_J = \sum_{t=1}^T (K_{\text{эт}} + I_{\text{эт}} - \Lambda_{\text{эт}})(1 + \alpha)^{-t} \rightarrow \min. \quad (19)$$

Здесь $K_{\text{эт}}$, $I_{\text{эт}}$ – капиталовложения и издержки (без реновационных отчислений), отнесенные к концу года t ; $\Lambda_{\text{эт}}$ – остаточная стоимость основных фондов, выбывающих в год t , за вычетом затрат на вывод из эксплуатации, а для года T – вся их остаточная стоимость (поскольку она сохраняет возможность приносить производственный эффект за пределами срока T). Все стоимости выражаются в экономических ценах.

Критерий финансовой эффективности в отличие от критерия экономической эффективности реализует требование максимизации прибыли предприятия. Он выражается в форме максимизации интегральной приведенной чистой стоимости:

$$J = \sum_{t=1}^T \left(D_{\phi t} - (K_{\phi t} + I_{\phi t}) \right) (1 + \alpha)^{-t} \rightarrow \max. \quad (20)$$

Приведение осуществляется к началу рассматриваемого периода, все стоимости выражены в финансовых ценах; $D_{\phi t}$ – доход, полученный в год t от продажи продукции.

Критерий (20) может использоваться для оценки бизнес-плана развития предприятия. На его основе можно получить некоторые дополнительные критерии эффективности проекта. Эти критерии показаны на рис. 7.

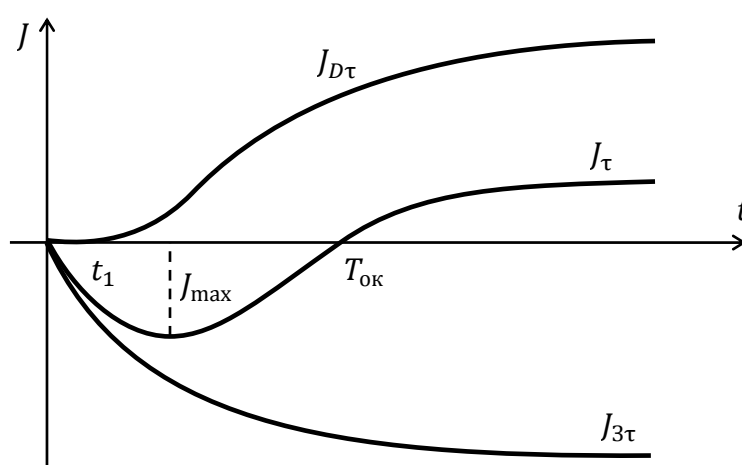


Рис. 7. Оценка финансовой эффективности

Определим текущее значение интегральной приведенной чистой стоимости за срок $(1 - \tau)$, заменив в формуле (20) T на τ и представив его в виде алгебраической суммы

$$J_{\tau} = J_{D\tau} + J_{3\tau}, \quad (21)$$

где $J_{D\tau}$ – соответствует доходу (составляющей D_{ϕ}), а $J_{3\tau}$ – составляющей затрат $(K_{\phi} + I_{\phi})$.

В первые годы реализации проекта затраты, как правило, превышают полученные доходы. Более того, при строительстве нового объекта доход начинает поступать лишь с начала эксплуатации (год t_1 на рис. 7), когда уже произведены значительные инвестиции. Отсюда одним из дополнительных критериев целесообразно иметь максимальный денежный отток – максимальное текущее значение J_{\max} (см. рис. 7). Другим дополнительным критерием можно считать срок окупаемости затрат $T_{\text{ок}}$, при котором текущее значение интегральной приведенной чистой стоимости выходит на ноль из отрицательной области.

В заключение отметим, что результат оптимизации варианта развития зависит от коэффициента приведения α , значение которого может быть установлено с существенной неопределенностью. В связи с этим рекомендуется проверять устойчивость решения относительно изменения коэффициента α в пределах зоны неопределенности. Хотя коэффициент α отстраивается от инфляционной составляющей, однако как его величина, так и диапазон неоднозначности существенно зависят от темпа инфляции $\alpha_{\text{инф}}$. Дело в том, что при повышении темпа инфляции банки повышают процентную ставку на кредит еще быстрее, чтобы застраховаться от повышенного финансового риска.

Изменение коэффициента α приводит к изменению значения интегральной приведенной чистой стоимости, а значит, и уровня рентабельности всего проекта. Исходя из этого, коэффициенту α можно также дать название внутренний коэффициент рентабельности. Представляет интерес определение такого его критического значения, при котором рентабельность проекта равна нулю, т. е. $J(\alpha_{\text{кр}}) = 0$. В совокупности с определением граничных значений диапазона рентабельности, соответствующих границам диапазона неопределенности α , мы получаем еще один частный критерий оценки финансовой эффективности проекта.

Ниже рассмотрена практическая задача оценки финансовой эффективности проекта.

Постановка задачи и исходные данные

Предприятие сооружает подстанцию (ПС) и воздушную линию (ВЛ). Первая очередь вводится через два года, при этом вносятся инвестиции (K) в размере 78 млн. руб. равными долями. Ежегодные издержки обслуживания ($I_{\text{об}}$) введенного энергохозяйства, включая амортизацию, составляют 8 млн. руб., тогда как в период строительства первой очереди они вдвое меньше. При этом потребителям передается электроэнергия (\mathcal{E}) по 100 млн. кВт·ч в год по цене ($c_{\text{пр}}$) 1,2 руб./кВт·ч, из которой 0,9 руб./кВт·ч предприятие платит энергосистеме ($c_{\text{ээс}}$). В 4-й и 5-й годы строится вторая очередь. Инвестиции объемом 56 млн. руб. также вносятся равными долями. После ввода второй очереди с 6-го года начинается стационарная эксплуатация, при которой ежегодные издержки обслуживания увеличиваются до 12 млн. руб., объем продаж электроэнергии удваивается, а цены электроэнергии увеличиваются соответственно ($c_{\text{пр}}$) до 1,4 руб./кВт·ч, а ($c_{\text{ээс}}$) до 1,05 руб./кВт·ч. Определить интегральную чистую приве-

денную стоимость проекта (J) за срок 9 лет, срок окупаемости ($T_{ок}$) и максимальный денежный отток (J_{max}), если коэффициент дисконтирования разновременных затрат α равен 0,09.

Решение задачи. Интегральную чистую приведенную стоимость определим как приведенную к концу первого года рассматриваемого периода по формуле (20).

Расчет целесообразно организовать по этапам, а его результаты оформить в табличном виде. В первой строке табл. 10 записаны капиталовложения по годам развития K_t в млн. руб. Во второй строке указано количество переданной потребителям электроэнергии за каждый год развития \mathcal{E}_t , млн. кВт·ч. В третьей указаны суммарные годовые издержки (себестоимость) предприятия $I_t = C_t$, млн. кВт·ч, которые определяются как сумма издержек обслуживания и издержек на оплату электроэнергии, полученной предприятием от энергосистемы. Суммарные годовые издержки определяются по формуле

$$I_t = C_t = I_{об.t} + c_{ээс} \cdot \mathcal{E}_t.$$

Для первых двух лет периода строительства суммарные годовые издержки составляют $I_t = C_t = 4$ млн. руб. и состоят только из издержек обслуживания $I_{об.t}$, а начиная с третьего года, они возрастают и состоят из двух частей. Первая часть – издержки обслуживания $I_{об.t}$, возрастающие до 8 млн. руб., вторая часть – плата за электроэнергию, полученную от энергосистемы. В третий, четвертый и пятый годы издержки $I_t = C_t = 8 + 0,9 \cdot 100 = 98$ млн. руб., а начиная с шестого года и до конца рассматриваемого расчетного периода $I_t = C_t = 12 + 1,05 \cdot 200 = 222$ млн. руб.

В четвертой строке указаны ежегодные затраты

$$Z_t = K_t + I_t.$$

В пятой строке записаны результаты расчета ежегодного извлекаемого дохода от продажи электроэнергии потребителям

$$D_t = c_{пр} \cdot \mathcal{E}_t.$$

Доход начинает поступать на следующий год после ввода первой очереди подстанции, т. е. начиная с третьего года расчетного периода. В третий, четвертый и пятый годы доход от продажи электроэнергии потребителям составляет $D_t = 1,2 \cdot 100 = 120$ млн. руб., а начиная с шестого года и до конца расчетного периода $D_t = 1,4 \cdot 200 = 280$ млн. руб.

В шестой строке табл. 10 записаны значения коэффициентов приведения к первому году расчетного периода разновременных затрат:

$$(1 + \alpha)^{1-t} = (1 + 0,9)^{1-t} = 1,09^{1-t}, \quad t = 1, 2, \dots, 9.$$

В седьмой строке указаны ежегодные затраты, приведенные к ценам первого года расчетного периода, при этом элементы четвертой строки таблицы умножаются на элементы шестой строки.

Таблица 10

Расчет интегральной приведенной чистой стоимости (млн. руб.)
по годам развития

Номер строки	Показатель	Год расчетного периода								
		1	2	3	4	5	6	7	8	9
1	K_t	39	39	–	28	28	–	–	–	–
2	Ξ_t , млн.кВт·ч	–	–	100	100	100	200	200	200	200
3	I_t	4	4	98	98	98	222	222	222	222
4	$K_t + I_t$	43	43	98	126	126	222	222	222	222
5	D_t	–	–	120	120	120	280	280	280	280
6	$(1 + \alpha)^{1-t}$	1,0	0,9174	0,8417	0,7722	0,7084	0,6499	0,5963	0,5470	0,5019
7	$(K_t + I_t)'$	43,0	39,45	82,49	97,30	89,26	144,28	132,38	121,43	111,42
8	D'_t	–	–	101,0	92,66	85,01	181,97	166,96	153,16	140,53
9	$J_{3,\tau}$	43,0	82,45	164,94	262,24	351,50	495,78	628,16	749,59	861,01
10	$J_{D,\tau}$	–	–	101,0	193,66	278,67	460,64	627,60	780,76	921,29
11	J_τ	43,0	–82,45	–63,94	–68,58	–72,83	–35,14	–0,56	31,17	60,28

В восьмой строке указан ежегодный приведенный доход от продажи электроэнергии, приведенный к первому году расчетного периода.

В девятой строке указаны значения интегральных приведенных затрат за весь расчетный период до текущего года (накопленная сумма):

$$J_{3,\tau} = \sum_{t=1}^{\tau} (K_t + I_t)', \quad \tau = 1, 2, \dots, 9.$$

В десятой строке показаны значения интегральных приведенных доходов:

$$J_{D,\tau} = \sum_{t=1}^{\tau} D_t, \quad \tau = 1, 2, \dots, 9.$$

В одиннадцатой строке указаны значения интегральной чистой приведенной стоимости по годам рассматриваемого расчетного периода, найденные как разность соответствующих интегральных приведенных доходов (десятая строка таблицы) и интегральных приведенных затрат (девятая строка):

$$J_{\tau} = J_{D,\tau} - J_{З,\tau}, \quad \tau = 1, 2, \dots, 9.$$

Как следует из полученных результатов (последняя строка в табл. 10):

- интегральная чистая приведенная стоимость проекта за весь расчетный период $J = 60,28$ млн. руб.;
- срок окупаемости проекта $T_{ок} = 8$ годам (практически даже 7 годам);
- максимальный денежный отток наблюдается во второй год реализации проекта и равен $J_{max} = 82,45$ млн. руб.

6. ЭКОЛОГИЧЕСКИЕ КРИТЕРИИ. ЭКОНОМИЧЕСКАЯ И НАТУРАЛЬНАЯ ФОРМЫ ЗАПИСИ

Основной источник вредного экологического воздействия объектов ЭЭС – тепловые электростанции (ТЭС), оказывающие влияние на все три среды: атмосферу, гидросферу и литосферу. Воздушные и кабельные линии электропередачи и подстанции оказывают воздействие главным образом на литосферу.

Рассмотрим оценку экологического воздействия и формирование экологических критериев на примере ТЭС, которые определяют более 90 % всего вредного экологического влияния в ЭЭС. Его степень определяется двумя группами показателей (см. табл. 11 и 12): показателями энергетических объектов; показателями территорий, на которых эти объекты размещены и на которые они распространяют экологическое влияние.

В табл. 12 они представлены в виде двух групп: локальных и региональных [3]. Первые являются характеристикой зоны непосредственного расположения и влияния энергетического объекта и используются при конкретном проектировании или при разработке ТЭО объектов. Вторые характеризуют зональные территориальные условия и используются в тех задачах развития, где требуется высокий уровень агрегирования информации, например при разработке программ развития электроэнергетики, оптимизации структуры электрогенерирующих источников и т. д.

Таблица 11

Показатели ТЭС для оценки их воздействия на окружающую среду

Сфера воздействия. Показатель	Единица измерения
А. Энергоэкономические	—
1. Топливные показатели	—
1.1. Вид топлива	—
1.2. Зольность топлива	%
1.3. Содержание серы	%
1.4. Влажность топлива	%
1.5. Удельная теплота сгорания	кДж / кг
2. Тип и характеристика основного оборудования	—
2.1. Установленная электрическая мощность	МВт
2.2. Тепловая нагрузка	МВт или ГДж / ч
2.3. Годовой отпуск электроэнергии	МВт·ч
2.4. Годовой отпуск теплоэнергии	ГДж
2.5. Удельный расход топлива	кг у.т. / (МВт·ч)
2.6. Удельный расход электроэнергии на собственные нужды	%
3. Система очистки уходящих газов	—
4. Высота дымовой трубы	м
5. Система золоудаления	—
6. Система технического водоснабжения (ТВС)	—
Б. Экологические	—
1. Атмосферное воздействие	—
1.1. Выбросы загрязнителей (раздельно по оксидам серы SO ₂ , азота NO _x , летучей золы)	тыс. т/год
1.2. Удельные выбросы загрязнителей	г / (кВт·ч) или кг / т у.т.
1.3. Степень очистки (пресечения) выбросов в атмосферу	%
2. Воздействие на гидросферу	—
2.1. Валовое водопотребление	км ³ / год
2.2. Удельное водопотребление	м ³ / (МВт·ч)
2.3. Безвозвратное водопотребление	км ³ / год
2.4. Удельное безвозвратное водопотребление	м ³ / (МВт·ч)
2.5. Суммарные выбросы минеральных солей в водоемы	т / год
2.6. Удельные выбросы минеральных солей в воду	г / (МВт·ч)
2.7. Объем сбросного тепла	ГДж / год
2.8. Удельный объем сбросного тепла	МДж / (МВт·ч)
2.9. Площадь водохранилища	км ²
3. Воздействие на литосферу	—
3.1. Потребность в земельных ресурсах	га
3.2. То же, удельная потребность	га / МВт
3.3. Масса золошлаковых отходов	тыс. т / год
3.4. Удельная масса твердых отходов	кг / (МВт·ч)

Таблица 12

**Показатели окружающей среды для оценки
экологического воздействия объектов энергетики**

Группа показателей. Показатель	Единица измерения
А. Локальные	—
1. Атмосфера	—
1.1. Фоновая концентрация загрязнителей (SO ₂ , NO _x , пыль)	мг / м ³
1.2. Удельные фоновые выбросы	т / (км ² ·год)
1.3. Коэффициент температурной стратификации атмосферы	°С / 100 м
1.4. Характеристика розы ветров	—
2. Гидросфера	—
2.1. Тип водного источника	—
2.2. Расстояние до водного источника	км
2.3. Объем водохранилища	км ³
2.4. Объем стока воды	км ³ / год
2.5. Испарение с водной поверхности	км ³ / год
2.6. Удельная стоимость безвозвратного водопотребления	руб. / м ³
3. Литосфера	—
3.1. Доля земель в отчуждаемой площади	%
— сельскохозяйственного назначения	
— в том числе пашен	
— лесных массивов	
— городской и промышленной застройки	
— прочих	
3.2. Доля земель в зоне экологического влияния объекта (по типам п. 3.1)	%
3.3. Удельная стоимость (ценность) земель (по типам п. 3.1)	руб. / га
4. Общие показатели	
4.1. Численность населения в зоне объекта	тыс. чел.
4.2. Доля городского населения	%
4.3. Температуры (среднегодовые, средние января и июля, максимальные и минимальные)	°С
Б. Региональные	
1. Атмосферные	
1.1. Уровень фонового загрязнения	т / (км ² ·год)
1.2. Экологическая емкость территории	т / (км ² ·год)
1.3. Характеристика розы ветров (диаграмма)	—
1.4. Условия рельефа местности (степень пересеченности)	баллы
2. Гидросфера	
2.1. Модуль стока рек	л / (км ² ·с)
2.2. Вариация стока рек	о. е.
2.3. Фоновая загрязненность водоемов (уровень минерализации, взвешенных частиц)	г / м ³ или мг / л
2.4. Восстановительные способности водоемов	баллы

Группа показателей. Показатель	Единица измерения
3. Литосфера	
3.1. Доля земель на рассматриваемой территории (по типам п. А.3.1)	%
3.2. Удельная стоимость (ценность) земель (по типам п. 3.1)	руб. / га
4. Общие показатели	
4.1. Численность населения территории	тыс.чел.
4.2. Средняя плотность населения	чел. / км ²
4.3. Доля городского населения	%

Экологические критерии могут быть выражены в экономической и натуральной формах. Естественно стремление выразить все показатели эффективности в экономической форме. Их можно представить в виде нескольких групп, связанных следующей формулой:

$$Z_{\text{экол}} = Z_{\text{пред}} + Z_{\text{рег.экол}} + Y_{\text{экол}} + Z_{\text{комп}} - Z_{\text{утил}}, \quad (22)$$

где $Z_{\text{экол}}$ – затраты, связанные с разного рода экологическими эффектами; $Z_{\text{пред}}$ – затраты на предотвращение или уменьшение экологического воздействия; $Z_{\text{рег.экол}}$ – вклад объекта в региональные затраты на экологию; $Y_{\text{экол}}$ – ущерб окружающей среде от экологического воздействия объекта; $Z_{\text{комп}}$ – компенсационные затраты, производимые для снижения эффекта вредного экологического воздействия объекта; $Z_{\text{утил}}$ – эффект утилизации, получаемый от использования улавливаемых выбросов. Затраты на предотвращение можно рассматривать как технолого-экономические в виде суммы

$$Z_{\text{пред}} = Z_{\text{осн.об}} + Z_{\text{всп.об}} + Z_{\text{разм}}, \quad (23)$$

где $Z_{\text{осн.об}}$ – затраты, связанные с выбором основного оборудования; $Z_{\text{всп.об}}$ – то же, для вспомогательного природоохранительного оборудования; $Z_{\text{разм}}$ – затраты, связанные с выбором мест сооружения объектов по экологическим условиям.

Выделение и моделирование экологической составляющей в технико-экономических показателях объектов непросто реализовать, т. к. технические, экономические и экологические требования и показатели тесно взаимодействуют. Предлагается применять подход, основанный на выделении базисных затрат, соответствующих минимальным экологическим требованиям при существующем уровне энергостроительства и энергетического производства и благоприятных внешних экологических условиях – $Z_{\text{баз}}$. Тогда дополнительные

затраты, связанные с внедрением более совершенных природоохранных технологий, с введением дополнительного природозащитного оборудования или с изменением местоположения объекта в связи с экологическими требованиями, можно рассматривать как затраты на предотвращение и выразить следующим образом:

$$Z_{\text{пред}} = Z_{\text{об}} - Z_{\text{баз}}, \quad (24)$$

где $Z_{\text{об}}$ – полные затраты по объекту.

Размер отчислений на региональные экологические мероприятия $Z_{\text{рег.экол}}$ устанавливаются местным законодательством. Эффект утилизации $Z_{\text{утил}}$ зависит от объема утилизируемых выбросов, который, в свою очередь, определяется экономической выгодой. Компенсационные затраты имеют следующую структуру:

$$Z_{\text{комп}} = Z_{\text{нас}} + Z_{\text{ппп}} + Z_{\text{восст}} + Y_{\text{экол.риск}}. \quad (25)$$

Здесь $Z_{\text{нас}}$ – компенсационные выплаты населению в связи с создаваемыми неудобствами, связанными со строительством объекта (снос построек, ликвидация мест отдыха, необходимость переселения и т. п.); $Z_{\text{ппп}}$ – выплаты промышленно-производственному персоналу объекта, испытывающему его вредное экологическое воздействие; $Z_{\text{восст}}$ – затраты, связанные с восстановлением нарушенных природных систем. Отдельно следует рассмотреть ущерб, связанный с повышенным экологическим риском больших аварий. Хотя вероятность таких аварий мала, но вызываемые ими последствия тяжелы. Здесь также надо раздельно учитывать профессиональный риск и риск населения, и, кроме того, выделять непосредственный (проявляющийся сразу) и отсроченный (проявляющийся через длительный срок, может быть даже через несколько поколений) риски. Сроки рассмотрения экологических рисков могут составлять десятки и даже сотни лет.

Особый интерес представляет формирование экологического ущерба $Y_{\text{экол}}$, который распределяется по трем средам – атмосфере $Y_{\text{атм}}$, водной среде $Y_{\text{в}}$ и литосфере $Y_{\text{л}}$:

$$Y_{\text{экол}} = Y_{\text{атм}} + Y_{\text{в}} + Y_{\text{л}}. \quad (26)$$

Наибольшие трудности вызывает оценка ущерба от выбросов загрязнителей в атмосферу. В первом приближении его можно выразить формулой

$$y_{\text{атм}} = \sum_i (y_{\text{нi}} + y_{\text{кxi}})N + y_{\text{лxi}}F_{\text{л}} + y_{\text{сxi}}F_{\text{сх}}, \quad (27)$$

где i – номер загрязнителя, который вызывает ущерб; $y_{\text{н}}$, $y_{\text{кx}}$, $y_{\text{лx}}$, $y_{\text{сx}}$ – соответственно удельные ущербы для здоровья населения, коммунального, лесного и сельского хозяйства, рассчитанные для соответствующих ингредиентов загрязнителей; N – численность населения в зоне энергетического объекта; $F_{\text{л}}$ и $F_{\text{сх}}$ – соответственно площади леса и сельскохозяйственных земель в зоне объекта.

Удельные ущербы зависят от многих показателей, но прежде всего от фоновой концентрации загрязнителей и ее дополнительного увеличения от выбросов рассматриваемого объекта. Последнее является сложной функцией установленной мощности ТЭС, вида топлива, высоты дымовой трубы $h_{\text{тр}}$, типа системы очистки уходящих газов, условий рассеивания газов в атмосфере. В расчетах необходимо учитывать характер рассеивания дымовых газов. Процесс рассеивания изображен на рис. 8 для условий равномерного рассеивания выбросов и при отсутствии фоновой концентрации.

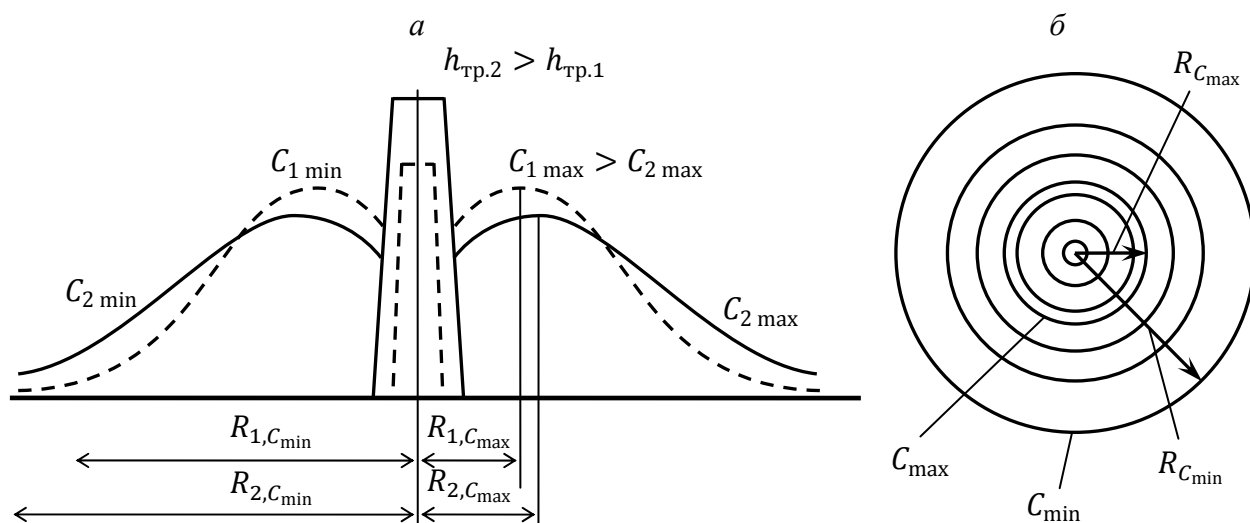


Рис. 12. Характер изменения концентрации атмосферных загрязнителей:
а – вид сбоку; б – вид сверху

На рис. 8, а приведены две характеристики изменения концентрации, из которых видно, что при увеличении высоты дымовой трубы максимальная концентрация C_{max} снижается, а расстояние от трубы $R_{C_{\text{max}}}$, на котором она наблюдается, увеличивается. Одновременно увеличивается радиус экологического влияния ТЭС $R_{C_{\text{min}}}$, т. е. расстояние от ТЭС, на котором концентрация становится пренебре-

жимо малой, – C_{\min} . На рис. 8, б показаны линии равного уровня концентраций.

Ущерб водной среде складывается из стоимости $C_{бв}$ безвозвратного водопотребления и затрат $Z_{в}$ на используемые водные ресурсы

$$Y_{в} = C_{бв} + Z_{в}. \quad (28)$$

Стоимость безвозвратного водопотребления определяется ее удельной величиной $c_{бв}$, установленной мощностью N_y и временем ее использования T_y и удельным безвозвратным водопотреблением $q_{бв}$:

$$C_{бв} = c_{бв} N_y T_y q_{бв}. \quad (29)$$

Плата за используемые водные ресурсы определяется удельной стоимостью $c_{в}$ потребляемой технической воды, удельной потребностью $m_{в}$ в воде, платой $c_{вхр}$ за единицу площади водохранилища общей используемой площадью $F_{вхр}$ и энергетическими показателями ТЭС:

$$Z_{в} = c_{в} m_{в} N_y T_y + c_{вхр} F_{вхр}. \quad (30)$$

При применении систем ТВС с градирнями или брызгальными бассейнами второе слагаемое в выражении (30) отсутствует.

Ущерб литосфере в выражении (26) определяется стоимостью отвода земель под территорию сооружений энергетического объекта. Она зависит от структуры земель и может быть рассчитана по формуле

$$Y_{л} = c_{п} F_{п} + c_{су} F_{су} + c_{лес} F_{лес} + c_{пр} F_{пр}, \quad (31)$$

где $c_{п}$, $c_{су}$, $c_{лес}$, $c_{пр}$ – соответственно удельная цена пахотных земель, других сельхозугодий, лесной зоны и прочих земель, а F с такими же индексами – площади, отчужденные у этих земель. Остальная часть ущерба, как нетрудно видеть, вошла в состав ущерба от выбросов атмосферных загрязнителей в формулу (27).

Изложенный подход к оценке экологических затрат возможно применить лишь на локальном (объектном) уровне, т. е. при оценке экологического влияния конкретного объекта. Однако и в этом случае трудности нахождения и неопределенность задания целого ряда стоимостных показателей очень велики. В связи с этим представляет интерес непосредственное формирование и анализ экологических критериев, выраженных не в стоимостной, а натуральной форме. Осно-

ву для введения таких критериев может составить целый ряд показателей, приведенных в табл. 11 и 12. Например, для ТЭС это могут быть выбросы в атмосферу загрязнителей M_i по их видам, валовое и безвозвратное водопотребление, потребность в земельных ресурсах и т. д. (см. табл. 11), а по условиям окружающей среды – фоновая концентрация загрязнителей, коэффициент стратификации атмосферы (как определяющий условия перемешивания атмосферных газов), объем стока воды, структура земель по их ценности на площадке и в зоне экологического влияния ТЭС и т. д. (см. табл. 12, показатели группы А). Возможно применение смешанной системы критериев, т. е. выражение одних критериев в натуральной, а других – в стоимостной форме.

Для облегчения решения задачи и сокращения числа критериев целесообразно учитывать эффект суммации действия различных атмосферных загрязнителей i , рассчитывая их результирующую концентрацию c . Для этого используются нормативные показатели – предельно допустимые концентрации ПДК, мг/м³. Например, таким образом выбросы оксидов азота можно привести к показателям диоксида серы:

$$c = c_{\text{SO}_2} + c_{\text{NO}_x} \cdot \frac{\text{ПДК}_{\text{SO}_2}}{\text{ПДК}_{\text{NO}_x}}. \quad (32)$$

Естественно, что оптимизация решений по вариантам развития должна выполняться на допустимой области. Например, концентрации загрязнителей всюду не должны превышать допустимых уровней. С учетом эффекта суммации имеем условие

$$\sum_i \frac{c_i}{\text{ПДК}_i} \leq 1, \quad (33)$$

где c_i определяется как максимальная величина концентрации загрязнителя i .

При нарушении экологических ограничений необходимо корректировать решения, например увеличивать высоту дымовой трубы, уменьшать установленную мощность ТЭС, изменять местоположение пункта или площадки ТЭС, выбирать другой тип основного или вспомогательного экологического оборудования, изменять вид топлива и т. д.

При решении задач регионального прогнозирования развития электроэнергетики целесообразно выделить региональный уровень

формирования экологических критериев. На этом уровне можно предложить следующие частные экономические критерии влияния электроэнергетики (см. табл. 11):

- по атмосферному воздействию: экологическая емкость территории, фоновое загрязнение и т. д.;
- по воздействию на гидросферу: обеспеченность водными ресурсами, фоновая загрязненность водоемов и др.;
- по воздействию на литосферу: обеспеченность земельными ресурсами, их качественные характеристики и др.

В качестве дополнительных региональных показателей целесообразно рассмотреть плотность населения и уровень урбанизации территории. Поскольку экологические показатели распределены по территории, то возникает вопрос о территориальной дифференциации при их изучении. Исходя из специфики изучаемых объектов – электрогенерирующих источников – целесообразно рассматривать территориальные ячейки размером примерно 100×100 км и более, образованные параллелями и меридианами, применяя международную географическую разграфку (рис. 9). Меньший размер ячеек может соответствовать локальному уровню анализа (если размер ячейки примерно равен зоне экологического влияния ТЭС), а больший – региональному.

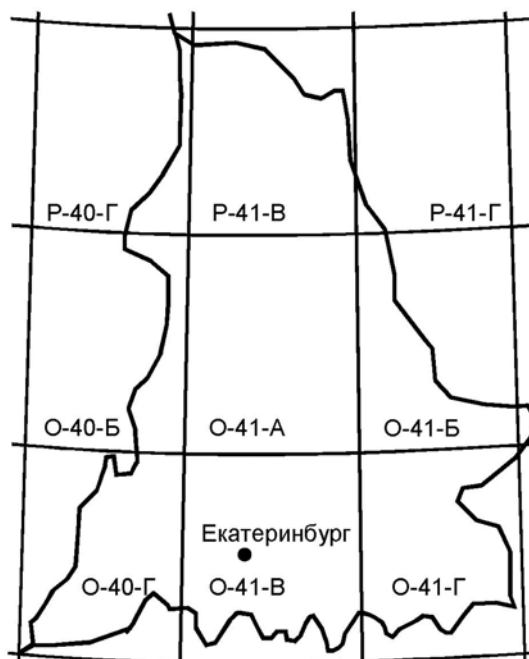


Рис. 9. Использование международной метрической разграфки для формирования территориальных ячеек

Экологические показатели воздействия вредных веществ на территорию ограничиваются, как показано выше, предельно допустимыми величинами. Однако надо принимать во внимание, что совместное действие нескольких загрязнителей увеличивает степень опасности и предельно допустимый уровень загрязнения может быть превышен, хотя ни по одному из составляющих превышения ПДК не наблюдается. Совместное действие двух или более загрязнителей может характеризоваться разными свойствами, а именно – быть аддитивными, антагонистическими или синергическими. В первом случае эффекты действия всех загрязнителей просто суммируются, во втором – их совместное действие ослабевает по сравнению с аддитивным вследствие некоторого взаимного погашения негативных эффектов, а в третьем – наоборот, усиливается, когда присутствие одного из загрязнителей усиливает негативное действие другого.

Заметим, что поскольку различные загрязнители имеют разные значения ПДК, к тому же они могут быть выражены в разных единицах измерения, решение задачи определения степени опасности совместного действия нескольких загрязнителей целесообразно решать, выражая концентрации вредных веществ в долях от ПДК. Тогда, например, для аддитивного эффекта условие непревышения допустимой степени опасности для одновременного присутствия в окружающей среде n загрязнителей выразится условием $\sum_i^n c_i / \text{ПДК}_i \leq 1$. Переходя к относительным единицам $q_i = c_i / \text{ПДК}_i$, это условие можно записать в виде $\sum_i^n q_i \leq 1$.

Однако наряду с аддитивным эффектом совместного действия нескольких загрязнителей могут наблюдаться два других вида эффектов – синергический и антагонистический.

При синергическом эффекте степень негативного совместного действия двух загрязнителей выше, чем простая сумма действий каждого из них в отдельности, т. е. присутствие второго загрязнителя усиливает действие первого и (или), наоборот, присутствие первого усиливает действие второго. При антагонистическом совместном действии двух загрязнителей наблюдается обратный эффект – присутствие второго загрязнителя снижает действие первого и (или), наоборот, присутствие второго снижает действие первого. Подобные процессы могут объясняться химическим взаимодействием двух загрязнителей или взаимодействием объектов окружающей среды с ними (реакция окружающей среды).

Рассмотрим решение задачи определения степени опасности при совместном поступлении в окружающую среду загрязнителей с разными видами эффектов. Пусть в воздухе на рассматриваемой территории наблюдаются среднесуточные концентрации поступающих загрязнителей, показанные в табл. 13.

Степень опасности совместного действия всех загрязнителей, если совместное действие оксидов серы и озона (двух загрязнителей i и j) имеет синергический эффект, выражается уравнениями:

$$q_{ij} = a_{ij}q_i + (q_j - q_i), \quad a_{ij} > 2, \quad \text{если} \quad q_i \leq q_j;$$

$$q_{ij} = a_{ij}q_i + (q_i - q_j), \quad a_{ij} > 2, \quad \text{если} \quad q_i \geq q_j.$$

Таблица 13

Среднесуточные концентрации загрязнителей, мкг / м³

№	Вид загрязнителя	Предельно допустимая концентрация		Среднесуточные концентрации поступающих загрязнителей		
		Обозначение	Величина	Обозначение	Величина	В долях от ПДК
1	Окислы серы	ПДК _S	50	c_S	20	0,4
2	Окислы азота	ПДК _N	40	c_N	10	0,25
3	Аэрозоли	ПДК _A	50	c_A	18	0,36
4	Озон	ПДК _O	30	c_O	16	0,53
5	Пыль, зола	ПДК _З	150	$c_З$	100	0,67

Совместное действие аэрозолей и озона, а также золы и озона имеет антагонистический эффект, выражающийся теми же формулами, но при коэффициентах $a_{ij} < 2$.

Остальные взаимодействия имеют аддитивный эффект. Очевидно, что при аддитивном эффекте степень совместного действия двух загрязнителей выражается формулой $q_{ij} = q_j + q_i$. Коэффициенты a_{ij} для данной задачи: $a_{SO} = 3$; $a_{AO} = 0,5$; $a_{OЗ} = 0,4$. Предельно допустимые концентрации по введенным загрязнителям приведены в табл. 13.

Эффекты взаимодействия загрязнителей показаны в табл. 14. В табл. 14 одним плюсом обозначен аддитивный эффект, двумя – синергический, а минусом – антагонистический эффект. Для удобства

сопоставления среднесуточные концентрации поступающих загрязнителей выражены в долях от ПДК и приведены в табл. 13.

Таблица 14
Эффекты взаимодействия
загрязнителей

c_i	c_S	c_N	c_A	c_O	c_3
c_S		+	+	++	+
c_N			+	+	+
c_A				–	+
c_O					–
c_3					

Степень опасности совместного действия n загрязнителей может быть определена по формуле

$$q = \frac{1}{n-1} \sum_{i < j} q_{ij}.$$

Действительно, легко убедиться, что для совместного действия n загрязнителей при аддитивном эффекте всех пар взаимодействий

$$q = \frac{1}{n-1} \sum_{i < j} q_{ij} = \sum_{i=1}^n q_i.$$

Если для какой-либо пары загрязнителей ij характерен синергический эффект, то соответствующий эффект q_{ij} будет выше, чем при аддитивном действии, это скажется на результирующем эффекте и равенство нарушится

$$q = \frac{1}{n-1} \sum_{i < j} q_{ij} > \sum_{i=1}^n q_i.$$

Если для какой-либо пары загрязнителей ij характерен антагонистический эффект, то соответствующий эффект q_{ij} станет меньше, чем при аддитивном действии, и результирующий эффект снизится, что приведет к неравенству

$$q = \frac{1}{n-1} \sum_{i < j} q_{ij} < \sum_{i=1}^n q_i.$$

Если же среди n загрязнителей присутствуют пары с различным характером взаимодействия, то направление изменения результирующего эффекта будет определяться тем, какого типа взаимодействия преобладают.

Определять результирующий эффект удобно по матрице взаимодействий, показанной для рассматриваемого примера в табл. 15.

Таблица 15
Общий вид матрицы взаимодействия
загрязнителей

q_i	q_S	q_N	q_A	q_O	q_3
q_S	q_S	q_{SN}	q_{SA}	q_{SO}	q_{S3}
q_N		q_N	q_{NA}	q_{NO}	q_{N3}
q_A			q_A	q_{AO}	q_{A3}
q_O				q_O	q_{O3}
q_3					q_3

Вторая половина матрицы не заполняется ввиду ее симметричности ($q_{ij} = q_{ji}$). Заполнение матрицы численными значениями начинается с определения концентраций загрязнителей в относительных единицах (показано в табл. 13). Далее выполняется расчет концентрации парных взаимодействий синергического и антагонистического характера.

Для пары SO (синергический эффект):

$$q_{SO} = a_{SO}q_S + (q_O - q_S), a_{SO} > 2, q_{SO} = 3 \cdot 0,4 + (0,53 - 0,4) = 1,33.$$

Для пары AO (антагонистический эффект):

$$q_{AO} = a_{AO}q_A + (q_O - q_A), a_{AO} < 2, q_{AO} = 0,5 \cdot 0,36 + (0,53 - 0,36) = 0,35.$$

Для пары O3 (антагонистический эффект):

$$q_{O3} = a_{O3}q_O + (q_3 - q_O), a_{O3} > 2, q_{O3} = 0,4 \cdot 0,53 + (0,67 - 0,53) = 0,35.$$

Остальные внедиагональные коэффициенты матрицы взаимодействий загрязнителей определяются простым сложением соответствующих элементов главной диагонали (аддитивный эффект). Например, для пары SN

$$q_{SN} = q_S + q_N = 0,4 + 0,25 = 0,65.$$

В результате получена матрица взаимодействий загрязнителей, показанная в табл. 16. Если выполнить простое суммирование диагональных элементов в табл. 16, то можно получить результат, соответствующий аддитивному взаимодействию всех загрязнителей (сумма элементов главной диагонали равна $q_{\text{адд}} = 2,21$).

Таблица 16
Матрица взаимодействия загрязнителей

q_i	q_S	q_N	q_A	q_O	q_Z
q_S	0,4	0,65	0,76	1,33	1,07
q_N		0,25	0,61	0,78	0,92
q_A			0,36	0,35	1,03
q_O				0,53	0,35
q_Z					0,67

Расчет по формуле (сумма внедиагональных коэффициентов матрицы) позволяет получить характеристику суммарного взаимодействия загрязнителей

$$q = \frac{1}{n-1} \sum_{i < j} q_{ij} = \frac{1}{5-1} \sum_{\substack{i=1, j=2 \\ i < j}}^5 q_{ij} = 1,963.$$

Таким образом, $q = 1,963 < q_{\text{адд}} = 2,21$ и, следовательно, в данной задаче преобладает антагонистический эффект взаимодействия загрязнителей.

7. ПОНЯТИЕ О МНОГОКРИТЕРИАЛЬНОМ АНАЛИЗЕ

Как было показано выше, задачи развития ЭЭС, как правило, являются многокритериальными, отчего поиск оптимального решения существенно затрудняется. Разработке методов оптимизации в условиях многокритериальности посвящено много работ. Успех оптимизации во многом зависит от сопоставимости критериев. Можно представить три типа их сопоставимости: количественный, качественный и несопоставимый.

В первом случае возможно применение метода скаляризации, когда несколько критериев F_j , $j = \overline{1, n}$, можно заменить одним скалярным:

$$F = \sum_{j=1}^n a_j F_j \rightarrow \text{extr.} \quad (34)$$

Наибольшую проблему составляет определение коэффициентов a_j , с помощью которых удастся сопоставить различные критерии. Например, в формуле приведенных затрат $Z = E_n K + И$ такими коэффициентами являются E_n и 1. Однако случаи, когда критерии выражаются в одинаковых единицах измерения, редки. В этих случаях удобнее предварительно приводить их к безразмерному виду. Это можно сделать различными способами. Наиболее часто используется выражение критериев (точнее, функционалов цели) в долях от некоторой базисной величины (нормирование).

В качестве базисной величины обычно выбирают максимальное наблюдаемое значение $F_{j \max}$. Тогда нормированные значения определяются по формуле $F_{j \text{ н}} = F_j / F_{j \max}$. Можно в качестве базисной величины брать среднее из наблюдаемых значений $\bar{F}_j = m^{-1} \sum_{i=1}^m F_{ij}$. Тогда нормированные значения будут рассчитываться по формуле $F_{j \text{ н}} = F_j / \bar{F}_j$.

Также нередко сначала осуществляется центрирование наблюдаемых значений (вычитание из них средней арифметической величины для всех наблюдаемых), а затем нормирование относительно размаха колебаний, т. е. разности максимального и минимального значений $\Delta F = F_{j \max} - F_{j \min}$. В этом случае нормирование выполняется по формуле

$$F_{j \text{ н}} = (F_j - \bar{F}_j) / \Delta F_j. \quad (35)$$

После нормирования скалярный критерий выражается формулой

$$F = \sum_{j=1}^n p_j F_{j \text{ н}} \rightarrow \text{extr.} \quad (36)$$

В выражении (36) все величины безразмерные. Нетрудно также показать формулы перехода от записи (36) к (34) для всех введенных выше случаев.

Коэффициенты p_j подбираются так, чтобы выполнялось условие

$$\sum_{j=1}^n p_j = 1. \quad (37)$$

В этом случае коэффициенты p_j называют весовыми коэффициентами критериев. Чем больше величина весового коэффициента, тем более важным считается критерий. Для определения весовых коэффициентов часто применяются методы экспертных оценок, при этом весовые коэффициенты определяются экспертами. Обычно экспертам предлагают задать «вес» наиболее важного критерия равным единице, а остальным – по убывающей шкале. Тогда заданные экспертно веса $v_j, j = \overline{1, n}$, легко приводятся к виду (37) по формуле

$$p_j = \frac{v_j}{\sum_{j=1}^n v_j}.$$

Отдельную проблему составляет обработка оценок отдельных экспертов и организация работы экспертов. Эти вопросы изложены в работах [1, 5].

Второй случай – качественной сопоставимости критериев – относится к ситуации, когда невозможно задать весовые коэффициенты критериям, но можно проранжировать их по степени убывания важности. Обычно такое ранжирование также осуществляется экспертами.

Возможность оптимизации в этом случае обеспечивается неопределенностью информации, создающей предпосылки существования так называемых вероятно-оптимальных планов. Неопределенность информации может быть объяснена следующими причинами:

- 1) неопределенностью прогноза внешних условий развития;
- 2) погрешностью моделирования функционала цели;
- 3) погрешностью модели, возникающей как результат агрегирования и приближенности моделирования связей;
- 4) погрешностью метода решения;
- 5) погрешностью реализации решения.

Указанные погрешности приводят к существованию не единственного, а множества планов, не различающихся по критерию оптимальности, т. е. вероятно-оптимальных планов. Тогда при качественной сопоставимости критериев и их ранжировании по степени важности в виде ряда $F_1 > F_2 > \dots > F_n$ можно использовать для оптимизации метод предпочтений. Схема расчета выглядит следующим образом.

1. Формируется множество планов S , допустимых по всем критериям (см. рис. 10).

2. На этом множестве осуществляется однокритериальная оптимизация по наиболее важному критерию F_1 и определяется множество вероятно-оптимальных планов R_1 .

3. На множестве R_1 выполняют оптимизацию по критерию F_2 , определяя множество планов R_2 .

4. Этот процесс продолжается либо до рассмотрения последнего критерия, либо до некоторого критерия F_j , множество вероятно-оптимальных планов которого неразлично по критерию F_{j+1} .

Наиболее сложным является случай, когда критерии как количественно, так и качественно несопоставимы. Основополагающим принципом сопоставления в этой ситуации является принцип Парето. Принцип Парето заключается в следующем: альтернативы (варианты) считаются неразличимыми по оптимальности, если ни одну из них при переходе к любой другой нельзя улучшить ни по одному из критериев, не ухудшив хотя бы по одному из остальных.

Лучше всего принцип Парето показывается путем попарного сравнения альтернатив. Рассмотрим в качестве примера четыре альтернативы (№ 1–4) и два критерия (см. рис. 11), оценки по которым минимизируются ($F_1 \rightarrow \min$, $F_2 \rightarrow \min$).

Как видно из рис. 11, при переходе от альтернативы 1 к альтернативе 2 оценки по обоим критериям улучшаются, следовательно, вариант 1 не удовлетворяет принципу Парето и должен быть исключен из дальнейшего рассмотрения. При сопоставлении альтернатив 3 и 4 видим, что переход к альтернативе 3 сопровождается улучшением оценки по критерию F_1 без ухудшения по критерию F_2 . Следовательно, вариант 2 также должен быть исключен. При сравнении альтернатив 2 и 3 видим, что ни одну из них нельзя улучшить по любому из критериев, не ухудшив по другому. Следовательно, альтернативы 3 и 4 удовлетворяют принципу Парето и считаются равнооптимальными.

Множество равнооптимальных альтернатив, удовлетворяющих принципу Парето, называется множеством Парето, или множеством компромиссов.

Во многих задачах развития ЭЭС приходится иметь дело с бесконечными множествами альтернатив (в частности, имеющими мощность континуума), когда оценки по критериям при непрерывном изменении параметров управления изменяются также непрерывно.

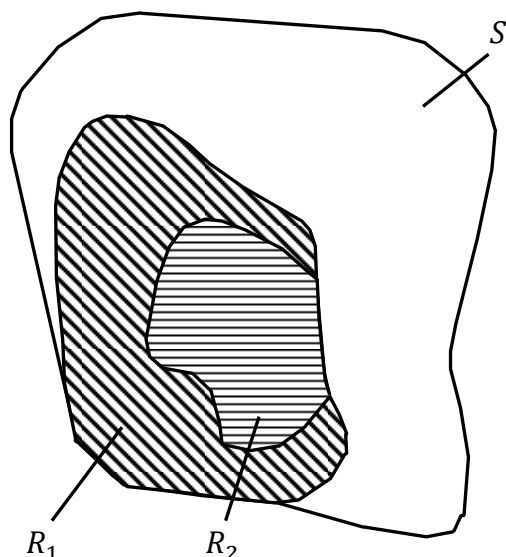


Рис. 10. Оптимизация с использованием метода предпочтений

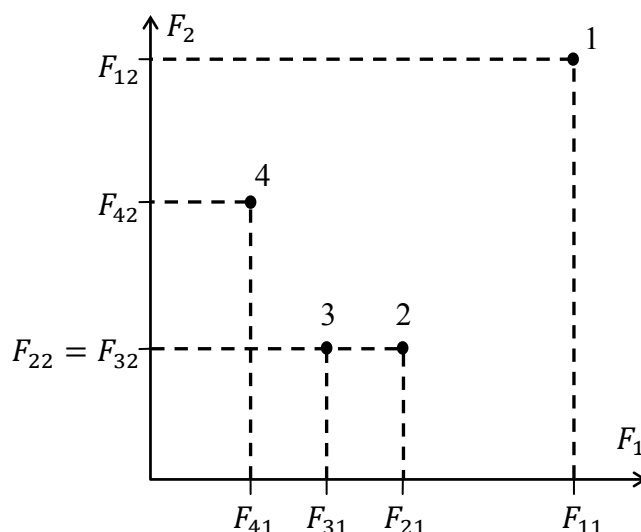


Рис. 11. Пример применения принципа Парето для дискретного множества альтернатив

В этих случаях практически невозможно реализовать попарное сравнение альтернатив. Однако и в таких ситуациях нетрудно получить простые правила выделения множества компромиссов.

Рассмотрим эти правила на примере с двумя критериями [3]. Пусть множество допустимых альтернатив непрерывно и ограничено замкнутой кривой, изображенной на рис. 12. Рассмотрим любую альтернативу, принадлежащую этому множеству, например, альтернативу 1. Очевидно, эту альтернативу можно улучшать, двигаясь в направлении вектора, лежащего в третьем квадранте, причем улучшение альтернатив будет продолжаться до тех пор, пока мы не достигнем границы множества (альтернатива 2). Таким образом, мы показали, что множество компромиссов принадлежит границе допустимого множества альтернатив.

Дальнейшего улучшения можно добиться, двигаясь вдоль границы допустимого множества, пока вектор, касательный к траектории движения, по-прежнему находится в третьем квадранте. В нашем случае это можно сделать до тех пор, пока мы не достигнем точки b , точки, в которой касательная к границе параллельна одной из осей координат критериев. Как видно из рис. 16, в третьем квадранте с вершиной в точке b нет ни одной допустимой точки, кроме точки b .

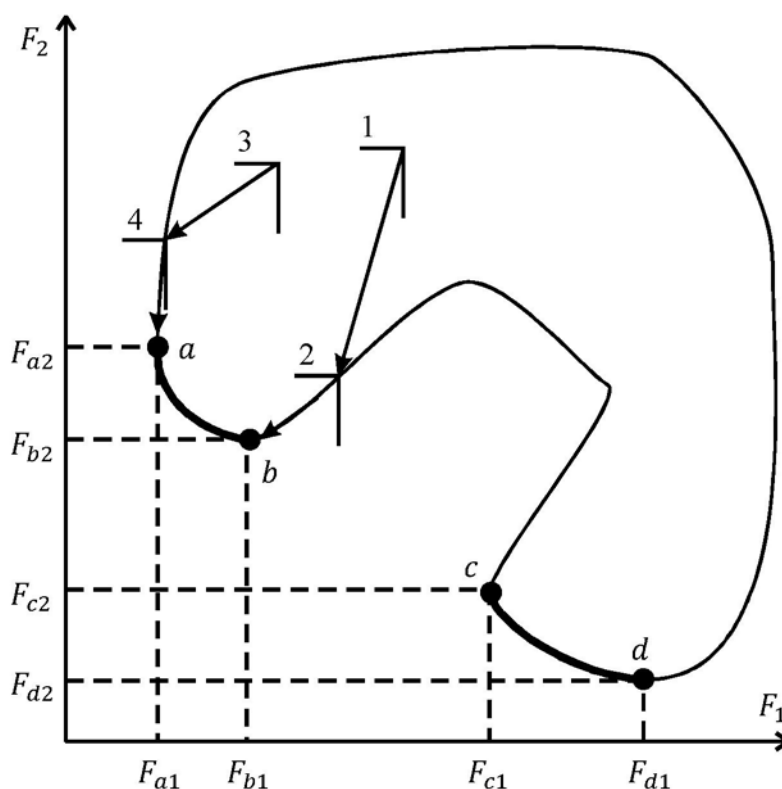


Рис. 12. Пример выделения множества компромиссов в непрерывном случае

Нетрудно провести аналогичные рассуждения, выделив точку a границы множества как точку, в которой касательная к границе параллельна другой координатной оси (проделав, например, путь $3 - 4 - a$). В рассматриваемом примере подобными свойствами обладают также точки c и d . Нетрудно также видеть, что точки, лежащие на дугах ab и cd , образуют множество компромиссов. Любая из них является единственной принадлежащей допустимому множеству для точек третьего квадранта с вершиной в рассматриваемой точке.

Хотя теоретически альтернативы, удовлетворяющие принципу Парето, должны рассматриваться как равнооптимальные, однако существуют возможности практического сопоставления и дальнейшего отсеивания таких альтернатив. Такая возможность была бы очень привлекательной, т. к. часто количество альтернатив в множестве компромиссов оказывается слишком большим и желательно его сократить. А главное, в конечном счете ЛПР все равно должно сделать единственный выбор. Такого рода анализ альтернатив внутри множества компромиссов носит название вторжения во множество компромиссов. Ниже рассмотрим лишь один метод такого анализа, называемый методом районирования решений (альтернатив) в пространстве критериев [3].

Рассмотрим сопоставление двух альтернатив В1 и В2, удовлетворяющих принципу Парето, при трех критериях F_1 , F_2 и F_3 .

Образуем скалярный критерий вида

$$F = p_1 F_1 + p_2 F_2 + p_3 F_3, \quad p_1 + p_2 + p_3 = 1. \quad (38)$$

Проблема заключается в том, что нам неизвестны весовые коэффициенты p_j . Более того, в соответствии с принципом Парето, при одних значениях весовых коэффициентов наилучшим может оказаться один вариант ($F_{B1} < F_{B2}$), а при других – другой ($F_{B2} < F_{B1}$). Определим соответствующие множества коэффициентов $\{p\}$. В случае трех критериев эти множества можно наглядно проиллюстрировать.

Поскольку $p_3 = 1 - p_1 - p_2$, то можно записать вместо формулы (38)

$$F = p_1 F_1 + p_2 F_2 + (1 - p_1 - p_2) F_3. \quad (39)$$

Определим критические значения $p_{1к}$ и $p_{2к}$, при которых оценки по скалярному критерию F сравниваются. Очевидно, что для этого случая можно записать $F_{B1} = F_{B2}$, т. е.

$$p_{1к} F_{11} + p_{2к} F_{12} + (1 - p_{1к} - p_{2к}) F_{13} = p_{1к} F_{21} + p_{2к} F_{22} + (1 - p_{1к} - p_{2к}) F_{23}.$$

После короткого преобразования имеем

$$p_{1к}(F_{11} - F_{13} - F_{21} + F_{23}) + p_{2к}(F_{12} - F_{13} - F_{22} + F_{23}) = F_{23} - F_{13}. \quad (40)$$

Условию (40) можно дать удобную геометрическую интерпретацию. Множество всевозможных сочетаний весовых коэффициентов изображается прямоугольным треугольником в осях p_1 и p_2 (рис. 13), ограниченным координатными осями (катетами), и отрезком, соединяющим точки с координатами (1, 0) и (0, 1) (гипотенузой). Из условия (38) началу координат соответствует значение $p_3 = 1$, а точкам, лежащим на упомянутой

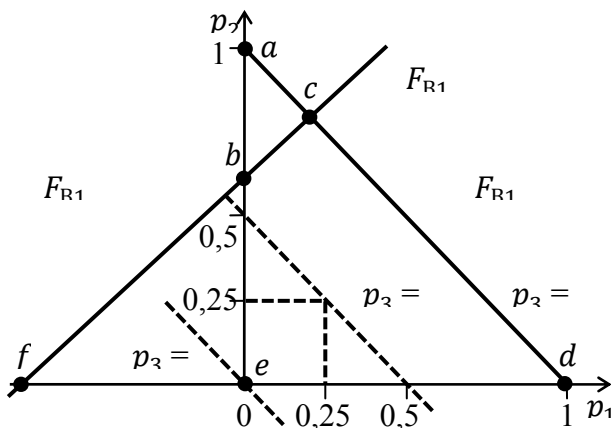


Рис. 13. Пример применения метода районирования решения

выше гипотенузе, $p_3 = 0$. Линии равных значений p_3 – это отрезки, параллельные гипотенузе (на рис. 13 показаны пунктиром для $p_3 = 0; 0,5$).

Уравнение (40) является уравнением прямой в координатах p_1 и p_2 , все точки которой имеют одинаковые оценки вариантов по скалярному критерию. Очевидно, что для полуплоскости, находящейся по одну сторону прямой $F_{B1} = F_{B2}$, выполняется условие эффективности варианта 1: $F_{B1} < F_{B2}$, а для другой полуплоскости – варианта 2: $F_{B1} > F_{B2}$ (на рис. 17 ввиду общей формы записи эти оценки показаны произвольно). Нетрудно видеть, что зона эффективности варианта 1 определяется множеством весовых коэффициентов, ограниченным многоугольником $bcde$, а для варианта 2 – треугольником abc . Сопоставляя площади этих зон, можно делать выводы о степени предпочтительности выбора того или иного варианта.

Положение прямой, разделяющей зоны, нетрудно определить, найдя точки ее пересечения с координатными осями (точки b и f). В этих точках значения всех критериев, кроме одного, равны нулю. В нашем случае это сведется к необходимости решения следующих уравнений:

$$\text{для точки } f: p_{1к}(F_{11} - F_{13} - F_{21} + F_{23}) = F_{23} - F_{13};$$

для точки b : $p_{2к}(F_{12} - F_{13} - F_{22} + F_{23}) = F_{23} - F_{13}$, что вытекает из условия (40).

Изложенный подход нетрудно распространить на произвольный случай любого числа критериев и сопоставляемых альтернатив.

Выше были показаны лишь некоторые особенности проведения многокритериального анализа. Однако сложность задач развития электроэнергетики, многообразие субъектов СУ в энергетике и их интересов приводят к тому, что многокритериальный анализ нельзя сводить лишь к некоторой совокупности формальных процедур. Его необходимо представлять в виде системы формирования и анализа условий развития и вырабатываемых на этой основе решений, включающих следующие основные направления:

1) выполнение агрегирования информации, адекватного поставленным задачам. Для этих целей перспективным является применение методов таксономии и распознавания образов;

2) поиск компромиссных решений на основе согласования интересов субъектов СУ. При этом перспективно применение методов ситуационного анализа, в частности решающих матриц;

3) анализ влияния факторов риска на принимаемые решения, в первую очередь финансовых и экологических рисков;

4) исследование устойчивости решений по отношению к изменению расчетных условий;

5) нахождение областей эффективности альтернатив.

Сложность поставленных задач требует обращения к качественно новым способам анализа. К таким способам, в частности, относится применение имитационного моделирования, которое во многом вытесняет доминирование чисто оптимизационного моделирования (математического программирования), характерного для задач централизованного планирования. Перспективным направлением также следует назвать разработку принципиально новых процедур представления информации в виде нечетких множеств и принятия решений на основе применения теории нечетких множеств и отношений (свидетельств), в том числе с использованием понятий лингвистических переменных.

8. МЕТОДЫ ПРОГНОЗИРОВАНИЯ НАГРУЗОК И ЭЛЕКТРОПОТРЕБЛЕНИЯ

Прогнозирование электропотребления, электрических нагрузок и энергобалансов в задачах развития необходимо выполнять для широкого диапазона сроков – от одного-двух лет до 20–30 лет – и различных территориальных подразделений – от ОЭС до узлов сети и отдельных потребителей. Кроме того, различные задачи развития требуют определения своих совокупностей показателей – от годового электропотребления W_T (наивысший уровень агрегирования) до суточных графиков нагрузки. Чаще всего, наряду с показателем W_T прогнозируется годовой максимум нагрузки $P_{T\max}$, а также характерные показатели графиков нагрузки (коэффициент минимума P_{\min}/P_{\max} , коэффициент участия в максимуме и др.). При прогнозировании графиков рассматриваются такие характерные графики, как суточные графики рабочего, выходного дней по сезонам (зима, лето). При этом также прогнозируется кривая внутригодового изменения суточных максимумов.

Многообразие условий и показателей прогнозирования определяет многообразие методов прогнозирования [1, 6].

К основным методам прогнозирования относятся: нормативные (методы «прямого счета»), технологические, обработки заявок потре-

бителей, прогнозирования на основе математических моделей, включая методы экстраполяции тренда (простые регрессионные модели), экономико-статистические и эконометрические методы.

Нормативные методы базируются на использовании норм расхода энергии по основным видам продукции и секторам экономики. Использование нормативных методов предполагает прогнозирование удельных норм электропотребления на единицу продукции.

Технологические методы учитывают политику энергосбережения, эффективного использования энергии, обоснование рациональных видов энергоносителей и режимов работы электроприемников. Однако сложность такого учета ограничивает область применения этих методов отдельными предприятиями, в то время как нормативные методы можно применять для сравнительно крупных территориальных единиц (узлов сети и энергорайонов). Трудности прогнозирования удельных показателей расхода электроэнергии сдерживают применение обоих упомянутых методов.

Прогнозирование на основе заявок потребителей на подключение дополнительной нагрузки эффективно для отдельных подстанций, узлов сети и менее эффективно для энергорайонов. Иначе говоря, сравнительная эффективность этого метода снижается по мере укрупнения территориального подразделения, т. е. по мере увеличения количества потребителей. С помощью этого метода возможно прогнозирование максимальной годовой нагрузки. В период господства административной системы управления точность метода была низка, поскольку предприятия заявляли завышенные показатели перспективной нагрузки, не будучи связанными материальной ответственностью за погрешность прогноза. Учитывая это, проектировщики вынуждены были вводить так называемый коэффициент реализации прогноза k_p , как правило, значительно меньше единицы. В настоящее время в связи с введением двухставочных тарифов на электроэнергию (за заявленный максимум и уровень электропотребления) для крупных потребителей и переходом предприятий на экономическую самостоятельность возможности метода прогнозирования «по заявкам» значительно расширились.

Построение математических моделей прогнозирования заключается в установлении аналитической зависимости между моделируемым показателем y (электропотреблением, нагрузкой, показателями баланса и т. д.) и совокупностью влияющих на него параметров x_i , $i = \overline{1, n}$ (временем, технико-экономическими и инженерно-географи-

ческими параметрами и собственно показателем y на этапе «предыстории»). Таким образом, содержанием построения математической модели является получение зависимости

$$y = f(x_1, x_2, \dots, x_n) \quad (41)$$

с использованием регрессионного анализа, основанного на методе наименьших квадратов.

Для получения модели (41) и оценки ее коэффициентов требуется сформировать (использовать готовую) статистическую совокупность моделируемого показателя y и определяющего его вектора независимых параметров $\vec{X} = \{x_1, x_2, \dots, x_n\}$.

Независимо от вида математических моделей прогнозирование на их основе обычно включает следующие основные этапы:

- отбор информативных и независимых параметров;
- выдвижение гипотезы о виде модели и получение точечных оценок коэффициентов модели;
- проверку статистической состоятельности гипотезы о виде модели;
- получение интервальных оценок коэффициентов модели;
- прогнозирование по модели.

8.1. Этапы формирования математических моделей прогнозирования

Отбор информативных и независимых исходных показателей является подготовительным этапом моделирования и может иногда отсутствовать, если исследователь достаточно хорошо представляет, какие именно показатели $\vec{X} = \{x_1, x_2, \dots, x_n\}$ влияют на моделируемый показатель y .

Отбор информативных и независимых параметров может быть выполнен различными методами. Рассмотрим один из них – корреляционный анализ.

Суть корреляционного анализа заключается в установлении связи между показателем y и параметрами \vec{X} , а также между параметрами x_i и x_j вектора $\vec{X} = \{x_1, \dots, x_i, \dots, x_j, \dots, x_n\}$, где $i, j = \overline{1, n}; i \neq j$.

Если обозначить через N размер выборочных статистических совокупностей показателя y и параметров \vec{X} , то указанные совокупности можно представить в виде вектора \vec{Y} размера N и матрицы \mathbf{X} с числом строк N и числом столбцов n (число независимых параметров),

$$\vec{Y} = \begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \\ \vdots \\ y_k \\ \vdots \\ y_N \end{bmatrix}; \quad \mathbf{X} = \begin{bmatrix} x_{11} & x_{12} & \cdots & x_{1i} & \cdots & x_{1n} \\ x_{21} & x_{22} & \cdots & x_{2i} & \cdots & x_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \ddots & \vdots \\ x_{k1} & x_{k2} & \cdots & x_{ki} & \cdots & x_{kn} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \ddots & \vdots \\ x_{N1} & x_{N2} & \cdots & x_{Ni} & \cdots & x_{Nn} \end{bmatrix}. \quad (42)$$

Следует установить, насколько связаны между собой величины x_i и x_j , а также влияет ли каждый параметр x_i на показатель y или выборка исходных параметров избыточна в том смысле, что часть их не связана с показателем y .

Установление таких связей выполняется по значениям коэффициентов парной корреляции r_{yx_i} между y и x_i , где $i = \overline{1, n}$, и $r_{x_i x_j}$ между величинами x_i и x_j , где $i, j = \overline{1, n}$,

$$r_{yx_i} = \frac{\sum_{k=1}^N [x_{ki} - M(x_i)][y_k - M(y)]}{N\sigma_{x_i}\sigma_y} = \frac{\sum_{k=1}^N Z_{x_{ki}}Z_{y_k}}{N}. \quad (43)$$

Здесь $M(x_i)$, $M(y)$ – оценки среднеарифметических значений величин x_i и y генеральной совокупности:

$$M(x_i) = \frac{\sum_{k=1}^N x_{ki}}{N}; \quad M(y) = \frac{\sum_{k=1}^N y_k}{N}, \quad (44)$$

σ_{x_i} , σ_y – несмещенные оценки среднеквадратичных отклонений; $\sigma_{x_i}^2$, σ_y^2 – соответственно несмещенные оценки дисперсий x_i и y :

$$\sigma_{x_i}^2 = \frac{\sum_{k=1}^N [x_{ki} - M(x_i)]^2}{N-1}; \quad \sigma_y^2 = \frac{\sum_{k=1}^N [y_k - M(y)]^2}{N-1}. \quad (45)$$

Определение коэффициентов парной корреляции $r_{x_i x_j}$ переменных x_i и x_j выполняется аналогично формуле (43) подстановкой x_j вместо y .

Определение всех парных коэффициентов корреляции позволяет получить корреляционную матрицу \mathbf{R} размерностью $(n+1) \times (n+1)$. Корреляционная матрица симметрична относительно главной диагонали и поэтому показана верхним треугольником

$$\mathbf{R} = \begin{bmatrix} r_{x_1 x_1} & r_{x_1 x_2} & \cdots & r_{x_1 x_i} & \cdots & r_{x_1 x_n} & r_{x_1 y} \\ & r_{x_2 x_2} & \cdots & r_{x_2 x_i} & \cdots & r_{x_2 x_n} & r_{x_2 y} \\ & & \ddots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ & & & r_{x_i x_i} & \cdots & r_{x_i x_n} & r_{x_i y} \\ & & & & \ddots & \vdots & \vdots \\ & & & & & r_{x_n x_n} & r_{x_n y} \\ & & & & & & r_{yy} \end{bmatrix}. \quad (46)$$

На основе анализа коэффициентов корреляционной матрицы отбираются информативные параметры x_i , наиболее сильно влияющие на показатель y . Проверку значимости коэффициентов корреляции можно выполнить по статистическим критериям, если учесть, что выражение

$$\frac{r_{x_i x_j}}{\sqrt{1 - r_{x_i x_j}^2}} \sqrt{N - 2} \quad (47)$$

подчиняется распределению Стьюдента с числом степеней свободы $\lambda = N - 2$ [7]. Обычно же в практических расчетах отбор значащих коэффициентов корреляции выполняется сравнением коэффициентов корреляции $r_{x_i y}$ с пороговым значением, которое может быть выбрано в зависимости от решаемой задачи на основе экспертного анализа. Обычно связь считается существенной при $|r_{x_i y}| \geq 0,5$.

Далее на основе корреляционной матрицы устанавливаются связи между параметрами x_i и x_j . Если $|r_{x_i x_j}| > 0,8$, то связи можно считать сильными, а параметры – зависимыми, и поэтому один из них должен быть отброшен. Как правило, отбрасывается параметр, имеющий меньшую связь с показателем y (менее информативный).

Выдвижение гипотезы о виде модели можно выполнить на основе графического построения $y = f(\vec{X})$ по выборочной совокупности. Вид зависимости показателя y от вектора исходных параметров $\vec{X} = \{x_1, x_2, \dots, x_n\}$ при большом числе параметров n определить сложно, так как весьма сложно выявить влияние каждого отдельного параметра. В таких случаях построение начинают с простейшей линейной модели вида $y = a_0 + a_1 x_1 + \dots + a_n x_n$.

В дальнейшем вид модели может быть изменен, если гипотеза о виде модели отвергнута.

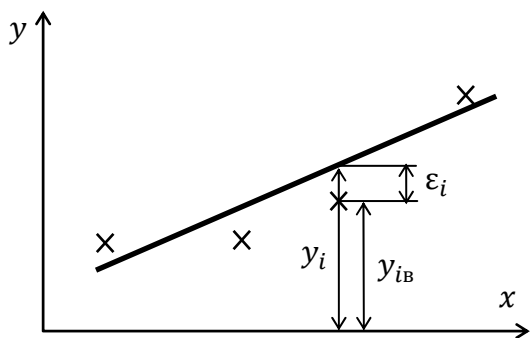


Рис. 14. Оценка коэффициентов модели

Оценка коэффициентов модели выполняется методом регрессионного анализа, основанного на методе наименьших квадратов. Сущность метода можно пояснить на простейшей модели

$$y = a_0 + a_1 x_1. \quad (48)$$

Обозначим выборочные ретроспективные значения прогнозируемого показателя через y_{iB} (показаны «х» на рис. 14), а их оценки по модели (48) через y_i . Тогда разница значений y_{iB} и y_i составит ошибку моделирования ε_i в наблюдении i , $i = \overline{1, N}$; $\varepsilon_i = y_{iB} - y_i$. Очевидно, что наилучшими можно считать такие коэффициенты модели (48), при которых среднеквадратичная ошибка моделирования будет минимальной, т. е.

$$\Phi = \sum_{i=1}^N \varepsilon_i^2 = \sum_{i=1}^N (y_{iB} - y_i)^2 \rightarrow \min. \quad (49)$$

Теперь, если подставить в выражение (49) значение y_i из выражения (48) и приравнять к нулю частные производные по коэффициентам, можно найти коэффициенты модели (48):

$$\Phi = \sum_{i=1}^N (y_{iB} - a_0 - a_1 x_{1i})^2 \rightarrow \min; \quad \frac{\partial \Phi}{\partial a_0} = 0; \quad \frac{\partial \Phi}{\partial a_1} = 0.$$

Для простейшей модели $y = a_0 + a_1 x$ выражения для оценки коэффициентов a_0 и a_1 следующие:

$$a_1 = \frac{\sum_{k=1}^N [x_k - M(x)][y_k - M(y)]}{\sum_{k=1}^N [x_k - M(x)]^2}; \quad a_0 = M(y) - a_1 M(x). \quad (50)$$

В случае построения многомерных моделей вида $y_{iB} = a_0 + \sum_{j=1}^n a_j x_{ij} + e_i$, $i = \overline{1, N}$, удобно перейти к матричной форме записи,

$$\vec{Y}_B = \mathbf{X}\vec{A} + \vec{E}, \quad (51)$$

где \vec{Y}_B – вектор выборочных значений прогнозируемого показателя; \mathbf{X} – матрица выборочных значений исходных параметров; \vec{A} – вектор коэффициентов модели; \vec{E} – вектор ошибок моделирования \vec{A} :

$$\vec{Y}_B = \begin{bmatrix} y_{1B} \\ y_{2B} \\ \vdots \\ y_{NB} \end{bmatrix}; \quad \mathbf{X} = \begin{bmatrix} x_{11} & x_{12} & \cdots & x_{1n} \\ x_{21} & x_{22} & \cdots & x_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ x_{N1} & x_{N2} & \cdots & x_{Nn} \end{bmatrix}; \quad \vec{A} = \begin{bmatrix} a_1 \\ a_2 \\ \vdots \\ a_n \end{bmatrix}; \quad \vec{E} = \begin{bmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \vdots \\ \varepsilon_N \end{bmatrix}.$$

Тогда по аналогии с одномерным случаем минимизируется суммарная погрешность моделирования Φ ,

$$\Phi = \sum_{i=1}^N \varepsilon_i^2 = \vec{\mathbf{E}}^t \vec{\mathbf{E}} = (\vec{\mathbf{Y}}_B - \vec{\mathbf{A}}\mathbf{X})^t (\vec{\mathbf{Y}}_B - \vec{\mathbf{A}}\mathbf{X}) \rightarrow \min ,$$

отсюда при $\nabla \vec{\Phi} = 0$ получается система нормальных уравнений

$$\mathbf{X}^t \mathbf{X} \vec{\mathbf{A}} = \mathbf{X}^t \vec{\mathbf{Y}}_B.$$

Для оценки вектора коэффициентов модели $\vec{\mathbf{A}}$,

$$\vec{\mathbf{A}} = (\mathbf{X}^t \mathbf{X})^{-1} \mathbf{X}^t \vec{\mathbf{Y}}_B, \quad (52)$$

нужно найти матрицу \mathbf{M}^{-1} .

Для успешного обращения информационной матрицы она не должна быть особенной. Необходимость обращения информационной матрицы определяет требования к матрице выборочной совокупности параметров \mathbf{X} : независимость параметров x_i и x_j друг от друга; хорошая определенность параметров.

Независимость параметров x_i и x_j друг от друга (столбцов матрицы \mathbf{X}) проверяется на основе анализа коэффициентов парной корреляции $r_{x_i x_j}$ и сопоставления их с пороговыми значениями.

Для хорошей определенности параметров необходимо, чтобы размерность выборки N была достаточно большой по сравнению с числом параметров n , $N \gg n$.

Вектор коэффициентов модели $\vec{\mathbf{A}}$ по сути представляет собой вектор средних значений или точечных оценок коэффициентов модели.

Для прогнозирования показателя y точечных оценок коэффициентов недостаточно, но по ним можно выполнить проверку статистической состоятельности гипотезы о виде модели.

Проверка состоятельности гипотезы о виде модели включает проверку адекватности модели и проверку отсутствия авторегрессии.

Проверка адекватности основана на проверке нулевой гипотезы. Нулевая гипотеза отвергает гипотезу, положенную в основу моделирования, т. е. предполагает, что модель не улавливает закономерностей процесса. При этом оценка дисперсии с числом степеней свободы $\lambda_1 = N - 1$ показателя y ,

$$S_y^2 = \frac{\sum_{i=1}^N [y_i - M(y)]^2}{N - 1} \quad (53)$$

соизмерима с дисперсией ошибки $S_{\text{ош}}^2$ с числом степеней свободы $\lambda_2 = N - n$,

$$S_{\text{ош}}^2 = \frac{\sum_{i=1}^N \varepsilon_i^2}{N - n}. \quad (54)$$

Отношение дисперсий $F = S_y^2 / S_{\text{ош}}^2$ подчиняется распределению Фишера [7] (F -распределение, рис. 15). Задавая близкий к единице доверительный уровень $\beta = 0,95; 0,99$, можно определить по стандартному F -распределению максимальное значение F_{max} , при котором еще подтверждается нулевая гипотеза, т. е. S_y^2 и $S_{\text{ош}}^2$ близки по значению друг другу и статистически неотличимы.

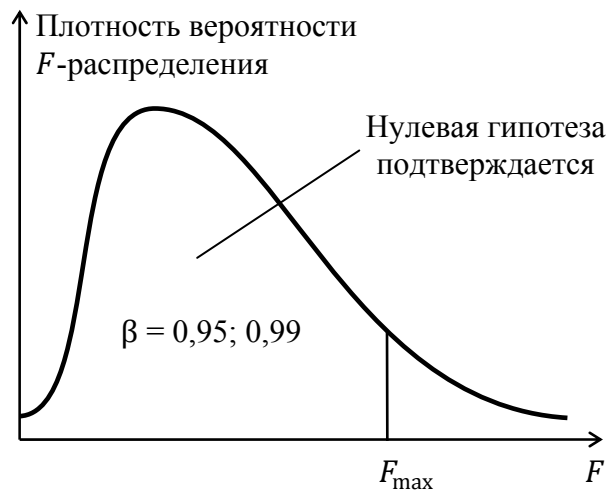


Рис. 15. Распределение Фишера

При значениях $F > F_{\text{max}}(\beta, \lambda_1, \lambda_2)$ дисперсия ошибки мала по сравнению с дисперсией показателя y и нулевая гипотеза отвергается, а следовательно, подтверждается гипотеза о виде модели.

В том случае, когда проверка по F -распределению удовлетворительна, модель принимается для дальнейшего исследования; если нет, то необходимо изменить или вид модели, или состав показателей для повышения адекватности модели. Плохая модель может быть также обусловлена наличием авторегрессионных связей. Под авторегрессионными связями понимается взаимозависимость ошибок соседних наблюдений. Проверка отсутствия авторегрессии выполняется по критерию Дарбина-Ватсона:

$$D = 2 \left(1 - \frac{\sum_{i=2}^N \varepsilon_i \varepsilon_{i-1}}{\sum_{i=1}^N \varepsilon_i^2} \right). \quad (55)$$

Если $1,5 \leq D \leq 2,5$, то авторегрессия отсутствует; в противном случае ошибки соседних наблюдений ε_i и ε_{i-1} нельзя считать независимыми и следует учесть наличие авторегрессии (см. разд. 8.3).

Интервальные оценки коэффициентов модели выполняются после оценки их статистической значимости.

Статистическая значимость коэффициентов проверяется на основе выдвижения нулевой гипотезы, отвергающей статистическую значимость коэффициентов модели.

Для проверки значимости можно воспользоваться величиной τ , определяемой как отношение случайной величины к ее ошибке с ν степенями свободы, $\nu = N - n$.

Пусть $\tau = a_i / S_{a_i}$, где S_{a_i} – ошибка коэффициента модели a_i , которая может быть оценена по ошибке моделирования $S_{\text{ош}}$ и коэффициенту обратной информационной матрицы,

$$S_{a_i} = S_{\text{ош}} \sqrt{(\mathbf{X}^t \mathbf{X})_{ii}^{-1}}. \quad (56)$$

Значение коэффициента τ выбирается по стандартному распределению Стьюдента [7] (см. рис. 16).

Если нулевая гипотеза верна и коэффициенты модели незначимы, то их ошибка велика и статистически неотличима от самого коэффициента, т. е. τ с высокой вероятностью мало (уровень значимости $\alpha = 0,05$ и менее, а уровень незначимости $\beta = 0,95$ и более, $\alpha + \beta = 1$).

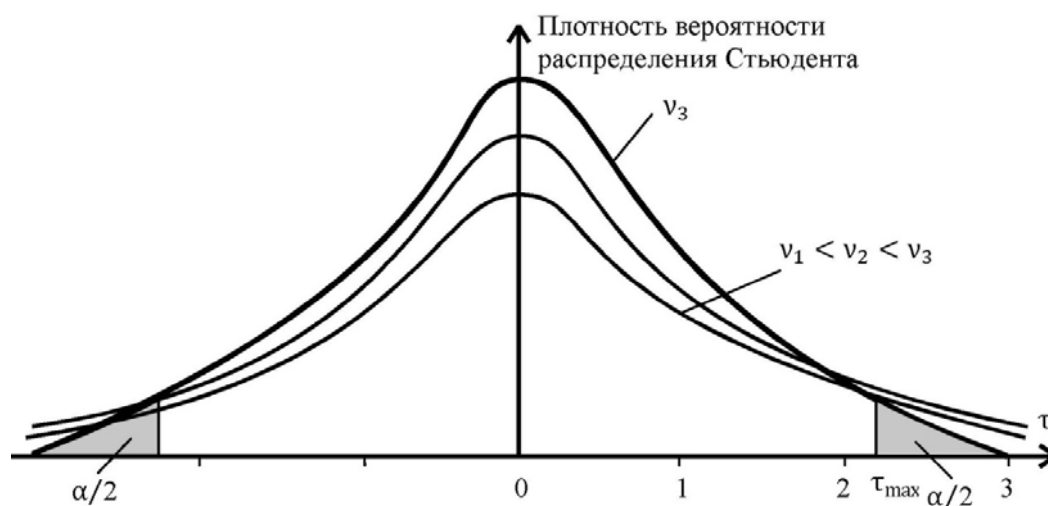


Рис. 16. Распределение Стьюдента

Если теперь определить по стандартному распределению значение τ_{max} и сравнить его с расчетным значением, то можно утверждать, что при $\tau_{\text{рас}} < \tau_{\text{max}}$ нулевая гипотеза о незначимости коэффи-

циентов подтверждается, а если $\tau_{\text{рас}} > \tau_{\text{max}}$, то коэффициенты модели значимы и можно приступить к определению интервальных оценок или доверительных интервалов коэффициентов модели, $a_i/S_{a_i} > \tau_{\text{max}}$.

Введем понятие доверительного интервала Δa_i – вероятного отклонения коэффициента модели a_i . Если коэффициент a_i значим, то можно записать

$$|\pm \Delta a_i| \leq S_{a_i} \tau_{\text{max}}. \quad (57)$$

При этом максимальное значение доверительного интервала Δa_i при $\beta = 0,95 \dots 0,99$ и $\nu = N - m$ равно $\Delta a_i = S_{a_i} \tau_{\text{max}}$.

Теперь регрессионная модель может быть записана с учетом интервальных оценок коэффициентов

$$Y = \sum_{i=1}^n (a_i \pm \Delta a_i) x_i. \quad (58)$$

Прогнозирование по регрессионной модели заключается в продлении тренда на требуемый прогнозный период и включает получение точечных и интервальных оценок прогнозируемого показателя.

Точечные оценки прогнозируемого показателя, или определение его математических ожиданий на перспективу, основаны на использовании модели с точечными оценками коэффициентов:

$$Y_j = \sum_{i=1}^n a_i x_{ij}, \quad (59)$$

где $j = N + 1, \dots, T$ – прогнозируемый период, а x_{ij} – прогнозные значения параметра i , $i = 1, 2, \dots, n$ на год прогноза j .

Интервальные оценки прогнозируемого показателя, или определение доверительного интервала прогноза, выполняется на основе вычисления ошибок прогнозирования S_j на год прогноза j , где

$$S_j = S_{\text{ош}} \sqrt{1 + \vec{\mathbf{X}}_j (\mathbf{X}^t \mathbf{X})^{-1} \vec{\mathbf{X}}_j^t},$$

$$S_j = S_{\text{ош}} \sqrt{1 + [x_{j1} \quad x_{j2} \quad \dots \quad x_{jn}] (\mathbf{X}^t \mathbf{X})^{-1} \begin{bmatrix} x_{j1} \\ x_{j2} \\ \vdots \\ x_{jn} \end{bmatrix}}; \quad (60)$$

здесь \vec{X}_j – вектор-столбец прогнозных значений величин x_{ij} на год прогноза j .

Аналогично определению доверительных интервалов коэффициентов модели можно записать

$$|Y_j \pm \Delta Y_i| \leq \tau_{\max} S_j, \quad (61)$$

и максимальное значение доверительного интервала прогнозируемого показателя Y

$$\Delta Y_j = S_j \tau_{\max}, \text{ при } \beta = 0,95 \dots 0,99 \text{ и } v = N - n.$$

Следует отметить, что при прогнозировании показателя на интервале прогнозирования от $j = N + 1$ до T прогнозные точечные оценки и интервальные оценки по регрессионной модели могут быть найдены на любой год j независимо от предыдущих и последующих лет.

8.2. Пример прогнозирования нагрузок и электропотребления по регрессионной модели

Постановка задачи и исходные данные. Обучающая выборка представляет собой совокупность наблюдаемых значений максимальной годовой нагрузки энергосистемы за прошедшие 10 лет. Требуется подобрать уравнение регрессии в виде временного многочлена, выполнить прогноз нагрузки на последующие 5 лет и оценить доверительные интервалы прогноза.

Совокупность наблюдаемых значений максимальной годовой нагрузки:

Год	1-й	2-й	3-й	4-й	5-й	6-й	7-й	8-й	9-й	10-й
$P, 10^{-3} \text{ МВт}$	11,37	12,02	13,30	14,41	16,42	17,99	19,02	21,18	22,39	24,78

Отбор информативных показателей и определение вида модели. Графический анализ совокупности позволяет выдвинуть гипотезу о модели в виде временного многочлена $y = a_1 x_1 + a_2 x_2 + a_3 x_3$, где $x_1 = 1$, $x_2 = t$, $x_3 = t^2$.

Тогда можно получить вектор выборочных значений моделируемого показателя \vec{Y}_B и матрицу выборочных значений \mathbf{X} :

$$\vec{Y}_B = \begin{bmatrix} 11,37 \\ 12,02 \\ 13,10 \\ \vdots \\ 24,78 \end{bmatrix}; \quad \mathbf{X} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 4 \\ 1 & 3 & 9 \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ 1 & 10 & 100 \end{bmatrix}.$$

Математические ожидания и дисперсии параметров:

$$M(x_1) = 1; \quad S(x_1) = 0;$$

$$M(x_2) = 5,5; \quad S(x_2) = 3,03;$$

$$M(x_3) = 38,5; \quad S(x_3) = 34,173;$$

$$M(y) = 17,27; \quad S(y) = 4,61.$$

Матрица коэффициентов парной корреляции параметров между собой (1–3 столбцы матрицы **R**) и параметров и моделируемого показателя (4 столбец матрицы **R**):

$$\mathbf{R} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ & 1 & 0,975 & 0,988 \\ & & 1 & 0,994 \\ & & & 1 \end{bmatrix}.$$

Анализ корреляционной матрицы показывает, что все параметры существенно влияют на моделируемый показатель. В то же время параметры не являются независимыми друг от друга и следовало бы один из них исключить (x_1 или x_2), но для лучшего ознакомления студентов с методикой построения многомерных моделей исключение переменных x_1 или x_2 не произведено.

Точечные оценки коэффициентов модели определяются по соотношениям:

$$\vec{\mathbf{A}} = (\mathbf{X}^t \mathbf{X})^{-1} \mathbf{X}^t \vec{\mathbf{Y}}_B;$$

$$\mathbf{X}^t \mathbf{X} = \begin{bmatrix} 10 & 55 & 385 \\ 55 & 385 & 3025 \\ 385 & 3025 & 25333 \end{bmatrix}; \quad \mathbf{X}^t \vec{\mathbf{Y}}_B = \begin{bmatrix} 172,68 \\ 1074,28 \\ 8045,14 \end{bmatrix}.$$

Для получения вектора математических ожиданий точечных оценок коэффициентов модели необходимо выполнить обращение информационной матрицы $\mathbf{M} = \mathbf{X}^t \mathbf{X}$ любым известным методом

$$(\mathbf{X}^t \mathbf{X})^{-1} = \begin{bmatrix} 1,3833 & -0,52499 & 0,04166 \\ -0,52499 & 0,241287 & -0,020833 \\ 0,04166 & -0,020833 & 1,89383 \cdot 10^{-3} \end{bmatrix}.$$

Тогда вектор коэффициентов модели

$$\vec{\mathbf{A}} = \begin{bmatrix} a_1 \\ a_2 \\ a_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 10,09073 \\ 0,94686 \\ 0,05112 \end{bmatrix}.$$

Вычисление точечных оценок показателя и ошибок моделирования. Математическое ожидание Y_M модельных – или вычисленных – значений показателя найдено по модели с использованием точечных оценок коэффициентов модели по соотношениям:

$$y_{mi} = a_1 x_{1i} + a_2 x_{2i} + a_3 x_{3i}; \quad \varepsilon = y_{vi} - y_{mi}.$$

Результаты расчетов по выборочной совокупности приведены в табл. 17.

Таблица 17

Расчет погрешностей моделирования

Показатель	Год наблюдений									
	1-й	2-й	3-й	4-й	5-й	6-й	7-й	8-й	9-й	10-й
Y_B	11,37	12,02	13,10	14,41	16,42	17,99	19,02	21,18	22,39	24,78
Y_M	11,089	12,189	13,391	14,696	16,103	17,612	19,224	20,937	22,753	24,671
ε	0,281	–0,169	–0,291	–0,286	0,317	0,378	–0,204	0,243	–0,363	0,109
ε^2	0,0791	0,0285	0,0849	0,0818	0,1005	0,1427	0,0415	0,0589	0,1319	0,0118

Проверка статистической состоятельности модели. Проверка нулевой гипотезы, которая отвергает состоятельность регрессионной модели, выполняется на основе сопоставления дисперсии моделируемого показателя и дисперсии ошибки моделирования. Отношение дисперсий подчиняется распределению Фишера [7]. Для подтверждения состоятельности модели вычисляется значение $F_{\text{рас}}$ и сравнивается с величиной критического значения стандартного F -распределения с высокой достоверностью $\beta = 0,99$ (или 0,95) и числом степеней свободы числителя $(N - 1)$ и знаменателя $(N - n)$:

$$F_{\text{рас}} = \frac{S^2(Y_B)}{S_{\text{ош}}^2}, \quad \text{где} \quad S_{\text{ош}}^2 = \frac{\sum_{i=1}^n \varepsilon_i^2}{N - n}, \quad S(Y_B) = 4,61, \quad S^2(Y_B) = 21,252,$$

$$\sum_{i=1}^n \varepsilon_i^2 = 0,7616, \quad S_{\text{ош}}^2 = \frac{0,7616}{10 - 2} = 0,0952, \quad \text{тогда} \quad F_{\text{рас}} = \frac{21,252}{0,0952} = 223,7.$$

Стандартное значение F -распределения с достоверностью $\beta = 0,99$ и числом степеней свободы числителя $\lambda_1 = (10 - 1) = 9$ и знаменателя $\lambda_2 = (10 - 2) = 8$ равно $F_{\text{табл}} = 5,91$ (см. табл. 18); следовательно, $F_{\text{рас}} > F_{\text{табл}}$ и нулевая гипотеза о несостоятельности модели отвергается, т. е. подтверждается адекватность вида модели и оценок математических ожиданий коэффициентов.

Таблица 18

Критические точки распределения F Фишера-Снедекора

λ_2	λ_1											
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
1	4052	4999	5403	5625	5764	5889	5928	5981	6022	6056	6082	6106
2	98,49	99,01	99,17	99,25	99,33	99,30	99,34	99,36	99,36	99,40	99,41	99,42
3	34,12	30,81	29,46	28,71	28,24	27,91	27,67	27,49	27,34	27,23	27,13	27,05
4	21,20	18,00	16,69	15,98	15,52	15,21	14,98	14,80	14,66	14,54	14,45	14,37
5	16,26	13,27	12,06	11,39	10,97	10,67	10,45	10,27	10,15	10,05	9,96	9,89
6	13,74	10,92	9,78	9,15	8,75	8,47	8,26	8,10	7,98	7,87	7,79	7,72
7	12,25	9,55	8,45	7,85	7,46	7,19	7,00	6,84	6,71	6,62	6,54	6,47
8	11,26	8,65	7,59	7,01	6,63	6,37	6,19	6,03	5,91	5,82	5,74	5,67
9	10,56	8,02	6,99	6,42	6,06	5,80	5,62	5,47	5,35	5,26	5,18	5,11
10	10,04	7,56	6,55	5,99	5,64	5,39	5,21	5,06	4,95	4,85	4,78	4,71
11	9,85	7,20	6,22	5,67	5,32	5,07	4,88	4,74	4,63	4,54	4,46	4,40
12	9,33	6,93	5,95	5,41	5,06	4,82	4,65	4,50	4,39	4,30	4,22	4,16
13	9,07	6,70	5,74	5,20	4,86	4,62	4,44	4,30	4,19	4,10	4,02	3,96
14	8,86	6,51	5,56	5,03	4,69	4,46	4,28	4,14	4,03	3,94	3,86	3,80
15	8,68	6,36	5,42	4,89	4,56	4,32	4,14	4,00	3,89	3,80	3,73	3,67
16	8,53	6,23	5,29	4,77	4,44	4,20	4,03	3,89	3,78	3,69	3,61	3,55
17	8,40	6,11	5,18	4,67	4,34	4,10	3,93	3,79	3,68	3,59	3,52	3,45

Примечание. λ_1 – число степеней свободы большей дисперсии;
 λ_2 – число степеней свободы меньшей дисперсии.

Проверка отсутствия авторегрессионных связей выполняется по критерию Дарбина-Ватсона (77).

В нашем примере $\sum_{i=2}^N \varepsilon_i \varepsilon_{i-1} = -0,1399$, тогда

$$D = 2 \left(1 - \frac{-0,1399}{0,7616} \right) = 2,37 < 2,5.$$

Таким образом, можно утверждать, что авторегрессионные связи отсутствуют и ошибки моделирования независимы и случайны.

Вычисление интервальных оценок показателя и ошибок моделирования. Среднеквадратичная ошибка моделирования

$$S_{\text{ош}} = \sqrt{0,0952} = 0,3085,$$

тогда оценки ошибок коэффициентов модели могут быть найдены по выражению

$$S(a_i) = S_{\text{ош}} \sqrt{(\mathbf{X}^t \mathbf{X})_{ii}^{-1}}.$$

$$S(a_1) = 0,3085 \sqrt{1,38} = 0,362;$$

$$S(a_2) = 0,3085 \sqrt{0,2413} = 0,1515;$$

$$S(a_3) = 0,3085 \sqrt{1,8939 \cdot 10^{-3}} = 0,0134.$$

Проверка значимости коэффициентов модели выполняется на основе сопоставления значения коэффициента модели и оценки его ошибки. Отношение этих величин подчиняется распределению Стьюдента. Для подтверждения значимости коэффициентов модели вычисляется расчетное значение $t_{\text{рас}}$ и сравнивается с величиной критического значения стандартного F -распределения с высокой достоверностью $\beta = 0,99$ (или $0,95$) и числом степеней свободы ошибки $(N - n)$:

$$t_{\text{рас}1} = \frac{a_1}{S(a_1)} = \frac{10,09}{0,362} = 27,88;$$

$$t_{\text{рас}2} = \frac{a_2}{S(a_2)} = \frac{0,95}{0,1515} = 6,25;$$

$$t_{\text{рас}3} = \frac{a_3}{S(a_3)} = \frac{0,05}{0,0134} = 3,73.$$

Стандартное значение F -распределения с достоверностью $\beta = 0,99$ (уровнем значимости $\alpha = 0,01$) и числом степеней свободы знаменателя $\lambda = (10 - 2) = 8$ равно $t_{\text{табл}} = 3,36$ (см. табл. 19). Следовательно, $t_{\text{рас}i} > t_{\text{табл}}$ (для всех коэффициентов модели), нулевая гипотеза о незначимости коэффициентов модели отвергается и подтверждается значимость всех коэффициентов.

Построение интервальных оценок Δa_i – доверительных интервалов коэффициентов модели – выполняется с использованием стандартного значения F -распределения с уровнем значимости $\alpha = 0,01$ и числом степеней свободы знаменателя 8, которое равно $t_{\text{табл}} = 3,36$, тогда:

$$\Delta a_1 < t_{\text{табл}} \cdot S(a_1) = 3,36 \cdot 0,362 = 1,215;$$

$$\Delta a_2 < t_{\text{табл}} \cdot S(a_2) = 3,36 \cdot 0,1515 = 0,509;$$

$$\Delta a_3 < t_{\text{табл}} \cdot S(a_3) = 3,36 \cdot 0,0134 = 0,045.$$

Таблица 19

Критические точки распределения Стьюдента

Число степеней свободы λ	Уровень значимости α (двусторонняя критическая область)					
	0,10	0,05	0,02	0,01	0,002	0,001
1	6,31	12,7	31,82	63,7	318,3	637,0
2	2,92	4,30	6,97	9,92	22,33	31,6
3	2,35	3,18	4,54	5,84	10,22	12,9
4	2,13	2,78	3,75	4,60	7,17	8,61
5	2,01	2,57	3,37	4,03	5,89	6,86
6	1,94	2,45	3,14	3,71	5,21	5,96
7	1,89	2,36	3,00	3,50	4,79	5,40
8	1,86	2,31	2,90	3,36	4,50	5,04
9	1,83	2,26	2,82	3,25	4,30	4,78
10	1,81	2,23	2,76	3,17	4,14	4,59
11	1,80	2,20	2,72	3,11	4,03	4,44
12	1,78	2,18	2,68	3,05	3,93	4,32
13	1,77	2,16	2,65	3,01	3,85	4,22
14	1,76	2,14	2,62	2,98	3,79	4,14
15	1,75	2,13	2,60	2,95	3,73	4,07
16	1,75	2,12	2,58	2,92	3,69	4,01
17	1,74	2,11	2,57	2,90	3,65	3,96
18	1,73	2,10	2,55	2,88	3,61	3,92
19	1,73	2,09	2,54	2,86	3,58	3,88
20	1,73	2,09	2,53	2,85	3,55	3,85
21	1,72	2,08	2,52	2,83	3,53	3,82
22	1,72	2,07	2,51	2,82	3,51	3,79

Теперь модель можно записать с учетом точечных и интервальных оценок:

$$y = (a_1 \pm \Delta a_1)x_1 + (a_2 \pm \Delta a_2)x_2 + (a_3 \pm \Delta a_3)x_3;$$

$$y = (10,09 \pm 1,215)x_1 + (0,95 \pm 0,509)x_2 + (0,05 \pm 0,045)x_3,$$

или

$$P = (10,09 \pm 1,215) + (0,95 \pm 0,509)t + (0,05 \pm 0,045)t^2.$$

Прогнозирование по регрессионной модели включает определение точечных и интервальных оценок показателя моделирования на заданную перспективу. Точечные оценки показателя на год j определяются по модели

$$y_j = a_1x_{1j} + a_2x_{2j} + a_3x_{3j} \quad \text{или} \quad y = 10,09 + 0,95t + 0,05t^2.$$

Интервальные оценки на год j выполняются на основе расчетов ошибок прогнозирования по соотношению

$$S_j = S_{\text{ош}} \sqrt{1 + \vec{X}_j (\mathbf{X}^t \mathbf{X})^{-1} \vec{X}_j^t}.$$

Пример прогнозирования показателя выполнен на год $j = 11$. Точечная оценка прогноза показателя $y = 10,09 + 0,95 \cdot 11 + 0,05 \cdot 11^2 = 26,29$.

Определение интервальной оценки:

$$\vec{X}_j (\mathbf{X}^t \mathbf{X})^{-1} \vec{X}_j^t =$$

$$= [1 \quad 11 \quad 121] \begin{bmatrix} 1,3833 & -0,52499 & 0,04166 \\ -0,52499 & 0,241287 & -0,020833 \\ 0,04166 & -0,020833 & 1,89383 \cdot 10^{-3} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ 11 \\ 121 \end{bmatrix} = 1,383;$$

$$S_{11} = 0,3085 \sqrt{1 + 1,383} = 0,4762;$$

$$\Delta y_{11} < t_{\text{табл}} S_{11} = 3,36 \cdot 0,4762 = 1,60,$$

таким образом, прогнозное значение y на 11-й год составляет $26,29 \pm 1,6$.

Результаты прогнозирования на пятилетний период приведены в табл. 20.

Таблица 20

Прогноз максимальной годовой нагрузки энергосистемы

Показатель	Год				
	11-й	12-й	13-й	14-й	15-й
$\vec{X}_j^t (\mathbf{X}^t \mathbf{X})^{-1} \vec{X}_j$	1,383	2,801	5,145	8,733	13,928
S	0,4762	0,6015	0,7647	0,9625	1,1919
Y	26,69	28,83	31,02	33,34	35,77
ΔY	1,600	2,021	2,569	3,2340	4,004

8.3. Авторегрессионные модели прогнозирования

Если проверка по критерию Дарбина-Ватсона (55) показывает наличие связей погрешностей соседних точек обучающей выборки, то для прогнозирования показателя y можно попытаться получать авторегрессионные модели прогнозирования вида

$$y_t = a_0 + a_1 y_{(t-1)} + a_2 y_{(t-2)} + \dots + a_n y_{(t-n)}, \quad (62)$$

где $t = n + 1, n + 2, \dots$

Оценка коэффициентов авторегрессионной модели (62) выполняется аналогично оценке коэффициентов обычной регрессионной модели, которая была рассмотрена в предыдущих параграфах. Однако построение авторегрессионной модели вида (62) имеет некоторые особенности в части формирования выборочной статистической совокупности.

Как указывалось выше, для оценки вектора коэффициентов модели \vec{A} необходимо составить вектор выборочных значений прогнозируемого показателя \vec{Y} по наблюдениям $i = 1, 2, \dots, N$ и матрицу X соответствующих выборочных значений параметров. Из формулы (62) следует, что в авторегрессионных моделях строка i матрицы параметров X содержит n ближайших предшествующих значений самого моделируемого показателя y_t .

Таким образом, если размер выборочной совокупности, по которой оцениваются коэффициенты авторегрессионной модели, равен N , то необходимо наличие выборочной совокупности большего размера $N + n$. Это обстоятельство объясняется тем, что первым n выборочным значениям показателя y_t соответствуют пустые или неполностью заполненные строки матрицы параметров X .

На рис. 17 показана выборочная статистическая совокупность наблюдений, составленная из значений прогнозируемого показателя y_t . Если теперь сформировать вектор \vec{Y}_B и матрицу параметров X для оценки коэффициентов модели (62) $a_0, a_1, a_2, \dots, a_n$, то явно видна неполная заполненность матрицы X для первых n наблюдений.

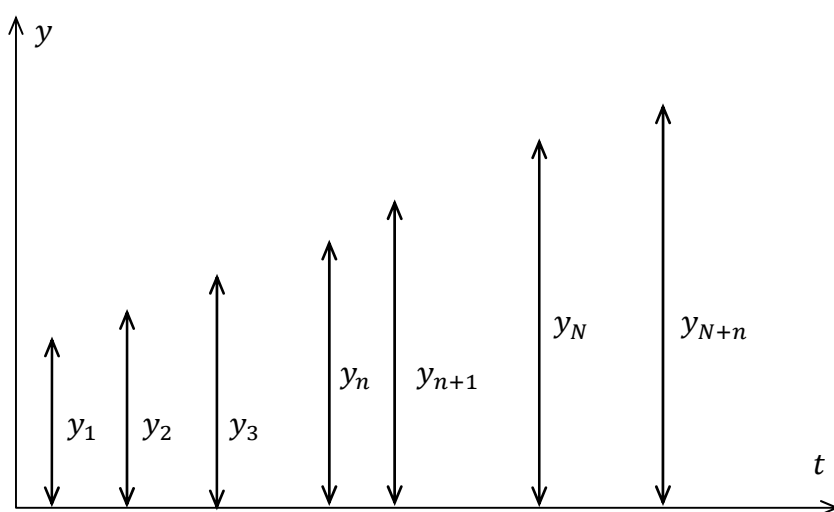


Рис. 17. Формирование выборочной совокупности при авторегрессионном прогнозировании

$$\vec{Y}_B = \begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \\ y_3 \\ \vdots \\ y_n \\ \left. \begin{matrix} y_{n+1} \\ y_{n+2} \\ \vdots \\ y_N \\ \vdots \\ y_{N+n} \end{matrix} \right\} n \\ N \end{bmatrix}; \quad \mathbf{X} = \begin{bmatrix} a_0 & a_1 & a_2 & \cdots & a_{n-1} & a_n \\ 1 & - & - & \cdots & - & - \\ 1 & y_1 & - & \cdots & - & - \\ 1 & y_2 & y_1 & \cdots & - & - \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ 1 & y_{n-1} & y_{n-2} & \cdots & y_1 & - \\ 1 & y_n & y_{n-1} & \cdots & y_2 & y_1 \\ 1 & y_{n+1} & y_n & \cdots & y_3 & y_2 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ 1 & y_{N-1} & y_{N-2} & \cdots & y_{N-n-1} & y_{N-n} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ 1 & y_{N+n-1} & y_{N+n-2} & \cdots & y_{N+1} & y_N \end{bmatrix}. \quad (63)$$

В качестве примера можно рассмотреть формирование авторегрессионной модели вида $y_t = a_0 + a_1 y_{t-1} + a_2 y_{t-2}$.

Пусть для оценки коэффициентов a_0 , a_1 и a_2 используется выборка размера $N = 8$, число членов модели без свободного члена $n = 2$. При этих условиях необходим общий размер выборочной совокупности $N + n = 8 + 2 = 10$:

$$\vec{Y}_B = \begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \\ y_3 \\ y_4 \\ y_5 \\ y_6 \\ y_7 \\ y_8 \\ - - - \\ y_9 \\ y_{10} \end{bmatrix}; \quad \mathbf{X} = \begin{bmatrix} a_0 & a_1 & a_2 \\ 1 & - & - \\ 1 & y_1 & - \\ 1 & y_2 & y_1 \\ 1 & y_3 & y_2 \\ 1 & y_4 & y_3 \\ 1 & y_5 & y_4 \\ 1 & y_6 & y_5 \\ 1 & y_7 & y_6 \\ 1 & y_8 & y_7 \\ 1 & y_9 & y_8 \end{bmatrix} \left. \begin{matrix} \left. \begin{matrix} \\ \\ \\ \end{matrix} \right\} n = 2 \\ \left. \begin{matrix} \\ \\ \\ \\ \\ \\ \\ \end{matrix} \right\} N = 8 \end{matrix} \right\} N + n = 10.$$

После формирования выборочных совокупностей показателя \vec{Y}_B и матрицы \mathbf{X} выполняются все этапы моделирования, изложенные в разд. 8.1. Единственным отличием является прогнозирование по авторегрессионной модели.

Прогнозирование по авторегрессионной модели производится только по шагам от года к году, т. к. в модели приходится использовать значение показателя на предыдущем временном интервале:

$$\begin{aligned} 1\text{-й шаг прогноза: } y_{t+1} &= a_0 + a_1 y_t + a_2 y_{t-1} + \cdots + a_n y_{t-(n-1)}, \\ 2\text{-й шаг прогноза: } y_{t+2} &= a_0 + a_1 y_{t+1} + a_2 y_t + \cdots + a_n y_{t-(n-2)}, \\ &\vdots \\ m\text{-й шаг прогноза: } y_{t+m} &= a_0 + a_1 y_{t+m-1} + a_2 y_{t+m-2} + \cdots + a_n y_{(t+m)-n}. \end{aligned} \quad (64)$$

Как видно из (64), при прогнозировании на первый год $t + 1$ используются выборочные значения $y_t, y_{t-1}, \dots, y_{t-(n-1)}$; при прогнозировании на последующие годы используются прогнозные значения за предыдущие годы.

8.4. Учет изменения тенденций при прогнозировании

Прогнозирование нагрузок и электропотребления по обычным временным регрессионным моделям дает хороший результат при устойчивом состоянии энергетики и плохо учитывает изменение устоявшихся в ретроспективе тенденций.

Некоторое улучшение прогностических свойств регрессионных и авторегрессионных моделей может быть достигнуто при использовании моделей с переменными коэффициентами, которые сами являются функциями времени.

Учет изменения тенденций в регрессионных моделях. Построение моделей, учитывающих изменения тренда, отличается от формирования обычных регрессионных моделей только на этапе получения матрицы выборочных значений показателей моделей \mathbf{X} .

Если рассмотреть обычную регрессионную модель с одним аргументом x

$$y_{vj} = a_0 + a_1 x_{j1}, \quad j = 1, \dots, N, \quad (65)$$

и сделать предположение о том, что коэффициенты модели a_0 и a_1 зависят от времени, то в самом простом случае эта зависимость может быть линейной:

$$\begin{aligned} a_{0j} &= b'_0 + b'_1 t_j; \\ a_{1j} &= b''_0 + b''_1 t_j. \end{aligned} \quad (66)$$

Теперь можно записать модель (65) с учетом изменения коэффициентов модели во времени (66), тогда

$$y_{vj} = (b'_0 + b'_1 t_j) + (b''_0 + b''_1 t_j) x_{j1},$$

или

$$y_{vj} = b'_0 + b'_1 t_j + b''_0 x_{j1} + b''_1 t_j x_{j1}, \quad j = 1, \dots, N,$$

т. е. формирование матрицы \mathbf{X} выборочных значений показателей должно быть подчинено необходимости оценки не двух коэффициентов a_0 и a_1 , а четырех — b'_0, b'_1, b''_0, b''_1 , и число параметров модели

увеличивается вдвое. Вектор выборочных значений прогнозируемого показателя будет иметь такой же вид, как при построении обычных регрессионных моделей, в матрице \mathbf{X} увеличится число столбцов, а в векторе коэффициентов модели $\vec{\mathbf{A}}$ – число строк:

$$\vec{\mathbf{Y}}_B = \begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \\ \vdots \\ y_j \\ \vdots \\ y_N \end{bmatrix}; \quad \mathbf{X} = \begin{bmatrix} 1 & 1 \cdot t_1 & x_{11} & x_{11} \cdot t_1 \\ 1 & 1 \cdot t_2 & x_{21} & x_{21} \cdot t_2 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 1 & 1 \cdot t_j & x_{j1} & x_{j1} \cdot t_j \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 1 & 1 \cdot t_N & x_{N1} & x_{N1} \cdot t_N \end{bmatrix}; \quad \vec{\mathbf{A}} = \begin{bmatrix} b'_0 \\ b'_1 \\ b''_0 \\ b''_1 \end{bmatrix}. \quad (67)$$

В многомерном случае, когда $y_j = \sum_{i=1}^n a_i x_{ij}$, $j = 1, \dots, N$:

$$\vec{\mathbf{Y}}_B = \begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \\ \vdots \\ y_j \\ \vdots \\ y_N \end{bmatrix}; \quad \mathbf{X} = \begin{bmatrix} 1 & x_{11} & \cdots & x_{1n} & t_1 & x_{11}t_1 & \cdots & x_{1n}t_1 \\ 1 & x_{21} & \cdots & x_{2n} & t_2 & x_{21}t_2 & \cdots & x_{2n}t_2 \\ 1 & x_{31} & \cdots & x_{3n} & t_j & x_{31}t_3 & \cdots & x_{3n}t_j \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 1 & x_{N1} & \cdots & x_{Nn} & t_N & x_{N1}t_N & \cdots & x_{Nn}t_N \end{bmatrix}. \quad (68)$$

Учет изменения тенденций при авторегрессионном прогнозировании выполняется аналогично подобной операции при прогнозировании по простым регрессионным моделям.

Модель авторегрессии имеет вид

$$y_t = a_0 + \sum_{i=1}^n a_i y_{t-i}, \quad t = n+1, \dots, N+n.$$

Для учета изменения тренда необходимо записать зависимость коэффициентов модели авторегрессии от времени:

$$\begin{aligned} a_0 &= b_{00} + b_{10}t, \\ &\vdots \\ a_i &= b_{0i} + b_{1i}t, \end{aligned}$$

где $i = 1, 2, \dots, n$, теперь модель показателя y_t

$$y_t = b_{00} + b_{10}t + \sum_{i=1}^n b_{0i}y_{t-i} + \sum_{i=1}^n b_{1i}y_{t-i}t,$$

а $t = n+1, n+2, \dots, n+N$.

Теперь можно записать вектор прогнозируемого показателя, а также выборочную матрицу \mathbf{X} и вектор коэффициентов модели $\vec{\mathbf{A}}$.

Вектор коэффициентов модели \vec{A} размерностью $2(n+1)$ имеет вид

$$\vec{A}^t = [b_{00} \quad b_{01} \quad b_{02} \quad \cdots \quad b_{0n} \quad b_{10} \quad b_{11} \quad b_{12} \quad \cdots \quad b_{1n}].$$

Вектор \vec{Y}_B с учетом особенностей авторегрессионных моделей при использовании матрицы выборочных значений параметров X размера N для оценки вектора \vec{A} должен иметь размер $N+n$. Число столбцов матрицы X при построении модели со свободным или без свободного члена соответственно равно $2(n+1)$ и $2n$:

$$\vec{Y}_B = \begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \\ y_3 \\ \vdots \\ y_n \\ y_{n+1} \\ y_{n+2} \\ \vdots \\ y_N \\ \vdots \\ y_{N+n} \end{bmatrix}; X = \begin{bmatrix} 1 & - & - & \cdots & - & t_1 & - & \cdots & - \\ 1 & y_1 & - & \cdots & - & t_2 & y_1 t_2 & \cdots & - \\ 1 & y_2 & y_1 & \cdots & - & t_3 & y_2 t_3 & \cdots & - \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 1 & y_{n-1} & y_{n-2} & \cdots & - & t_n & y_{n-1} t_n & \cdots & - \\ 1 & y_n & y_{n-1} & \cdots & y_1 & t_{n+1} & y_n t_{n+1} & \cdots & y_1 t_{n+1} \\ 1 & y_{n+1} & y_n & \cdots & y_2 & t_{n+2} & y_{n+1} t_{n+2} & \cdots & y_2 t_{n+2} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 1 & y_{N-1} & y_{N-2} & \cdots & y_{N-n} & t_N & y_{N-1} t_N & \cdots & y_{N-n} t_N \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 1 & y_{N+n-1} & y_{N+n-2} & \cdots & y_N & t_{N+n} & y_{N+n-1} t_{N+n} & \cdots & y_N t_{N+n} \end{bmatrix} \left. \begin{array}{l} \left. \begin{array}{l} \vdots \\ \vdots \\ \vdots \end{array} \right\} n \\ \left. \begin{array}{l} \vdots \\ \vdots \\ \vdots \end{array} \right\} N \end{array} \right\} \quad (69)$$

При построении моделей с учетом изменения тенденций выполняются все этапы моделирования, как указано в разд. 8.1.

8.5. Модели прогнозирования с дисконтированием

Рассмотренные выше модели хорошо отражают устойчивые тенденции прогнозируемых показателей. Для того чтобы модели хорошо отражали установившиеся тенденции, необходимо при моделировании использовать выборочную статистическую совокупность параметров матрицы X и вектора \vec{Y}_B достаточно большой размерности N так, чтобы $N \gg n$, где n – число независимых параметров.

Однако в этом случае возможно перенесение на этап прогнозирования некоторых тенденций изменения прогнозируемых показателей, характерных для далеких временных интервалов прошлого и не характерных для ближайших и прогнозируемых временных интервалов. Для того чтобы уменьшить указанный недостаток моделей тренда, не уменьшая размерности выборки, используются модели прогнозирования с дисконтированием. Метод дисконтирования сводится к «взвешиванию» наблюдений, при этом ошибки моделирования, относящиеся к более свежим (близким к году выполнения моделирования) данным, учитываются с большим весом, чем ошибки наблюдений, произведенных ранее.

Если обозначить ошибку года t через ε_t , то для оценки коэффициентов модели регрессии используется условие $\min \sum_{t=1}^N \varepsilon_t^2 \beta_t$, где β_t – коэффициент дисконтирования.

Для многомерного случая $\vec{Y} = \mathbf{X}\vec{A}$ необходимо ввести понятие вектора дисконтирования \vec{B}

$$\vec{B} = \begin{bmatrix} \beta_1 \\ \beta_2 \\ \vdots \\ \beta_t \\ \vdots \\ \beta_N \end{bmatrix}. \quad (70)$$

Тогда система нормальных уравнений (наименьших квадратов) будет иметь вид

$$\mathbf{X}^t \mathbf{B}_D \mathbf{X} \vec{A} = \mathbf{X}^t \mathbf{B}_D \vec{Y}_B. \quad (71)$$

Здесь \mathbf{B}_D – диагональная матрица, на главной диагонали которой находятся коэффициенты вектора \vec{B} ,

$$\mathbf{B}_D = \begin{bmatrix} \beta_1 & & & & \\ & \ddots & & & \\ & & \beta_t & & \\ & & & \ddots & \\ & & & & \beta_N \end{bmatrix}.$$

Теперь, если ввести понятие дисконтированного вектора наблюдений \vec{Y}_β и дисконтированной матрицы \mathbf{X}_β , получим

$$\vec{Y}_\beta = \begin{bmatrix} y_{B1} \sqrt{\beta_1} \\ \vdots \\ y_{Bt} \sqrt{\beta_t} \\ \vdots \\ y_{BN} \sqrt{\beta_N} \end{bmatrix}, \quad \mathbf{X}_\beta = \sqrt{\mathbf{B}_D} \mathbf{X} = \begin{bmatrix} x_{11} \sqrt{\beta_1} & x_{12} \sqrt{\beta_1} & \cdots & x_{1n} \sqrt{\beta_1} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ x_{t1} \sqrt{\beta_t} & x_{t2} \sqrt{\beta_t} & \cdots & x_{tn} \sqrt{\beta_t} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ x_{N1} \sqrt{\beta_N} & x_{N2} \sqrt{\beta_N} & \cdots & x_{Nn} \sqrt{\beta_N} \end{bmatrix},$$

то систему уравнений (71) можно переписать в матричном виде

$$\mathbf{X}_\beta^t \mathbf{X}_\beta \vec{A} = \mathbf{X}_\beta^t \vec{Y}_\beta. \quad (72)$$

Таким образом, сущность моделирования с дисконтированием сведена к обычному регрессионному моделированию.

Введение «взвешивания» наблюдений позволяет несколько улучшить прогноз нагрузок, однако назначение весов – очень важная задача, которую обычно выполняют эксперты, поэтому она носит субъективный характер.

Прогнозирование по моделям с дисконтированием требует определения на этапе прогнозирования $(t + N)$ дисконтированного вектора $\mathbf{X}_{\beta(t+N)}$ и соответственно определения прогнозных значений коэффициентов дисконтирования $\beta_{i(N+t)}$ на этапе $(t + N)$, $i = N + 1, \dots, N + T$, где T – срок прогнозирования.

Задача упрощается, если принять формализованное определение вектора дисконтирования $\vec{\mathbf{B}}$ на этапе обучающей выборки, тогда эта же закономерность может быть аппроксимирована на перспективу: например, если проекции вектора $\vec{\mathbf{B}}$ ($\beta_1, \beta_2, \dots, \beta_N$) принадлежат арифметической (геометрической) прогрессии или какому-нибудь другому стандартному ряду.

8.6. Прогнозирование в иерархических системах

Рассмотренные ранее модели прогнозирования нагрузок и электропотребления позволяют выполнять прогнозы для автономных систем и не учитывают структуру электрической системы – иерархическую взаимосвязь между крупными узлами, энергосистемами и их объединениями.

При прогнозировании в иерархических системах необходимо обеспечить согласованность прогнозных оценок показателей на соседних иерархических уровнях. Прогнозируемое значение показателя $y_{\Sigma t}$ для объединенной энергосистемы на временной этап t должно быть согласовано с суммой прогнозируемых значений тех же показателей y_{it} для всех $i = 1, 2, \dots, m$ энергосистем, входящих в объединение на тот же этап t .

Указанное условие можно записать для всего срока прогнозирования $t = t_{N+1}, \dots, t_T$ в виде

$$\sum_{i=1}^m y_{it} = y_{\Sigma t}. \quad (73)$$

Согласование прогнозов может быть выполнено различными способами. Ниже рассмотрим наиболее простой способ согласования временных зависимостей на основе линейных регрессионных моделей прогнозирования.

Предположим, что сформирована выборочная совокупность параметров $x_j, j = 1, 2, \dots, n$, которая включает все величины, влияющие на прогнозируемые показатели $y_i, i = 1, 2, \dots, m$, и y_Σ .

Тогда математическое ожидание прогнозируемого показателя $M(y_i)$ для каждой из энергосистем $i = 1, 2, \dots, m$ и математическое ожидание прогнозируемого показателя для объединенной энергосистемы $M(y_\Sigma)$ можно записать в зависимости от одной выборочной совокупности параметров $x_j, j = 1, 2, \dots, n$:

$$M(y_i) = \sum_{j=1}^n a_{ij}x_j, \quad i = 1, 2, \dots, m; \quad (74)$$

$$M(y_\Sigma) = \sum_{j=1}^n a_{\Sigma j}x_j. \quad (75)$$

Следует отметить, что для некоторых энергосистем i выборочная совокупность параметров $x_j, j = 1, 2, \dots, n$, может оказаться избыточной. В этом случае модели прогнозируемого показателя y_i при избыточных параметрах x_j будут иметь нулевые коэффициенты.

Для получения согласованного прогноза энергосистем i и их объединения достаточно учесть дополнительно систему ограничений вида

$$a_{\Sigma j} = \sum_{i=1}^m a_{ij}, \quad j = 1, 2, \dots, n. \quad (76)$$

Введем обозначения векторов прогнозируемых показателей $\vec{Y}_i, i = 1, 2, \dots, m$ для отдельных энергосистем и \vec{Y}_Σ для их объединения. Размерность векторов \vec{Y}_i и \vec{Y}_Σ одинакова и равна размерности выборочной совокупности N . Векторы ошибок моделирования \vec{E}_i и \vec{E}_Σ соответственно для энергосистем $i = 1, 2, \dots, m$ и объединения:

$$\vec{Y}_i = \begin{bmatrix} y_{i1} \\ y_{i2} \\ \vdots \\ y_{ik} \\ \vdots \\ y_{iN} \end{bmatrix}, \quad \vec{Y}_\Sigma = \begin{bmatrix} y_{\Sigma 1} \\ y_{\Sigma 2} \\ \vdots \\ y_{\Sigma k} \\ \vdots \\ y_{\Sigma N} \end{bmatrix}, \quad \vec{E}_i = \begin{bmatrix} \varepsilon_{i1} \\ \varepsilon_{i2} \\ \vdots \\ \varepsilon_{ik} \\ \vdots \\ \varepsilon_{iN} \end{bmatrix}, \quad \vec{E}_\Sigma = \begin{bmatrix} \varepsilon_{\Sigma 1} \\ \varepsilon_{\Sigma 2} \\ \vdots \\ \varepsilon_{\Sigma k} \\ \vdots \\ \varepsilon_{\Sigma N} \end{bmatrix}.$$

При построении моделей прогнозирования $\vec{Y}_i, i = 1, 2, \dots, m$ и \vec{Y}_Σ используется матрица параметров \mathbf{X} ,

$$\mathbf{X} = \begin{bmatrix} x_{11} & x_{12} & \dots & x_{1j} & \dots & x_{1n} \\ x_{21} & x_{22} & \dots & x_{2j} & \dots & x_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \ddots & \vdots \\ x_{k1} & x_{k2} & \dots & x_{kj} & \dots & x_{kn} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \ddots & \vdots \\ x_{N1} & x_{N2} & \dots & x_{Nj} & \dots & x_{Nn} \end{bmatrix}.$$

Векторы коэффициентов моделей для энергосистем i и их объединения $\vec{A}_i, i = 1, 2, \dots, m$, и \vec{A}_Σ имеют вид:

$$\vec{A}_i = \begin{bmatrix} a_{i1} \\ a_{i2} \\ \vdots \\ a_{in} \end{bmatrix}; \quad \vec{A}_\Sigma = \begin{bmatrix} a_{\Sigma 1} \\ a_{\Sigma 2} \\ \vdots \\ a_{\Sigma n} \end{bmatrix}.$$

Теперь можно записать модели прогнозирования показателей \vec{Y}_i для отдельных систем $i = 1, 2, \dots, m$ и их объединения \vec{Y}_Σ в матричной форме:

$$\begin{aligned} \vec{Y}_i &= \mathbf{X}\vec{A}_i + \vec{E}_i, \quad i = 1, 2, \dots, m; \\ \vec{Y}_\Sigma &= \mathbf{X}\vec{A}_\Sigma + \vec{E}_\Sigma, \end{aligned} \quad (77)$$

или выражения для векторов ошибок моделирования:

$$\begin{aligned} \vec{E}_i &= \vec{Y}_i - \mathbf{X}\vec{A}_i, \quad i = 1, 2, \dots, m; \\ \vec{E}_\Sigma &= \vec{Y}_\Sigma - \mathbf{X}\vec{A}_\Sigma. \end{aligned}$$

Для оценки коэффициентов моделей (77) можно применить метод наименьших квадратов с учетом системы ограничений (76), тогда если объединенной системе присвоить номер «0», то функция ошибок моделирования имеет вид

$$\Phi = \sum_{i=0}^m \sum_{k=1}^N \varepsilon_{ik}^2 = \sum_{i=1}^m (\vec{Y}_i - \mathbf{X}\vec{A}_i)^t (\vec{Y}_i - \mathbf{X}\vec{A}_i) + (\vec{Y}_\Sigma - \mathbf{X}\vec{A}_\Sigma)^t (\vec{Y}_\Sigma - \mathbf{X}\vec{A}_\Sigma) \rightarrow \min.$$

Если учесть ограничение (76), то

$$\Phi = \sum_{i=1}^m (\vec{Y}_i - \mathbf{X}\vec{A}_i)^t (\vec{Y}_i - \mathbf{X}\vec{A}_i) + \left(\vec{Y}_\Sigma - \mathbf{X} \sum_{i=1}^m \vec{A}_i \right)^t \left(\vec{Y}_\Sigma - \mathbf{X} \sum_{i=1}^m \vec{A}_i \right) \rightarrow \min.$$

Приравняв частные производные $\partial\Phi/\partial a_i$ к нулю, можно получить систему нормальных уравнений размерностью $m \times n$, где m – число энергосистем, а n – размерность моделей прогнозирования,

$$(\mathbf{X}^t \mathbf{X}) \left(\vec{\mathbf{A}}_i + \sum_{i=1}^m \vec{\mathbf{A}}_i \right) = \mathbf{X}^t (\vec{\mathbf{Y}}_i + \vec{\mathbf{Y}}_{\Sigma}), \quad i = 1, 2, \dots, m.$$

Таким образом, получается система уравнений с неизвестными векторами $\vec{\mathbf{A}}_i, i = 1, 2, \dots, m$.

Для упрощения введем обозначение информационной матрицы $\mathbf{X}^t \mathbf{X} = \mathbf{M}$:

$$\mathbf{M} \vec{\mathbf{A}}_i + \mathbf{M} \sum_{i=1}^m \vec{\mathbf{A}}_i = \mathbf{X}^t \vec{\mathbf{Y}}_i + \mathbf{X}^t \vec{\mathbf{Y}}_{\Sigma}; \quad (78)$$

$$\mathbf{M} \sum_{i=1}^m \vec{\mathbf{A}}_i - \mathbf{X}^t \vec{\mathbf{Y}}_{\Sigma} = \vec{\mathbf{Z}}_{\Sigma};$$

$$\mathbf{M} \vec{\mathbf{A}}_i = \mathbf{X}^t \vec{\mathbf{Y}}_i - \vec{\mathbf{Z}}_{\Sigma}, \quad i = 1, 2, \dots, m. \quad (79)$$

Запишем систему уравнений отдельно для системы $i = 1$,

$$\mathbf{M} \vec{\mathbf{A}}_1 = \mathbf{X}^t \vec{\mathbf{Y}}_1 - \vec{\mathbf{Z}}_{\Sigma}. \quad (80)$$

Вычтем из системы уравнений (79) систему (80), тогда

$$\mathbf{M}(\vec{\mathbf{A}}_i - \vec{\mathbf{A}}_1) = \mathbf{X}^t(\vec{\mathbf{Y}}_i - \vec{\mathbf{Y}}_1). \quad (81)$$

Теперь, если вернуться к системе (78) нормальных уравнений и вычесть из нее систему уравнений (81), получим:

$$(m+1)\mathbf{M} \vec{\mathbf{A}}_1 = \mathbf{X}^t(\vec{\mathbf{Y}}_i + \vec{\mathbf{Y}}_{\Sigma} - \Delta \vec{\mathbf{Y}}_{i1}), \quad \text{где } \Delta \vec{\mathbf{Y}}_{i1} = \vec{\mathbf{Y}}_i - \vec{\mathbf{Y}}_1,$$

$$(m+1)\mathbf{M} \vec{\mathbf{A}}_1 = \mathbf{X}^t \left(\vec{\mathbf{Y}}_1 + \vec{\mathbf{Y}}_{\Sigma} - \sum_{i=2}^m \Delta \vec{\mathbf{Y}}_i \right).$$

Таким образом, получена система уравнений для оценки вектора $\vec{\mathbf{A}}_1$. Если проделать то же самое для всех остальных систем $i = 1, 2, \dots, m$ и учесть, что $a_{\Sigma j} = \sum_{i=1}^m a_{ij}, j = 1, 2, \dots, n$, то задача получения согласованного точечного прогноза решена.

8.7. Экономико-статистические модели прогнозирования

Временные регрессионные модели (модели экстраполяции тренда) в ряде случаев не позволяют получить достаточно хороший результат прогнозирования. Особенно это относится к случаям, когда в рассматриваемой энергосистеме наблюдается существенное изменение тенденций развития, обусловленное внутренними взаимосвя-

зями производительных сил региона. Точность прогнозирования в этих случаях может быть повышена за счет учета взаимосвязей потребности в электроэнергии региона с показателями развития производительных сил региона. Показатели развития производительных сил региона можно представить в виде двух групп: макроэкономические (вектор переменных \vec{X}_1) и отраслевые (вектор \vec{X}_2).

К группе макроэкономических показателей можно отнести: валовой выпуск продукции (В); стоимость основных фондов (Ф); производительность труда (П); численность работающего персонала (Ч) и др.; $\vec{X}_1 = \{В, Ф, П, Ч, \dots\}$.

Во вторую группу отраслевых показателей входят объемы производства D_i ведущих отраслей i региона, $\vec{X}_2 = \{D_1, D_2, \dots, D_n\}$.

Экономико-статистические модели обычно формируются в линейном виде в зависимости от показателей \vec{X}_1 , \vec{X}_2 и временного показателя t ,

$$\vec{Y} = (\vec{X}_1, \vec{X}_2, t)\vec{A}. \quad (82)$$

Модели (82) относятся к классу множественных регрессионных моделей и носят название производственных функций. Для получения и оценки характеристик моделей применяется рассмотренная ранее классическая теория регрессионного анализа.

Однако модели вида (82) имеют существенные недостатки. Главный из них – невозможность одновременного учета большей части параметров вследствие их взаимозависимости: наличия высоких значений (0,8 и более) коэффициентов парной корреляции между многими параметрами. Указанное обстоятельство приводит к необходимости исключения части параметров и, как следствие, к потере части информации. Именно это привело к разделению статистических совокупностей переменных на две группы \vec{X}_1 и \vec{X}_2 , которые характеризуются относительно независимыми макроэкономическими и отраслевыми показателями, и построению моделей двух видов:

$$\vec{Y} = (\vec{X}_1, t)\vec{A}_1; \quad (83)$$

$$\vec{Y} = (\vec{X}_2, t)\vec{A}_2. \quad (84)$$

Однако даже модели (83), (84) не позволяют учесть всю совокупность показателей, влияющих на электропотребление, вследствие указанных выше недостатков, поэтому возникает необходимость разработки и использования принципиально иных типов моделей прогнозирования с применением методов факторного анализа.

8.8. Факторно-регрессионные модели прогнозирования

Факторно-регрессионные модели прогнозирования являются модификацией экономико-статистических моделей, заключающейся в предварительном преобразовании статистической совокупности параметров \mathbf{X} .

Пусть выборочная совокупность содержит n параметров, а размер выборки составляет N . Если при анализе выборочной совокупности \mathbf{X} выявлены высокие корреляционные связи, то, как указано выше, использование классического регрессионного анализа не приводит к удовлетворительным результатам. Если теперь к выборочной совокупности параметров применить один из методов ортогонального преобразования пространства, например факторный анализ, то совокупность n коррелированных параметров $\vec{\mathbf{X}} = \{x_1, x_2, \dots, x_n\}$ может быть заменена ортогональной совокупностью факторов $\vec{\mathbf{F}} = \{f_1, f_2, \dots, f_m\}$. При этом совокупность факторов $\vec{\mathbf{F}}$ достаточно хорошо отражает совокупность параметров $\vec{\mathbf{X}}$, факторы ортогональны ($f_1 \perp f_2 \perp \dots \perp f_m$) и размер совокупности факторов $m < n$. Более подробно метод факторного анализа рассмотрен в [6].

В результате ортогонального преобразования совокупности параметров \mathbf{X} получается оценка совокупности факторов \mathbf{F} , которая может быть использована для построения моделей прогнозирования с использованием классического регрессионного анализа,

$$\vec{\mathbf{Y}} = \mathbf{F}\vec{\mathbf{B}}. \quad (85)$$

Здесь $\vec{\mathbf{B}}$ – вектор коэффициентов модели (аналог вектора $\vec{\mathbf{A}}$ в обычных регрессионных моделях), а \mathbf{F} – матрица выборочных значений экономико-статистических факторов (аналог матрицы \mathbf{X}).

Факторно-регрессионные модели позволяют учесть все экономико-статистические показатели, независимо от их коррелированности между собой, таким образом улучшаются прогностические свойства моделей.

Прогнозирование на основе факторно-регрессионных моделей связано с трудностью определения значений вектора факторов на период прогнозирования. Обычно для снижения таких трудностей связи между матрицами параметров \mathbf{X} и факторов \mathbf{F} в предыстории продляются на период прогнозирования.

8.9. Эконометрические модели прогнозирования

Рассмотренные выше множественные регрессионные (83), (84) и факторно-регрессионные (85) модели лишь косвенно учитывают взаимодействие между отраслями экономики и совсем не рассматривают ограничения, которые накладываются на основные региональные показатели – располагаемые материальные и трудовые ресурсы. Этот недостаток можно ликвидировать, используя эконометрические модели прогнозирования [8].

Эконометрические модели в отличие от множественных регрессионных изучают зависимости группы показателей $\vec{Y} = \{y_1, y_2, \dots, y_m\}$, называемых эндогенными (зависимыми), от группы независимых экзогенных показателей $\vec{X} = \{x_1, x_2, \dots, x_n\}$, а также внутренние связи между эндогенными показателями.

При прогнозировании возникает задача формирования системы одновременных взаимозависимых моделей прогнозирования

$$\vec{Y} = f(\vec{X}, \vec{Y}). \quad (86)$$

Принципиально модели (86) могут быть как линейными, так и нелинейными. Наиболее простой вид моделей – линейный:

$$\vec{Y} = \mathbf{A}\vec{X} + \mathbf{B}\vec{Y}. \quad (87)$$

Структурная форма эконометрических моделей (87) в координатном виде может быть записана следующим образом:

$$\begin{aligned} y_1 &= a_{10}x_0 + a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \dots + a_{1n}x_n + b_{12}y_2 + b_{13}y_3 + \dots + b_{1m}y_m; \\ y_2 &= a_{20}x_0 + a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + \dots + a_{2n}x_n + b_{21}y_1 + b_{23}y_3 + \dots + b_{2m}y_m; \\ &\vdots \\ y_m &= a_{m0}x_0 + a_{m1}x_1 + a_{m2}x_2 + \dots + a_{mn}x_n + b_{m1}y_1 + b_{m2}y_2 + \\ &\quad + \dots + b_{m,m-1}y_{m-1}. \end{aligned} \quad (88)$$

Матрица коэффициентов $\mathbf{A}\{\vec{A}_0, \vec{A}_1, \dots, \vec{A}_n\}$ перед экзогенными независимыми показателями имеет размер $m \times n + 1$. Матрица коэффициентов $\mathbf{B}\{\vec{B}_0, \vec{B}_1, \dots, \vec{B}_m\}$ перед экзогенными зависимыми показателями имеет размер $m \times m$. Общее число определяемых коэффициентов системы эконометрических моделей в структурной форме $N_{\text{стр}} = m \times (n + 1 + m - 1) = m \times (n + m)$. Если для оценки коэффициентов моделей использовать метод наименьших квадратов отдельно для каждого уравнения, то это приведет к получению смещенных, несостоятельных оценок. Следовательно, оценка коэффициентов всех уравнений системы (87) должна быть выполнена одновременно.

При разделении эндогенных и экзогенных переменных можно перейти от структурной формы эконометрических моделей (87) к приведенной форме эконометрических моделей

$$\vec{Y} = \mathbf{C}\vec{X}, \quad (89)$$

$$\mathbf{C} = (\mathbf{I} - \mathbf{B}')^{-1}\mathbf{A} = \mathbf{D}^{-1}\mathbf{A}, \quad (90)$$

где \mathbf{I} — единичная матрица.

Когда матрица \mathbf{D} (90) не вырождена и структурные уравнения составляют совместную систему, то, решая ее относительно экзогенных переменных, можно получить приведенную форму эконометрических моделей:

$$\begin{aligned} y_1 &= c_{10}x_0 + c_{11}x_1 + c_{12}x_2 + \dots + c_{1n}x_n; \\ y_2 &= c_{20}x_0 + c_{21}x_1 + c_{22}x_2 + \dots + c_{2n}x_n; \\ &\vdots \\ y_m &= c_{m0}x_0 + c_{m1}x_1 + c_{m2}x_2 + \dots + c_{mn}x_n. \end{aligned} \quad (91)$$

Матрица коэффициентов $\mathbf{C}\{\vec{\mathbf{C}}_0, \vec{\mathbf{C}}_1, \dots, \vec{\mathbf{C}}_n\}$ перед экзогенными независимыми показателями имеет размер $m \times n + 1$. Число неизвестных коэффициентов приведенной формы эконометрических моделей $N_{\text{прив}} = m \times n + 1$.

Преимущества структурной формы по сравнению с приведенной заключаются в большей степени взаимной увязкой переменных при описании процесса прогнозирования и улучшении прогностических возможностей моделей.

Эконометрические модели, используемые при прогнозировании, должны быть полными. Эконометрическая модель называется полной, если выполняются следующие условия:

- система имеет однозначное решение относительно зависимых переменных (матрица \mathbf{D} не вырождена);
- модель содержит все существенные переменные, а возмущающие параметры носят случайный характер;
- число уравнений равно числу эндогенных переменных, так что каждый эндогенный показатель может быть объяснен с помощью соответствующего уравнения.

Особой проблемой в эконометрическом моделировании является идентифицируемость модели, заключающаяся в однозначности соответствия структурной и приведенной форм.

От структурной формы эконометрических моделей (87) всегда (если матрица \mathbf{D} не вырождена) можно перейти к приведенной (90). При обратном переходе – от приведенной формы к структурной – возникает проблема идентифицируемости. Поскольку обычно $N_{\text{стр}} > N_{\text{прив}}$, то однозначность соответствия форм приведенной и структурной обеспечена, если часть коэффициентов структурной формы будет отсутствовать (будет приравнена нулю). Тогда число определяемых коэффициентов структурной формы становится равно (или меньше) числу коэффициентов приведенной формы. В случае равенства – идентифицируемость точная, в случае, если число определяемых коэффициентов структурной формы меньше числа приведенной, говорят о сверхидентифицируемости.

Для оценки коэффициентов структурной формы эконометрических моделей применяются косвенный и двухшаговый методы наименьших квадратов.

Косвенный метод наименьших квадратов применяется только в случае точной идентифицируемости, и поэтому его применение ограничено.

Сущность косвенного метода наименьших квадратов заключается в следующем:

- эконометрические модели представляются в приведенной форме, в которой эндогенные переменные зависят только от экзогенных;
- оцениваются коэффициенты каждого уравнения отдельно с использованием метода наименьших квадратов;
- однозначно оцениваются коэффициенты структурной формы через параметры приведенной.

Для оценки коэффициентов структурной формы при отсутствии точной идентификации используется **двухшаговый метод** наименьших квадратов.

Система эконометрических моделей в структурной форме с учетом погрешностей моделирования

$$\vec{Y}_B = \mathbf{A}\vec{X} + \mathbf{B}\vec{Y} + \vec{E}. \quad (92)$$

Поскольку эндогенные переменные зависят от погрешностей \vec{E} , то непосредственное определение коэффициентов моделей приводит к несостоятельным оценкам.

Двухшаговый метод наименьших квадратов основан на использовании структурной формы эконометрических моделей (87). Параметры структурной формы оцениваются в два этапа (шага).

На первом шаге определяются коэффициенты приведенной формы эконометрических уравнений (90) по матрицам выборочных эндогенных \mathbf{Y}_B и экзогенных переменных \mathbf{X}_B :

$$\mathbf{C} = (\mathbf{X}_B^t \mathbf{X}_B)^{-1} \mathbf{X}_B^t \mathbf{Y}_B.$$

Затем находится матрица вычисленных значений эндогенных переменных \mathbf{Y} с использованием матрицы коэффициентов приведенной формы \mathbf{C} :

$$\mathbf{Y} = \{(\mathbf{X}_B^t \mathbf{X}_B)^{-1} \mathbf{X}_B^t \mathbf{Y}_B\} \mathbf{X}_B. \quad (93)$$

Теперь \mathbf{Y} можно использовать для получения несмещенных оценок коэффициентов структурной формы эконометрических уравнений.

С учетом погрешности моделирования \mathbf{v}_i

$$\vec{Y}_{Bi} = \vec{Y}_i + \vec{v}_i, \quad i = 1, 2, \dots, m. \quad (94)$$

Второй шаг заключается в подстановке (95) в уравнения (93) и оценке коэффициентов структурной формы:

$$\vec{Y}_{Bi} = \mathbf{X} \vec{A}_i + (\vec{Y}_i + \vec{v}_i) \vec{B}_i + \vec{E}_i. \quad (95)$$

Если раскрыть скобки и обозначить $\vec{W}_i = \vec{v}_i \vec{B}_i + \vec{E}_i$, то

$$\vec{Y}_{Bi} = \mathbf{X} \vec{A}_i + \vec{Y}_i \vec{B}_i + \vec{W}_i. \quad (96)$$

Поскольку \vec{Y}_{Bi} и \vec{W}_i независимы, можно применить метод наименьших квадратов для оценки коэффициентов модели \vec{B}_i и \vec{A}_i .

Двухшаговый метод наименьших квадратов дает хорошие результаты как при точной идентифицированности структурных уравнений, так и в случае сверхидентифицированности.

9. МОДЕЛИ ОПТИМИЗАЦИИ РАЗВИТИЯ ГЕНЕРИРУЮЩИХ МОЩНОСТЕЙ ЭНЕРГОСИСТЕМ

Задача оптимизации структуры генерирующих мощностей включает определение объемов ввода генерирующей мощности на разных

типах электростанций, где используются различные виды топлива. При решении задачи приходится учитывать значительную неопределенность ряда прогнозных показателей, прежде всего технико-экономических характеристик генерирующего оборудования, показателей энергетического топлива, характеристик графиков нагрузки. Основой для решения является прогноз суточных графиков нагрузки энергосистем и показатели экономичности и маневренности блоков электростанций различных типов. Электроэнергетика является крупной составляющей топливно-энергетического комплекса (ТЭК), поэтому оптимизацию структуры генерирующих мощностей необходимо согласовывать с развитием ТЭК путем неоднократной итерационной увязки.

На практике эта увязка идет в два этапа. На первом этапе выполняется грубая оптимизация структуры генерирующих мощностей ЕЭС в задаче оптимизации ТЭК. В данной задаче энергосистема представляется в виде узлов, связанных межсистемными связями. На втором этапе производится уточненная оптимизация структуры с учетом особенностей режимов электростанций, резервов мощности и совмещения графиков нагрузки при фиксированных (на основе расчетов предыдущего этапа) экономических характеристиках топливных связей. Наибольшим уточнениям подвергается пиковая и полупиковая зоны графиков нагрузки.

В настоящее время большинство упомянутых задач развития решается главным образом с помощью оценочных моделей. Однако в ряде случаев можно с несомненной пользой применить оптимизирующие модели.

При формировании моделей оптимизации структуры генерирующих мощностей используется энергоэкономическая информация: число и единичная мощность блоков, вид топлива, вид системы теплоснабжения. Этот вид информации образует первый информационный уровень.

9.1. Линейная модель оптимизации структуры ЭЭС

Построение линейной модели оптимизации структуры генерирующей мощности ЭЭС требует предварительного агрегирования информации. При этом электроэнергетическая система, как показано на рис. 18, представляется укрупненными эквивалентными узлами e , в которых сосредоточена нагрузка узла P_{eh} и возможно размещение генерирующих мощностей P_{ejih} .

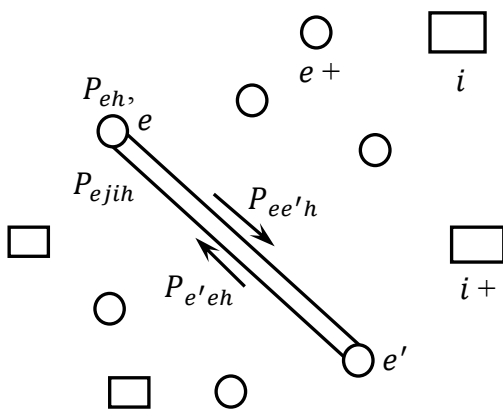


Рис. 18. Модель энергосистемы

Необходимые исходные данные для разработки линейных моделей оптимизации структуры генерирующей мощности ЭЭС можно разделить на технические и экономические. К первым относятся основные характеристики обобщенных узлов нагрузки: места расположения $e = 1, 2, \dots, E$ и мощности P_{eh} в период максимума нагрузки.

Значения величин P_{eh} задаются на каждом из интервалов развития $h = 1, 2, \dots, H$ периода оптимизации T . При длительности каждого интервала развития t_h лет период оптимизации можно определить как $\sum_{h=1}^H t_h = T$.

Для каждого из пунктов потребления считают известной годовую потребность в энергии \mathcal{E}_{eh} . В каждом из эквивалентных узлов могут размещаться электрические станции различных типов $j = 1, 2, \dots, J$. К ним относятся конденсационные, атомные, гидравлические и др. По каждому из типов может быть определена предельно допустимая установленная мощность $P_{ejh \max}$, которая ограничивается условиями техводоснабжения, санитарными нормами и т. д. Для гидроэлектростанций требуется учитывать ограничения на отпуск энергии с шин \mathcal{E}_{ejh}^r . Требуется также сведения о расположении топливных баз $i = 1, 2, \dots, I$ и значениях предельно допустимых уровней $V_{ih \text{ доп}}$ потребления топлива.

Для ЭЭС в целом требуется знать ориентировочную оценку потерь α_{π} в электрических сетях в долях суммарного потребления и значения резерва активной мощности на электрических станциях $\alpha_{\text{рез } h}$ в долях от суммарной установленной мощности. Для станций помимо этого следует иметь сведения о расходе мощности на собственные нужды $\alpha_{\text{сн } ji}$ в долях от установленной мощности P_{ejh} , удельном расходе топлива b_{jih} и времени использования установленной мощности T_{jih} .

Недостатком линейных моделей является отказ от учета ряда фактически существующих нелинейностей. В частности, не учитываются зависимости b_{jih} , $\alpha_{\text{сн } ji}$ от установленной мощности электростанции. Впрочем, некоторые нелинейности все же можно учесть путем определенного усложнения решения.

Ограниченность производственных мощностей энергостроительных организаций заставляет учитывать пределы допустимых вводов установленной мощности на электростанциях данного типа $\Delta P_{ei \text{ доп}}$ за один этап развития.

К экономическим данным относятся коэффициенты приведения капиталовложений a_{kh} и текущих издержек производства a_{ch} (с учетом нормы эффективности и коэффициентов разновременности). Необходимо также знать удельные капиталовложения k_{eji} и эксплуатационные расходы c_{eij} на производство электроэнергии (без топливной составляющей) на электростанциях. Для станций надо знать коэффициенты амортизационных отчислений α_{eji} в долях от капиталовложений.

Топливная составляющая затрат определяется на основе известных удельных капиталовложений по добыче и транспортировке k_{Tei} и удельной себестоимости добычи и транспортировки c_{Tei} топлива из топливной базы i в узел e .

Затраты на передачу электрической энергии учитываются приближенно заданием удельных капиталовложений по усилению электрических связей $k_{ee'}$, а также отчислениями от капиталовложений $\alpha_{ee'}$, входящими в себестоимость передачи электроэнергии.

Линейная модель реализуется с помощью одного из алгоритмов линейного программирования. Одним из условий задачи линейного программирования является требование неотрицательности переменных. Поскольку для многих межсистемных связей нельзя заранее указать направление электрического потока, то целесообразно ввести для каждого участка два противоположно направленных потока мощности $P_{ee'h}$ и $P_{e'eh}$. В оптимальном плане один из этих потоков равен нулю, что является следствием неэкономичности встречных перевозок.

Возможно задание предельного значения капиталовложений $K_{h \text{ max}}$, осваиваемых на строительстве энергообъекта на этапе h . В качестве критерия оптимальности примем минимум функции приведенных затрат по сооружению и эксплуатации ЭЭС. В соответствии с оговоренными допущениями приведенные затраты можно записать как сумму трех составляющих:

$$Z = Z_{эс} + Z_{т} + Z_{л}, \quad (97)$$

где $Z_{эс}$ – приведенные затраты по сооружению и эксплуатации электростанций (без топливной составляющей); $Z_{т}$ – приведенные затраты

по добыче и транспортировке топлива; $Z_{\text{л}}$ – приведенные затраты на создание обменных потоков электрической энергии.

Составляющие функции (97) определяются следующим образом:

$$Z_{\text{эс}} = \sum_{h=1}^H \left\{ a_{kh} \sum_{e=1}^E \sum_{j=1}^J \sum_{i=1}^I k_{eji} (P_{ejih} - P_{ejih-1}) + \right. \\ \left. + a_{ch} \sum_{e=1}^E \sum_{j=1}^J \sum_{i=1}^I (a_{eji} k_{eji} P_{ejih} T_{jih} + c_{eji} P_{ejih} T_{jih}) \right\}, \quad (98)$$

$$Z_{\text{т}} = \sum_{h=1}^H \left\{ a_{kh} \sum_{i=1}^I \sum_{e=1}^E k_{Tei} \sum_{j=1}^J b_{jih} (P_{ejih} - P_{ejih-1}) T_{jih} + \right. \\ \left. + a_{ch} \sum_{i=1}^I \sum_{e=1}^E c_{Tei} \sum_{j=1}^J b_{jih} P_{ejih} T_{jih} \right\}, \quad (99)$$

$$Z_{\text{л}} = \sum_{h=1}^H \left\{ a_{kh} \sum_{ee'} k_{ee'} (P_{ee'h} - P_{ee'h-1} + P_{e'eh} - P_{e'eh-1}) + \right. \\ \left. + a_{ch} \sum_{ee'} a_{ee'} k_{ee'} (P_{ee'h} + P_{e'eh}) \right\}. \quad (100)$$

Наличие членов типа $(P_{ee'} + P_{e'e})$ в выражении (100) обеспечивает оптимальность решения. Соотношения (98)–(100) позволяют учесть существующую часть ЭЭС, если обозначить начальное состояние индексом $h = 0$. Экономический функционал (97) с помощью представления (98)–(100) записан в линейной форме относительно переменных.

Минимизация функционала (97) производится на области, определяемой следующими условиями.

1. Условия обеспечения требуемой мощности в эквивалентных узлах:

$$\sum_{j=1}^J \sum_{i=1}^I P_{ejih} (1 - \alpha_{\text{сн} ji}) + \sum_{e'} P_{ee'h} - \sum_{e'} P_{e'eh} \geq P_{eh}, \quad (101)$$

$$h = 1, 2, \dots, H, \quad e = 1, 2, \dots, E.$$

2. Условие баланса энергии для каждого узла:

$$\sum_{j=1}^J \sum_{i=1}^I P_{ejih} (1 - \alpha_{\text{сн } ji}) T_{jih} + \sum_{e'} P_{e'eh} T_{ee'} - \sum_{e'} P_{ee'h} T_{ee'} = \mathfrak{Z}_{eh}, \quad (102)$$

$$h = 1, 2, \dots, H, \quad e = 1, 2, \dots, E.$$

Здесь время использования максимальной мощности межсистемных связей $T_{ee'}$ определяют заранее, исходя из предполагаемых характеристик передач.

3. Условия предельной мощности и предельной энергии (главным образом для ГЭС) электростанций:

$$P_{ejih} \leq P_{eij \text{ max}}, \quad (103)$$

$$e = 1, 2, \dots, E, \quad j = 1, 2, \dots, J, \quad i = 1, 2, \dots, I,$$

$$P_{ejih} T_{ejih} \leq \mathfrak{Z}_{ejih}, \quad (104)$$

$$e = 1, 2, \dots, E, \quad j = 1, 2, \dots, J, \quad i = 1, 2, \dots, I, \quad h = 1, 2, \dots, H.$$

4. Ограничения по приросту установленной мощности на электростанциях данного типа:

$$\sum_{i=1}^I (P_{ejih} - P_{ejih-1}) \leq \Delta P_{ejh \text{ доп}}, \quad (105)$$

$$e = 1, 2, \dots, E, \quad j = 1, 2, \dots, J, \quad h = 1, 2, \dots, H.$$

5. Ограничения по использованию некоторых видов топлива:

$$\sum_{e=1}^E \sum_{j=1}^J P_{ejih} T_{jih} b_{jih} \leq B_{ih \text{ доп}}, \quad (106)$$

$$i = 1, 2, \dots, I, \quad h = 1, 2, \dots, H.$$

6. Условие обеспечения спроса мощности в период максимальных нагрузок:

$$(1 - \alpha_{\text{рез}}) \sum_{e=1}^E \sum_{j=1}^J \sum_{i=1}^I P_{ejih} (1 - \alpha_{\text{сн } ji}) \geq P_h, \quad (107)$$

$$h = 1, 2, \dots, H, \quad P_h = (1 + \alpha_{\pi}) \sum_{e=1}^E P_{eh}.$$

7. Аналогичное условие следует записать для энергии:

$$(1 - \alpha_{\text{рез}}) \sum_{e=1}^E \sum_{j=1}^J \sum_{i=1}^I P_{ejih} T_{jih} (1 - \alpha_{\text{сн } ji}) \geq \mathfrak{Z}_h, \quad (108)$$

$$h = 1, 2, \dots, H, \quad \mathfrak{Z}_h = (1 + \alpha_{\pi}) \sum_{e=1}^E \mathfrak{Z}_{eh}.$$

Отметим, что в неравенствах (107), (108) $\alpha_{рез}$, $\alpha_{сн}$, $\alpha_{т}$ для энергии могут отличаться от соответствующих показателей, введенных для мощности.

8. Возможен учет ограниченности капиталовложений, выделенных для ввода новых энергообъектов:

$$\begin{aligned} & \sum_{e=1}^E \sum_{j=1}^J \sum_{i=1}^I k_{eji} (P_{ejih} - P_{ejih-1}) + \\ & + \sum_{ee'} k_{ee'} (P_{ee'h} - P_{ee'h-1} + P_{e'eh-1}) \leq K_{h \max}, \\ & h = 1, 2, \dots, H. \end{aligned} \quad (109)$$

9. Наконец, необходимо учитывать условия неотрицательности приращений мощности:

$$\begin{aligned} P_{ejih} - P_{ejih-1} & \geq 0, \\ P_{ee'h} - P_{ee'h-1} & \geq 0. \end{aligned} \quad (110)$$

Количество условий (110) для реальных задач очень велико. Оно сопоставимо с числом остальных условий. От записи условий (110) можно избавиться, если вместо абсолютных значений мощности ввести их приращения (например, $\Delta P_{ee'h} = P_{ee'h} - P_{ee'h-1}$). Тогда, учитывая требование неотрицательности переменных в задачах линейного программирования, можем не записывать условия (110). Разумеется, в функции (97) и ограничениях в этом случае необходимо все мощности выразить через их приращения.

Количество условий (101)–(110), даже для сильно эквивалентированных систем, слишком велико. Поэтому важно так сформировать математическую модель, чтобы не включать в нее лишние связи. Явно неэкономичные топливные и электрические связи следует предварительно отсеивать.

Приведенные соотношения таковы, что не позволяют в пределах линейной модели оптимизировать выработку электроэнергии на электростанциях. Чтобы сохранить линейность функции и ограничений, приходится жестко задавать число часов использования установленной мощности электростанций. Ценой увеличения размерности задачи удается преодолеть этот недостаток.

Пусть необходимо оптимизировать число часов использования установленной мощности станции в пределах

$$T_{ji \min} \leq T_{ji} \leq T_{ji \max}.$$

Представим установленную мощность электростанции P_{ji} двумя частями: базисной (время использования $T_{ji \max}$, установленная мощность P'_{ji}) и пиковой (время использования $T_{ji \min}$, установленная мощность P''_{ji}) так, что $P'_{ji} + P''_{ji} = P_{ji}$. Тогда годовая выработка энергии станцией может быть записана следующим образом:

$$P'_{ji} T_{ji \max} + P''_{ji} T_{ji \min} = P_{ji} T_{ji}. \quad (111)$$

В выражении (111) при нелинейности левой части сохраняется линейность правой. На рис. 19 заштрихованные площадки показывают пределы изменения годовой выработки энергии.

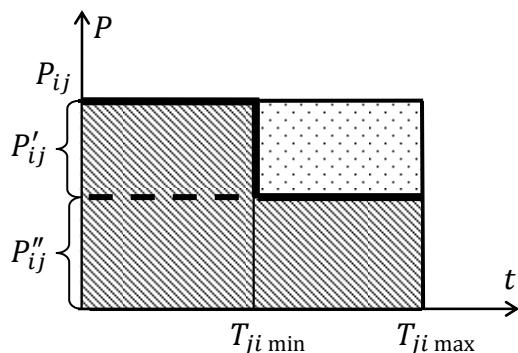


Рис. 19. Оптимизация числа часов установленной мощности станции

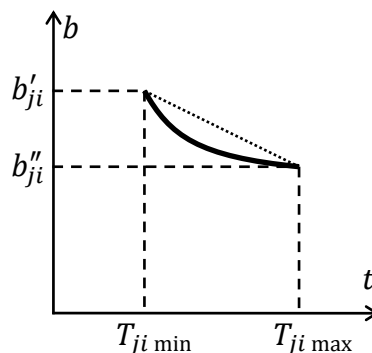


Рис. 20. Учет зависимости удельного расхода топлива от T_{ji}

Определение оптимальных значений P'_{ji} и P''_{ji} означает аппроксимацию годового графика нагрузки электростанций по продолжительности двухступенчатой кривой. Если заменить мощность электростанции тремя и более переменными, то можно учесть график работы электростанции более точно. Разделение установленной мощности электростанций на части позволяет также учесть зависимость удельного расхода топлива от времени использования установленной мощности. Способ учета понятен из рис. 20. Действительная нелинейная характеристика $b(T)$ при этом линеаризуется, например, по методу наименьших квадратов.

Выше была изложена упрощенная модель структуры генерирующей мощности. В современных постановках модель дополняется соотношениями, учитывающими межсистемный эффект и оптимизацию выпуска электроэнергии в энергосистемах.

При оптимизации структуры ЭЭС существенное значение имеет учет режима ее работы. Для этого применяется метод позонной оптимизации. Сущность метода заключается в следующем. Суточный или годовой график нагрузки ЭЭС представляют как совокупность

некоторого числа зон с заданным временем использования t_ℓ или T_ℓ и мощностью P_ℓ , где ℓ – номер зоны. Обычно в графике выделяют три зоны: базисную, полупиковую и пиковую (рис. 21). К уже введенным ограничениям (101)–(110) добавляются условия вписывания оптимизируемых мощностей в зоны графика нагрузки ЭЭС. Для каждой из зон составляют условия обеспечения заданной мощности:

$$(1 - \alpha_{\text{рез}\ell}) \sum_{j \in \{j_\ell\}} \sum_{e=1}^E \sum_{i=1}^I P_{ejil\ell h} (1 - \alpha_{\text{сн } j\ell i}) \geq P_{\ell h}, \quad (112)$$

$$h = 1, 2, \dots, H, \quad \ell = 1, 2, \dots, L.$$

Здесь $\{j_\ell\}$ – множество индексов типов станций, вписываемых в зону ℓ графика.

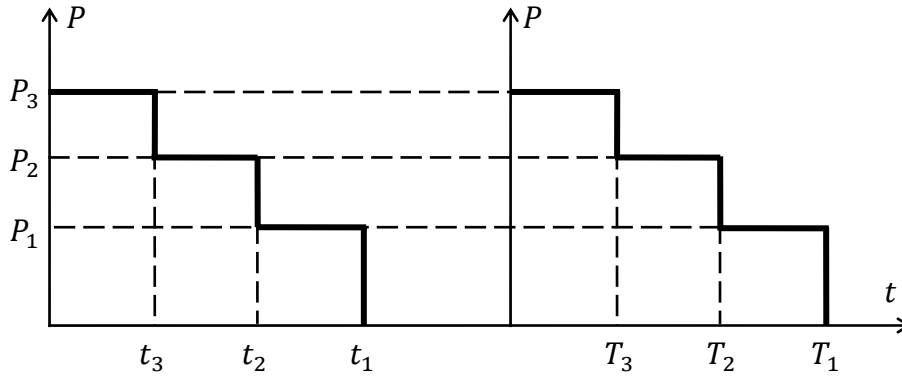


Рис. 21. Оптимизация по зонам графика энергосистемы

Условия (112) записывают вместо условий (107). Условия баланса энергии записывают как условия обеспечения баланса энергии по зонам:

$$(1 - \alpha_{\text{рез}\ell}) \sum_{j \in \{j_\ell\}} \sum_{e=1}^E \sum_{i=1}^I P_{ejil\ell h} T_{ejil\ell h} (1 - \alpha_{\text{сн } j\ell i}) \geq \mathcal{E}_{\ell h}, \quad (113)$$

$$h = 1, 2, \dots, H, \quad \ell = 1, 2, \dots, L.$$

Условия (113) записывают вместо условий (108). Условия баланса энергии записывают как условия обеспечения баланса энергии по зонам:

$$(1 - \alpha_{\text{рез}\ell}) \sum_{j \in \{j_\ell\}} \sum_{e=1}^E \sum_{i=1}^I P_{ejil\ell h} T_{jil\ell h} (1 - \alpha_{\text{сн } j\ell i}) \geq \mathcal{E}_{\ell h}, \quad (114)$$

$$h = 1, 2, \dots, H, \quad \ell = 1, 2, \dots, L.$$

Станции с лимитируемыми энергоресурсами (ГЭС, ГАЗС) также должны быть вписаны в суточный график нагрузки ЭЭС:

$$\sum_{\ell} P_{ej\ell h} T_{ej\ell h} \leq \mathfrak{E}_{ejh}^{\text{сyт}}. \quad (115)$$

Модель (101)–(115) содержит условия связи и ограничения всех видов и ее рассматривают как общую задачу линейного программирования. Схематически она может быть записана так:

$$F = \vec{\mathbf{C}}_{\text{тр}} \vec{\mathbf{X}} \rightarrow \min, \quad (116)$$

$$\mathbf{A}_1 \vec{\mathbf{X}} = \vec{\mathbf{B}}_1, \quad (117)$$

$$\mathbf{A}_2 \vec{\mathbf{X}} \geq \vec{\mathbf{B}}_2, \quad (118)$$

$$0 \leq \vec{\mathbf{X}} \leq \vec{\mathbf{X}}_{\max}. \quad (119)$$

Здесь $\vec{\mathbf{C}}_{\text{тр}}$ – вектор коэффициентов минимизируемого функционала F ; $\vec{\mathbf{X}}$ – n -мерный вектор оптимизируемых параметров; \mathbf{A}_1 и \mathbf{A}_2 – матрицы коэффициентов в условиях связи и ограничениях (101)–(115); $\vec{\mathbf{B}}_1$ и $\vec{\mathbf{B}}_2$ – соответственно m - и $(p - m)$ -мерные неотрицательные векторы правых частей условий связи и ограничений; $\vec{\mathbf{X}}_{\max}$ – вектор максимально допустимых значений параметров.

Методика решения общей задачи линейного программирования подробно описана в литературе.

Кратко схему решения можно представить следующим образом.

1. Вводя дополнительные неотрицательные переменные

$$x_{n+i}, \quad i = 1, 2, \dots, p - m, p - m + 1, \dots, n + p - m,$$

обращаем ограничения-неравенства (118) и (119) в равенства. Например,

$$\begin{aligned} -x_{n+i} + \sum_{j=1}^n a_{m+i,j} x_j &= b_{m+i}, \quad i = 1, 2, \dots, p - m; \\ -x_{n+p-m+j} + x_j &= x_j^{\max}, \quad j = 1, 2, \dots, n. \end{aligned}$$

Дополнительные переменные не входят в выражение для минимизируемого функционала, поэтому полученная стандартная форма задачи имеет вид:

$$F = \vec{\mathbf{C}}_{\text{тр}} \vec{\mathbf{X}} \rightarrow \min, \quad (120)$$

$$\mathbf{A} \vec{\mathbf{X}}_{\text{н}} = \vec{\mathbf{B}}, \quad (121)$$

$$\vec{\mathbf{X}}_{\text{н}} \geq 0. \quad (122)$$

Здесь \vec{X} – вектор, состоящий из векторов исходных и дополнительных переменных, \vec{B} – вектор компонент всех правых частей:

$$\vec{X} = \begin{bmatrix} \vec{X} \\ \vec{X}_d \end{bmatrix}; \quad \vec{B} = \begin{bmatrix} \vec{B}_1 \\ \vec{B}_2 \\ \vec{X}_{\max} \end{bmatrix}.$$

2. Находим начальное базисное решение стандартной задачи линейного программирования (120)–(122). Для этого составляем вспомогательную задачу линейного программирования, вводя вспомогательные неотрицательные переменные z_j , $j = 1, 2, \dots, n + p$. Их количество равно числу ограничений равенств стандартной задачи (120)–(122).

Вспомогательная задача формулируется как задача нахождения минимума функции:

$$\Phi = \sum_{j=1}^{n+p} z_j \rightarrow \min \quad (123)$$

при условиях:

$$\mathbf{Z} + \mathbf{A}\vec{X}_H = \vec{B}, \quad (124)$$

$$\forall z_j > 0, \quad X_H > 0. \quad (125)$$

Начальное базисное решение вспомогательной задачи следующее:

$$\mathbf{Z} = \vec{B}, \quad \vec{X}_H = 0. \quad (126)$$

Решение вспомогательной задачи может быть выполнено симплекс-алгоритмом. В результате последовательного применения симплекс-алгоритма из базиса должны быть выведены все вспомогательные переменные вида z_j . При этом будет получено оптимальное решение $\Phi_{\text{опт}} = 0$ вспомогательной задачи. Ненулевое значение $\Phi_{\text{опт}} \neq 0$ означает, что исходная задача линейного программирования не имеет решения. Следовательно, либо исходные условия задачи сформулированы некорректно, либо в решении допущена ошибка.

3. Оптимальное решение вспомогательной задачи дает начальное базисное решение основной задачи, приведенной к стандартному виду. Последовательно применяя симплекс-алгоритм к основной задаче, определяем ее оптимальное решение.

9.2. Модель динамического программирования и ее использование в задаче развития генерирующих мощностей

После оптимизации структуры генерирующих мощностей ставится задача оптимального размещения электрических станций, где определяются установленные мощности, очередность и сроки ввода основного генерирующего оборудования. Данная задача является динамической, многопараметрической, требует учета топливных и электрических связей. Поэтому при ее решении широко используется метод декомпозиции, заключающийся в разделении общей задачи на ряд менее сложных относительно самостоятельных задач. Применение метода декомпозиции позволяет решать отдельно задачи оптимизации размещения генерирующих мощностей и развития электрической сети. Это объясняется различием в сроках оптимизации (10–12 лет для электростанций и 4–5 лет для сетевых объектов).

Применение линейных моделей для решения поставленной задачи имеет существенные недостатки, которые могут приводить к неверным решениям. Главным из них является практическая невозможность в рамках линейной модели учесть нелинейность и дискретность основной характеристики – затрат на сооружение электрической станции.

Из рис. 22 видно, что удельные капиталовложения в сооружение электростанции уменьшаются с увеличением их установленной мощности (номера характеристик на рисунке относятся соответственно к блокам К-300, К-500; К-800 и К-1200).

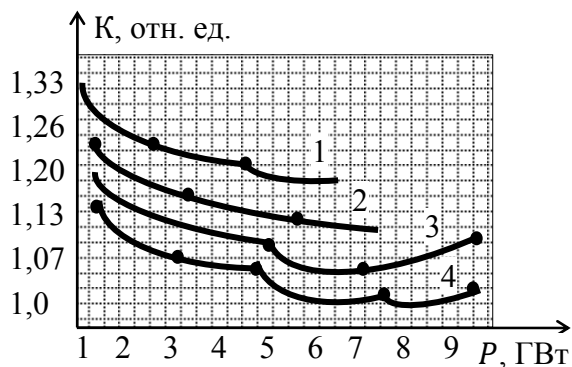


Рис. 22. Зависимость удельных капвложений от мощности станции

Более точной является модель динамического программирования. Эта модель опирается на принцип оптимальности, который впервые введен Р. Беллманом. Он формулируется так: оптимальная стратегия обладает тем свойством, что каковы бы ни были начальное состояние и принятое начальное решение, последующие решения должны составлять оптимальную стратегию относительно состояния, возникшего в результате первоначального решения.

Метод динамического программирования с успехом применяется для оптимизации аддитивных функций, т. е. функций, представленных в виде суммы функций оптимизируемых параметров. Например,

требуется определить оптимальную стратегию ввода генерирующих мощностей P_j на J электрических станциях ($j = 1, 2, \dots, J$) системы. Пусть критерием оптимальности является минимум приведенных затрат Z по заданному суммарному вводу установленной мощности $P_{\Sigma\max}$ на всех станциях. Тогда математически задача формулируется так. Найти минимум функции

$$\min Z(P_1, P_2, \dots, P_j, \dots, P_J) \quad (127)$$

при выполнении условия связи

$$\sum_{j=1}^J P_j = P_{\Sigma\max}. \quad (128)$$

Если в оптимальном плане некоторые значения окажутся равными нулю, это означает нецелесообразность строительства электрических станций в соответствующих пунктах. Аддитивность функции (127) означает возможность ее записи в виде

$$\min Z(P_1, P_2, \dots, P_j, \dots, P_J) = \sum_{j=1}^J Z(P_j), \quad (129)$$

где $Z(P_j)$ – приведенные затраты на сооружение и эксплуатацию электрической станции j .

Одной из основных идей динамического программирования является замена однократной оптимизации функции многих переменных многократной оптимизацией функций одной переменной (иногда двух-трех). Это означает замену однократной оптимизации функции (127) многократной оптимизацией функций $Z(P_j)$ одной переменной (129). Для осуществления этой идеи и требуется аддитивность функции (127). Процесс оптимизации разворачивается по шагам, соответствующим значениям независимого параметра j .

В рассматриваемом случае этот параметр j принимает дискретные целочисленные значения ($j = 1, 2, \dots, J$). При этом установленные мощности электрических станций также могут принимать лишь дискретные значения P_j , соответствующие количеству введенных блоков на станции. Подобные задачи относятся к классу задач дискретного динамического программирования.

Для облегчения понимания метода динамического программирования ниже рассмотрен упрощенный числовой пример.

Пусть необходимо определить наивыгоднейшие мощности новых электростанций, которые могут сооружаться в четырех пунктах $j = 1, 2, 3, 4$, и установить суммарную генерирующую мощность

$$P_{\Sigma\max} = \sum_{j=1}^4 P_j = 4 \text{ отн.ед.},$$

причем мощность каждой электростанции ограничена сверху,

$$P_j \leq 4, \quad j = 1, 2, 3, 4.$$

В качестве критерия оптимальности используется минимум приведенных затрат по сооружению и эксплуатации электростанций,

$$\min Z(P_1, P_2, \dots, P_j, \dots, P_J) = \sum_{j=1}^4 Z_j(P_j),$$

где $Z_j(P_j)$, $j = 1, 2, 3, 4$ – известные функции приведенных затрат по каждой электростанции. Пусть также мощности электростанций изменяются дискретно с шагом 1. Исходные экономические характеристики – затраты $Z_j(P_j)$ – приведены в табл. 21.

Таблица 21

Затраты в сооружение электростанций

Номер электростанции	Мощность электростанции P_j				
	0	1	2	3	4
1	0	10	20	25	30
2	0	8	22	26	29
3	0	7	16	29	34
4	0	6	13	24	31

Процесс оптимизации разворачивается по шагам, соответствующим возрастающему количеству рассматриваемых электрических станций. Геометрическая иллюстрация метода показана на рис. 23 и 24. На первом шаге рассматривается часть системы, состоящая из одного пункта возможного сооружения электрической станции (см. рис. 27, *a*). Рассматриваются все возможные стратегии развития такой «системы» мощностью P_{Σ} путем изменения мощности P_1 в первом пункте во всем возможном диапазоне. Соответствующие значения затрат обозначены f_1 . Так как «система» состоит из одной электростанции, то

$$f_1(P_\Sigma) = 3_1(P_1), \quad (130)$$

$$P_\Sigma = P_1, \quad 0 \leq P_\Sigma \leq P_{\Sigma \max}.$$

Здесь f_1 – условно-оптимальное значение затрат первого шага; P_Σ – параметр состояния системы; P_1 – значение переменной на первом шаге.

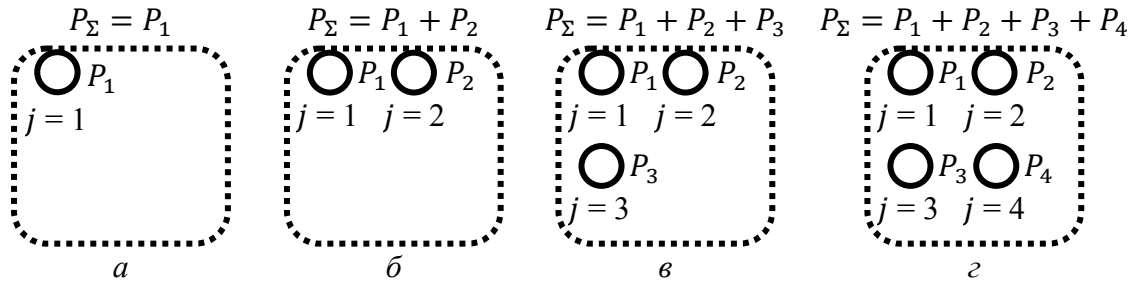


Рис. 23. Процесс оптимизации мощностей электростанций по шагам

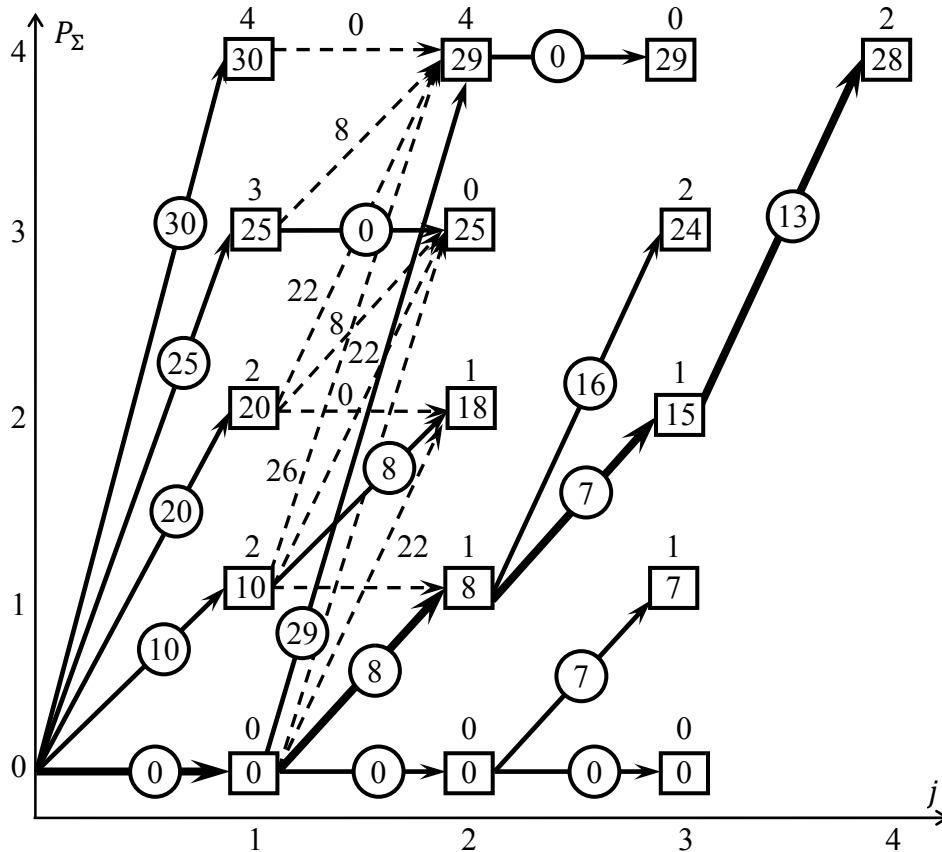


Рис. 24. Графическое представление процесса оптимизации мощностей электростанций по шагам

Как видно, на первом шаге нет собственно оптимизации, однако результаты первого шага нужны для последующих шагов. Для унификации записи промежуточных результатов для первого шага составлена табл. 22. В таблице $P_1^{\text{уст.опт}}$ – условно-оптимальная мощность электростанции в первом пункте.

Таблица 22

Результаты оптимизации на 1 шаге

P_{Σ}	0	1	2	3	4
$f_1(P_{\Sigma})$	0	10	20	25	30
$P_1^{\text{уст.опт}}$	0	1	2	3	4

Переход ко второму шагу. Рассматривается система, состоящая из двух пунктов сооружения электростанций $j = 1, 2$ (см. рис. 23, б). Снова поставлена задача определения минимальных затрат по системе мощностью P_{Σ} для всех возможных значений этого параметра состояния. Очевидно, что

$$f_2(P_{\Sigma}) = \min[3_1(P_1) + 3_2(P_2)].$$

Как видно, минимизацию необходимо выполнять по двум переменным P_1 и P_2 . Однако, используя результаты расчетов на первом шаге, можно свести задачу к минимизации функции от одной переменной. Так как $P_1 = P_{\Sigma} - P_2$, а

$$3_1(P_1) = f_1(P_1) = f_1(P_{\Sigma} - P_2),$$

то

$$f_2(P_{\Sigma}) = \min[3_1(P_2) + f_1(P_{\Sigma} - P_2)], \quad (131)$$

$$0 \leq P_2 \leq P_{\Sigma}; \quad 0 \leq P_{\Sigma} \leq P_{\Sigma\text{max}}. \quad (132)$$

Результаты оптимизации на втором шаге приведены в табл. 23.

Таблица 23

Результаты оптимизации на 2 шаге

P_{Σ}	0	1	2	3	4
$f_2(P_{\Sigma})$	0	8	18	25	29
$P_2^{\text{уст.опт}}$	0	1	2	3	4

Геометрическая интерпретация процесса оптимизации приведена на рис. 24. В прямоугольниках даны значения условно-оптимальных затрат на каждом шаге оптимизации. Цифры над прямоугольниками показывают условно оптимальные мощности в соответствующих пунктах. Стрелки иллюстрируют приращения мощности по сравнению с состояниями на предыдущем шаге (т. е. мощность электростанции, вводимая на данном шаге). Числа на стрелках указывают затраты по вводу мощности в последнем рассматриваемом пункте, в том числе в кружках – затраты условно-

оптимального плана. Условно-оптимальные стратегии показаны сплошными линиями, а все возможные стратегии, не вошедшие в оптимальные, на рис. 24 показаны пунктиром.

Рассмотрим, например, оптимизацию для $P_2 = 2$ на втором шаге $j = 2$. В соответствии с соотношениями (131) и (132)

$$f_2(P_2 = 2) = \min \begin{cases} 3_2(P_2 = 0) + f_1(P_\Sigma - P_2 = 2 - 0 = 2) = 0 + 20 = 20; \\ 3_2(P_2 = 1) + f_1(P_\Sigma - P_2 = 2 - 1 = 1) = 8 + 10 = 18; \\ 3_2(P_2 = 2) + f_1(P_\Sigma - P_2 = 2 - 2 = 0) = 22 + 0 = 22. \end{cases}$$

Выбор из трех возможных стратегий показан стрелками на рис. 24. Очевидно, что нет нужды запоминать неудачные стратегии $P_2 = 0$ и $P_2 = 2$. В то же время следует запомнить условно-оптимальную стратегию ввода мощности $P_2 = 1$ (стрелка с цифрой 8 в кружке на рис. 24).

Рассмотрим применение принципа оптимальности Беллмана для выбора условно-оптимальных траекторий на третьем и последующих этапах. Если система из двух пунктов $j = 1, 2$ имеет мощность $P_\Sigma = 2$ (начальное состояние), то каковы бы ни были мощности в пунктах $j = 3, \dots$ (каково бы ни было принятое начальное решение), мощности в пунктах $j = 2$ и $j = 1$ должны быть оптимальны (последующие решения должны составлять оптимальную стратегию возникшего состояния). Применение принципа оптимальности на каждом следующем шаге позволяет предельно упростить процесс оптимизации.

Оптимизирующее соотношение записывают одинаково для каждого шага, начиная со второго:

$$f_j(P_\Sigma) = \min[3_j(P_j) + f_{j-1}(P_\Sigma - P_j)]; \quad (133)$$

$$0 \leq P_j \leq P_\Sigma; \quad 0 \leq P_\Sigma \leq P_{\Sigma \max}. \quad (134)$$

Для последнего шага следует учесть, что $P_\Sigma = P_{\Sigma \max}$. Результаты оптимизации на третьем шаге приведены в табл. 24.

Таблица 24

Результаты оптимизации на 3 шаге

P_Σ	0	1	2	3	4
$f_3(P_\Sigma)$	0	7	15	24	29
$P_3^{\text{уст.опт}}$	0	1	2	3	0

На последнем шаге для $P_{\Sigma \max} = 4$ условно-оптимальное значение затрат $f_4(P_{\Sigma 0} = f_4(P_4) = \min 3$, $P_4^{\text{опт}} = 2$ ($P_4^{\text{опт}}$ – оптимальная мощность электростанции $j = 4$).

Оптимальное решение получается обратным ходом. Табл. 24 содержит условно-оптимальные планы для системы, состоящей из пунктов $j = 1, 2, 3$. Поскольку суммарная установленная мощность в оптимальном плане равна $P_{\Sigma j=1,2,3} = P_{\Sigma} - P_4^{\text{опт}} = 2$, то из табл. 24 определяется $P_3^{\text{опт}} = 1$. Аналогично из табл. 23 для $P_{\Sigma j=1,2} = P_{\Sigma j=1,2,3} - P_3^{\text{опт}} = 1$ определяется $P_2^{\text{опт}} = 1$. Следовательно, мощность первой станции равна нулю (в табл. 23 $P_{\Sigma j=1} = P_{\Sigma j=1,2} - P_2^{\text{опт}} = 0$).

Для упрощения на рис. 24 для шагов $j = 3, 4$ показаны лишь условно-оптимальные стратегии. Оптимальная стратегия, соответствующая абсолютному минимуму, показана жирными стрелками.

Сокращение количества расчетов в методе динамического программирования по сравнению с простым перебором очень существенно. Пусть в задаче динамического программирования выполняется n -шаговая оптимизация, причем на каждом шаге рассматривается m состояний переменной. Тогда число элементарных расчетов составит $m^2 n$, т. к. на каждом шаге для каждого из m состояний необходимо проанализировать m состояний предыдущего шага. Если же использовать простой перебор вариантов, то их число составит m^n . Таким образом, преимущество многошаговой оптимизации заключается в том, что число элементарных расчетов зависит линейно от количества шагов, а не находится в степенной связи, как при простом переборе.

10. ОПТИМИЗАЦИЯ РАЗВИТИЯ ГЕНЕРИРУЮЩИХ МОЩНОСТЕЙ НА ОСНОВЕ ИМИТАЦИОННОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ

10.1. Сущность имитационного подхода. Блоки имитационной модели

При использовании оптимизационных методов для решения задач развития энергосистем возникают значительные трудности:

- неопределенность исходной информации. Применение методов теории принятия решений лишь частично снимает эту проблему, так как их трудоемкость многократно возрастает при уве-

личении числа параметров, характеризующихся неопределенностью;

- многокритериальность задачи (неопределенность цели). Для электроэнергетики, кроме того, следует учитывать возможность несовпадения целей системы и подсистем;
- невозможность строгой формализации цели, системы ограничений и связей;
- динамический характер изменения структуры электроэнергетики и ее взаимосвязей с внешней средой.

Одним из перспективных направлений является бурно развивающийся в последние годы имитационный подход, который можно рассматривать как методологию изучения больших систем, являющуюся одной из разновидностей системного подхода.

Одной из характерных черт имитационного подхода является применение имитационного моделирования (ИМ). По Р. Шеннону, ИМ — это процесс конструирования модели реальной системы и постановки экспериментов на этой модели с целью понять поведение системы либо оценить различные стратегии, обеспечивающие функционирование этой системы. Более короткое определение дает Т. Нейлор, определяя ИМ как экспериментирование с моделью во времени. Таким образом, сложность описания реальной системы заставляет отказаться от применения формальных методов решения типа математического программирования. Принятие решений облегчается конструированием и многократным «прогоном» имитационных моделей.

Для решения задачи с применением имитационного подхода характерны следующие этапы.

Формулировка задачи. Сюда относятся определение целей, установление характера их взаимного соответствия и способов представления. Определение состава независимых и управляющих параметров, связей между переменными. Использование экспертной информации. Агрегирование информации (выделение уровней описания и блоков параметров) и составление структурного представления и функционального описания системы.

Сбор и обработка данных реальной системы. Выполняется наблюдение за объектом моделирования, измерение его параметров, выявление диапазонов варьирования, выяснение механизма функционирования и свойств моделируемой системы. Для этих целей на данном этапе возможно широкое применение пассивного экспери-

мента. Значительная часть полученной информации носит статистический характер и анализируется с целью выяснения законов и функций распределения параметров. Для обработки исходной информации могут быть применены методы корреляционного, регрессионного, факторного анализа и др.

Формирование модели. На основе полученных представлений осуществляется формализация связей между параметрами. При этом стремятся к разработке возможно более простых моделей. Разработка моделей облегчается использованием теории подобия, составлением сценариев явления. Выдвигаются предложения о способах и приемах моделирования (методы Монте-Карло, геометрического моделирования, планирования факторного эксперимента и т. д.).

Прогон модели. Прогон модели означает реализацию одного из возможных путей развития системы на модели с целью предварительной оценки пригодности модели. Выполняется верификация, т. е. сравнение результатов моделирования с результатами функционирования реального объекта, оценка чувствительности и устойчивости модели.

Подготовка к экспериментированию с моделью. На данном этапе может быть эффективно планирование эксперимента, применение шагового подхода (последовательного анализа) к планированию и анализу имитационных экспериментов. Намечаются необходимые объемы выборок и разрабатываются способы оценки статистической надежности результатов.

Экспериментирование. В процессе осуществления имитационного эксперимента обрабатываются его результаты, определяются параметры модели, выполняется оценка ее адекватности, точности. При этом применяются обучающие и контрольные выборки, обработка ведется на основе применения критериев согласия. Выявляются недостатки модели, и в диалоговом режиме осуществляется ее совершенствование. Главная цель на данном этапе, как правило, заключается в достижении функционального подобия модели и оригинала. Здесь может быть эффективно планирование экстремальных экспериментов.

Эксплуатация имитационной модели. Полученная имитационная модель может использоваться как фрагмент при решении сложных оптимизационных задач развития.

Указанные этапы являются наиболее характерными в имитационном подходе, но в конкретных задачах они или их содержание могут изменяться. Однако в любом случае к имитационному модели-

рованию предъявляется ряд требований, в том числе: полнота решения главных задач; гарантия от абсурдных выводов (последнее обычно связано с трудностями моделирования редких событий); простота и удобство работы для пользователя; адаптивность, возможность совершенствования.

Имитационный подход перспективен в плохо формализуемых задачах, в которых система представляется в виде «черного ящика» с известными входами и выходами, но с неизвестным (или плохо известным) механизмом взаимосвязи между входными и выходными параметрами. Поэтому для имитационного подхода характерны:

- итеративный характер моделирования и сопоставления получаемых результатов с процессами, происходящими в реальной системе;
- использование статистических методов моделирования и обработки информации;
- имитационный подход опирается на три источника информации: эксперимент, моделирование и экспертизу.

Решение задачи оптимизации развития и размещения генерирующих мощностей может быть выполнено на основе имитационного подхода. Сложность задачи не позволяет получить ее прямое аналитическое решение, поэтому оно осуществляется итерационно-поэтапным способом на основе комплекса экономико-статистических моделей. Совокупность моделей может быть представлена в виде следующих четырех взаимосвязанных блоков: выявление внешних условий развития ЭЭС и степени агрегирования исходной информации; моделирование размещения и экономических характеристик электростанций; моделирование экономических характеристик электрических сетей; моделирование приведенных затрат по развитию и распределению генерирующей мощности ЭЭС и оптимизация развития и размещения электрических станций.

В первом блоке формируются внешние связи моделей развития генерирующих мощностей с ТЭК страны и природной средой. Особенностью учета связи с ТЭК является высокая степень агрегирования информации и наличие зон неопределенности.

Внешние условия развития определяются следующими показателями: прогнозные характеристики электро- и теплотребления, режимы электропотребления, балансы производства и потребления электроэнергии для энергосистем; состав и размещение топливных баз и размеры топливопотребления для электростанций; варианты структуры энергогенерирующих мощностей.

Таким образом, характерной особенностью данной задачи является установление целесообразной степени агрегирования показателей развития электроэнергетических систем и реализация способов учета неопределенности условий развития. Учет неопределенности условий развития осуществляется путем формирования и анализа ситуационной матрицы условий развития энергосистем. Вследствие большой размерности ситуационной матрицы целесообразно группировать исходные ситуации по некоторым результирующим признакам, например, потребности в суммарной генерирующей мощности.

Во втором блоке формируются модели технико-экономических характеристик электростанций, прежде всего конденсационных и атомных. Специфику данного блока составляет учет особенностей сооружения электростанций на уровне пунктов размещения. Капиталовложения в электростанции рассматривают как функцию многих (нескольких десятков) параметров, характеризующих условия местоположения электростанции. Формирование экономических показателей их сооружения во многом определяется региональными и местными условиями сооружения, которые характеризуются информационными параметрами, образующими второй и третий информационные уровни. Многочисленность параметров (несколько десятков) и случайный характер взаимосвязей заставляет применить специальные методы конструирования математических моделей экономических характеристик электростанций.

Третий блок образуют модели экономических характеристик электрических сетей. Учет развития электрической сети осложняется тем, что достоверные прогнозы нагрузок отдельных узлов на столь отдаленную перспективу невозможны, а значит, не может ставиться задача разработки конкретных вариантов развития. Задача оптимизации развития электрической сети относится к более низкому уровню временной иерархии – среднесрочному планированию.

В то же время учет электрической сети обязателен при решении задачи размещения генерирующих мощностей, т. к. оптимальность местоположения электрической станции во многом определяется сравнительной стоимостью транспортировки топлива и электроэнергии. Отмеченные трудности, связанные с высокой степенью неопределенности исходной информации, требуют построения имитационных моделей электросетевого блока, основанных на использовании методов планирования активного эксперимента.

В четвертом блоке на основе объединения моделей, полученных в предыдущих блоках, формируется общая модель приведенных затрат по развитию генерирующих мощностей КЭС:

$$Z = f(N_{ejih}, j = 1, \dots, J; i = 1, \dots, I; P_{eh}, e = 1, \dots, E, h = 1, \dots, H). \quad (135)$$

Здесь N_{ejih} – установленные в узле с номером e мощности электрических станций типа j , работающие на топливе i и вводимые на этапе h ; P_{eh} – потребности в мощности в агрегированном районе e на этапе h .

Сложность функционала (135) заставляет применять для его определения методы имитационного подхода. Одновременно с формированием модели целесообразно осуществлять оптимизацию размещения и мощности электростанций. При этом следует учитывать ограничения, диктуемые инженерно-строительными и экологическими факторами. Процесс оптимизации является развитием имитационного подхода, а его особенность – применение методов планирования экстремальных экспериментов.

При использовании методов планирования экстремальных экспериментов N_{ejih} выступают в качестве факторов эксперимента, а Z – в качестве функции отклика. Число факторов эксперимента определяется размерностью решаемой задачи – возможным числом мест размещения электростанций.

Рассмотрение реального количества площадок, в которых возможно сооружение электростанций, практически невозможно из-за большой размерности (кадастр площадок содержит более сотни наименований). В этих условиях выполняется предварительная группировка площадок с использованием методов таксономии. При решении реальной задачи группировки площадок по условиям сооружения электростанций рассматривалась совокупность из 99 площадок. В результате проведения таксономии выделено 12 таксонов с относительно однородными условиями сооружения электростанций.

В качестве общей модели приведенных затрат по развитию генерирующих мощностей КЭС построена линейная модель, поэтому факторы эксперимента могут варьироваться на двух уровнях.

В качестве диапазонов варьирования N_e – вводимые в таксоне с номером e мощности электрических станций типа КЭС – рассматриваются значения от 0 до 6 ГВт.

Полный факторный эксперимент (ПФЭ) при 12 факторах, варьируемых на двух уровнях, включает $q_{\text{ПФЭ}} = 2^{12} = 4096$ планов и не может быть практически осуществлен в связи с большой размерно-

стью задачи. Поэтому был проведен дробный факторный эксперимент $q_{\text{ДФЭ}} = 2^{12-5}$, содержащий 128 планов.

Оценка функции отклика при проведении эксперимента выполнена по отдельно построенным моделям составляющих затрат

$$Z = Z_{\text{ст}} + Z_{\text{топ}} + Z_{\text{сеть}}, \quad (136)$$

где $Z_{\text{ст}}$, $Z_{\text{топ}}$, $Z_{\text{сеть}}$ – модели приведенных затрат по сооружению электростанций, затрат на топливо и электросетевых затрат.

Полученное решение на базе имитационной модели может быть уточнено с использованием метода динамического программирования.

10.2. Районирование территории по условиям сооружения электростанций

Анализ условий сооружения электростанций, выявление и резервирование территорий для их сооружения представляет собой первый этап решения задачи оптимального размещения электростанций.

Трудности, сопровождающие задачу размещения, определяются обилием факторов, влияющих на экономическую оценку сооружения электростанций. В рассмотренных выше моделях определения структуры генерирующих мощностей и их размещение использовалась лишь энергоэкономическая информация: число и единичная мощность блоков, вид топлива, вид системы техводоснабжения. Этот вид информации, несомненно, присутствует на всех стадиях анализа, но он образует лишь начальный первый информационный уровень. Более глубокий анализ показывает, что условия размещения электростанций определяются как связями ЭЭС с другими системами (транспортом, строительством, сельским хозяйством), так и ее влиянием на окружающую среду.

Совокупность этих параметров можно назвать инженерно-географической. Ее целесообразно разбить на несколько блоков по смысловому признаку.

Экономико-географический блок. В него входят параметры, характеризующие население, транспортные связи, режимы электропотребления, замыкающие затраты на топливо и пр.

Физико-географический блок. К нему относятся параметры, определяющие рельеф местности, климатические условия. Например, удельный вес сильно пересеченной местности, средняя температура наиболее холодного месяца, продолжительность отопительного периода и пр.

Гидрологический блок. Параметры этого блока определяют условия техводоснабжения электрической станции, такие как модуль стока, испарение с поверхности воды, экономическая оценка воды и т. д.

Биогеографический блок. К нему относятся параметры, характеризующие земляные ресурсы и санитарные условия в районе сооружения электрической станции. Например, экономическая оценка пашни, глубина промерзания грунта, относительная влажность воздуха и т. д.

Инженерно-строительный блок. Включает в себя параметры, относящиеся к условиям строительства электростанции. Это, например, удельный объем строительно-монтажных работ, стоимость земляных работ и др.

На первом этапе выявления условий сооружения электростанций достаточно находить усредненные значения параметров для сравнительно крупных районов (соизмеримых с административными областями). Совокупность таких региональных параметров образует второй информационный уровень.

На следующем этапе область решений сужается за счет перехода от районов к пунктам сооружения электростанций. При этом привлекаются новые параметры, характеризующие условия сооружения электростанций в пунктах и уточняются ранее усредненные параметры, которые характеризовали районы. Эти локальные параметры образуют третий информационный уровень.

Особенностью второго и третьего информационных уровней является значительное количество входящих в них параметров.

При анализе региональных условий сооружения электростанций приходится исследовать огромное количество параметров (второй информационный уровень включает около 80–100 параметров), характеризующих условия сооружения электростанций, и выявлять синтетические показатели районов возможного сооружения, позволяющие установить сходство и различие районов по условиям строительства станций. Так возникает задача дифференциации территории страны или ее крупных регионов по всей совокупности инженерно-географических параметров и по отдельным блокам этой совокупности. Представляет также интерес дифференциация (районирование) территории и по другим показателям, например, по экономическим условиям. Существо дифференциации территории по любому блоку или группе параметров заключается в выделении районов (называемых таксонами), внутри которых условия сооружения объектов практически не различаются.

Для дифференциации (районирования) территории целесообразно применять статистические методы таксономии.

Таксономия – объединение наблюдений, рассматриваемых как точки пространства параметров, в группы (таксоны), внутри которых существует сходство между наблюдениями в противовес заметному отличию между различными таксонами, точнее между наблюдениями, входящими в разные таксоны.

Существующие процедуры таксономии можно условно разбить на параллельные и последовательные: параллельные процедуры реализуются с помощью итерационных алгоритмов, где на каждом шаге рассматриваются все объекты; последовательные процедуры отличаются от параллельных тем, что на каждом шаге используется лишь часть совокупности. Одной из разновидностей последовательных процедур являются иерархические процедуры, основу которых составляют алгоритмы пошагового объединения объектов в таксоны.

Для задач таксономии условий сооружения электрических станций наиболее подходящими являются алгоритмы иерархических процедур, дающие наглядную интерпретацию результатов.

Рассмотрим алгоритм пошаговой группировки N объектов, каждый из которых характеризуется совокупностью параметров $\vec{X}\{x_1, x_2, \dots, x_j, \dots, x_n\}$, в таксоны. На каждом шаге решается вопрос, какой очередной объект (или таксон) $i = 1, 2, \dots, I$ должен быть присоединен к одному из уже выделенных таксонов. Решение зависит от степени близости рассматриваемого объекта к таксону, точнее, к его центру тяжести. Под центром тяжести таксона понимается средневзвешенное положение в пространстве параметров всех объектов, входящих в таксон. Взвешивание производят по весам, которые придаются параметрам. Если рассматриваются нормированные параметры, то центр тяжести таксона i ($i = 1, 2, \dots, I$) совпадает с геометрическим центром всех объектов k ($k = 1, 2, \dots, N_i$), входящих в таксон i , и координата j его центра $x_{ij}^H, j = 1, 2, \dots, n$, определяется по формуле

$$x_{ij}^H = \frac{1}{N_i} \sum_{k=1}^{N_i} x_{kj}, \quad (137)$$

здесь N_i – количество наблюдений, входящих в таксон i .

К началу первого шага исходная совокупность представляется в виде N таксонов, каждый состоит из одного наблюдения.

Наиболее общим критерием качества разбивки исходной совокупности объектов на таксоны следует считать отношение межгрупповой дисперсии совокупности объектов к максимальной из дисперсий объектов, входящих в таксоны,

$$W = S_{\text{межгр}}^2 / S_{\text{внутгр.мах}}^2 \quad (138)$$

Здесь $S_{\text{межгр}}^2$ – оценка межгрупповой дисперсии таксонов; $S_{\text{внутгр.мах}}^2$ – оценка максимальной внутригрупповой дисперсии объектов, входящих в таксон i ($S_{\text{межгр}}^2$ имеет число степеней свободы $\gamma_1 = I - 1$; $S_{\text{внутгр.мах}}^2$ имеет число степеней свободы $\gamma_2 = N_i - 1$). Оценки дисперсий вычисляются как обычно, при этом значения параметров в центре тяжести таксона рассматриваются как оценка математического ожидания параметров рассматриваемого таксона. Если принять гипотезу нормального распределения объектов и характеризующих их параметров, то W имеет распределение Фишера. Сравнение значения W с табличным значением F -распределения дает критерий остановки процесса разбиения. Использование максимальной внутригрупповой дисперсии объектов, входящих в таксон, позволяет уменьшить число расчетов, т. к. положительный результат проверки качества разбиения для таксона с $S_{\text{внутгр.мах}}^2$ гарантирует качественное объединение в остальные таксоны.

Поясним изложенный алгоритм на простом примере. Пусть имеется совокупность из шести наблюдений, представленная в пространстве двух параметров (рис. 25, а). Результаты анализа качества объединения в таксоны по шагам приведены в табл. 25.

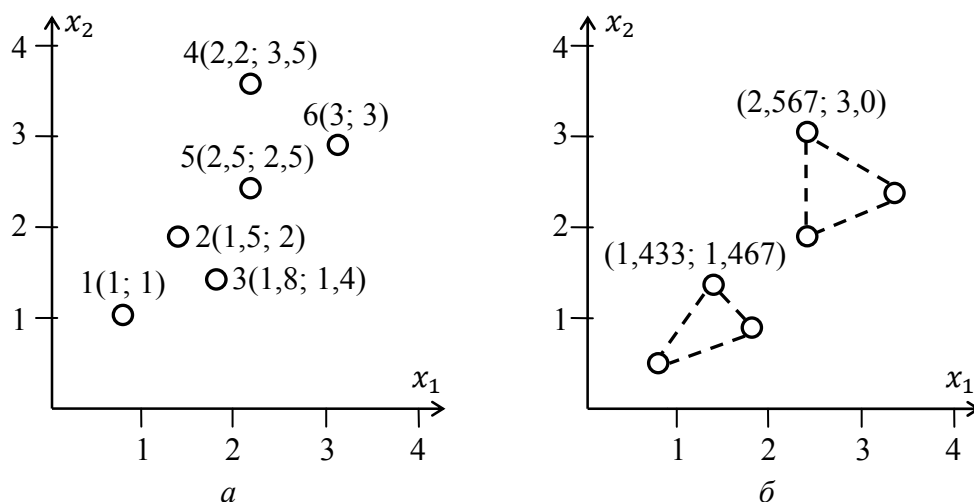


Рис. 25. Пример группировки объектов в таксоны

Таблица 25

Анализ качества объединения в таксоны

Номер шага	Число таксонов	$S^2_{\text{межгр}}$	γ_1	$S^2_{\text{внутгр}}$	γ_2	W	$F_{\text{табл}} \alpha = 0,05$
1	5	1,714	4	0,225	1	7,62	224,6
2	4	2,212	3	0,237	2	9,33	19,16
3	3	3,029	2	0,351	3	8,63	9,55
4	2	5,448	1	0,415	4	13,13	7,72

Процесс последовательного объединения наблюдений в таксоны проиллюстрирован на рис. 26 в виде дерева. Расчет показывает, что разделение совокупности на два таксона приводит к статистически значимой группировке наблюдений. Иначе говоря, группировка наблюдений в два таксона является неслучайной, т. к. межгрупповая дисперсия значительно больше внутригрупповой. Результат таксономии показан на рис. 25, б.

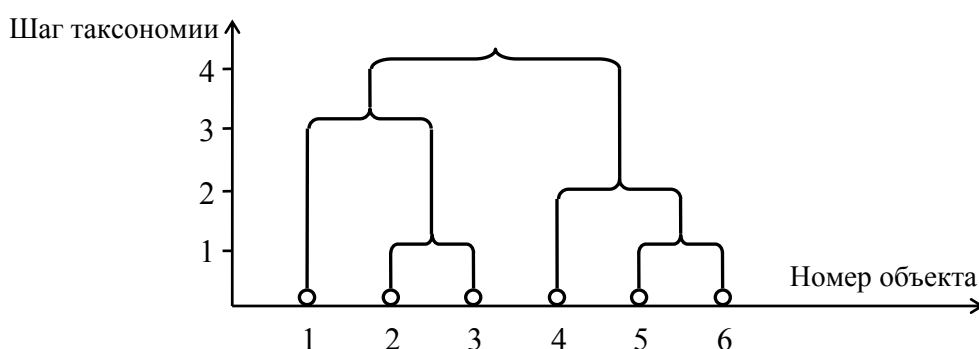


Рис. 26. Группировка объектов в таксоны

С применением изложенного метода было выполнено районирование территории областей и районов России по инженерно-географическим условиям. Рассматривалось 38 параметров второго информационного уровня. В результате проведения таксономии выделено 12 таксонов с относительно однородными условиями сооружения электростанций.

Непосредственное применение алгоритмов таксономии к исходной совокупности наблюдений – весьма трудоемкий процесс вследствие значительного числа параметров. Заметное снижение размерности здесь может дать применение методов факторного анализа. Применение факторного анализа к исходной совокупности наблюдений, кроме того, позволяет заменить значительное количество порой сильно коррелированных исходных параметров сравнительно

небольшим числом некоррелированных (ортогональных) факторов, называемых главными. Расположение факторов в порядке убывания доли суммарной дисперсии совокупности, объясняемой ими, приводит к тому, что несколько первых факторов статистически полно отражают совокупную вариацию всех параметров. Например, применение метода к совокупности, включающей 38 параметров второго информационного уровня, показало, что всего шесть первых факторов имеют вклад в суммарную дисперсию параметров, равный 76 %. Это количество факторов явилось статистически достаточным, что подтвердила проверка по критерию Неймана–Пирсона. Замена многомерных векторов наблюдений их проекциями на главные факторы значительно упрощает процедуру таксономии вследствие резкого уменьшения размерности исследуемого пространства.

10.3. Факторно-регрессионные модели характеристик электрических станций

Задача оптимизации размещения и выбора мощности электрических станций предполагает наличие экономических показателей их сооружения. При решении оптимизационных задач или задач сравнительной эффективности вариантов развития энергетических объектов в качестве экономического критерия обычно используются затраты. Затраты могут быть представлены в виде зависимости от совокупности технико-экономических показателей, включая постоянные $K_{уд}^{пост}$ и переменные $K_{уд}^{пер}$ удельные капиталовложения в сооружение электрических станций и другие экономические показатели $\mathcal{E}_{ст}$.

$$Z = f(K_{уд}^{пост}, K_{уд}^{пер}, \mathcal{E}_{ст}). \quad (139)$$

Постоянные удельные капиталовложения $K_{уд}^{пост}$ практически не зависят от местоположения электростанции и определяются в основном конкретными технико-экономическими параметрами, такими как тип и мощность электростанции, число и мощность блоков, система технического водоснабжения, вид топлива и другие, образующие первый информационный уровень \vec{X}_I . В связи с тем, что размер совокупности параметров первого информационного уровня не очень велик и составляет около десяти параметров, моделирование постоянных удельных капиталовложений $K_{уд}^{пост}$ обычно выполняется на основе прямого использования методов регрессионного моделирования:

$$K_{уд}^{пост} = f(\vec{X}_I). \quad (140)$$

Формирование переменных удельных капиталовложений $K_{уд}^{пер}$ во многом определяется региональными \vec{X}_{II} и местными или локальными \vec{X}_{III} инженерно-географическими условиями сооружения электрических станций, характеризующимися информационными параметрами, образующими второй и третий информационные уровни,

$$K_{уд}^{пер} = f(\vec{X}_{II}, \vec{X}_{III}). \quad (141)$$

Сложность моделирования $K_{уд}^{пер}$ объясняется свойствами параметров второго и третьего информационных уровней:

- размерность совокупности параметров второго и третьего информационных уровней весьма значительна и составляет около сотни параметров. Следует отметить, что статистическая достоверность моделей достигается лишь в том случае, когда размер обучающей выборки превышает размерность совокупности параметров примерно на порядок. При моделировании же переменных удельных капиталовложений размер обучающей выборки N ограничен числом выполненных проектов, ТЭО электростанций и составляет величину того же порядка, что и размер совокупности параметров \vec{X}_{II} и \vec{X}_{III} ;

- каждый отдельный параметр второго и третьего информационных уровней имеет довольно слабые связи с моделируемыми переменными удельными капиталовложениями, в то же время совместное влияние всех параметров второго и третьего информационных уровней велико. В обследованных выборочных совокупностях совместное влияние всех параметров второго и третьего информационных уровней определяет около 80–90 % дисперсии переменных удельных капиталовложений;

- параметры второго и третьего информационных уровней взаимозависимы, коррелированы между собой. Некоторые коэффициенты корреляции в обследованных выборочных совокупностях превышают значение 0,8. В то же время регрессионные модели, полученные по коррелированной совокупности параметров, обладают слабой достоверностью (низкой точностью).

Перечисленные свойства параметров второго и третьего информационных уровней ограничивают использование прямого регрессионного анализа для моделирования переменных удельных капиталовложений и обуславливают необходимость предварительного применения методов ортогонального преобразования пространства.

Одним из таких методов является метод факторного анализа. С помощью факторного анализа при моделировании переменных удельных капиталовложений $K_{уд}^{пер}$ в сооружение электростанций коррелированное пространство параметров второго и третьего информационных уровней (\vec{X}_{II} и \vec{X}_{III}) размерности n может быть преобразовано в пространство ортогональных факторов \vec{F} той же размерности n . При этом, практически без потери точности описания совокупности параметров, размерность пространства факторов может быть существенно снижена до m , причем $m \ll n$. Снижение размерности ортогонального пространства факторов позволяет повысить достоверность результатов моделирования переменных удельных капиталовложений $K_{уд}^{пер}$, т. к. при снижении размерности пространства факторов по сравнению с пространством параметров размер выборочной совокупности не меняется и число наблюдений N становится больше числа переменных m .

Суть метода факторного анализа можно продемонстрировать на примере преобразования пространства двух коррелированных параметров \vec{X}_1 и \vec{X}_2 в пространство ортогональных факторов \vec{F}_1 и \vec{F}_2 (рис. 27).

Пусть имеются выборочные совокупности коррелированных параметров:

$\vec{X}_1 = \{x_{11}, x_{12}, \dots, x_{1i}, \dots, x_{1N}\}$ и $\vec{X}_2 = \{x_{21}, x_{22}, \dots, x_{2i}, \dots, x_{2N}\}$. Выборочные совокупности сформированы случайным образом, поэтому параметры x_{1i} и x_{2i} распределены вокруг своих математических ожиданий по нормальному закону.

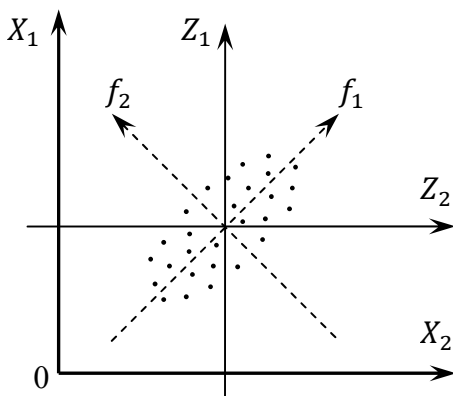


Рис. 27. Преобразование пространства

Перейдем от именованных параметров \vec{X}_1 и \vec{X}_2 к нормированным \vec{Z}_1 и \vec{Z}_2 . Значение каждого отдельного нормированного параметра z_{ij} с номером i в наблюдении j можно определить по выражению

$$z_{ij} = \frac{x_{ij} - M(x_i)}{S_i}, \quad (142)$$

где $i = 1, \dots, n; j = 1, \dots, N$.

Следует отметить, что математическое ожидание каждого нормированного параметра равно нулю, а дисперсия – единице. Если выборочная совокупность содержит n нормированных параметров, то суммарная дисперсия совокупности нормированных параметров будет равна числу параметров n . В пространстве нормированных параметров \vec{Z}_1 и \vec{Z}_2 выборочные значения параметров z_{ij} образуют, как показано на рис. 27, облако наблюдений, по виду близкое к эллипсу (в многомерном случае к гиперэллипсоиду).

При направлении первого фактора \vec{F}_1 вдоль главной (большой) оси эллипса первый фактор будет определять большую часть дисперсии нормированных параметров \vec{Z}_1 и \vec{Z}_2 . В общем случае это направление не совпадает с осями параметров и это значит, что именованные параметры \vec{X}_1, \vec{X}_2 и нормированные \vec{Z}_1, \vec{Z}_2 коррелируют между собой.

Второй фактор \vec{F}_2 направляется по меньшей оси эллипса и определяет оставшуюся часть дисперсии нормированных параметров \vec{Z}_1 и \vec{Z}_2 .

Поскольку первый фактор концентрирует в себе большую часть дисперсии параметров, то для описания исходной совокупности параметров \vec{Z}_1 и \vec{Z}_2 достаточно выделения одного фактора. Таким образом, исходная коррелированная совокупность двух параметров $n = 2$ заменена ортогональной совокупностью факторов размерностью $m = 1$.

Теперь, вместо модели

$$K_{уд}^{пер} = a_0 + a_1x_1 + a_2x_2 \quad (143)$$

может быть построена модель

$$K_{уд}^{пер} = b_0 + b_1f_1. \quad (144)$$

При большей размерности совокупности параметров $n > 2$ бывает недостаточно учета только одного фактора и следует учесть m факторов, но обычно $m \ll n$.

В общем случае исходное пространство n нормированных коррелированных параметров \mathbf{Z} может быть преобразовано в ортогональное пространство факторов \mathbf{F} той же размерности n , но при этом первые m факторов ($m \ll n$), как правило, достаточно полно отражают исходное пространство параметров.

Матрица нормированных параметров \mathbf{Z} имеет ту же размерность $n \times N$, что и выборочная совокупность именованных параметров \mathbf{X} (N – размер выборки наблюдений, n – число параметров):

$$\mathbf{Z} = \begin{bmatrix} z_{11} & z_{12} & \cdots & z_{1i} & \cdots & z_{1n} \\ z_{21} & z_{22} & \cdots & z_{2i} & \cdots & z_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \ddots & \vdots \\ z_{N1} & z_{N2} & \cdots & z_{Ni} & \cdots & z_{Nn} \end{bmatrix}.$$

Целью ортогонального преобразования пространства является корректная замена матрицы нормированных параметров \mathbf{Z} на матрицу факторов \mathbf{F} той же размерности:

$$\mathbf{F} = \begin{bmatrix} f_{11} & f_{12} & \cdots & f_{1m} & \cdots & f_{1n} \\ f_{21} & f_{22} & \cdots & f_{2m} & \cdots & f_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \ddots & \vdots \\ f_{N1} & f_{N2} & \cdots & f_{Nm} & \cdots & f_{Nn} \end{bmatrix}.$$

Связь между матрицей нормированных параметров \mathbf{Z} и матрицей ортогональных факторов \mathbf{F} описывается матрицей нагрузок \mathbf{A} на факторы, размер которой $n \times n$,

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1m} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2m} & \cdots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{n1} & a_{n2} & \cdots & a_{nm} & \cdots & a_{nn} \end{bmatrix}$$

Для каждого отдельного наблюдения $k = 1, \dots, N$ связь вектора параметров \vec{Z}_k с вектором факторов \vec{F}_k в координатной форме имеет вид:

$$\begin{aligned} z_{k1} &= a_{11}f_{k1} + a_{12}f_{k2} + \cdots + a_{1m}f_{km} + \cdots + a_{1n}f_{kn}; \\ z_{k2} &= a_{21}f_{k1} + a_{22}f_{k2} + \cdots + a_{2m}f_{km} + \cdots + a_{2n}f_{kn}; \\ &\vdots \\ z_{kn} &= a_{n1}f_{k1} + a_{n2}f_{k2} + \cdots + a_{nm}f_{km} + \cdots + a_{nn}f_{kn}. \end{aligned} \tag{145}$$

В матричном виде связь нормированных параметров с факторами имеет вид:

$$\mathbf{Z} = \mathbf{AF}. \tag{146}$$

Для оценки коэффициентов матрицы нагрузок \mathbf{A} используется матрица выборочных коэффициентов парной корреляции параметров \mathbf{R} . Каждый из коэффициентов r_{ij} матрицы определяется в зависимости от нормированных параметров:

$$r_{ij} = \frac{\sum_{k=1}^N z_{ik}z_{jk}}{N}, \quad i, j = 1, \dots, n. \quad (147)$$

Выражение (147) можно записать в матричном виде:

$$\mathbf{R} = \frac{1}{N} \mathbf{Z} \mathbf{Z}^t. \quad (148)$$

Матрица нагрузок связана с выборочной корреляционной матрицей соотношением:

$$\mathbf{R} = \mathbf{A} \mathbf{A}^t. \quad (149)$$

Для обоснования формулы (149) достаточно умножить обе части выражения (146) на их транспонированные значения:

$$\mathbf{Z} \mathbf{Z}^t = (\mathbf{A} \mathbf{F})(\mathbf{A} \mathbf{F})^t,$$

тогда

$$\mathbf{Z} \mathbf{Z}^t = \mathbf{A} \mathbf{A}^t N. \quad (150)$$

Преобразовав правую часть соотношения (150) с использованием формулы (149), можно получить выражение (148):

$$\mathbf{A} \mathbf{A}^t = \frac{1}{N} \mathbf{Z} \mathbf{Z}^t = \mathbf{R}.$$

Коэффициенты матрицы нагрузок \mathbf{A} находятся на основе собственных значений (чисел) λ_i и проекций собственных векторов $\vec{\alpha}_i \{ \alpha_{1i}, \alpha_{2i}, \dots, \alpha_{ji}, \dots, \alpha_{ni} \}$, $i, j = 1, 2, \dots, m, \dots, n$, корреляционной матрицы \mathbf{R} выборочных значений параметров по выражению

$$a_{ji} = \frac{\sqrt{\lambda_i} \alpha_{ji}}{\sqrt{\alpha_{1i}^2 + \alpha_{2i}^2 + \dots + \alpha_{ni}^2}}. \quad (151)$$

С целью определения собственных значений (чисел) λ_i и проекций собственных векторов α_{ji} составляется характеристическое уравнение для корреляционной матрицы в виде

$$\begin{vmatrix} (1 - \lambda) & r_{12} & r_{13} & \dots & r_{1n} \\ r_{21} & (1 - \lambda) & r_{23} & \dots & r_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ r_{n1} & r_{n2} & r_{n3} & \dots & (1 - \lambda) \end{vmatrix} = 0. \quad (152)$$

Корни характеристического уравнения и есть собственные числа матрицы \mathbf{R} . Если матрица неособенная, а \mathbf{R} именно такая, и её ранг

равен её размерности, то собственные числа матрицы положительны ($\lambda_i > 0$), количество собственных чисел и их сумма равны размерности матрицы n

$$\sum_{i=1}^n \lambda_i = n. \quad (153)$$

Как видно, сумма корней характеристического уравнения (собственных чисел корреляционной матрицы) равна суммарной дисперсии выборочной совокупности нормированных параметров и, следовательно, собственные числа могут служить оценкой дисперсии параметров.

Если расположить собственные числа корреляционной матрицы λ_i в порядке их убывания так, чтобы $\lambda_1 > \lambda_2 > \dots > \lambda_m > \dots > \lambda_n$, то первое собственное число будет описывать максимальную долю дисперсии совокупности параметров, а каждое последующее – меньшую долю. Анализ значений собственных чисел λ_i показывает, что сумма первых m собственных чисел практически равна n , а остальные собственные числа несопоставимо малы и могут быть отброшены,

$$\sum_{i=1}^m \lambda_i \approx n.$$

Это означает, что первые m собственных чисел могут служить оценкой дисперсии всей совокупности параметров.

Далее возникает задача определения собственных векторов корреляционной матрицы, соответствующих первым m собственным числам λ_i . Расчет векторов корреляционной матрицы ведется в порядке убывания собственных чисел, т. е. сначала определяется собственный вектор, соответствующий максимальному собственному числу λ_1 , а затем следующим значениям $\lambda_2, \lambda_3, \dots, \lambda_m$.

Для оценки проекций собственного вектора α_{ji} , $j = 1, \dots, n$, $i = 1, \dots, m$, составляется система линейных уравнений вида

$$(\mathbf{R} - \lambda_i \mathbf{E}) \vec{\alpha}_i = 0, \quad (154)$$

здесь \mathbf{E} – единичная матрица; $\vec{\alpha}_i \{ \alpha_{1i}, \alpha_{2i}, \dots, \alpha_{ji}, \dots, \alpha_{ni} \}$ – собственный вектор с номером i .

Выражение (154) можно представить в координатной форме

$$\begin{bmatrix} (1 - \lambda_i) & r_{12} & r_{13} & \cdots & r_{1n} \\ r_{21} & (1 - \lambda_i) & r_{23} & \cdots & r_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ r_{n1} & r_{n2} & r_{n3} & \cdots & (1 - \lambda_i) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \alpha_{1i} \\ \alpha_{2i} \\ \vdots \\ \alpha_{ni} \end{bmatrix} = 0. \quad (155)$$

Система линейных уравнений (155) включает два линейно зависимых уравнения (т. к. λ_i являются корнями характеристического уравнения корреляционной матрицы \mathbf{R}). Системы линейно зависимых уравнений имеют множество решений, поэтому для получения проекций собственного вектора $\vec{\alpha}_i \{\alpha_{1i}, \alpha_{2i}, \dots, \alpha_{ji}, \dots, \alpha_{ni}\}$ необходимо предварительно как-то ориентировать одну из проекций вектора $\vec{\alpha}_i$ и понизить размерность системы уравнений. Задав одну из проекций $\vec{\alpha}_i$, можно определить остальные координаты вектора на основе решения системы уравнений меньшей размерности.

Первый собственный вектор $\vec{\alpha}_1$, соответствующий максимальному собственному значению λ_1 , указывает направление первого фактора, а его длина определяется значением λ_1 . Теперь коэффициенты матрицы нагрузок \mathbf{A} можно найти на основе собственных значений корреляционной матрицы $\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3, \dots, \lambda_m$ и соответствующих им собственных векторов $\vec{\alpha}_i \{\alpha_{1i}, \alpha_{2i}, \dots, \alpha_{ji}, \dots, \alpha_{ni}\}$ по выражению (155).

Как уже было указано выше, суммарная дисперсия совокупности n нормированных параметров равна ее размерности совокупности n . Учет факторами $F_i, i = 1, 2, \dots, m, \dots, n$, суммарной дисперсии нормированных параметров определяется соответствующими собственными числами λ_i корреляционной матрицы, сумма которых равна n . Следовательно, если сумма первых m собственных чисел примерно

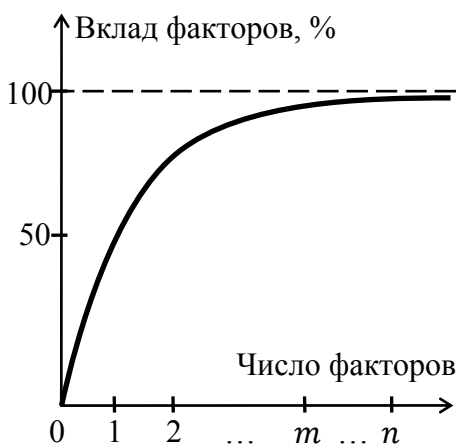


Рис. 28. Вклад факторов в дисперсию параметров

равна n , то и первые m ($m < n$) факторов учитывают почти всю дисперсию n параметров.

Вклад каждого фактора в дисперсию параметров соответствует величине λ_i , т. к. сумма дисперсий нормированных параметров равна их сумме – n , учет суммарной дисперсии параметров первыми m факторами показан на рис. 28.

На основе анализа учета факторами суммарной дисперсии совокупности нормированных параметров можно

отбросить несущественные факторы с номерами $i = m + 1, m = 2, \dots, n$, и получить редуцированную (усеченную) матрицу \mathbf{A}_p

$$\mathbf{A}_p = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1m} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2m} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{n1} & a_{n2} & \cdots & a_{nm} \end{bmatrix}.$$

Для оценки учета дисперсии совокупности нормированных параметров первыми m выделенными факторами используется матрица вычисленных коэффициентов корреляции $\mathbf{R}_{\text{выч}}$.

Матрицу вычисленных коэффициентов корреляции $\mathbf{R}_{\text{выч}}$ можно определить по выражению (149) с использованием редуцированной матрицы нагрузок на факторы

$$\mathbf{R}_{\text{выч}} = \mathbf{A}_p \mathbf{A}_p^t. \quad (156)$$

Проверку достаточности числа выделенных факторов m необходимо проверить по статистическим критериям. В качестве статистического критерия может быть использован критерий Пирсона. По критерию Пирсона оценивается значимость коэффициентов матрицы остаточных коэффициентов корреляции $\mathbf{R}_{\text{ост}}$. Матрица остаточных коэффициентов корреляции $\mathbf{R}_{\text{ост}}$ вычисляется как разность матриц выборочных и вычисленных коэффициентов корреляции параметров

$$\mathbf{R}_{\text{ост}} = \mathbf{R} - \mathbf{R}_{\text{выч}}. \quad (157)$$

Для оценки значимости матрицы остаточных коэффициентов корреляции $\mathbf{R}_{\text{ост}}$ определяется матрица доверительных интервалов коэффициентов корреляции $\Delta \mathbf{R}$, состоящая из доверительных интервалов для каждого коэффициента корреляции $|\Delta r_{ij}|$. Доверительные интервалы коэффициентов корреляции $|\Delta r_{ij}|$ определяются с использованием стандартного статистического распределения Пирсона.

Принцип проверки значимости матрицы остаточных коэффициентов корреляции заключается в сравнении каждого коэффициента матрицы $|r_{ij \text{ ост}}|$ с его доверительным интервалом. Коэффициент считается незначимым, если соблюдается условие $|r_{ij \text{ ост}}| < |\Delta r_{ij}|$ для каждого коэффициента матрицы $\mathbf{R}_{\text{ост}}$.

Если проверка значимости матрицы остаточных коэффициентов корреляции неудовлетворительна, то следует увеличить число выделяемых факторов.

Процесс увеличения числа факторов продолжается до тех пор, пока остаточные коэффициенты корреляции значимы.

После выделения достаточного числа ортогональных факторов следует приступить к оценке значений факторов по всем наблюдениям выборочной совокупности нормированных параметров. Значения m выделенных факторов по N наблюдениям образуют матрицу факторов \mathbf{F} .

Оценка значений факторов по наблюдениям производится с помощью регрессионного анализа. С этой целью левая и правая части выражения (146) умножаются на их транспонированные значения:

$$\mathbf{Z}\mathbf{A}_p^t = \mathbf{A}_p\mathbf{A}_p^t\mathbf{F} = \mathbf{R}_{\text{выч}}\mathbf{F}. \quad (158)$$

Теперь, обратив матрицу вычисленных коэффициентов корреляции и преобразовав выражение (159), можно получить матрицу значений факторов по наблюдениям

$$\mathbf{F} = \mathbf{A}_p^t(\mathbf{A}_p\mathbf{A}_p^t)^{-1}\mathbf{Z}, \quad (159)$$

или

$$\mathbf{F} = \mathbf{W}\mathbf{Z}, \quad (160)$$

где \mathbf{W} – матрица связи параметров с факторами,

$$\mathbf{W} = \mathbf{A}_p^t(\mathbf{R}_{\text{выч}})^{-1}. \quad (161)$$

После оценки значений факторов по наблюдениям можно на основе регрессионного анализа построить факторно-регрессионную модель переменных удельных капиталовложений в сооружение электрических станций в зависимости от ортогональных факторов в виде

$$K_{\text{уд}}^{\text{пер}} = \varphi(f_1, f_2, \dots, f_m). \quad (162)$$

Факторно-регрессионные модели переменных удельных капиталовложений в сооружение электрических станций в зависимости от ортогональных факторов обладают приемлемой точностью и могут быть использованы при решении задач развития электроэнергетических систем. Следует заметить, что при использовании факторно-регрессионных моделей для прогнозирования технико-экономических характеристик необходимо предварительно определить на перспективу прогнозные значения факторов. Обычно при определении прогнозных значений факторов не выполняется уточнение матрицы связи \mathbf{W} и используется матрица связи, полученная по обучающей выборке параметров.

Пример построения факторно-регрессионной модели переменных удельных капиталовложений в сооружение электрической станции

Построим факторно-регрессионную модель переменных удельных капиталовложений в сооружение конденсационной электрической станции. Выборочная совокупность переменных удельных капиталовложений в сооружение конденсационной электрической станции $K_{уд}^{пер}$ (млн. руб./МВт) по 20 наблюдениям представлена в табл. 26 (столбец 2).

Таблица 26

Исходные данные и результаты моделирования
переменных удельных капиталовложений

Номер наблюдения	Выборочные $K_{уд}^{пер}$, тыс. руб./МВт	x_{i1} , км	x_{i2} , чел/км	x_{i3} , °С	Нормированные параметры			Значения фактора по наблюдению f_{i1}	Вычисленные $K_{уд}^{пер}$, тыс. руб./МВт	Отклонения $K_{уд}^{пер}$, тыс. руб./МВт
					z_{i1}	z_{i2}	z_{i3}			
1	48	98	20	13	1,89	-1,79	1,59	1,86	52,41	4,41
2	55	87	90	14,5	0,96	-1,06	1,81	1,36	57,86	2,86
3	57	95	70	10	1,64	-1,27	1,13	1,42	57,12	0,12
4	59	84	100	12,5	0,71	-0,95	1,51	1,12	60,4	1,4
5	67	81	130	6	0,45	-0,63	0,52	0,57	66,37	-0,63
6	64	86	120	7	0,88	-0,74	0,67	0,81	63,78	-0,22
7	65	82	130	7,5	0,54	-0,63	0,75	0,68	65,14	0,14
8	72	83	180	2	0,62	-0,11	-0,08	0,23	70,05	-1,95
9	72	79	190	4	0,28	0	0,22	0,18	70,57	-1,43
10	74	72	170	0,5	-0,31	-0,21	-0,31	-0,15	74,09	0,09
11	79	76	150	-2,5	0,03	-0,42	-0,77	-0,12	73,76	-5,24
12	73	77	200	3	0,11	0,11	0,07	0,03	72,2	-0,8
13	85	69	180	1	-0,56	-0,11	-0,24	-0,25	75,16	-9,84
14	76	65	280	-3	-0,90	0,95	-0,84	-0,95	82,76	6,76
15	81	75	220	-1	-0,05	0,32	-0,54	-0,32	75,98	-5,02
16	86	61	250	-6	-1,24	0,63	-0,30	-1,12	84,62	1,38
17	75	66	370	-2	-0,82	1,90	-0,69	-1,20	85,4	10,4
18	90	55	290	-8	-1,75	1,06	-1,60	-1,56	89,32	-0,68
19	84	62	310	-4	-1,16	1,27	-0,99	-1,21	85,54	1,51
20	88	60	350	-3,5	-1,32	1,69	-0,92	-1,39	87,45	-0,55
$M(x_j)$	72,5	75,65	190	2,55	0	0	0	—	—	—
$S(x_j)$	11,79	11,82	94,81	6,59	1	1	1	—	—	—

Матрица выборочной совокупности именованных параметров приведена в табл. 26 (столбцы 3–4), здесь: \vec{X}_1 – удалённость от железных дорог площадки электрической станции, км; \vec{X}_2 – обеспеченность региона трудовыми ресурсами, чел./км²; \vec{X}_3 – среднегодовая температура окружающей среды, °С.

Для построения факторно-регрессионной модели переменных удельных капиталовложений в сооружение конденсационной электрической станции необходимо выявить связи между независимыми параметрами и моделируемым показателем. Для этого необходимо построить матрицу выборочных коэффициентов парной корреляции параметров между собой и параметров моделируемого показателя. Расчет матрицы выборочных коэффициентов парной корреляции включает определение математических ожиданий $M(x_j)$ и среднеквадратичных отклонений $S(x_j)$ параметров и моделируемого показателя:

$$M(x_j) = \frac{\sum_{i=1}^N x_{ij}}{N}, \quad S^2(x_j) = \frac{\sum_{i=1}^N (x_{ij} - M(x_{ij}))^2}{N - 1}.$$

На основе математических ожиданий $M(x_j)$ и среднеквадратичных отклонений $S(x_j)$ параметров и моделируемого показателя выполняется нормировка выборочной совокупности параметров

$$z_{ij} = \frac{x_{ij} - M(x_i)}{S_i}.$$

Значения математических ожиданий $M(x_j)$ и среднеквадратичных отклонений $S(x_j)$ именованных и нормированных параметров и моделируемого показателя приведены в табл. 26 (последняя и предпоследняя строки соответственно).

Коэффициенты парной корреляции r_{ij} между параметрами определены по соотношению

$$r_{ij} = \frac{\sum_{k=1}^N z_{ik} z_{jk}}{N}.$$

Размерность матрицы коэффициентов парной корреляции соответствует числу параметров $n = 3$, а матрица имеет вид

$$\mathbf{R} = \begin{bmatrix} 1 & -0,856 & 0,862 \\ & 1 & -0,805 \\ & & 1 \end{bmatrix}.$$

Для оценки матрицы нагрузок на факторы необходимо найти собственные значения корреляционной матрицы и соответствующие им собственные векторы. С этой целью составляется характеристическое уравнение корреляционной матрицы

$$\begin{bmatrix} (1 - \lambda) & -0,856 & 0,862 \\ & (1 - \lambda) & -0,805 \\ & & (1 - \lambda) \end{bmatrix} = 0,$$

отсюда $\lambda^3 - 3\lambda^2 + 0,8762\lambda - 0,064 = 0$.

Корни характеристического уравнения могут быть определены любым известным методом, например, итерационным.

Теперь можно записать корни характеристического уравнения в порядке убывания: $\lambda_1 = 2,682$; $\lambda_2 = 0,195$; $\lambda_3 = 0,123$. Как указано выше, сумма корней характеристического уравнения равна числу параметров $n = 3$, $\lambda_1 + \lambda_2 + \lambda_3 = 2,682 + 0,195 + 0,123 = 3$.

Для оценки учета ортогональными факторами дисперсии параметров и определения достаточного числа выделяемых факторов необходимо найти долю суммарной дисперсии параметров $D_i(\%)$, учитываемую каждым фактором,

$D_i(\%) = (\lambda_i / \sum \lambda) \cdot 100 \%$. Таким образом, первый фактор учитывает $D_1 = (\lambda_1 / \sum \lambda) \cdot 100 \% = 89,4 \%$ дисперсии; второй $D_2 = (\lambda_2 / \sum \lambda) \cdot 100 \% = 6,5 \%$; третий $D_3 = (\lambda_3 / \sum \lambda) \cdot 100 \% = 4,1 \%$. Всеми тремя факторами учитывается 100 % суммарной дисперсии параметров. Иллюстрация учета факторами суммарной дисперсии параметров приведена на рис. 29.

Как видно из рисунка, первый фактор учитывает почти 90 % дисперсии параметров, поэтому можно предположить, что для описания выборочной совокупности трех параметров достаточно выделения одного фактора.

Для вычисления собственных векторов корреляционной матрицы необходимо составить и решить систему

$$(\mathbf{R} - \lambda_i \mathbf{E}) \vec{\alpha}_i = 0,$$

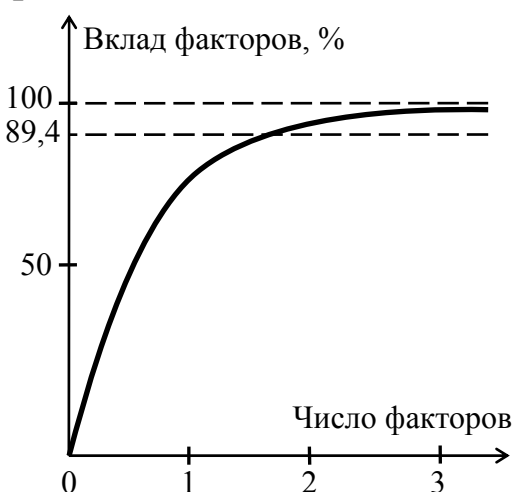


Рис. 29. Вклад факторов в дисперсию параметров

$$\begin{bmatrix} (1 - \lambda) & -0,856 & 0,862 \\ & (1 - \lambda) & -0,805 \\ & & (1 - \lambda) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \alpha_{11} \\ \alpha_{21} \\ \alpha_{31} \end{bmatrix} = 0.$$

Проекции первого собственного вектора $\vec{\alpha}_1$, соответствующего $\lambda_1 = 2,682$, определяются при решении следующей системы уравнений:

$$\begin{aligned} & \begin{bmatrix} (1 - \lambda_1) & -0,856 & 0,862 \\ & (1 - \lambda_2) & -0,805 \\ & & (1 - \lambda_3) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \alpha_{11} \\ \alpha_{21} \\ \alpha_{31} \end{bmatrix} = \\ & = \begin{bmatrix} -1,682 & -0,856 & 0,862 \\ & -1,682 & -0,805 \\ & & -1,682 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \alpha_{11} \\ \alpha_{21} \\ \alpha_{31} \end{bmatrix} = 0. \end{aligned}$$

Или в координатном виде:

$$-1,682\alpha_{11} - 0,856\alpha_{21} + 0,862\alpha_{31} = 0;$$

$$-0,856\alpha_{11} - 1,682\alpha_{21} - 0,805\alpha_{31} = 0;$$

$$+0,862\alpha_{11} - 0,805\alpha_{21} - 1,682\alpha_{31} = 0.$$

В приведенной системе третье уравнение является линейной комбинацией двух первых, такая система имеет множество решений. Для получения одного из решений такой системы достаточно зафиксировать одну из проекций собственного вектора и понизить размерность системы уравнений. Удобно принять $\alpha_{11} = 1$, тогда значения остальных проекций: $\alpha_{21} = -0,978$, $\alpha_{31} = 0,98$.

Коэффициенты матрицы нагрузок на факторы определяются как

$$a_{ji} = \frac{\sqrt{\lambda_i} \alpha_{ji}}{\sqrt{\alpha_{1i}^2 + \alpha_{2i}^2 + \dots + \alpha_{ni}^2}}.$$

Подставив в приведенное выражение значения первого собственного числа и значения проекций первого собственного вектора, можно определить коэффициенты первого столбца матрицы нагрузок:

$$a_{11} = \frac{\sqrt{2,682} \cdot 1}{\sqrt{1^2 + 0,978^2 + 0,98^2}} = 0,959; \quad a_{21} = -0,938; \quad a_{31} = 0,940.$$

Если для описания совокупности выборочных параметров выделяется только один фактор, то матрица нагрузок усекается до одного столбца и тогда редуцированная матрица нагрузок имеет вид:

$$\mathbf{A}_p = \begin{bmatrix} 0,959 \\ -0,938 \\ 0,940 \end{bmatrix}.$$

Матрица вычисленных коэффициентов корреляции $\mathbf{R}_{\text{выч}}$ определяется по редуцированной матрице нагрузок на факторы:

$$\mathbf{R}_{\text{выч}} = \mathbf{A}_p \mathbf{A}_p^t = \begin{bmatrix} 0,92 & -0,899 & 0,901 \\ & 0,88 & -0,881 \\ & & 0,883 \end{bmatrix}.$$

Теперь необходимо оценить значимость остаточной матрицы коэффициентов корреляции $\mathbf{R}_{\text{ост}} = \mathbf{R}_{\text{выб}} - \mathbf{R}_{\text{выч}}$ и убедиться в достаточном количестве выделенных факторов.

Далее следует приступить к оценке значений факторов по всем наблюдениям $N = 20$. С этой целью требуется найти матрицу связи \mathbf{W} на основе обратной матрицы вычисленных коэффициентов корреляции $\mathbf{R}_{\text{выч}}^{-1}$:

$$\mathbf{W} = \mathbf{A}_p^t \mathbf{R}_{\text{выч}}^{-1},$$

$$\mathbf{R}_{\text{выч}}^{-1} = \begin{bmatrix} 5,529 & 2,508 & -2,763 \\ 2,508 & 4,01 & 1,072 \\ -2,763 & 1,072 & 4,27 \end{bmatrix}.$$

Для рассматриваемого примера матрица связи представляет собой матрицу-строку:

$$\mathbf{W} = [0,354 \quad -0,348 \quad 0,358].$$

Теперь можно определить значения факторов по наблюдениям \mathbf{F} , представляющим собой матрицу-столбец:

$$\mathbf{F} = \mathbf{WZ},$$

$$f_{1i} = 0,354 z_{1i} - 0,348 z_{2i} + 0,358 z_{3i}.$$

Значения факторов по наблюдениям приведены в табл. 26 (9 столбец).

Далее с использованием обычного регрессионного анализа можно получить факторно-регрессионную модель переменных удельных капиталовложений в сооружение конденсационной электрической станции в линейном виде:

$$K_{уд}^{пер} = b_0 + b_1 f_1.$$

Учитывая, что при определении прогнозных значений факторов не выполняется уточнение матрицы связи \mathbf{W} , модель переменных удельных капиталовложений можно записать в виде $y = b_0 + b_1 f_1$.

Вектор точечных оценок коэффициентов модели определяются по соотношению

$$\vec{\mathbf{B}} = (\mathbf{X}^t \mathbf{X})^{-1} \mathbf{X}^t \vec{\mathbf{Y}}.$$

Информационная матрица имеет вид:

$$\mathbf{X}^t \mathbf{X} = \begin{bmatrix} 20 & 0,799 \cdot 10^{-3} \\ & 19,71 \end{bmatrix},$$

$$(\mathbf{X}^t \mathbf{X})^{-1} = \begin{bmatrix} 0,05 & -0,2 \cdot 10^{-5} \\ & 0,051 \end{bmatrix},$$

$$\mathbf{X}^t \vec{\mathbf{Y}} = \begin{bmatrix} 1450 \\ -212,6 \end{bmatrix}.$$

Тогда вектор коэффициентов модели:

$$\vec{\mathbf{B}} = \begin{bmatrix} 72,5 \\ -10,79 \end{bmatrix}.$$

Построение доверительных интервалов коэффициентов модели выполняется с использованием стандартного значения распределения Стьюдента:

$$\Delta \vec{\mathbf{B}} = \begin{bmatrix} 2,057 \\ 2,072 \end{bmatrix}.$$

Теперь модель может быть записана с учетом точечных и интервальных оценок

$$y = (72,5 \pm 2,057) + (-10,79 \pm 2,072)f.$$

Вычисленные по модели значения переменных удельных капиталовложений в сооружение конденсационной электрической станции и их отклонения от выборочных значений приведены в табл. 26 (столбцы 10, 11).

10.4. Построение электросетевого блока модели развития и размещения генерирующих мощностей

Оптимизация местоположения, мощности и сроков электрических станций во многом определяется сравнительной стоимостью транспортировки топлива и электроэнергии. Следовательно, при решении задачи размещения генерирующих мощностей необходим учет основной системообразующей электрической сети.

Для долгосрочной перспективы, на которую принимаются решения по сооружению электростанций, весьма высока неопределенность информации по развитию электрической сети и потребителей электроэнергии, что не позволяет рассматривать традиционные методы формирования технико-экономических характеристик системообразующих электрических сетей, которые связаны с анализом конкретных. Поэтому для формирования электросетевого блока модели развития и размещения генерирующих мощностей применяется имитационный подход, основанный на использовании методов планирования активного эксперимента.

На перспективу в 12–15 лет нет точной информации по величинам и расположению отдельных узлов нагрузок, конфигурации и другим характеристикам электрической сети. В то же время можно выделить ряд показателей, которые оказывают влияние на формирование будущих схем развития и при этом поддаются прогнозированию на более отдаленную перспективу, нежели нагрузки конкретных узлов.

Выполненные исследования позволяют выделить в качестве таких обобщенных параметров следующие:

- суммарная вводимая генерирующая мощность по ОЭС (P_T);
- средняя плотность нагрузок по территории (p_n);
- степень неравномерности распределения нагрузок по территории, выражающаяся коэффициентом неравномерности (α);
- удельная протяженность существующих электрических сетей (γ);
- момент электрических станций относительно центров потребления (M);
- число сооружаемых электростанций (n).

Здесь показатели p_n и α позволяют оценить характер распределения и развития потребления по территории ОЭС. Показатель γ позволяет установить влияние уровня предшествующего развития ОЭС на

формирование будущих затрат в электрическую сеть. Показатель M характеризует степень удаленности генерирующих источников от основных центров потребления.

Указанная совокупность обобщенных параметров сформирована на основе пассивного эксперимента с применением методов математической статистики. Для этого было рассмотрено множество выполненных проектов, значительное количество конкретных планов развития электрических сетей, отвечающих различным значениям нагрузок узлов, расположения электрических станций и т. д.

Введенные обобщенные параметры формируют оптимальные приведенные затраты в электросетевой блок (ЭСБ)

$$Z_{\text{сет}} = f(P_{\text{г}}, p_{\text{н}}, \alpha, \gamma, M, n). \quad (163)$$

Однако установление формы и численных значений коэффициентов функции (163) – непростая задача. Для установления этой связи можно применить имитационный подход.

Идея построения имитационной модели для ЭСБ состоит в следующем. Каждое фиксированное сочетание значений параметров, входящих в (163), само по себе не позволяет получить определенную схему электрической сети, которая может реализоваться лишь через конкретное расположение узлов генерации и нагрузок. Однако фиксированному сочетанию обобщенных параметров соответствует определенное множество возможных реализаций конкретного расположения узлов генерации и нагрузок. Следовательно, выполнив серию оптимизационных расчетов и определив значения параметров для каждой оптимизированной сети, можно опосредованным образом связать оптимальные электросетевые затраты с обобщенными параметрами. Установить такую связь можно проводя эксперименты с моделями электрических сетей, имитирующими возможные будущие условия их развития. При этом на основе метода планирования эксперимента, изложенного далее, каждому сочетанию значений обобщенных параметров $P_{\text{г}}, p_{\text{н}}, \alpha, \gamma, M, n$ можно поставить в соответствие множество возможных конкретных схем развития электрической сети.

Рассмотрим основы моделирования электросетевого блока с применением планирования эксперимента. В связи с тем, что проведение активного эксперимента над ЭЭС с неопределенными условиями будущего развития невозможно, предлагается выполнять эксперимент с моделями гипотетических ЭЭС. При этом необходимо, чтобы

гипотетические ЭЭС обладали характеристиками, сходными с характеристиками реальных исследуемых систем и достаточно точно отражали реальные условия развития исследуемой ЭЭС.

Для проведения эксперимента используются методы геометрического моделирования. Для упрощения расчетов в качестве объекта можно рассмотреть систему простой структуры, например, занимающую площадь в виде квадрата с распределением нагрузок в узлах равномерной решетки. Исследования показывают, что достаточно рассмотреть сетку с 16 узлами. Меньшее число узлов сильно загроуждает модель, а большее – значительно повышает трудоемкость расчетов, не приводя к заметному повышению точности. Варьируя значения нагрузок узлов и расположение электростанций, можно добиться любого сочетания обобщенных параметров, соответствующего заданному плану эксперимента. На рис. 30 показано расположение нагрузок и источников, соответствующее следующему набору обобщенных параметров: $P_T = 600$ МВт, $p_H = 48$ кВт/км, $\alpha = 0$, $\gamma = 4,94$ м/км, $n = 1$, $M = 0$.

Сплошные линии на рис. 30 относятся к существующим электрическим связям, а пунктирные – к возможным для сооружения.

Размеры рассматриваемой гипотетической системы выбраны соответствующими зоне влияния крупной КЭС. Поэтому в эксперименте рассматривается квадрат со стороной 1000 км.

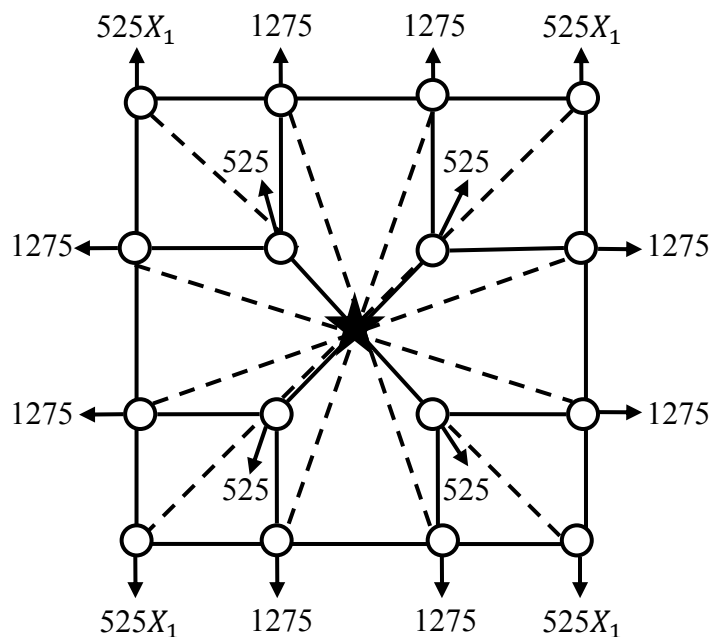


Рис. 30. Пример гипотетической электроэнергетической системы

Следующим этапом моделирования является установление диапазонов варьирования обобщенных параметров. Анализ схем воз-

возможного развития рассматриваемой ОЭС на 1980–2010 гг., проведенный в рамках пассивного эксперимента, позволил рекомендовать следующие интервалы варьирования обобщенных параметров:

$$P_{\Gamma} = 6 \dots 18 \text{ ГВт}; \quad \alpha = 0 \dots 25 \text{ отн. ед.}; \quad n = 1 \dots 4;$$

$$p_{\text{н}} = 24 \dots 48 \text{ кВт/км}; \quad \gamma = 4,94 \dots 8 \text{ м/км}^2; \quad M = (0 \dots 660) \cdot 10^6 \text{ МВт} \cdot \text{км}.$$

Расчет обобщенных параметров выполняют по формулам:

$$P_{\Gamma} = \sum_i^n P_{\Gamma i}; \quad p_{\text{н}} = \frac{P_{\text{н}}}{F}; \quad P_{\text{н}} = \sum_e^E P_{\text{не}};$$

$$M = \sum_j^n P_{\Gamma j} \ell_j; \quad \gamma = \frac{\sum_i L_i k_i^2}{F}; \quad \alpha = \sqrt{\frac{[D(P_{\text{н}})]}{[D(P_{\text{н}})_{\text{н\text{ер}}}]}}.$$

Здесь j – номер генерирующей станции; e – номер нагрузки узла; i – номер существующей электропередачи; F – площадь территории ЭЭС; L_i – длина электропередачи i ; ℓ_j – расстояние от станции j до центра нагрузок.

Удельную протяженность существующих сетей γ вычисляют путем приведения длин линий электропередачи различных напряжений к одному базисному напряжению через квадрат коэффициента трансформации. Коэффициент неравномерности распределения нагрузки вычисляют через отношение дисперсий распределения нагрузки рассматриваемого варианта к дисперсии крайне неравномерного варианта (когда вся нагрузка сосредоточена в одном узле). Теоретически значения коэффициента α могут лежать в диапазоне 0–1.

Для получения модели выполнялся ПФЭ 2⁶. Фрагмент план-матрицы эксперимента показан в табл. 27. Проведение каждого испытания (строка план-матрицы) состоит из следующих этапов:

- задать расположение узлов нагрузок по территории;
- наметить места сооружения электростанций;
- задать граф существующей электрической сети;
- наметить избыточный граф сети с учетом фактора надежности;
- выполнить оптимизацию электрической сети;
- определить значение функции-отклика приведенных затрат в системообразующую электрическую сеть.

На первых трех этапах определяются значения факторов эксперимента обобщенных параметров, соответствующих каждому плану.

Оптимизация электрической сети может быть выполнена любым известным методом. На основе проведенного эксперимента методом регрессионного анализа рассчитывают параметры модели приведенных затрат в системообразующую электрическую сеть.

Например, в рассмотренной задаче численная модель имеет вид

$$Z_{\text{сет}} = 66057 + 3579P_{\Gamma} + 333p_{\text{н}} - 1010\gamma + 60,36M - 15523n - 7634\alpha.$$

Средняя погрешность моделирования получилась равной 14 %, что приемлемо для задач долгосрочного планирования.

Таблица 27

Фрагмент план-матрицы эксперимента

Номер опыта	P_{Γ} , ГВт	$p_{\text{н}}$, кВт/км	γ , м/км ²	$M \cdot 10^{-4}$, МВт·км	n , шт.	α , отн. ед.
1	6	24	4,94	0	1	0
2	18	24	4,94	0	1	0
3	6	48	4,94	0	1	0
4	18	48	4,94	0	1	0
....
12	18	48	4,94	660	1	0
13	6	24	8	660	1	0
14	18	24	8	660	1	0
....
59	6	48	4,94	660	3	0,25
60	18	48	4,94	660	3	0,25
61	6	24	8	660	3	0,25
62	18	24	8	660	3	0,25
63	6	48	8	660	3	0,25
64	18	48	8	660	3	0,25

10.5. Основы теории планирования эксперимента

Представление ЭЭС как большой системы кибернетического типа приводит к формированию кибернетических моделей системы, где параметры рассматриваются как входы, а функции – как выходы модели со сложной и во многом неизвестной внутренней структурой, как показано на рис. 31.

При неизвестной внутренней структуре связь входов и выходов модели определяют экспериментально. По результатам экспериментов можно предпринять попытку установить аналитическую связь между входными и выходными параметрами, т. е. получить аналитическую модель си-

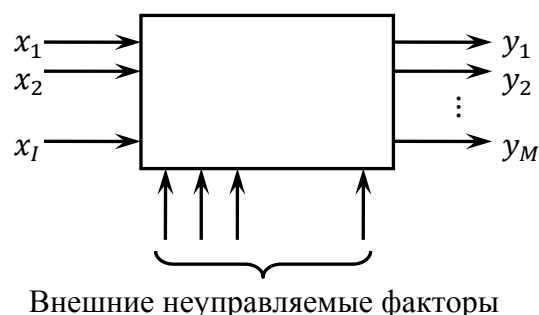


Рис. 31. Модель системы

стемы. Способы решения этой задачи изучает теория планирования эксперимента (ТПЭ). В ТПЭ входные параметры называют факторами, а выходной параметр – откликом. Пространство, в котором определены значения факторов и отклика, называют факторным.

Примером задачи, в которой практически невозможно установить прямую аналитическую связь между входными и выходными параметрами, является задача моделирования влияния будущей системообразующей электрической сети на оптимальность развития и размещения генерирующих мощностей в ОЭС. Для решения этой задачи можно использовать ТПЭ.

Различают пассивный и активный эксперимент.

При проведении пассивного эксперимента никаких целенаправленных действий по приданию факторам нужных значений не предпринимается. Примером проведения пассивного эксперимента может служить обычный статистический сбор информации с функционального объекта. Достоинством пассивного эксперимента обычно является дешевизна, так как проведение наблюдений над естественно функционирующим объектом обычно не требует больших затрат. В то же время при пассивном эксперименте имеет место неоптимальное расположение наблюдений, что заставляет значительно увеличить число опытов.

В результате применения активного эксперимента стремятся минимизировать количество экспериментов, оптимально использовать факторное пространство, уменьшить влияние на поверхность отклика посторонних случайных факторов, максимально упростить расчет статистических оценок. Далее показано, что активное планирование эксперимента обычно приводит к построению ортогональных планов, для которых характерна возможность независимой оценки коэффициентов модели. Одновременно удовлетворяется важное требование регрессионного анализа – малая коррелированность параметров. Применение активного эксперимента имеет и другие преимущества, о которых будет сказано далее.

Проведение активного эксперимента включает следующие этапы.

1. *Формулировка цели эксперимента и выдвижение гипотез.* Обычно выдвигается гипотеза о виде модели. Несмотря на преимущества активного эксперимента перед пассивным, последний часто используется на начальной стадии исследования. В частности, он позволяет выдвинуть обоснованную гипотезу относительно состава влияющих факторов и формы связи отклика с факторами.

2. *Определение методики эксперимента* (с учетом ресурса на проведение эксперимента).

3. *Установление пределов варьирования факторов* $\vec{X}\{X_1, X_2, \dots, X_m\}$.

4. *Формирование план-матрицы* (набора планов) эксперимента, т. е. точек в пространстве $\vec{X}\{X_1, X_2, \dots, X_m\}$, соответствующих опытам.

5. *Определение повторяемости опытов*. Повторяемость опытов внутри каждого плана эксперимента устанавливается для учета влияния случайных факторов с целью оценки элемента неопределенности модели.

6. *Установление порядка проведения опытов*. Для снижения отрицательного влияния систематических ошибок эксперимента обычно выбирается случайный порядок проведения опытов.

7. *Проведение эксперимента и обработка его результатов*.

Содержание этапов активного эксперимента можно пояснить на примере моделирования электросетевого блока.

При формулировке цели эксперимента и выдвижении гипотезы о виде модели следует стремиться к получению возможно более простых моделей, например, линейных. Введение нелинейности следует использовать лишь в том случае, когда линейная модель оказывается неадекватной (т. е. не соответствующей действительной взаимосвязи), или если введение нелинейного члена обусловлено его существенным влиянием на моделируемый процесс.

Выбор методики эксперимента зависит от вида модели и трудоемкости проведения опытов. Методика постановки эксперимента раскрыта далее.

Пределы варьирования факторов эксперимента устанавливаются исходя из ожидаемых в оптимизационной задаче. Например, в задаче моделирования электросетевого блока эти пределы могут быть получены на основе анализа планов будущего развития ОЭС, для которой намечается использование модели.

Порядок проведения опытов при формировании моделей электросетевого блока не имеет значения, т. к. эксперимент ставится не над реальной системой, а над ее моделью, т. е. используется метод имитационного моделирования.

При планировании методом факторного эксперимента обычно рассматриваются значения параметров X_i , принадлежащие крайним уровням их варьирования в данном эксперименте, или граничные значения $X_{i\max}$, $X_{i\min}$. При таком варьировании обследуемая зона факторного пространства представляет собой многомерный паралле-

лепипед (гиперпараллелепипед). Целесообразно проводить центрирование и масштабирование переменных $\vec{X}\{X_1, X_2, \dots, X_m\}$, получая безразмерные факторы x_i :

$$x_i = (X_i - X_{i0})/\Delta X_i; \quad (164)$$

$$X_{0i} = 0,5(X_{imax} + X_{imin}); \quad \Delta X_i = 0,5(X_{imax} - X_{imin}); \quad x_{imax} = +1; \quad x_{imin} = -1.$$

Новое кодированное факторное пространство ограничено гиперкубом с координатами вершин $x_i = |1|$.

На отклик, наряду с управляемыми факторами, действуют внешние неуправляемые факторы, поэтому связь отклика с входными факторами является статистической. Повторение опытов даже с одним и тем же сочетанием значений факторов дает различные значения отклика. Таким образом, значения отклика y_{uk} различаются не только между планами $u = 1, 2, \dots, U$ эксперимента, но и между конкретными опытами $k = 1, 2, \dots, K$ в пределах каждого плана. Выполнение таких дублирующих опытов $k = 1, 2, \dots, K$ позволяет определить ошибку воспроизводимости отклика. Численной мерой ошибки воспроизводимости является дисперсия воспроизводимости

$$S_k^2 = \frac{1}{K-1} \sum_{k=1}^K (y_{uk} - \bar{y}_{uk})^2, \quad (165)$$

где среднее значение отклика

$$\bar{y}_{uk} = \frac{1}{K} \sum_{k=1}^K y_{uk}. \quad (166)$$

В задачах развития энергосистем ошибка воспроизводимости обычно является единственной причиной проведения дублирующих опытов. Кроме того, в задачах исследования режимов ЭЭС необходимо считаться с наличием ошибок измерения параметров.

Основной задачей проведения активного эксперимента и обработки его результатов является получение модели в виде аналитической функции зависимости отклика от факторов. Предметом факторного эксперимента является установление статистической связи отклика с факторами, поэтому обработка результатов эксперимента выполняется методами регрессионного анализа.

В пассивном эксперименте отсутствуют средства воздействия на матрицу исходных наблюдений \mathbf{X} и информационная матрица $\mathbf{M} = \mathbf{X}^t \mathbf{X}$ имеет произвольную структуру. Поэтому обращение информационной матрицы \mathbf{M} является весьма трудоемкой операцией.

В активном эксперименте можно спланировать эксперимент так, чтобы придать желаемые свойства информационной матрице. Наиболее желаемой является информационная матрица диагонального вида, тогда ее обращение не составляет труда, так как элементами обратной матрицы являются величины, обратные диагональным элементам матрицы. Условия, при которых информационная матрица \mathbf{M} приобретает диагональную форму, следующие:

$$\sum_{u=1}^U x_{iu}x_{ju} = 0; \quad i, j = 1, 2, \dots, I; \quad i \neq j; \quad ij = 0. \quad (167)$$

Очевидно, что условия (167) являются условиями ортогональности планов эксперимента.

Основная задача планирования эксперимента — ответ на вопрос, как расположить наблюдения в факторном пространстве, чтобы получить информационную матрицу с заданными свойствами. Наиболее просто это сделать в эксперименте с двухуровневыми планами.

Пусть рассматривается задача планирования и проведения эксперимента для установления линейной связи в виде

$$y_u = a_0x_{0u} + a_1x_{1u} + a_2x_{2u} \quad (168)$$

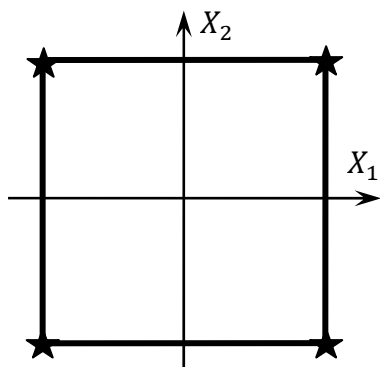


Рис. 32. Факторное пространство эксперимента 2^2

отклика y_u и факторов эксперимента x_{1u} , x_{2u} . Факторное пространство при варьировании двух факторов на двух уровнях представляет собой квадрат с вершинами $x_i = |1|$. При этом ортогональные планы эксперимента, максимально охватывающие факторное пространство, соответствуют вершинам квадрата (звездочки на рис. 32). План-матрица эксперимента для построения

линейной модели при варьировании двух факторов на двух уровнях приведен в табл. 28.

Элементы предпоследней строки табл. 28 иллюстрируют свойство ортогональности планов — нулевые значения внедиагональных элементов информационной матрицы.

В табл. 28 и на рис. 32 показаны все возможные опыты, при которых планы ортогональны. При двух факторах число таких опытов $2^2 = 4$, в общем случае их число определяется соотношением $U = q^I$, где q — число уровней варьирования факторов эксперимента, а I — число факторов. Подобные эксперименты носят название *полных факторных экспериментов* (ПФЭ).

План-матрица эксперимента 2^2

Номер опыта u	Планирование					Код строк
	x_{0u}	x_{1u}	x_{2u}	$x_{1u}x_{2u}$	y_u	
1	+1	-1	-1	+1		(1)
2	+1	+1	-1	-1		a
3	+1	-1	+1	-1		b
4	+1	+1	+1	+1		ab
Σ столбца	4	0	0	0		
Код суммы	(00)	(10)	(20)	(12)		

С учетом диагональности информационной матрицы нетрудно получить формулы для определения коэффициентов линейной модели при любом числе факторов эксперимента:

$$a_0 = \frac{1}{U} \sum_{u=1}^U y_u; \quad a_i = \frac{1}{U} \sum_{u=1}^U x_{iu} y_u; \quad i = 1, 2, \dots, I. \quad (169)$$

Общий вид линейной модели

$$y = a_0 + \sum_{i=1}^I a_i x_i. \quad (170)$$

Для определения коэффициентов модели требуется, чтобы число коэффициентов модели в системе $\mathbf{Y} = \mathbf{MA}$ было не больше числа опытов. В план-матрице полного факторного эксперимента 2^2 – четыре опыта, а в линейной модели – три определяемых коэффициента a_0, a_1, a_2 , следовательно, имеется возможность в рамках эксперимента 2^2 построить неполную квадратичную модель

$$y_u = a_0 x_{0u} + a_1 x_{1u} + a_2 x_{2u} + a_{12} x_{1u} x_{2u}. \quad (171)$$

Значение коэффициента a_{12} можно вычислить на основе эксперимента, приведенного в табл. 28, по формуле

$$a_{12} = \frac{1}{U} \sum_{u=1}^U x_{1u} x_{2u} y_u.$$

Нетрудно видеть, что в общем случае коэффициенты неполных квадратичных моделей можно подсчитать по формулам вида

$$a_{ij} = \frac{1}{U} \sum_{u=1}^U x_{iu} x_{ju} y_u. \quad (172)$$

Исследователь всегда стремится уменьшить стоимость эксперимента, если погрешность моделирования остается в допустимых пределах. Таким образом, правомерно поставить вопрос: нельзя ли провести сокращенный факторный эксперимент, сохраняя его преимущества, вытекающие из ортогональности планов? Такие сокращенные факторные эксперименты возможны и они называются дробными факторными экспериментами (ДФЭ).

Рассмотрим в качестве примера полный факторный эксперимент 2^3 . Факторное пространство при варьировании двух факторов на трех уровнях представляет собой, как показано на рис. 33, куб с вершинами $x_i = |1|$. План-матрица эксперимента 2^3 приведена в табл. 29, где для краткости «+1» и «-1» заменены знаками «+» и «-».

Таблица 29

План-матрица эксперимента 2^3

Номер опыта u	Планирование					Код строк	Планирование		
	x_0	x_1	x_2	x_3	y_u		x_1x_2	x_2x_3	x_1x_3
1	+	-	-	-	y_1	(1)	+	+	+
2	+	+	-	-	y_2	a	-	-	+
3	+	-	+	-	y_3	b	-	+	-
4	+	+	+	-	y_4	ab	+	-	-
5	+	-	-	+	y_5	c	+	-	-
6	+	+	-	+	y_6	ac	-	+	-
7	+	-	+	+	y_7	bc	-	-	+
8	+	+	+	+	y_8	abc	+	+	+
Σ столбца	4	0	0	0					

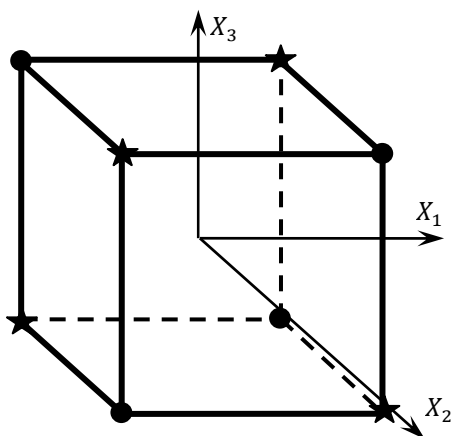
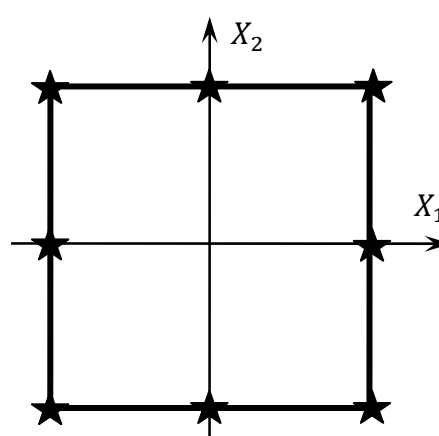
Для построения линейной модели (четыре коэффициента a_0, a_1, a_2, a_3) ПФЭ 2^3 явно избыточен, т. к. минимально необходимое число опытов равно четырем. В то же время опыты 1, 6, 7, 4 представляют собой ортогональную совокупность, достаточную для вычисления всех коэффициентов модели. Такую же совокупность представляют собой остальные опыты – 5, 2, 3, 6. Поскольку каждая из совокупностей требует количества опытов вдвое меньшее, чем ПФЭ, то они называются полурепликами, а представляемый ими эксперимент является ДФЭ. Планы дробного факторного эксперимента изображены в табл. 30.

Две полуреплики дробного факторного эксперимента 2^{3-1}

Первая полуреплика 2^{3-1}						Вторая полуреплика 2^{3-1}					
Планирование					Код строк	Планирование					Код строк
x_0	x_1	x_2	x_3	y_u		x_0	x_1	x_2	x_3	y_u	
+	–	–	–	y_1	(1)	+	–	–	+	y_5	c
+	+	–	+	y_6	ac	+	+	–	–	y_2	a
+	–	+	+	y_7	bc	+	–	+	–	y_3	b
+	+	+	–	y_4	ab	+	+	+	+	y_8	abc
4	0	0	0	–	Σ	4	0	0	0	–	Σ

Обязательное условие постановки дробного факторного эксперимента – ортогональность планов. Из табл. 30 видно, что это условие выполнено.

На рис. 33 показано расположение планов полного факторного эксперимента 2^3 и двух полуреplik дробного факторного эксперимента 2^{3-1} в факторном пространстве. Крестиками обозначены планы первой полуреплики, кружками – планы второй полуреплики. Для большего количества факторов можно предоставить возможность дальнейшего сокращения относительного числа опытов, т. е. применения дробных реплик вида 2^{I-p} , $p < I$. Дробные реплики можно применять лишь в случае, когда есть уверенность в отсутствии влияния соответствующих взаимодействий факторов.

Рис. 33. Полуреплики ДФЭ 2^{3-1} Рис. 34. Факторное пространство эксперимента 3^2

При необходимости учета нелинейности отклика можно увеличить число уровней варьирования факторов, например, провести эксперимент с варьированием двух факторов на трех уровнях. В каче-

стве третьего уровня варьирования факторов, без изменения свойств информационной матрицы, можно использовать среднее значение факторов. Таким образом, каждый фактор варьируется на трех уровнях – «+», «0» и «-». Число планов полного факторного эксперимента при этом $U = q^I = 3^2 = 9$. Факторное пространство и ортогональные планы показаны на рис. 33, план-матрица полного факторного эксперимента 3^2 приведена в табл. 30.

Таблица 31

План-матрица эксперимента 3^2

Номер опыта u	Планирование			Отклик
	x_0	x_1	x_2	y_u
1	+	–	–	y_1
2	+	+	–	y_2
3	+	0	–	y_3
4	+	–	+	y_4
5	+	+	+	y_5
6	+	0	+	y_6
7	+	–	0	y_7
8	+	+	0	y_8
9	+	0	0	y_9
Σ столбца	9	0	0	

При необходимости более точного учета нелинейности отклика можно увеличить число уровней варьирования факторов и провести эксперимент с варьированием факторов на трех, четырех и более уровнях. Для снижения трудоемкости эксперимента при увеличении числа уровней варьирования факторов обычно применяется дробный факторный эксперимент.

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Арзамасцев Д. А. Модели оптимизации развития энергосистем: учебник для вузов / Д. А. Арзамасцев, А. В. Липес, А. Л. Мызин. М.: Высш. шк., 1987. 272 с.
2. Мелентьев Л. А. Оптимизация развития и управления больших систем энергетики / Л. А. Мелентьев. М.: Высш. шк., 1982. 319 с.
3. Мызин А. Л. Планирование развития электроэнергетических систем / А. Л. Мызин, Л. И. Мардер. Екатеринбург: УГТУ–УПИ, 2001. 45 с.
4. Справочник по проектированию электроэнергетических систем / В. В. Ер-шевич [и др.]. М.: Энергоатомиздат, 1985. 352 с.
5. Арзамасцев Д. А. Введение в многоцелевую оптимизацию энергосистем / Д. А. Арзамасцев. Свердловск: УПИ, 1984. 82 с.
6. Математические модели размещения тепловых электростанций / Д. А. Арзамасцев [и др.]. Свердловск: УПИ, 1985. 85 с.
7. Гмурман В. Е. Теория вероятностей и математическая статистика / В. Е. Гмурман. М.: Высшая школа, 1997. 479 с.
8. Фишер Ф. Проблема идентификации в эконометрии/ Ф. Фишер. М.: Статистика, 1978. 223 с.
9. Правила устройства электроустановок / Минэнерго СССР. 6-е изд. М.: Энергоатомиздат, 1987. 654 с.
10. Блок В. М. Электрические сети и системы: учеб. пособие для вузов / В. М. Блок. М.: Высш. шк., 1986. 430 с.
11. Идельчик В. И. Электрические системы и сети: учебник для вузов / В. И. Идельчик. М.: Энергоатомиздат, 1989. 592 с.
12. Боровиков В. А. Электрические сети и системы: учебник для техникумов / В. А. Боровиков, В. К. Косарев, Г. А. Ходот. Л.: Энергия, 1977.

ОГЛАВЛЕНИЕ

1. БОЛЬШИЕ СИСТЕМЫ ЭНЕРГЕТИКИ. ПОНЯТИЕ О СИСТЕМНОМ ПОДХОДЕ И СИСТЕМНОМ АНАЛИЗЕ.....	3
2. КРАТКАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА ЗАДАЧ ПЛАНИРОВАНИЯ РАЗВИТИЯ ЭЭС	7
3. ТИПЫ УСЛОВИЙ ОПТИМИЗАЦИИ И ХАРАКТЕР РЕШЕНИЙ В ЗАДАЧАХ РАЗВИТИЯ ЭЭС. КРИТЕРИИ ПРИНЯТИЯ РЕШЕНИЙ В УСЛОВИЯХ НЕОПРЕДЕЛЕННОСТИ	12
4. ХАРАКТЕРИСТИКА СУБЪЕКТОВ СИСТЕМЫ УПРАВЛЕНИЯ В ЭНЕРГЕТИКЕ. ФОРМИРОВАНИЕ КРИТЕРИЕВ В ЗАДАЧАХ РАЗВИТИЯ И УПРАВЛЕНИЯ В ЭЛЕКТРОЭНЕРГЕТИКЕ.....	20
5. ОСНОВЫ ТЕХНИКО-ЭКОНОМИЧЕСКИХ РАСЧЕТОВ В ЭЭС. ПОКАЗАТЕЛИ ЭКОНОМИЧЕСКОЙ И ФИНАНСОВОЙ ЭФФЕКТИВНОСТИ	25
6. ЭКОЛОГИЧЕСКИЕ КРИТЕРИИ. ЭКОНОМИЧЕСКАЯ И НАТУРАЛЬНАЯ ФОРМЫ ЗАПИСИ	35
7. ПОНЯТИЕ О МНОГОКРИТЕРИАЛЬНОМ АНАЛИЗЕ	48
8. МЕТОДЫ ПРОГНОЗИРОВАНИЯ НАГРУЗОК И ЭЛЕКТРОПОТРЕБЛЕНИЯ.....	56
8.1. Этапы формирования математических моделей прогнозирования.....	58
8.2. Пример прогнозирования нагрузок и электропотребления по регрессионной модели	66
8.3. Авторегрессионные модели прогнозирования	72
8.4. Учет изменения тенденций при прогнозировании	75
8.5. Модели прогнозирования с дисконтированием	77
8.6. Прогнозирование в иерархических системах	79
8.7. Экономико-статистические модели прогнозирования	82
8.8. Факторно-регрессионные модели прогнозирования.....	84
8.9. Эконометрические модели прогнозирования	85
9. МОДЕЛИ ОПТИМИЗАЦИИ РАЗВИТИЯ ГЕНЕРИРУЮЩИХ МОЩНОСТЕЙ ЭНЕРГОСИСТЕМ.....	88
9.1. Линейная модель оптимизации структуры ЭЭС	89
9.2. Модель динамического программирования и ее использование в задаче развития генерирующих мощностей.....	99
10. ОПТИМИЗАЦИЯ РАЗВИТИЯ ГЕНЕРИРУЮЩИХ МОЩНОСТЕЙ НА ОСНОВЕ ИМИТАЦИОННОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ.....	105
10.1. Сущность имитационного подхода. Блоки имитационной модели.....	105
10.2. Районирование территории по условиям сооружения электростанций.....	111
10.3. Факторно-регрессионные модели характеристик электрических станций ...	116
10.4. Построение электросетевого блока модели развития и размещения генерирующих мощностей.....	132
10.5. Основы теории планирования эксперимента.....	136
БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК.....	145

Учебное издание

Ананичева Светлана Семеновна
Мезенцев Петр Евгеньевич
Мызин Анатолий Леонидович

**Модели развития
электроэнергетических систем**

Редактор *Н. П. Кубыщенко*
Компьютерная верстка *Т. С. Кринициной*
Компьютерный набор *С. С. Ананичевой*

Подписано в печать 27.02.2014. Формат 60×90 1/16.
Бумага писчая. Плоская печать. Усл. печ. л. 9,25.
Уч.-изд. л. 8,1. Тираж 300 экз. Заказ № 222.

Редакционно-издательский отдел ИПЦ УрФУ
620049, Екатеринбург, ул. С. Ковалевской, 5
Тел.: 8 (343) 375-48-25, 375-46-85, 374-19-41
E-mail: rio@urfu.ru

Отпечатано в Издательско-полиграфическом центре УрФУ
620097, Екатеринбург, ул. Тургенева, 4
Тел.: 8 (343) 350-56-64, 350-90-13
Факс: 8 (343) 358-93-06
E-mail: press-urfu@mail.ru

