

Министерство образования и науки Российской Федерации
НОВОСИБИРСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ

В. А. ТЮКОВ

ЭЛЕКТРОМЕХАНИЧЕСКИЕ СИСТЕМЫ

Утверждено
Редакционно-издательским советом университета
в качестве учебного пособия

НОВОСИБИРСК
2006

УДК

Рецензенты: *В.М. Кавешников*, канд. техн. наук, доц.,
Г.А. Шаниуров, канд. техн. наук, доц.

Работа подготовлена на кафедре электромеханики
для студентов направления «Электротехника, электромеханика
и электротехнологии»

Тюков, В.А.

Электромеханические системы: учеб. пособие / В.А. Тюков. – Новосибирск: Изд-во НГТУ, 2006. – с.

В учебном пособии излагаются основы теории электромеханических устройств, рассмотрены их свойства, приведены схемы технических систем. Значительное внимание уделено вопросам управления потоком энергии. Учебное пособие предназначено для студентов направления «Электротехника, электромеханика и электротехнологии», ориентированных на специальность «Электромеханика».

ВВЕДЕНИЕ В ТЕОРИЮ СИСТЕМ

В последние годы методологию выбора научно обоснованных решений технических и социальных проблем связывают с такими понятиями, как общая теория систем, системный подход, комплексный подход, системный анализ, схемотехника и др.

Создание сложных технических систем, проектирование народно-хозяйственных комплексов и управление ими, анализ экологической ситуации и многие другие направления инженерной, научной и хозяйственной деятельности требовали организации исследований, которые носили бы нетрадиционный характер.

Общая теория систем возникла как обобщение именно тех принципов и закономерностей, которые в значительной степени могут быть применимы к объектам разной природы.

Теория систем изучает общность признаков и свойств сложных систем, методы их математического описания независимо от того, объектом изучения, каких научных дисциплин являются эти системы. Именно поэтому общую теорию систем называют междисциплинарным научным направлением.

Фундаментальным понятием теории систем является понятие «система». Несмотря на то, что термин «система» появился в научной литературе давно, он является фактически столь же неопределенным, как и «множество» или «совокупность». Буквально система – целое, составленное из частей. Системой считается объект, обладающий четырьмя свойствами: целостностью, исчислимостью, наличием существенных связей между элементами, наличием организации интегративных качеств.

Элемент – простейшая неделимая часть системы или предел членения системы при решении конкретной задачи.

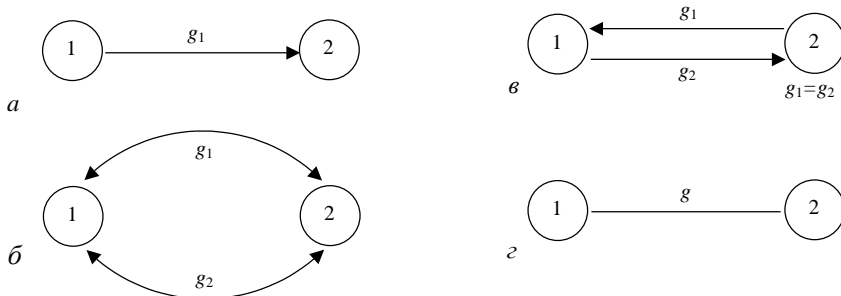
Подсистема – множество более крупных, чем элементы, но более детальных, чем система в целом, составляющих. Возможность деления на подсистемы связана с вычленением совокупностей взаимосвязанных элементов, способных выполнять относительно независимые цели, т.е. обладающих свойством целостности.

При этом надо иметь в виду, что элементы существуют лишь в системе. Вне системы – это объекты, которые обладают лишь системоз-

начимыми свойствами, дающими этому объекту потенциальную возможность быть включенным в систему.

Система характеризуется тем, что между ее элементами или их свойствами реализуются устойчивые связи, которые по мощности (силе) превосходят связи (отношения) данных элементов с элементами, не входящими в данную систему. Указанное свойство отличает систему от простого набора элементов и выделяет ее из окружающей среды в виде целостного образования.

Связь – физический канал, по которому обеспечивается обмен между элементами системы и системы с окружающей средой. Обмен возможен веществом, энергией, информацией и т.д. По физическому наполнению связи бывают вещественными, энергетическими, информационными, смешанными и физически не наполненными. К физически ненаполненным связям относятся связи типа: равно ($=$), больше ($>$), меньше ($<$), принадлежит (\in), не принадлежит (\notin) и т.д. По направлению различают связи прямые, обратные и нейтральные.



Виды связей: a – прямая; $б$ – прямая и обратная; $в$ – прямая и контрсвязь; $г$ – нейтральная

Важной характеристикой связи является ее мощность (сила). Система существует как некоторое целостное образование тогда и только тогда, когда мощность (сила) существенных связей между элементами системы больше, чем мощность (сила) связей этих элементов с окружающей средой.

Наиболее просто оценивается сила (мощность) энергетических связей между элементами по интенсивности потоков энергии. Для этого

определяются общие количества энергии, циркулирующие в системе в единицу времени и количество энергии, проходящее через определенный канал связи между элементами за ту же единицу времени. Их отношение и покажет мощность связи.

КЛАССИФИКАЦИОННЫЕ ПРИЗНАКИ СИСТЕМ

Как правило, на первое место выдвигают классификацию систем по их происхождению. По этому признаку можно выделить три класса систем.

Естественные системы, существующие в объективной действительности, т.е. в живой и неживой природе, возникающие в результате естественных процессов, в которых связи образуются «природным» образом.

Искусственные системы, созданные человеком как средство достижения поставленной цели, в которых связи образованы в результате человеческой деятельности, хотя некоторые из них могут иметь естественную природу (машины, механизмы, приборы, научные теории, системы знаний о природе и т.п.).

Смешанные системы. В качестве примеров подклассов смешанных систем можно привести экономические подсистемы (комплексы машина-человек-оператор), биотехнические системы, в которые входят живые организмы и технические средства, автоматизированные системы управления (человеко-машинные системы управления) и т.п.

Методы теории систем применимы к любым отраслям знаний. Поэтому системы можно классифицировать по виду отражаемого объекта, выделяя среди них *технические, биологические, социальные, экономические* и т.п.

По отношению к движению все системы можно разделить на два класса. Характеристики систем могут изменяться в процессе ее функционирования. В этом процессе могут изменяться связи, которые могут возникать и исчезать.

Таким образом, в каждый момент времени система характеризуется определенным набором характеристик.

Совокупность всех характеристик каждого элемента системы и связей в ней в определенный момент времени называют ***состоянием системы***.

При функционировании системы ее состояние может изменяться, т.е. система находится в движении.

Динамическими называют системы, структура и связи которых изменяются в течение рассматриваемого интервала времени.

Статическими называют системы, не подверженные изменениям во времени.

Реальные системы являются динамическими, поэтому статические системы – это абстракции, идеализации, используемые при моделировании таких свойств систем, изменение которых во времени для рассмотрения не существенно.

УПРАВЛЕНИЕ В СИСТЕМАХ

Все технические и технологические системы должны быть управляемы. Под управлением будем понимать процесс организации такого целенаправленного воздействия на структуру системы и ее связи, в результате которого изменяется функционирование системы и обеспечивается достижение поставленной цели.

Система, в которой осуществляется процесс управления, называется ***системой управления***.

В общем виде структура управления технической и технологической системами представлена на рисунке.

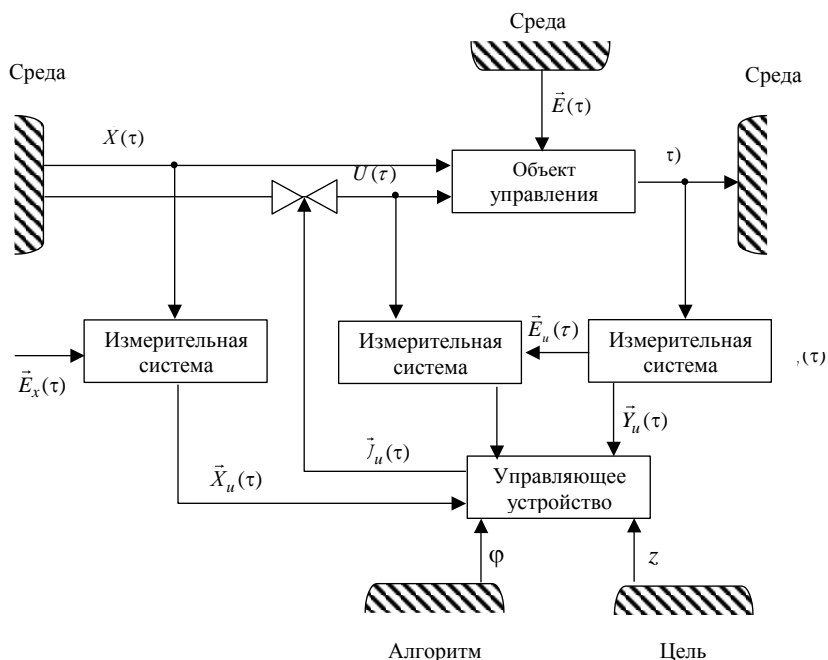


Схема системы управления

В процессе управления система динамически взаимодействует с внешней средой и может быть количественно оценена через свои входы и выходы. Вектор входных параметров обозначим $\vec{X}_{\text{вх}}(\tau)$, а выходных — $\vec{Y}_{\text{вых}}(\tau)$.

Обычно среди векторов входных параметров выделяются следующие группы переменных параметров.

Входные переменные (контролируемые возмущения) $\vec{X}(\tau)$. К этой группе относятся такие переменные, которые измеряются, а следовательно, и наблюдаются, но возможность воздействия на них отсутствует. В связи с этим данную группу входных параметров называют иногда контролируруемыми возмущениями.

Управляющие переменные (управляющие воздействия) $\vec{U}(\tau)$. Под управляющими переменными понимают такие входные параметры,

с помощью которых можно целенаправленно влиять на вектор выходных параметров. Отметим, что управляющие переменные всегда наблюдаемы и остаются ресурсами управления для их изменения.

Возмущающие переменные (возмущения) $\vec{E}(\tau)$ – случайным образом изменяющиеся во времени неконтролируемые параметры. Относительно входа $\vec{E}(\tau)$ выдвигаются обычно лишь определенные предположения, гипотезы, но непосредственно этот вход не измеряется. В частности – это колебания нагрузки.

Таким образом, объект управления имеет три входа: наблюдаемый, но не управляемый $\vec{X}(\tau)$, управляемый, а следовательно, и наблюдаемый $\vec{U}(\tau)$ и ненаблюдаемый $\vec{E}(\tau)$. Все эти входные параметры влияют на выходные, т.е. в любой момент времени выходные параметры объекта управления $\vec{Y}(\tau)$ являются функцией векторов $\vec{X}(\tau)$, $\vec{U}(\tau)$, $\vec{E}(\tau)$.

Измерительные системы, указанные на рисунке, позволяют контролировать некоторые переменные векторы $\vec{X}(\tau)$, $\vec{U}(\tau)$, $\vec{Y}(\tau)$ или их комбинации. В большинстве случаев размерность этих векторов, характеризующих истинное состояние процесса, больше соответствующей размерности их измеренных значений \vec{X}_u , \vec{U}_u , \vec{Y}_u . Последнее связано с тем, что часть переменных невозможно измерить из-за отсутствия необходимых технических средств измерения, а некоторые из них в принципе измерить невозможно. При этом неопределенность вносится погрешностями измерений, случайными возмущениями, действующими на измерительные системы \vec{E}_y , \vec{E}_x , \vec{E}_u .

Эта информация всегда является неполной вследствие ограниченных возможностей всякой системы сбора информации и необходимости затрат на нее.

В процессе исследования систем обычно приходится рассматривать не систему (чаще ввиду сложности), а формальное описание ее существенных особенностей. В этом случае реальная система заменяется моделью. Разработка моделей и последующее их использование называют моделированием систем. В основе моделирования лежат математические модели.

Математическая модель – система математических выражений, описывающих существенные характеристики моделируемой системы.

Вид математической модели зависит как от природы реальной системы, так и от задач исследования и требуемой достоверности и точности решения задач. Поскольку математические модели абстрактны, они широко используются в системных исследованиях.

Математическая модель объекта является его идеализацией. Поэтому приходится применять те или иные допущения, упрощения, значимость которых можно оценить лишь по конечному результату. Возникает задача «настройки» математической модели на реальный объект или идентификации модели. Главная задача идентификации модели – параметрическая идентификация – определение именно таких значений параметров, результаты расчета которых совпадают с экспериментом.

ПРИНЦИПЫ СИСТЕМНОГО ПОДХОДА

Принципы системного подхода – некоторые утверждения общего характера, обобщающие опыт разработки сложных систем:

- принцип конечной цели – абсолютный приоритет конечной (глобальной) цели;
- принцип единства – совместное рассмотрение системы как целого и как совокупности частей (элементов);
- принцип связности – рассмотрение любой части совместно с ее связями с окружением;
- принцип модульного построения – выделение подсистем (блоков, модулей) в системе и рассмотрение ее как совокупности модулей;
- принцип иерархии подсистем (элементов) и (или) их ранжирование;
- принцип развития – учет изменяемости, способности к развитию, замене частей, накоплению информации;
- принцип децентрализации – сочетание принимаемых решений и управление централизацией и децентрализацией;
- принцип неопределенности – учет неопределенности и случайностей в системе.

Отметим, что хотя все перечисленные принципы так или иначе затрагиваются практически при любом изложении системного подхода, их формулировки пока не являются общепринятыми.

Рассмотрим введенные принципы более подробно.

Принцип конечной цели означает, что в целенаправленной системе все должно быть подчинено конечной цели. Любая попытка совершенствования, изменения и управления в такой системе должна оцениваться с учетом того, помогает или мешает она достижению конечной цели. Это накладывает особую ответственность на выбор цели и ее четкую трактовку. Расплывчатые, не полностью определенные конечные цели обуславливают неясности в структуре и управлении системой и, как следствие, неверные действия.

В несколько измененной трактовке принцип конечной цели применяют и к системам, которые не являются целенаправленными. В этом случае понятие конечной цели заменяют понятиями основной функции, основного назначения, свойства системы.

Следующие три принципа тесно взаимосвязаны, их иногда даже объединяют в один принцип – единства связи. Но имеются причины, по которым их полезно рассматривать отдельно. Во-первых, принцип единства – ориентация на «взгляд вовнутрь» системы или ее части, а принцип связности – на «взгляд изнутри». В разные моменты исследований полезна либо та, либо другая ориентация. Во-вторых, рекомендуемое в принципе единства расчленение системы с сохранением целостных представлений о ней на практике отличается от процедуры выявления возможных связей, рекомендуемой в принципе связности. Принцип модульного построения указывает на возможность рассмотрения вместо части системы совокупности ее входных и выходных воздействий. Он утверждает полезность абстрагироваться от излишней детализации при сохранении возможности адекватного описания системы.

Принцип иерархии акцентирует внимание на полезности отыскания или создания в системе иерархического (доминирующего) характера связей между элементами. Исследователь должен решать, в каком порядке он будет рассматривать части системы, а наладчик начинает поиск неисправностей в системе с тестов, определяющих наиболее типичные отказы. Этот принцип широко используется при проектировании, проведении исследований технических систем.

Понятие развития, изменяемости при сохранении качественных особенностей или усовершенствования систем закладывается, как пра-

вило, в основу создания системы. При модульном построении такое развитие обычно сводится к замене и добавлению модулей (частей), с этим связаны, в частности, модернизация, усовершенствование оборудования, технологии.

Принцип децентрализации рекомендует, чтобы управляющие воздействия и принимаемые решения исходили не только из одного центра. Ситуация, когда все управления исходят из одного центра, называется полной централизацией. Такое положение считается оправданным лишь при особой ответственности за все происходящее в системе. Однако система с полной централизацией будет негибкой, приспособляющейся, не обладающей «внутренней активностью». Кроме того, чем выше степень децентрализации решений в системе, тем сложнее они согласуются для достижения глобальной цели. При этом естественно возникает вопрос об оптимальной степени централизации системы. Общий принцип такого сочетания прост: степень централизации должна быть минимальной, обеспечивающей выполнение поставленной цели.

Принцип неопределенности утверждает, что можно иметь дело и с системами, в которых нам не все известно или понятно. Это может быть система с невыясненной структурой, с непредсказуемым ходом процессов, с неизвестными внешними воздействиями. Существует несколько способов учета неопределенности в системе. В частности, можно оценивать «наихудшие» или в каком-то смысле «крайние» возможные ситуации. Этот способ обычно называют методом гарантированного результата (оценки); по информации о вероятностных характеристиках случайностей (математическому ожиданию, дисперсии и другим оценкам) можно оценить вероятностные характеристики выхода систем.

Все эти принципы обладают очень высокой степенью общности, т.е. отражают отношения, сильно абстрагированные от конкретного содержания прикладных проблем. Интерпретация принципов для данного частного случая может приводить и к обоснованному выводу о незначимости какого-либо из принципов или об отсутствии условий для его применения. Так, в системе может не быть иерархии, она может считаться полностью определенной. Связи могут быть настолько очевидны, что не требуется специального их рассмотрения. Многократное

применение исследователями принципов системного подхода в разных ситуациях приводит к тому, что у них вырабатывается особый тип мышления, который принято называть системным. Такое мышление характеризуется умением более правильно ставить и решать задачи, связанные с разработкой систем. Использование этих принципов будет показано позднее при решении задач моделирования систем.

1. ОБЩИЕ СВЕДЕНИЯ ОБ ЭЛЕКТРОМЕХАНИЧЕСКИХ СИСТЕМАХ

1.1. ОПРЕДЕЛЕНИЯ, НАЗНАЧЕНИЕ И СОСТАВ ЭМС

Под электромеханической системой следует понимать совокупность электромагнитных, электрических и механических устройств, элементов, в которых электромагнитные и механические процессы взаимосвязаны и не могут протекать независимо друг от друга.

Понятие ЭМС весьма широко и включает в себя как различные электромеханические преобразователи энергии, электромеханические механизмы и приборы, так и совокупность электропривода и рабочей машины.

Всякое движение в электромеханических системах определяется взаимодействием электромагнитных и механических элементов и сопровождается преобразованием механической энергии в электромагнитную либо электромагнитной энергии в механическую.

Области применения ЭМС разнообразны – от миниатюрных с мощностью в несколько милливатт до крупных энергосистем мощностью до 1200 МВт. Широкое многообразие ЭМС приводит к необходимости изучать и общие принципы, а также особенности отдельных устройств и конструкций.

Наиболее общий подход к решению задач в ЭМС (ЭМП) состоит в определении взаимодействия тел, несущих ток или заряд, в электромагнитном поле. Этот подход опирается на решение уравнений электродинамики, в классическом варианте – уравнений Максвелла. Однако необходимость определения граничных условий делает этот подход весьма трудоемким.

Практический метод решения задач в ЭМС заключается в том, что электромеханическое устройство рассматривается как совокупность электрических и магнитных цепей с сосредоточенными параметрами. Это возможно, если скорости протекания физических процессов и частоты изменения величин относительно невелики, что позволяет формулировать динамические уравнения движения на основе параметров, определенных с помощью измерений или расчетов статистического поля. На этой основе строятся различные обобщенные модели электромеханической системы.

И, наконец, определив процесс создания магнитного поля за счет энергии электрического поля, установив понятие силы, момента и ЭДС на основе законов электромеханики, изучают взаимодействие между электрической и механической частями системы.

И тогда в уравнения электрической цепи войдут ЭДС, зависящие от механических скоростей (ЭДС движения), наряду с ЭДС, зависящими от электрических токов и их производных от времени, а уравнения механического движения содержат составляющие, являющиеся функциями электрических величин.

Составы электромеханических систем: различные электромеханические преобразователи энергии, электроприводы, взаимосвязанные процессы в них, специально построенные системы для технологических процессов.

1.2. ПРОЦЕСС ПРЕОБРАЗОВАНИЯ ЭНЕРГИИ

Любой процесс преобразования энергии подчинен закону сохранения энергии. С позиций преобразования энергии ЭМС выглядит следующим образом:

$$\boxed{\text{Подводимая энергия}} = \boxed{\text{Энергия на выходе}} + \boxed{\text{Запасенная энергия}} + \boxed{\text{Потери энергии}}$$

Преобразование электрической и механической энергий происходит посредством энергии, запасенной в преобразователе (системе).

В любом ЭМП имеются взаимодействующие электромагнитные контуры, часть которых может быть неподвижна, а некоторые имеют возможность перемещаться. В основе принципов работы ЭМП находятся физические законы электромагнетизма: полного тока, электромагнитной индукции и электромагнитных сил.

Закон полного тока определяет создание магнитного поля в ЭМП при наличии тока в контурах. Закон электромагнитной индукции обеспечивает восприятие действия магнитного поля путем создания при изменении потокоцепления какого-либо контура ЭДС. При этом, поскольку потокоцепление ψ может изменяться как из-за изменения величины во времени t , так и вследствие перемещения контура, т.е. изменения по пространственной координате x , то для единичного контура следует:

$$e = -\frac{\partial\psi(x,t)}{\partial t} = -\left(\frac{\partial\psi}{\partial x}\frac{\partial x}{\partial t} + \frac{\partial\psi}{\partial t}\right).$$

Первое слагаемое в уравнении определяет ЭДС, возникающую в проводнике, движущемся со скоростью $\bar{v} = \frac{\partial x}{\partial t}$ (м/с) в магнитном поле с индукцией \bar{B} (Тл) и может быть приведено к виду

$$e = \int_0^l \bar{B} [d\bar{l}\bar{v}],$$

где $d\bar{l}$ – элемент длины проводника, откуда следует хорошо известное выражение $e = Blv$, если $B = \text{const}$, $v = \text{const}$ и вектора \bar{B} , \bar{v} и $d\bar{l}$ взаимно перпендикулярны.

Второе слагаемое описывает процесс в неподвижном проводнике (контуре) при $\bar{v} = 0$ и изменении магнитного потока, сцепленного с данным контуром, и определяет трансформаторную ЭДС:

$$e = -\frac{\partial\psi}{\partial t} = -w \frac{\partial\Phi}{\partial t}.$$

ЭДС возникает всюду: в замкнутых контурах, в том числе и в воображаемых, и вызывает в них вихревые токи.

Закон электромагнитных сил устанавливает связь между электромагнитным полем и движущимися зарядами или током. На элемент проводника с током в магнитном поле действует механическая сила

$$d\vec{F} = \delta ds [\vec{dl} \vec{B}] \text{ [н]},$$

где δ – плотность тока, А/м²; ds – элемент площади поперечного сечения проводника, м².

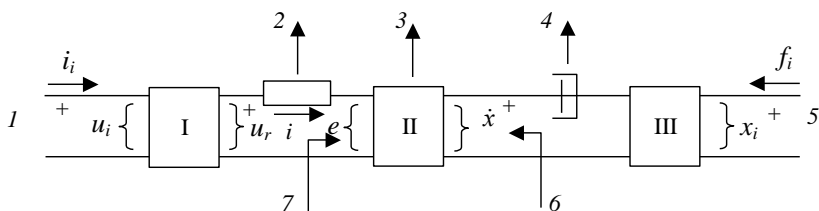
Если ток равномерно распределен по проводнику, то сила

$$\vec{F} = I [\vec{l} \vec{B}],$$

где \vec{F} – вектор, перпендикулярный плоскости векторов \vec{C} и \vec{B} .

1.3. ЭЛЕКТРОМЕХАНИЧЕСКИЕ ПРЕОБРАЗОВАТЕЛИ ЭНЕРГИИ

Общее представление процессов в ЭМП выглядит (см. рисунок).



I – электрическая система, II – поле связи, III – механическая система;
 1 – электрический вход, 2 – электрические тепловые потери, 3 – тепловые потери поля, 4 – механические тепловые потери, 5 – механический вход, 6 – механический вход поля связи, 7 – электрический вход поля связи

Закон сохранения энергии справедлив в течение всего процесса преобразования энергии, несмотря на то, что энергия существует в различных формах.

Распределение запасенной энергии между различными частями ЭМП будет отражаться как на статических, так и на динамических ха-

рактеристиках ЭМП. Однако рассмотрение только энергии не дает в общем случае всей информации, необходимой для описания работы устройства. Такие факторы, как особенности поля связи между электрическими и механическими переменными, полные сопротивления устройств (например, отношение напряжения к току или момента к скорости), являются основными при описании характеристик и режимов устройства, но они не могут быть найдены из принципа сохранения энергии.

Когда изучают процесс, используя обобщенные координаты и уравнения Лагранжа, систему описывают через ее энергетические параметры, которые должны удовлетворять закону сохранения энергии. Этот подход по сравнению с подходом, основанным на принципе сохранения энергии, более эффективен и систематизирован. Поэтому применение уравнений Лагранжа широко распространено при анализе физических процессов.

В этом случае при анализе процесса преобразования энергии должен учитываться закон для сил между электрическими зарядами или закон для сил между электрическими токами, так как только они являются известными независимыми соотношениями между механическими силами и электрическими величинами.

Результирующее поле связи может быть электрическим или магнитным, но для преобразования энергии, согласно, Пойнтингу должны присутствовать и электрическое и магнитное поля. Однако преобразователь классифицируется как магнитный, если физическая структура его преимущественно ферромагнитная, или как электрический, если структура образована электрическим проводником в соответствующей диэлектрической среде.

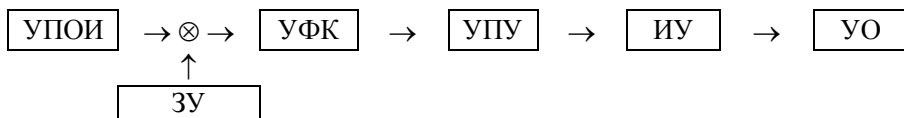
Все эти соображения положены в основу разработки обобщенных моделей ЭМП.

1.4. СОСТАВЫ АВТОМАТИЧЕСКИХ СИСТЕМ

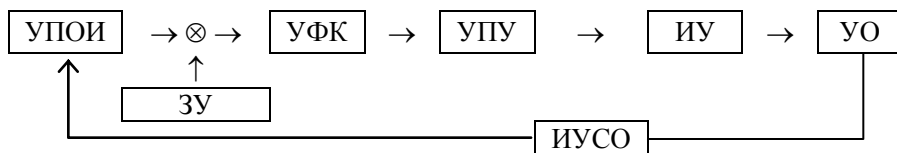
В настоящее время нашли применение различные автоматические системы, которые независимо от областей техники делятся на разомкнутые, замкнутые и комбинированные.

В состав разомкнутой системы включают (см. схему):

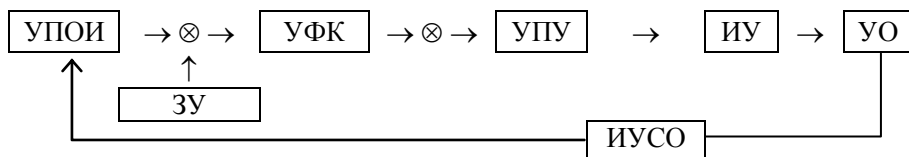
- 1) устройство предварительной обработки информации – УПОИ;
- 2) устройство формирования команд – УФК;
- 3) усилительно-преобразовательное устройство – УПУ;
- 4) исполнительное устройство – ИУ;
- 5) управляемый объект – УО;
- 6) задающее устройство – ЗУ.



В состав замкнутой системы включается дополнительно измерительное устройство состояния объекта – ИУСО:



В состав комбинированной системы включают:

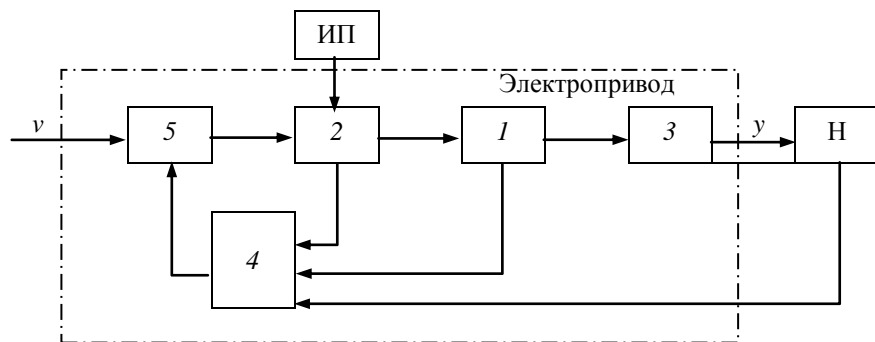


На основе общих представлений о системах можно построить ЭМС для любого технологического процесса или создать электропривод.

1.5. ОБОБЩЕННАЯ СТРУКТУРА ЭЛЕКТРОПРИВОДА

Электропривод – электромеханическая система, предназначенная для приведения в движение исполнительных органов рабочей машины и управления этим движением в целях осуществления технологического процесса.

Обобщенная структура электропривода (ЭП) включает в себя: электродвигательное устройство *1*, преобразовательное устройство 2 (усилитель мощности, инвертор), передаточное устройство 3 (редуктор), измерительное устройство 4 (датчики углового положения, скорости и т.п.), управляющее устройство 5, рабочий механизм с нагрузкой **Н** и источник питания **ИП**.



Обобщенная структура электропривода

Принято разделять ЭП на **неизменяемую** часть, выбираемую в соответствии с энергетическими, функциональными и конструктивными требованиями, а также **изменяемую**, структура и параметры которой выбираются в соответствии с требованиями к качеству регулирования. К неизменяемой части относятся 1, 2, 3, а к изменяемой – 5. Условно неизменяемой частью можно считать 4, состав которой выбирается при выборе структуры 5, но параметры затем не меняются.

1.6. ЭЛЕКТРОДВИГАТЕЛИ ДЛЯ ЭМС

Тип исполнительного двигателя и способ управления им в значительной мере определяют как структуру управления ЭМС, так и достигаемые при этом показатели.

Некоторые особые требования к исполнительным двигателям:

- низкие значение номинальной угловой скорости при повышенных значениях вращающего момента (так называемые **низкоскоростные моментные двигатели**);

- возможность реверса;
- возможность реверса;
- способность длительной работы в непрерывных динамических режимах;
- высокие удельные показатели (отношение вращающего момента к массе и т.п.);
- совместимость с автономными источниками питания по роду электрической энергии и параметрам напряжения;
- бесконтактность (при работе в агрессивных средах);
- функциональные специальные возможности;
- длительный срок службы;
- невысокая стоимость.

Традиционно в ЭМС используются двигатели постоянного тока (ДПТ), двухфазные асинхронные двигатели (ДАД), трехфазные асинхронные двигатели с короткозамкнутым ротором (АД), шаговые двигатели (ШД), синхронные двигатели с постоянными магнитами (СДПМ).

Двигатели постоянного тока используются в ЭМС несколько десятков лет. Основными достоинствами ДПТ принято считать принципиальную устойчивость в переходных режимах, удобство управления изменением питающего напряжения, хорошие массогабаритные показатели (особенно при возбуждении от постоянных магнитов), широкую номенклатуру типов, мощностей, размеров, детально развитую теорию.

Недостатком в данном случае являются пониженная надежность вследствие износа и искрения коллекторного узла и неприменимость в некоторых установках, работающих во взрывоопасных и пожароопасных средах, в вакууме. Гарантированное время наработки на отказ у большинства современных типов ДПТ составляет не более 2000 часов, что на порядок меньше того, что требуется во многих автономных установках, не предполагающих ремонта и обслуживания.

Поэтому наряду с дальнейшим совершенствованием ДПТ наблюдается тенденция перехода в соответствующих ЭМС к двигателям переменного тока. Статистические данные говорят о том, что в последние годы в мире снижалось потребление ДПТ почти на 10 % в год, и увеличивались продажи электродвигателей и ЭМС переменного тока на 8 % в год.

Двухфазные асинхронные двигатели (короткозамкнутые и с полым ротором) являются вторыми по применяемости в ЭМС, так как долгое время были единственной альтернативой ДПТ. Достоинствами ДАД являются их бесконтактность, малоинерционность (особенно двигателей с полым ротором), способность работать на больших скоростях, совместимость с индукционными датчиками углового положения на основе сельсинов, вращающихся трансформаторов и других электрических микромашин.

В классических следящих системах ДАД управляются изменением амплитуды напряжения обмотки управления. Однако высокие номинальные скорости осложняют применение ДАД в низкоскоростных ЭМС ввиду необходимости использовать редукторы с большим передаточным числом, т.е. низким КПД и ощутимыми погрешностями.

Высокие номинальные скорости приводят к малым срокам службы подшипников самих ДАД, которые в результате даже при отсутствии скользящих электрических контактов имеют гарантированное время безотказной работы немногим большее, чем ДПТ – порядка 5000 час. В бытовых и частично общепромышленных установках, получающих питание от однофазной сети, используются двух- и трехфазные конденсаторные асинхронные двигатели.

Трехфазные асинхронные двигатели, обладая такими же преимуществами, что и ДАД, также применяются в ЭМС сравнительно часто, но существуют дополнительные сложности управления ими, в частности, обеспечение реверса.

Шаговые двигатели находят широкое применение в современных ЭМС, обладая многими достоинствами: отсутствие скользящих контактов, способность работать в разомкнутых системах, удобство сопряжения с цифровыми управляющими устройствами.

ШД – единственные электромеханические преобразователи энергии, обеспечивающие непосредственное цифроаналоговое преобразование кода в угловое положение. Недостатком ШД является их неспособность к плавному вращению на малых скоростях из-за импульсного характера работы, худшие, по сравнению с другими типами двигателей, удельные показатели (момент на единицу массы и т.п.).

Синхронные двигатели с постоянными магнитами получили значительное распространение в ЭМС как альтернатива одновременно ДПТ,

ДАД и ШД. Наибольшее распространение находят СДПМ в режиме бесконтактного двигателя постоянного тока (БДПТ), что приближает их характеристики к таковым у ДПТ, которые считаются эталонными. Многие СД могут работать также в режиме ШД, что расширяет область их применения.

Достоинствами их служат хорошие массогабаритные показатели и низкие номинальные скорости, что позволяет уменьшить передаточное отношение редуктора. Недостатком является невысокая равномерность вращения при работе на малых (ползучих) скоростях, сравнительно высокая стоимость, возможность размагничивания постоянных магнитов с соответствующим ухудшением характеристик.

Индукторные двигатели с электромагнитной редукцией частоты вращения получили распространение в последние 20–25 лет. Обладают всеми достоинствами СДПМ и существенно более низкими скоростями при высокой равномерности вращения. Недостаток – высокая стоимость.

Сравнение различных двигателей осуществляется по следующим показателям:

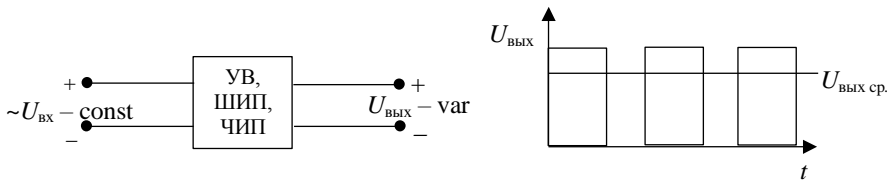
- масса и габариты;
- минимальная скорость;
- способность работать в управляемых системах;
- срок службы.

1.7. ПРЕОБРАЗОВАТЕЛЬНЫЕ УСТРОЙСТВА

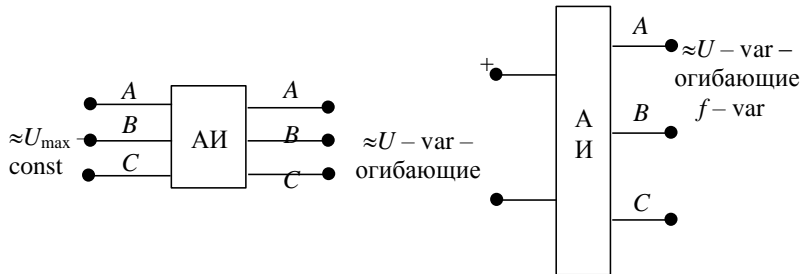
Получают энергию от ИП, в качестве которых могут быть электрические сети однофазного и трехфазного тока, синхронные генераторы по системе «Д-СГ», генераторы постоянного тока, т.е. системы «Д-ГПТ», различные аккумуляторы и системы «Тр-В».

Используются преобразовательные устройства:

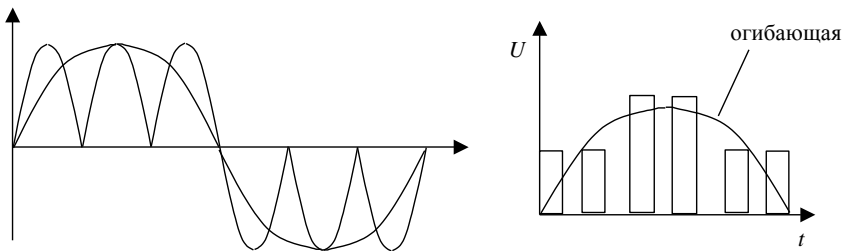
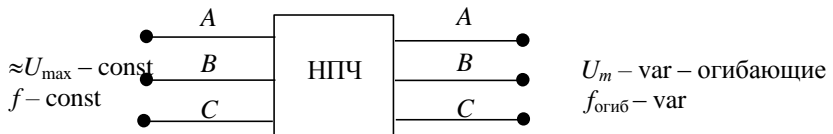
1) для ЭМС с двигателями постоянного тока: управляемый выпрямитель (УВ), широтно-импульсный (ШИП), частотно-импульсный (ЧИП), широтно-частотный преобразователь (ШЧИП);



2) для ЭМС с двигателями переменного тока: автономный инвертор,



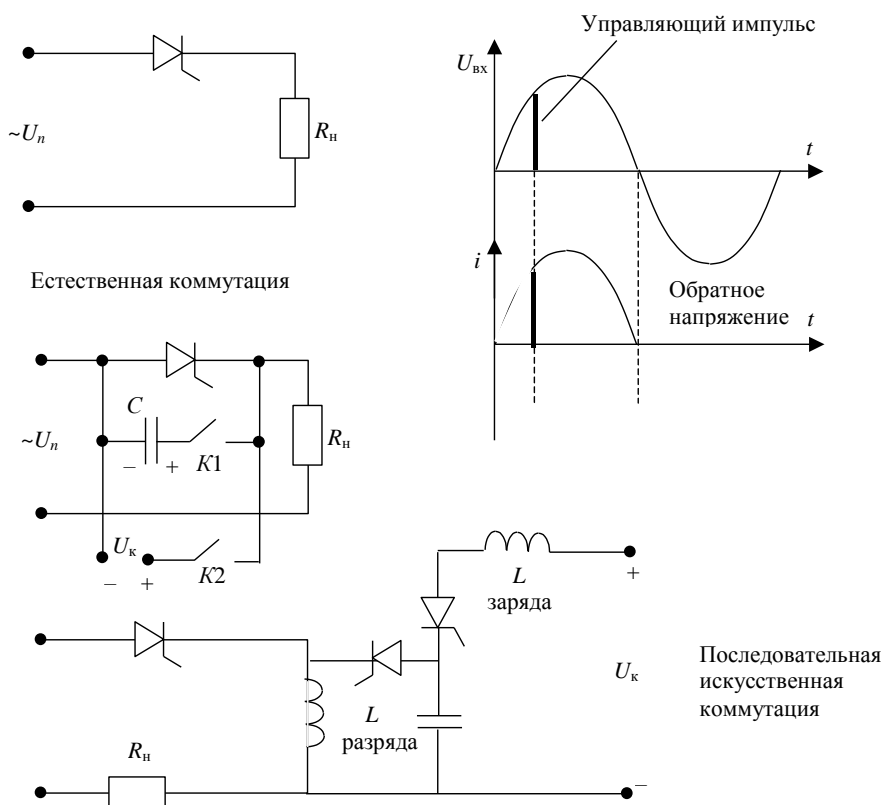
или циклоконвертор, т.е. непосредственный преобразователь частоты, на вход которого подается неизменное напряжение, а на выходе имеем переменную частоту огигающей импульсного напряжения.



В ПУ используют транзисторы и тиристоры.

Транзистор – полностью управляемый полупроводниковый элемент. В тиристоре прерывание тока осуществляется естественной или искусственной коммутацией. В связи с различными свойствами применяют оба элемента.

- Для транзистора $I_{\max} = I_{\text{ном}}$; для тиристора $I_{\max} > I_{\text{ном}}$



1.8. УПРАВЛЯЮЩИЕ УСТРОЙСТВА.

СПОСОБЫ УПРАВЛЕНИЯ ЭМС

Простота системы управления ЭМС зависит от нескольких факторов: числа каналов управления, числа регулируемых переменных, наличия обратных связей и вид регуляторов (линейные, нелинейные, с эталонной моделью и др.). Очевидно, что тип двигателя влияет на сложность систем управления (СУ) с учетом возможных способов управления. Наиболее простыми являются двигатели с одноканальным управлением, возбуждение которых осуществляется постоянными магнитами.

Для управления исполнительных двигателей переменного тока преимущественно используются частотные способы: частотно-независимое, частотно-токовое, частотно-векторное и частотно-зависимое управление.

Частотно-независимое управление (ЧНУ) реализуется изменением частоты синусоидального питающего напряжения. В электрических двигателях угловая скорость ротора однозначно связана с частотами тока питания.

Увеличение частоты уменьшает максимальный момент двигателя, т.е. снижает его перегрузочную способность и устойчивость в переходных режимах.

Уменьшение частоты приводит к перераспределению токов в обмотках, насыщению отдельных участков магнитопровода, изменению индуктивностей, дополнительным потерям и перегреву.

В связи с этим при ЧНУ используется одновременное изменение амплитуды питающего напряжения, т.е. те или иные **законы частотного управления**.

В настоящее время синтезировано несколько законов частотного управления двигателей по различным критериям для установившихся режимов, в частности из условий максимального КПД и минимальной мощности потребления, постоянства перегрузочной способности и минимума тока ротора.

Частотно-токовое управление (ЧТУ) первоначально было разработано для СД, а затем и для других двигателей переменного тока. Суть ЧТУ сводится к формированию в обмотках синусоидальных токов заданной амплитуды с частотой, соответствующей частоте вращения ро-

тора, т.е. при ЧТУ в двигателе формируется вращающий момент, а не скорость, как при ЧНУ.

Частотно-векторное управление (ЧВУ) первоначально было разработано для АД с короткозамкнутым ротором, а затем нашло применение для всех других типов электрических машин переменного тока. Суть ЧВУ сводится к построению системы управления на базе математического описания электродвигателя в системе координат с взаимно неподвижными обмотками.

Выбором системы координат (привязкой ее к тому или иному обобщенному вектору тока, напряжения или потокосцепления) обеспечивают оперирование с сигналами постоянного тока, что существенно упрощает построение и настройку системы. Переход от управляемых величин в модели к реальным величинам в двигателе, а от реальных управляемых величин в двигателе к преобразованным в модели осуществляется с помощью соответственно прямого и обратного координатных преобразований.

Частотно-зависимое управление (ЧЗУ) первоначально было разработано для СД с постоянными магнитами по схеме бесконтактного двигателя постоянного тока, а впоследствии нашло некоторое применение для АД с короткозамкнутым ротором. Суть его сводится к тому, что частота питания обмоток определяется текущей угловой скоростью ротора, т.е., если при ЧНУ частота питания определяет скорость, то при ЧЗУ скорость двигателя определяет частоту питания. Управление скоростью осуществляется изменением напряжения постоянного тока, от которого питается зависимый инвертор.

Фазовое управление заключается в том, что обмотки подключают к многофазным напряжениям одинаковой частоты, обеспечивая тем самым режим синхронного стояния, а потом тем или иным способом изменяют фазы питающих напряжений.

Преимущественное распространение получили различные варианты ЧВУ, отличающиеся опорным вектором, к которому осуществляется привязка системы координат, а также датчиками обратных связей и цепями задания регулируемых величин.

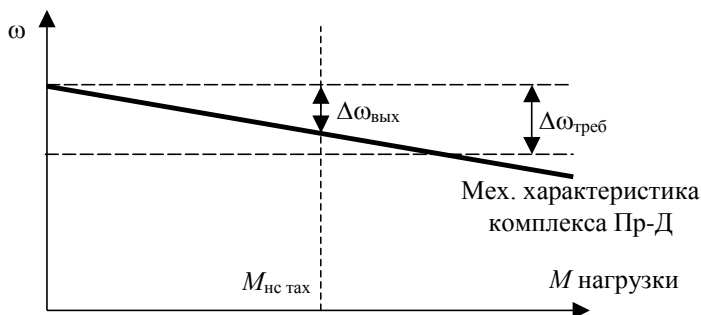
1.9. ИЗМЕРИТЕЛЬНЫЕ УСТРОЙСТВА,

СОГЛАСОВАНИЯ В ЭМС

Датчики скорости (ДС), тахогенераторы, фотометрические устройства – измеряют величины.

Датчики положения (ДП), измеряют углы, фиксируют положение – это вращающиеся трансформаторы, сельсины, потенциометры, фазовращатели.

Выбор разомкнутой или замкнутой системы определяется требованиями к выходному параметру. Например, для системы регулирования скорости может быть применена разомкнутая система, если $\Delta\omega_{\text{вых}} < \Delta\omega_{\text{треб}}$.



Если $\Delta\omega_{\text{вых}}$ комплекса преобразователь-двигатель (Пр-Д) больше $\Delta\omega_{\text{треб}}$, то необходимо применить замкнутую систему.

Необходимые согласования в ЭМС:

1) звено «ИП-Пр» – по качеству электроэнергии (влияние колебаний частоты и напряжения ИП на выходное напряжение Пр, влияние Пр на ИП);

2) звено «ИП-Пр-Д» – по качеству энергопреобразования (коэффициенту мощности $\cos\varphi$, коэффициенту формы тока $K_{\text{ф}}$);

3) звено «Пр-Д» – по принятому способу регулирования скорости, возможных рабочих и тормозных режимов.

4) звено «Пр-Д-Р» – по энергодинамическим характеристикам силовой части приводов;

5) звено «Д-Р-ИМ» – по скорости и ускорениям, допускаемым люфтам, прочностным характеристикам.

1.10. ПОДБОР ТИПА РЕДУКТОРА

Определяется кинематической схемой преобразования видов движения. Значение передаточного числа «Р» определяет сложность конструкции и ее потери.

КПД «Р» зависит от числа элементов (отдельных элементов передачи) и равно

$$\eta_p = \eta_1 \cdot \eta_2 \cdot \dots \cdot \eta_n.$$

Известны средние значения КПД отдельных звеньев:

винтовая передача	0,5
червячная передача	0,6
цепная передача	0,97
шариковая пара	0,95
зубчатая передача с опорами	0,94
трения скольжения	
зубчатая передача с опорами	0,97
трения скольжения	
кривошипно-шатунный механизм	0,9

2. ЭЛЕКТРОМЕХАНИЧЕСКИЕ ПРЕОБРАЗОВАТЕЛИ

2.1. ОБЩЕЕ ПРЕДСТАВЛЕНИЕ УСТРОЙСТВА

При изучении различных процессов преобразования энергии основное внимание обращается на электромагнитный процесс, включающий в себя переход электрической энергии в механическую и наоборот, поэтому говорят об электромеханических преобразователях (ЭМП).

При этом основное внимание уделяется устройствам с магнитным полем, т.е. «работающим от тока», а устройствам с электрическим полем, т.е. работающим от напряжения, посвящаются только общие представления. Связано это с тем, что в настоящее время не существуют электротехнические материалы, способные допускать такие же плотности запасенной энергии, как магнитные материалы. Сравнение

плотностей электрического и магнитного полей $\frac{1}{2}\varepsilon E^2$ и $\frac{1}{2}\mu H^2$ показывает, что энергия запасается пропорционально электрической и магнитной постоянным, где $\varepsilon \approx 10^{-11}$ ф/м, а $\mu \approx 10^{-6}$ Гн/м.

Изучение ЭМП опирается на два различных исходных представления:

- на закон сохранения энергии, где соотношения между силами получают, путем применения принципа виртуальной работы;
- на представление о кинетической и потенциальной энергии, и тогда соотношения между силами получают при помощи уравнений Лагранжа.

На основе уравнений, описывающих процессы в ЭМП, в соответствии с аналогией можно получить эквивалентную электрическую схему. Такие аналогии позволяют применить методы решения и некоторые основные представления о поведении систем, известных электромеханикам, к расчету переходных и установившихся режимов и характеристик ЭМП.

Вообще имеется определенная трудность в классификации ЭМП, вызванная тем, что существуют ЭМП с обмотками, фиксированными относительно неподвижных и подвижных частей. И, кроме того, возникает эффект движущихся полей за счет движения вращающихся частей ЭМП. Поэтому существует две обобщенные модели ЭМП, которые математически эквивалентны, но подходы к их созданию различны.

1. Описание этой модели основано на применении эквивалентной электрической схемы с вращающейся частью, которая доведена до совершенства в «примитивной машине». Впервые модель предложена в 1942 г. Кроном, работавшим тогда в компании General Electric. С применением модели анализ всех машин проводится по единой методике на основе электрических и механических уравнений равновесия.

2. Описание модели идеализированной вращающейся машины с точки зрения теории электромагнитного поля, предложенная Уайтом и Вудсоном, отличается от модели Крона только методикой получения важных параметров модели машины и ее основных характеристик.

3. В идеализированной модели машины устанавливают происхождение полей E (электрическое поле) и H (магнитное поле) в воздушном

зазоре этой модели, затем определяют потоки энергии, распределяющиеся вдоль и поперек воздушного зазора, вычисляют соответствующие векторы Пойнтинга (полной энергии электромагнитного поля) и интегрируют их по выбранным поверхностям. Анализируя поле, можно вычислить запасенную энергию, а также различные индуктивности, характеризующие машину.

Сравнивая эти модели, можно показать, что одна модель является по существу математически преобразованной версией другой.

2.2. ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА УСТРОЙСТВА ЭМП

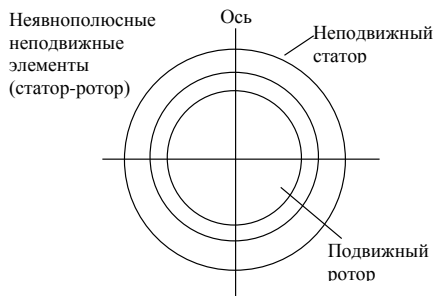
Всякий ЭМП состоит из двух совершенно необходимых частей:

1) магнитной, предназначенной для локализации магнитного поля в заданном объеме;

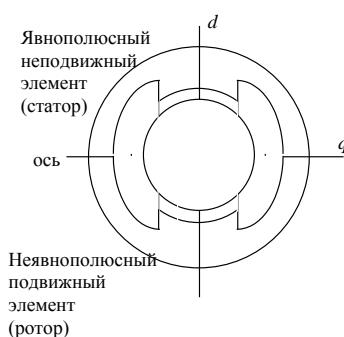
2) электрической, выполняющей две функции: во-первых, создание магнитного поля, во-вторых, восприятие действия созданного в ЭМП магнитного поля. Кроме того, к электрической части следует отнести и различные преобразователи частоты, непосредственно с ней связанные (коллектор, электронный коммутатор и т.д.).

Магнитная часть состоит из подвижного и неподвижного элементов и может быть реализована в основных ЭМП в 4 вариантах.

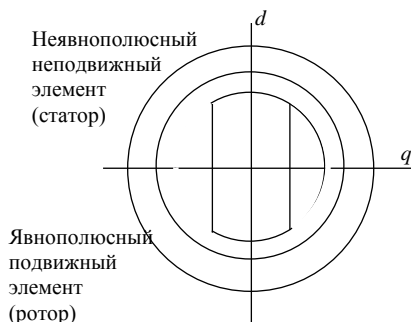
1



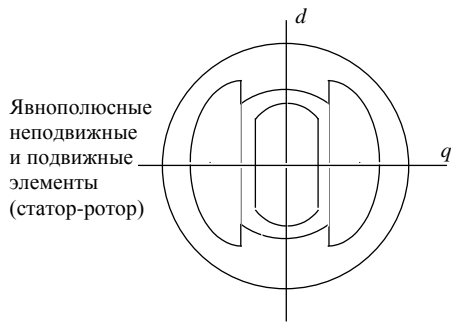
2



3



4



Варианты реализованы: 1 – в АМ (можно условно отнести к СМ с неявными полюсами); 2 – в МПТ; 3 – в СМ; 4 – коллекторные ЭМ переменного тока.

Конечно, имеется огромное количество специальных ЭМ, где используются конструкции элементов в различных сочетаниях.

Электрическая часть выполняется в виде обмоток, определенным образом расположенных на магнитной части. Обмотки, создающие магнитное поле, называют обмотками возбуждения и располагают чаще всего на полюсах (варианты: 2 – статор, 3 – ротор, 4 – статор). Явнополюсный магнитный элемент имеет сосредоточенные катушечные конструкции.

Обмотки, воспринимающие действие магнитного поля, называют чаще всего якорными или вторичными и располагают на неявнополюсном магнитном элементе в специальных пазах.

Эти распределенные в пространстве воздушного зазора обмотки, охватывающие полюсное деление и имеющие пространственный сдвиг осей на угол $\frac{2\pi}{m}$, способны создавать вращающееся магнитное поле.

Варианты: 1 – ротор, 2 – ротор (якорь), 3 – статор. В варианте 1, реализованном в АМ, обмотка статора выполняет обе функции. В варианте 4 обе обмотки сосредоточены и их функции трудно разделить, особенно если они электрически соединены. Вариант 2 дополняется коллектором или электронным коммутатором (для маломощных машин).

С электромагнитных позиций различают два элемента в ЭМП:

- индуктор – совокупность элемента магнитной части и обмотки, создающей магнитное поле (например, в варианте 2, 4 – статора с ОВ, в 3 – ротора с ОВ, в варианте 1 – статора с ОЯ, подключенной к электрической сети);
- якорь – совокупность элемента магнитной части и обмотки, воспринимающей магнитное поле (варианты 1, 2 – ротор, якорь, в 3 – статор, в 4 – якорь). В варианте 2 к якорю можно отнести и коллектор.

2.3. ОБЩИЕ ПРИНЦИПЫ РАБОТЫ

Анализ ЭМП показывает, что функции преобразования энергии выполняются при периодическом пространственном изменении магнитного поля, т.е. $\frac{\partial \psi}{\partial \gamma} \neq 0$, так как только в этом случае $M_{эм} \neq 0$, $P_{эм} \neq 0$.

Здесь γ – угол поворота.

Магнитные поля (потокосцепления), индуктивности и взаимные индуктивности не могут быть монотонно возрастающими функциями токов и угла поворота подвижной части (ротора) и, следовательно, единственно возможным является случай их периодического изменения в зависимости от взаимного перемещения индуктора и якоря. При этом можно перемещать индуктор просто механически или создавать условия для перемещения (вращения) магнитного поля, созданного обмотками.

Создание вращающихся магнитных полей в ЭМ осуществляют многофазными обмотками, т.е. при $m \geq 2$. Для этого требуется также многофазная сеть – источник питания. Необходимо выполнить всего два условия.

1. Обмотка m -фазная подключается к m -фазному источнику питания.
2. Оси фаз обмотки располагают в ЭМ с пространственным сдвигом на угол $\alpha = \frac{2\pi}{m}$ электрических градусов, равным временному сдвигу фаз источника.

Для трехфазной обмотки: $m = 3$, $\alpha = 120^\circ$, $\varphi_\Phi = 120^\circ$.

2.4. ПРИНЦИП РАБОТЫ АД

1. Обмотка статора подключается, например, к трехфазной сети и создает вращающееся магнитное поле с частотой вращения $n_1 = \frac{f_1}{p}$,

где f_1 – частота тока в обмотке.

2. Если обмотка ротора замкнута, то поле наводит в ней ЭДС с частотой f_2 . Следовательно, образуется ток и собственное магнитное поле ротора, которое будет вращаться относительно ротора с частотой $n'_2 = \frac{f_2}{p}$, поскольку обмотка ротора многофазная. При $n_2 = 0$, $f_2 = f_1$

и $n'_2 = n_1 = \frac{f_2}{p} = \frac{f_1}{p}$.

3. При взаимодействии полей обмоток создается результирующее магнитное поле и электромагнитный момент, под действием которого ротор приходит в движение в сторону вращения поля статора. При этом поля взаимодействуют, если неподвижны относительно друг друга. Так как $n_2 \neq 0$, то поле ротора всегда вращается относительно ротора с n'_2 и суммарная скорость поля в пространстве равна $n_2 = n_1 - n'_2$.

4. Следовательно, частота тока в обмотке ротора зависит от скорости ротора $n_2 = n_1 - n'_2$ и $n'_2 = n_1 - n_2$. Вводим понятие относительной скорости $s = \frac{n_1 - n_2}{n_1}$, получим $n'_2 = n_1 s$ или $f_2 = f_1 s$.

5. При достижении частоты вращения ротора, равной частоте вращения магнитного поля (синхронной частоте), ток в роторе будет равен нулю, электромагнитный момент не образуется, т.е. преобразование становится невозможным, поэтому эта машина названа **асинхронной**.

2.5. ПРИНЦИП РАБОТЫ МПТ

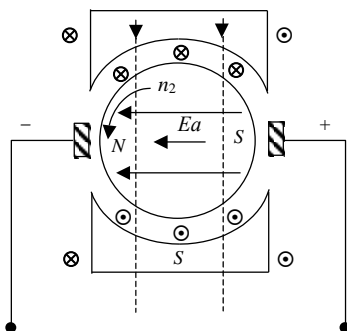
1. Магнитное поле возбуждения неподвижно.

2. Если якорь вращать от механического источника со скоростью n_2 (режим генератора), то в обмотке якоря наводится ЭДС, частота которой определяется скоростью n_2 , т.е. $n_2 p = f$. Обмотка якоря создает вращающееся магнитное поле $n_2 = \frac{f}{p}$.

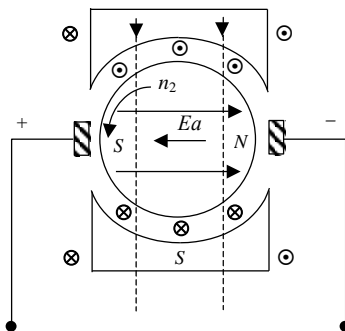
3. Поскольку поля якоря и возбуждения взаимодействуют только когда они неподвижны, то, следовательно, направление вращения поля якоря противоположно вращению самого якоря, т.е. $n_2 - n'_2 = 0$.

4. Электромагнитный момент возникает от притяжения полюсов индуктора (статора) и якоря (ротора).

Двигатель



Генератор



2.6. ПРИНЦИП ДЕЙСТВИЯ СМ

1. Создается индуктором поле возбуждения, неподвижное относительно индуктора.

2. Если индуктор вращать от механического источника, то в обмотке якоря (или вторичной) создается ЭДС с частотой $f_1 = n_2 p$, которая зависит от тока возбуждения.

3. Подключенная к многофазной сети обмотка якоря создает вращающееся магнитное поле с $n_1 = \frac{f_1}{p}$, т.е. $n_1 = \frac{f_1}{p} = \frac{n_2 p}{p} = n_2$ – скорости ротора и магнитного поля равны, ЭМ – синхронная.

4. При неподвижном индукторе $n_2 = 0$, обмотка статора подключается к сети, создает вращающееся магнитное поле с $n_1 = \frac{f_1}{p}$, поля вращаются относительно друг друга и поэтому не взаимодействуют, следовательно, $M_{эм} = 0$. Но если скорость индуктора искусственно достигнет скорости поля, то при взаимодействии полей возникнет электромагнитный момент, пропорциональный ЭДС возбуждения и току якоря. Момент обеспечивается притяжением полюсов якоря и индуктора.

3. ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫЙ МОМЕНТ ЭМП

3.1. ОБЩИЕ СВЕДЕНИЯ

Из основных законов механики следует: механическая мощность, непосредственно преобразуемая в электрическую, равная произведению момента вращения, действующего в процессе преобразования, на угловую скорость, в точности равна электрической мощности, преобразованной из механической (или преобразуемой в механическую).

Таким образом, момент вращения, действующий в электрической машине в процессе преобразования энергии, может быть определен как отношение электрической мощности к угловой скорости машины. И, если рассматривать ряд машин возрастающей мощности, подобных друг другу по своим геометрическим формам и имеющим одинаковые плотности тока и индукции, то номинальный момент пропорционален четвертой степени линейных размеров машины.

Эта общая закономерность, определяющая связь между моментом и геометрическими размерами, позволяет установить, как изменяются общая масса, стоимость и потери в зависимости от момента (мощности), а также влияние частоты на размеры и массы машин переменного тока.

Наиболее употребительное выражение для объяснения создания момента в электрических машинах гласит: во всякой электрической машине момент вращения, действующий на ротор, образуется от взаимодействия магнитного поля с током, протекающим по проводникам ротора.

При этом величина момента определяется по линейной нагрузке и магнитной индукции, поскольку известно, что касательная сила, приложенная к площадке поверхности с током, пропорциональна произведению линейной токовой нагрузки и магнитной индукции, направленной перпендикулярно к площадке, т.е. $F_k = kAB_\delta$, где B_δ – максимальная индукция на поверхности ротора (статора); A – линейная нагрузка, k – коэффициент пропорциональности, зависящий от выбора единиц измерения и характера распределения индукции и тока в проводниках вдоль окружности. Касательные силы F_k создают момент вращения $M_{эм} = \frac{\pi}{2} D^2 l F_k$, где D – диаметр и l – длина машины.

Вектор индукции вдоль окружности ротора (статора) обычно меняется (не меняется только в униполярной машине), а ток, как правило, есть функция времени, поэтому так можно определить лишь средний момент за период вращения.

Другой способ объяснения создания момента заключается в привлечении соотношений для энергии магнитного поля. В результате взаимодействия магнитного поля тока в обмотке статора с током в обмотке ротора действует электромагнитный момент, работа которого при повороте ротора на малый угол $d\theta$ равна изменению энергии магнитного поля dW_m за счет изменения взаимной индуктивности dL_{12} при $i_c = \text{const}$ и $i_p = \text{const}$, т.е. $M_{эм} d\theta = dW = i_c i_p dL_{cp}$ и $M_{эм} = i_c i_p dL_{cp} / d\theta$. Для того чтобы момент не равнялся нулю, индуктивность L_{cp} должна изменяться при движении ротора.

Таким образом, проводится анализ для двух обмоток, расположенных на противоположных сторонах воздушного зазора. Пространственное распределение взаимной индуктивности зависит от конфигурации обмоток и является периодической функцией, аргументом которой является пространственный электрический угол между осями основных составляющих. Это подтверждается и физическим соображением: взаимная индуктивность должна иметь максимальную величину,

когда оси обмоток совпадают, и минимальную, когда они перпендикулярны. В реальных обмотках шаг и распределение выбираются так, чтобы снизить до минимума высшие гармонические и тогда обмотки вполне можно назвать «синусными».

3.2. ВЗАИМОДЕЙСТВИЕ ДВУХ ОБМОТОК

Момент, развиваемый при взаимодействии двух гармонических обмоток статора (с) и ротора (р) в общем случае определяется соотношением:

$$\begin{aligned} M_{\text{эм}} &= i_c i_p \frac{dL_{\text{срв}}}{d\theta} = i_c i_p L_{\text{мсрв}} \frac{d}{d\theta} [\cos v(\alpha + \theta)] = \\ &= -vp i_c i_p L_{\text{мсрв}} \sin v(\alpha + \theta), \end{aligned}$$

где $L_{\text{мсрв}}$ – максимальное значение v -й гармоники взаимной индуктивности; α – пространственный фазовый угол гармоник синусных обмоток.

Так как углы α и θ присутствуют только в виде сумм, то $\alpha_{\text{ср}} = \alpha + \theta$ является электрическим углом между осями двух гармонических обмоток. Тогда момент равен:

$$M_{\text{эм}} = -vp i_c i_p L_{\text{мсрв}} \sin v\alpha_{\text{ср}}.$$

При движении ротора взаимная индуктивность v -х гармонических изменяется как

$$L_{\text{срв}} = L_{\text{мсрв}} \cos \alpha_{\text{ср}},$$

и максимальное значение ее пропорционально числам витков обмоток, площади витка и обратно пропорционально длине воздушного зазора. Угол $\alpha_{\text{ср}}$ играет весьма важную роль при определении момента и поэтому его называют углом момента. Он различен для каждой гармони-

ки, так как не одинаковы пространственные фазовые углы у соответствующих членов ряда Фурье.

Если индуктивность синусной обмотки представить в виде

$$L_v = \frac{\mu_0 R l v W_v^2}{\delta},$$

где W_v – число витков на полюс; l – длина; δ – зазор; R – радиус, то

$$L_{mcv} = \frac{\mu_0 R l v W_{cv} W_{pv}}{\delta}.$$

Тогда при подстановке получим:

$$M_{эм} = -v p i_c i_p \frac{\mu_0 R l v W_{cv} W_{pv}}{\delta} \sin v \alpha_{cp}.$$

После преобразования с учетом соотношений, связывающих индуктивности обмоток с созданными полями, имеем:

$$M_{эм} = -v p R l \delta \pi H_{cm} B_{pm} \sin v \alpha_{cp}.$$

Результирующий момент может быть найден путем простого суммирования гармонических моментов, рассчитанных по соотношению $M_{эм} = -v p i_c i_p L_{mcv} \sin v \alpha_{cp}$. Простота выражения облегчает его использование. Оно показывает, что при взаимодействии синусных обмоток создается момент, зависящий от числа пар полюсов, токов в обмотках, максимальной величины взаимной индуктивности и синуса угла момента. Знак минус показывает, что момент стремится уменьшить угол α_{cp} , т.е. привести взаимодействующие обмотки в положение, где их оси совпадают.

3.3. ВЗАИМОДЕЙСТВИЕ МАГНИТНЫХ ПОЛЕЙ

Существует несколько форм уравнения моментов, две из которых наиболее полезны:

$$M_{\text{эм}} = -\nu p i_{\text{с}} i_{\text{р}} \frac{\mu_0 R l \nu W_{\text{св}} W_{\text{рв}}}{\delta} \sin \nu \alpha_{\text{ср}};$$

$$M_{\text{эм}} = -\nu p R l \delta \pi H_{\text{см}} B_{\text{рм}} \sin \nu \alpha_{\text{ср}}.$$

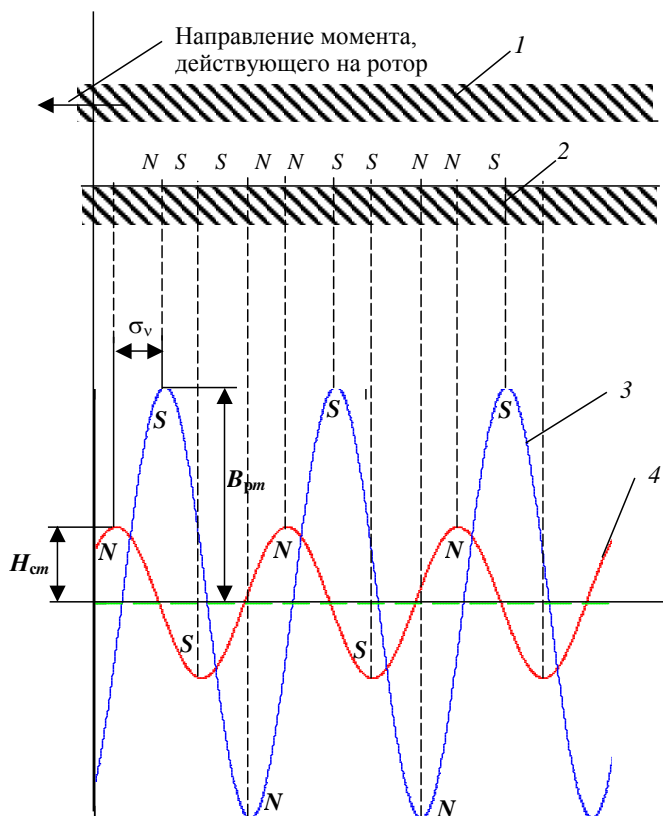
Здесь $H_{\text{см}}$, $B_{\text{рм}}$ – максимальные величины напряженности и индукции магнитных полей, созданных обмотками статора и ротора и синусоидально распределенных в воздушном зазоре.

Первое выражение дает момент как функцию параметров и переменных *электрической цепи* (ток, индуктивность), второе – связывает его с величинами, характеризующими *поле* (индукция, напряженность поля).

Вместо момента, который стремится привести синусные обмотки в положение, когда их оси совпадают, теперь можно представить себе момент, стремящийся привести в соответствующее положение оси двух магнитных полей. Когда два магнитных поля совпадают, они усиливают друг друга.

На основании рисунка можно сделать заключение, что последнее выражение является количественным описанием сил взаимодействия между магнитными полюсами на поверхности ротора и статора. Момент, создаваемый этими силами, пропорционален количеству полюсов, напряженностям обоих полей и синусу пространственного угла между их осями, увеличенного в ν раз. Каждая гармоническая составляющая момента неизменна во времени, так как поля ротора и статора вращаются в одном направлении с одинаковой угловой скоростью.

Теперь можно существенно расширить наше представление о процессе создания момента. Общее влияние ряда обмоток может быть рассмотрено одновременно путем использования результирующих магнитных полей. Пока два магнитных поля синусоидально распреде-



Создание момента в результате взаимодействия синусоидально
распределенных магнитных полей:

1 – сталь ротора; 2 – сталь статора; 3 – n -я гармоника индукции
ротора; 4 – n -я гармоника напряженности поля статора

лены в воздушном зазоре, выражение $M_{эм} = -vpRl\delta\pi H_{cm}B_{pm} \sin v\alpha_{ср}$ будет давать действительную величину момента вне зависимости от того, как эти поля создаются. В самом деле, оно справедливо, даже если B_{pm} считать результирующей индукцией, созданной всеми обмотками как статора, так и ротора. Но при этом необходимо правильно выбрать угол момента.

Для того чтобы подчеркнуть эту относительную независимость момента от происхождения величин, характеризующих поле, перепишем уравнение, опустив индексы s и p : $M_{эм} = -vpRl\delta\pi H_m B_m \sin p\alpha_v$.

Пользуясь этим уравнением, следует помнить, что, выбрав H_t и B_t , имеется в виду определенная величина α_v .

В любом случае α_v должен быть пространственным углом между осями двух магнитных полей. Вследствие его универсальности уравнение является более полезным, чем исходное. Вообще, выражение с величинами, характеризующими магнитное поле, наиболее полезно для качественного анализа.

Третью форму уравнения момента можно получить, если в уравнение ввести общий поток на полюс. Величина потока v -й гармоники ротора или статора на один полюс равна интегралу от индукции по всей поверхности полюса, $\Phi_v = \frac{2}{vp} lRB_m$.

Уравнение, выраженное через Φ_v , будет иметь вид

$$M_{эм} = -\frac{\pi}{2} (pv)^2 \Phi_v F_m \sin v\alpha_v.$$

где $F_m = \delta H_m$.

Максимальная намагничивающая сила (н.с.) в воздушном зазоре F_m равна произведению максимума напряженности поля на величину зазора δ . Это уравнение особенно удобно, когда Φ_v считается общим потоком полюса, совместно созданным всеми обмотками.

3.4. ОПРЕДЕЛЕНИЕ ЭЛЕКТРОМАГНИТНОГО МОМЕНТА ПО ИЗМЕНЕНИЮ ЭНЕРГИИ

В основном электромагнитный момент электромеханических преобразователей определяют через изменение энергии магнитного поля. При этом реальную машину приводят к модели, у которой равномерный воздушный зазор $\delta_0 = K_\delta \delta$, на статоре симметричная многофазная обмотка с числом фаз $m_1 \geq 2$, а на роторе – симметричная многофазная

обмотка с числом фаз $m_2 \geq 2$ или однофазная обмотка возбуждения. В обмотке статора протекает многофазный ток I_c прямой последовательности, изменяющийся с угловой частотой ω_c или постоянный ток возбуждения $I_{pв}$ ($\omega_p = 0$).

Известно, что однонаправленное преобразование энергии в такой машине возможно при определенных частотах токов в обмотках и частоты изменения взаимной индуктивности ω между обмотками

$$\omega_1 \pm \omega_2 = \omega = p\Omega,$$

где Ω – угловая скорость ротора; p – число пар полюсов.

Если это условие выполнено, то основные гармонические составляющие вращающихся полей, созданные обмотками статора и ротора, неподвижны относительно друг друга (вращаются по отношению к статору со скоростью $\Omega = \frac{\omega_1}{p}$) и создают электромагнитный момент.

Преобразуемая энергия и средний за период электромагнитный момент зависят от электрического угла α_{cp} между осями взаимно неподвижных полей статора и ротора. В установившемся режиме α_{cp} постоянен, вращающий момент в течение одного оборота также остается постоянным, и средний вращающий момент может быть определен по формуле

$$M = \frac{\partial W}{\partial \gamma},$$

где $\gamma = \frac{\alpha}{p}$ – угол поворота ротора относительно статора.

Энергия магнитного поля во воздушном зазоре зависит от величины индукций, созданных обмотками статора и ротора и угла между осями из магнитных полей. Энергия магнитного поля в элементе объема зазора dV равна

$$dW = \frac{B_0^2}{2\mu_0} dV,$$

где $B_0 = B_{0m} \cos(p\varphi)$ – индукция магнитного поля в элементе объема $dV = l_\delta \delta_0 R_l d\varphi$; B_{0m} – амплитуда индукции результирующего магнитного поля в зазоре, определяемая по известным индукциям статора B_{1m} и ротора B_{2m} ; φ – угол, характеризующий положение элемента объема относительно результирующего поля; R_l – средний радиус зазора.

Используя принцип виртуального перемещения, можно найти $\frac{dW}{d\gamma}$ и соответственно момент при индукции $B_{cm} = \text{const}$, $B_{pm} = \text{const}$

$$M = \frac{dW}{d\gamma} = -p \frac{dW}{d\alpha_{cp}} = \frac{p^2}{\mu_0} \tau_\delta \delta_0 B_{cm} B_{pm} \sin \alpha_{cp}.$$

Выразив индукцию через токи и учитывая понятие главной взаимной индуктивности, получим

$$M = \frac{m_1 m_2 p}{2} I_c I_p L_m \sin \alpha_{cp},$$

где L_m – максимальная взаимная индуктивность между фазами статора и ротора.

Можно представить вращающийся момент, действующий на ротор, через ток и потокосцепление:

$$M = \frac{m_2 p}{\sqrt{2}} I_p \Psi_{pcm} \sin \alpha_{pc}.$$

где $\Psi_{pcm} = \frac{2B_{cm} \tau_\delta W_p K_{0p}}{\pi}$ – амплитуда потокосцепления поля обмотки статора с фазой обмотки ротора.

Аналогично, вращающийся момент, действующий на статор, можно представить через ток статора I_c и потокосцепление

$$\Psi_{cpm} = \frac{2B_{pm} \tau_\delta W_c K_{0c}}{\pi}.$$

Тогда

$$M = \frac{m_s p}{\sqrt{2}} I_c \psi_{\text{срм}} \sin \alpha_{\text{ср}},$$

где $\psi_{\text{срм}}$ – амплитуда потокоцепления поля обмотки ротора с фазой обмотки статора.

Электромагнитный вращающий момент можно определить через электромагнитные силы, возникающие при взаимодействии вращающегося магнитного поля с элементами токов и элементами поверхности намагниченных магнитопроводов.

Однако математическая реализация такого подхода встречает значительные трудности, и если требуется определить только составляющую электромагнитного момента, связанную с основными гармоническими магнитного поля в зазоре, то можно воспользоваться понятием поверхностного тока, заменяющего токи в пазах магнитопровода.

3.5. О ДИНАМИКЕ ЭЛЕКТРОМАГНИТНОГО МОМЕНТА

Взаимодействия электромагнитной и механической частей электромеханического преобразователя (электрической машины) в динамике изучаются уже продолжительное время, однако, теория этих процессов продолжает развиваться, особенно с появлением тиристорных асинхронных электроприводов.

Проведенные многочисленные экспериментальные исследования динамических режимов асинхронных электроприводов позволяют со всей определенностью сделать вывод, что использование статических характеристик асинхронных двигателей для расчета переходных режимов приводит к искажению реальной картины изменения токов, моментов и скорости в динамических режимах.

Обычная зависимость вращающегося момента асинхронного двигателя от скольжения $M = f(s)$ сохраняет силу только при постоянстве скорости вращения, т.е. скольжения, когда угловое ускорение ротора равно нулю

$$a = \frac{d\omega}{dt} = 0.$$

Вращающий электромагнитный момент ускоряющегося ротора асинхронного двигателя может существенно отличаться от вращающего момента, развиваемого им при постоянной скорости. При реализации пускотормозных режимов, связанных с коммутационными операциями в асинхронном двигателе как в специфической активно-индуктивной нагрузке, возникают электромагнитные процессы, обусловленные наличием принужденных и свободных составляющих переходного тока.

Таким образом, электромагнитный вращающий момент в асинхронном двигателе в динамике изменяется как в случае механического движения с ускорением, так и при коммутационных процессах.

Воздействие влияния ускоренного механического движения ротора асинхронного двигателя без учета влияния свободных переходных токов можно оценить по воздействию при изменении скольжения. Имеется оценка изменения скольжения на вращающий момент асинхронного двигателя при следующих допущениях:

- угловое ускорение a постоянно или угловая скорость изменяется во времени по синусоидальному закону с малой амплитудой;
- свободные переходные токи в обмотке статора отсутствуют;
- к зажимам двигателя приложено симметричное трехфазное напряжение;
- перед возникновением переходного процесса скорость имела установившееся значение;
- активное сопротивление обмотки статора пренебрежимо мало.

Качественная оценка процесса представляется в следующем виде:

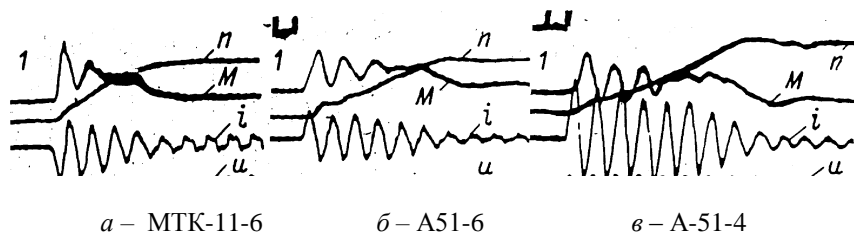
- отличие вращающего момента ускоряющегося асинхронного двигателя от момента, развиваемого при постоянной скорости тем больше, чем больше угловое ускорение;
- потокосцепление ротора и, следовательно, вращающий момент тем сильнее отличаются от величин, соответствующих мгновенному значению угловой скорости в установившемся режиме, чем больше изменение потокосцепления во времени и чем больше постоянная времени ротора

$$T_r = \frac{L_r}{R_r} \approx \frac{1}{\omega_1 s_k},$$

здесь L_r – переходная индуктивность ротора; R_r – активное сопротивление; ω_1 – синхронная угловая скорость; s_k – критическое скольжение);

– динамическая зависимость момента от скольжения, $M = f(s)$, асинхронного двигателя при ускорении его ротора весьма значительно отличается от зависимости, соответствующей установившемуся режиму, имеет, как правило, колебательный характер и расхождение между зависимостями, при отдельных величинах скорости вращения может достигать даже величины критического момента.

При коммутациях возникают принужденная и свободная составляющие тока, магнитные поля которых, взаимодействуя друг с другом, создают переходный электромагнитный момент. Этот момент колебательного типа с максимальными значениями, намного превышающими рассчитанные моменты по статическим характеристикам. На рисунках представлены осциллограммы пуска асинхронных двигателей различных типов.



Изучение осциллограмм и анализ физического процесса позволяет сделать следующие выводы:

- электромагнитный момент в переходных режимах содержит, кроме установившегося значения момента, аperiodические и периодические составляющие затухающего характера, время влияния которых на момент определяется коэффициентами затухания свободных токов;
- максимальный ударный момент возникает в первые периоды включения питающего напряжения;
- на начальном этапе возникает колебательность переходного момента;
- электромагнитный процесс практически полностью затухает до скорости двигателя, соответствующей критическому скольжению;

- динамические моменты в режимах пуска и торможения могут достигать больших значений, в несколько раз превышающих критические моменты двигателя, рассчитанные по статическим характеристикам;
- изменение момента инерции и статического момента двигателя не влияет на величину максимального ударного момента, но определяет время затухания свободных составляющих момента;
- при пуске асинхронных двигателей с большими присоединенными маховыми массами или статическим моментом электропривод большее время работает в зоне малых скоростей, где малы коэффициенты затухания, и поэтому момент носит ярко выраженный колебательный характер со значительными амплитудами и большим числом пульсаций при замедленном затухании;
- увеличение сопротивлений обмоток ротора (или применение двигателей с повышенным скольжением) приводит к более быстрому затуханию переходных процессов;
- увеличение мощности двигателя сопровождается более существенным и длительным воздействием переходных электромагнитных моментов.

Максимальные ударные моменты могут достигать недопустимо больших значений, что влияет на надежность и долговечность электромагнитных систем, кроме того, переходные электромагнитные процессы существенно влияют на время протекания режима и путь, отрабатываемый при этом электроприводом, быстродействие, точность и стабильность отработки командных импульсов.

3.6. ФАКТОРЫ НЕСТАБИЛЬНОСТИ МОМЕНТА В СИСТЕМАХ С ИНДУКЦИОННЫМИ ДВИГАТЕЛЯМИ

Основные факторы, определяющие стабильность требуемого закона изменения момента:

- влияние несинусоидальной формы напряжений при синусоидальном распределении магнитного поля в двигателе;
- влияние законов изменения токов и пространственного распределения поля в двигателе и их взаимосвязь;
- различные значения электромагнитного момента в статических и динамических процессах.

Ясно, что синтез силовой части различных ЭП проводят в предположении синусоидального распределения энергии в рабочем зазоре двигателя и синусоидальных токов установившегося режима, при заданной номенклатуре управляющих (возмущающих) воздействий и заданной точности воспроизведения момента. Однако реальные полупроводниковые преобразователи обеспечивают форму токов, отличающуюся от синусоидальной формы. Распределение индукции в рабочем зазоре реальных двигателей также может существенно отличаться от гармонического закона.

Поэтому даже в условиях установившегося режима работы ЭП, характеризующегося требуемыми постоянными значениями момента при постоянстве частоты вращения, внутри ЭП имеется источник нестабильности момента, который должен компенсироваться в замкнутой системе регулирования.

Эта нестабильность может быть полностью устранена или, по крайней мере, существенно снижена путем рационального сочетания преобразователя и двигателя, так как при одинаковых относительных амплитудно-частотных спектрах временного и пространственного распределения индукции фазовая скорость одинакова для всех гармоник и в создании вращающегося поля принимают участие все гармоники.

Согласование режима несинусоидального питания, обеспечивающего совпадение относительного амплитудно-частотного спектра тока со спектром пространственного распределения относительной индукции, может быть также частично возложено на замкнутую систему регулирования. При управлении асинхронным двигателем с одновременным изменением частоты и действующего значения напряжения преобразователя возможно изменение частоты и уровня действующего напряжения преобразователя так, чтобы форма кривой тока преобразователя стала подобной форме пространственной кривой индукции на полюсном делении двигателя.

Неточность настройки ЭП для динамических режимов работы существенно связана с отождествлением электромагнитного момента в статических и динамических режимах работы. В последнее время доказано, что электромагнитные силы в динамических процессах зависят от токов и их производных по координате перемещения и могут быть представлены суммой статической и динамической составляющих,

причем динамическая составляющая в значительной мере зависит от интенсивности движения. В результате мгновенное значение электромагнитного момента (m) одной фазы асинхронного двигателя:

$$m = i_p \frac{\partial \psi_p}{\partial \alpha} = i_p \frac{\partial (L_p i_p + L_{cp} i_c)}{\partial \alpha},$$

где индекс «с» относится к статору, а индекс «р» – к ротору; L_{cp} – взаимная индуктивность; L_p – индуктивность ротора.

Применяемая в настоящее время форма определения момента соответствует статической составляющей и имеет вид:

$$m_{cm} = i_p i_c \left. \frac{\partial L_{cp}}{\partial \alpha} \right|_{i=\text{const}} = i_p \left. \frac{\partial (L_{cp} i_c)}{\partial \alpha} \right|_{i=\text{const}}.$$

Если настройка ЭП производится на основании статической формы определения момента, то допускается относительная неточность в величине момента

$$\Delta m = \frac{m - m_{cm}}{m} = \left[1 + \frac{\partial (L_{cp} i_c)}{\partial \alpha} \bigg/ \frac{\partial (L_p i_p)}{\partial \alpha} \right]^{-1},$$

связанная с отношением скоростей изменения потокосцеплений взаимной индукции и самоиндукции ротора по координате перемещения. В переходных процессах указанная неточность, воспринимаемая регулятором как ошибка, может достигать десятков процентов, и ее компенсация в замкнутой системе регулятора момента требует значительных энергетических затрат от источника питания.

3.7. НОВЫЕ МЕТОДЫ ОПРЕДЕЛЕНИЯ ЭЛЕКТРОМАГНИТНОГО МОМЕНТА ТРЕХФАЗНЫХ АСИНХРОННЫХ ДВИГАТЕЛЕЙ

Предложена инженерная методика расчета электромагнитных моментов асинхронного двигателя (АД) на основе энергобаланса фазы ротора в частных производных, позволяющая существенно упростить

решение задачи определения моментов и способствующая дальнейшему развитию методов исследования.

Прежде всего, отметим некоторые особенности общепринятых подходов к исследованию АД. Величины, характеризующие режим работы, например, электромагнитный момент, вычисляются исходя из приложенного напряжения и полного сопротивления машины. Различные режимы работы или процессы в машине определяются различными сопротивлениями с привлечением теории вращающегося поля. При этом для симметричной машины токи статора или ротора не относят к какой-либо определенной фазе статора или ротора. Следствием указанного подхода является независимость взаимного реактивного сопротивления от положения ротора.

Пульсационность взаимного реактивного сопротивления на угле поворота связывают с зубчатой структурой и возможной несимметричностью распределения ее по окружности. Последующим введением коэффициентов Картера устраняют пульсационный характер в функции угла поворота. Подчеркнем, что общепринятый подход устанавливает некоторую независимость только полного взаимного реактивного сопротивления АД от угла поворота ротора, обусловленного взаимодействием всех фаз статора и ротора.

Из приведенных положений следует, что в установившемся режиме работы полное сопротивление машины постоянно, и пульсации электромагнитного момента, а следовательно, и частоты вращения могут иметь место только за счет синусоидального изменения напряжения с частотой источника питания. Однако экспериментальные исследования частоты вращения установившегося режима работы АД устанавливают наличие пульсаций при любых скоростях движения. Причем амплитуда и частота пульсаций различны и зависят от скорости движения. Минимальные пульсации частоты вращения имеют место в режиме, близком к идеальному холостому ходу. Известные зависимости для определения электромагнитного момента в установившемся режиме работы не могут объяснить факт наличия указанных пульсаций.

Рассмотрим установившийся режим постоянства скорости вращения АД с фазным ротором. Принимаем, что магнитная цепь машины линейна, и число пар полюсов ротора равно числу пар полюсов статора. Поскольку для установившегося режима мгновенная частота вра-

щения может быть принята постоянной, то рассматриваемый режим характеризуем постоянством средней частоты вращения. Здесь и в дальнейшем под частотой вращения ротора (ω_p) принимаем ее среднее значение ($\omega_{p\text{ ср}} = \omega_p$).

Для упрощения выкладок считаем, что каждая из фаз статора подключена к регулируемому источнику тока, обеспечивающему закон изменения тока в фазе

$$i_c = I_m \sin(\omega t - \varphi_\Phi).$$

Предусматривая экспериментальную проверку полученных результатов теоретических исследований, определим на первом этапе значение электромагнитного момента АД в номинальном режиме работы. Согласно методике первичным является уравнение цепи фазы ротора в частных производных

$$-i_p r_p = \frac{\partial \psi_{ip}}{\partial t} + \frac{\partial \psi_{вн}}{\partial t} + \omega_p \frac{\partial (\psi_{ip} + \psi_{вн})}{\partial \alpha}.$$

Введем понятия индуктивности и взаимоиנדуктивности

$$\psi_{ip} = L_p i_p; \quad \psi_{вн} = pM_A i_A + pM_B i_B + pM_C i_C.$$

Здесь индуктивность ротора принимается постоянной ($L_p = \text{const}$), а внешнее потокосцепление по отношению к рассматриваемой фазе ротора определяется на двойном полюсном делении суммой произведений взаимоиנדуктивности и фазы ротора с фазами A, B, C статора и соответствующих токов в фазах статора.

Так как определяется мгновенное значение внешнего потокосцепления, то зафиксируем, например, что в рассматриваемый момент времени оси фаз A статора и ротора совпадают. В этом случае закон изменения мгновенного значения взаимоиנדуктивности фазы A ротора и фазы A статора от угла поворота ротора (α) имеет вид

$$M_A = M_m \cos \alpha,$$

т.е. рассматривается как алгебраическая величина. С учетом пространственного сдвига фаз и временного сдвига токов в фазах статора можно определить внешнее потокосцепление выражением

$$\psi_{\text{BH}} = p \left[M_m \cos \alpha I_m \sin \omega t + M_m \cos(\alpha - 120^\circ) I_m \sin(\omega t - 120^\circ) + \right. \\ \left. + M_m \cos(\alpha - 240^\circ) I_m \sin(\omega t - 240^\circ) \right],$$

и представить суммой шести составляющих

$$\psi_{\text{BH}} = p \frac{M_m I_m}{2} [\sin(\omega t - \alpha) + \sin(\omega t - \alpha) + \sin(\omega t - \alpha) + \sin(\omega t + \alpha) + \\ + \sin(\omega t + \alpha - 240^\circ) + \sin(\omega t + \alpha - 480^\circ)]_{\text{вс}}$$

причем сумма трех последних составляющих равна нулю. Итак, мгновенное значение внешнего потокосцепления

$$\psi_{\text{BH}} = \frac{3}{2} p M_m I_m \sin(\omega t - \alpha).$$

Тогда уравнение цепи фазы ротора приводится к виду

$$-i_p r_p - L_p \frac{\partial i_p}{\partial t} - \omega_p L_p \frac{\partial i_p}{\partial \alpha} = \frac{3}{2} p M_m I_m (\omega - \omega_p) \cos(\omega t - \alpha).$$

Установившееся значение тока фазы ротора определяется выражением

$$i_{\text{py}} = -\frac{3}{2} p \frac{M_m I_m (\omega - \omega_p) \cos(\omega t - \alpha - \varphi_y)}{\sqrt{r_p^2 + (\omega - \omega_p)^2 L_p^2}},$$

где $\text{tg} \varphi_y = (\omega - \omega_p) L_p / r_p$.

Поскольку вычисляется электромагнитный момент, соответствующий номинальной частоте вращения ($\omega_p = \omega_{\text{p ср}} = \omega_{\text{ном}}$), то индуктивным сопротивлением ротора можно пренебречь. Тогда

$$i_{\text{py}} = -\frac{3}{2} \frac{p}{r_p} M_m I_m (\omega - \omega_p) \cos(\omega t - \alpha).$$

Уравнение энергетического баланса в частных производных имеет вид

$$-i_p^2 r_p = L_p i_p \frac{\partial i_p}{\partial t} + \frac{\partial \psi_{BH}}{\partial t} + \omega_p i_p \left(L_p \frac{\partial i_p}{\partial \alpha} + \frac{\partial \psi_{BH}}{\partial \alpha} \right).$$

Так как последняя составляющая в правой части энергетического баланса определяет механическую мощность одной фазы ротора, то мгновенное значение электромагнитного момента АД выражается зависимостью

$$m = 3i_{py} \left(L_p \frac{\partial i_p}{\partial \alpha} + \frac{\partial \psi_{BH}}{\partial \alpha} \right),$$

мгновенное значение электромагнитного момента для установившейся средней частоты вращения, равной номинальному значению, имеет вид

$$m_{y_{ном}} = \frac{27}{4} p^2 \frac{(\omega - \omega_{ном}) M_m^2 I_m^2}{r_p} \times \\ \times \left[(\omega - \omega_{ном}) \frac{L_p}{r_p} \cos(\omega t - \alpha) \sin(\omega t - \alpha) + \cos^2(\omega t - \alpha) \right]$$

и вводя понятие номинального скольжения

$$s_H = \frac{\omega - \omega_{ном}}{\omega}$$

и учитывая, что

$$\alpha = \omega_{ном} t,$$

получим

$$m_{y_{ном}} = \frac{27}{4} p^2 \frac{\omega s_H M_m^2 I_m^2}{r_p} \left[\frac{s_H \omega L_p}{r_p} \cos s_H \omega \sin s_H \omega t + \cos^2 s_H \omega t \right].$$

Электромагнитный момент при среднем значении частоты вращения ротора, равной номинальному значению, имеет пульсационный характер

3.8. ПУЛЬСАЦИОННОСТЬ ЭЛЕКТРОМАГНИТНОГО МОМЕНТА

Электромагнитный момент при среднем значении частоты вращения ротора, равной номинальному значению, имеет пульсационный характер. Следовательно, среднее значение момента за один оборот вращения ротора должно быть равно значению номинального электромагнитного момента, т.е.

$$m_{\text{ном}} = m_{y \text{ ср}} = \frac{1}{T} \int_0^T m_{y \text{ ном}} dt = \frac{\omega_{\text{сн}}}{2\pi} \int_0^{2\pi/\omega_{\text{сн}}} m_{y \text{ ном}} dt =$$

$$= \frac{27}{8} p^2 \frac{\omega_{\text{сн}} M_m^2 I_m^2}{r_p} = \frac{27}{4} p^2 \frac{\omega_{\text{сн}} M_m^2 I^2}{r_p},$$

где I – действующее значение тока фазы статора.

Здесь отметим, что при выводе выражения для определения электромагнитного момента в установившемся режиме (кроме номинального значения) не следует использовать общеизвестные схемы замещения АД с параметрами намагничивающей ветви, не зависящими от угла поворота ротора. Действительно, указанная схема трактуется как схема замещения фазы статора и фазы ротора. Однако параметры этих схем определены на основании теории вращающегося магнитного поля, т.е. при воздействии трех фаз статора на фазу ротора. Именно поэтому главное реактивное сопротивление в известных схемах замещения не зависит от угла поворота ротора.

Отмеченный аспект имеет важное методологическое значение. Рассматривая изначально физические явления в машине при воздействии трех фаз статора, устраняется процесс образования вращающегося магнитного поля, а в дальнейшем изменение параметров двигателя в различных режимах увязываем только с величиной магнитного поля. Такой подход несостоятелен при рассмотрении переходных процессов,

так как силовое воздействие электромагнитного поля в машине примерно равно действию магнитного поля только в установившихся режимах ($\omega_p = \text{const}$).

Причем удовлетворительная точность расчета, исходя из силового воздействия только магнитного поля, наблюдается при скольжениях, близких к номинальным режимам. Достоверность зависимости проверялась на двигателе АОК2-51-6У3-S1, имеющем номинальные данные: 4 кВт; $\eta = 82 \%$; $\cos\varphi = 0,78$; $n_n = 955$ об/мин; $\Delta/Y-220$ В/380 В; $\Delta/Y-16$ А/10 А.

Сопروتivление цепи фазы ротора постоянно при температуре окружающей среды 15°C составляло 0,49 Ом. Сопротivление цепи фазы ротора, измеренное после четырех часов работы при номинальной нагрузке, составляло 0,59 Ом. Момент на валу двигателя поддерживался на уровне номинального значения $m_{\text{ном}} = (40 \dots 40,2)$ Нм. Действующее значение тока статора при соединении обмоток треугольником и скольжении $S_n = 0,045$ находилось на уровне 10 А. Момент холостого хода составлял значение $m_{\text{хх}} = (0,8 \dots 1)$ Нм. Электромагнитный момент на основании экспериментальных данных имел значение $m_{\text{эм}} = (40,8 \dots 41,2)$ Нм. Значение максимальной взаимоиндуктивности составляло $M_m = 0,044$ Гн. Определенно по действующим значениям тока фазы статора (при подключении к сети трех фаз статора и разомкнутом роторе) и фазным напряжением ротора.

Расчетное значение среднего электромагнитного момента по зависимости при номинальном скольжении определяется величиной 43 Нм. Действительное значение – 41 Нм. Погрешность расчета составляет 4,8 %.

Экспериментальные исследования показывают, что при установившемся значении частоты вращения статический момент нагрузки на двигателе уравнивается средним электромагнитным моментом АД ($m_{\text{ном}} = m_{\text{уср}}$).

Определим соотношение между мгновенным значением электромагнитного момента и его средней величиной в номинальном режиме работы. Первой составляющей в скобках выражения можно пренебречь, так как индуктивность фазы ротора имеет малое значение. Например, для двигателя АОК2-51 $L_p = 0,0007$ Гн, и амплитуда указан-

ной составляющей равна 0,0167. Поэтому в номинальном режиме работы АД

$$m_{y\text{ном}} = m_{y\text{ср}} + m_{y\text{ср}} \cos 2s_{\text{н}}\omega t = m_{\text{ном}} + m_{\text{ном}} \cos 2s_{\text{н}}\omega t.$$

Соответственно, максимальное значение мгновенного электромагнитного момента в номинальном режиме определяется соотношением

$$m_{y\text{ном}}^{\text{max}} = 2m_{\text{ном}}.$$

Колебательный характер изменения электромагнитного момента на двойном полюсном делении является принципиальной особенностью, которая присуща всем исполнениям АД и проявляется в пульсациях частоты вращения при любом способе ее регулирования.

Экспериментальные исследования двигателя с беспазовой структурой статора и ротора (двигатели с распределенным активным слоем статора и массивным ротором) также показывают наличие пульсаций частоты вращения при любой установившейся скорости движения, что подтверждает положение о возникновении рассматриваемых пульсаций на уровне принципа работы АД.

3.9. ДИНАМИЧЕСКИЙ ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫЙ МОМЕНТ

Динамический электромагнитный момент в переходных режимах, так же как и мгновенное значение момента для установившейся средней частоты вращения, определяется по выражению

$$m_{y\text{ном}} = \frac{27}{4} p^2 \frac{\omega s_{\text{н}} M_m^2 I_m^2}{r_p} \left[\frac{s_{\text{н}} \omega L_p}{r_p} \cos s_{\text{н}} \omega \sin s_{\text{н}} \omega t + \cos^2 s_{\text{н}} \omega t \right].$$

Покажем, что численные значения указанных моментов различны и не подлежат отождествлению. Рассмотрим прямой пуск АД от регулируемого источника синусоидального тока. Уставка действующего значения тока статора позволяет обеспечить пуск при соответствующем моменте нагрузки на конкретную частоту вращения.

Уравнение цепи фазы ротора в частных производных полностью применимо к исследованию переходного процесса. Для переходного тока фазы ротора получаем

$$\begin{aligned} i_p &= i_{py} + i_{св} = i_{py} + Ae^{-2pt/Lp} = \\ &= -\frac{3}{2}p \frac{M_m I_m (\omega - \omega_p) \cos(\omega t - \alpha - \varphi_y)}{\sqrt{r_p^2 + (\omega - \omega_p)^2 L_p^2}} + \frac{3}{2}p \frac{M_m I_m \omega \cos \varphi_k}{\sqrt{r_p^2 + \omega^2 L_p^2}} e^{-\frac{r_p t}{L_p}}, \end{aligned}$$

где $\operatorname{tg} \varphi_k = \omega L_p / r_p$.

Определяя

$$\frac{\partial i_p}{\partial \alpha} = -\frac{3}{2}p \frac{M_m I_m (\omega - \omega_p) \sin(\omega t - \omega_p t - \varphi_y)}{\sqrt{r_p^2 + (\omega - \omega_p)^2 L_p^2}},$$

$$\frac{\partial \psi_{вн}}{\partial \alpha} = -\frac{3}{2}p M_m I_m \cos(\omega t - \omega_p t)$$

при введении понятия скольжения получаем выражение динамического момента АД в виде

$$\begin{aligned} m &= \frac{27}{4} p^2 \frac{M_m^2 I_m^2 s \omega}{\sqrt{r_p^2 + s^2 \omega^2 L_p^2}} \times \\ &\times \left[\frac{s \omega L_p}{\sqrt{r_p^2 + s^2 \omega^2 L_p^2}} \sin(s \omega t - \varphi_y) \cos(s \omega t - \varphi_y) + \cos(s \omega t - \varphi_y) \cos(s \omega t) \right] - \\ &- \frac{27}{4} p^2 \frac{M_m^2 I_m^2 \omega \cos \varphi_k}{\sqrt{r_p^2 + \omega^2 L_p^2}} \left[\frac{s \omega L_p}{\sqrt{r_p^2 + s^2 \omega^2 L_p^2}} \sin(s \omega t - \varphi_y) + \cos(s \omega t) \right] e^{-\frac{r_p t}{2p}}. \end{aligned}$$

Напомним, что $\omega_p = \omega_{ср}$; $s \omega = \omega - \omega_p$.

Качественный характер зависимости динамического момента совпадает с известными зависимостями экспериментальных исследований. Из соотношения следует очевидность следующих положений:

– понятия мгновенного значения электромагнитного момента в установившемся режиме работы и мгновенного значения динамического момента не могут быть отождествлены;

– значения пускового динамического момента и момента установившегося короткого замыкания АД различны.

Поскольку в любых режимах работы АД частота вращения имеет постоянную и пульсационную составляющие, обусловленные соответственно средним и пульсационным электромагнитными моментами, то возникает вопрос о достижимом диапазоне регулирования частоты вращения.

При решении этой задачи будем считать, что при работе на любой частоте вращения двигатель преодолевает статический момент нагрузки, численно равный среднему электромагнитному моменту, и мгновенное значение частоты вращения не может иметь отрицательного знака. Последнее условие определяет предельный диапазон при неизменном направлении вращения ротора.

Мгновенное значение электромагнитного момента установившегося режима работы в виде

$$m_y = \frac{27}{4} p^2 \frac{M_m^2 I_m^2 s \omega}{\sqrt{r_p^2 + s^2 \omega^2 L_p^2}} \frac{s \omega L_p}{\sqrt{r_p^2 + s^2 \omega^2 L_p^2}} \frac{\sin 2(s \omega t - \varphi_y)}{2} +$$

$$+ \frac{1}{2} \cos \varphi_y + \frac{\cos(2s \omega t - \varphi_y)}{2}$$

откуда следует выражение среднего электромагнитного момента

$$m_{cp} = \frac{27}{4} p^2 \frac{M_m^2 I_m^2 s \omega}{\sqrt{r_p^2 + s^2 \omega^2 L_p^2}} \frac{\cos \varphi_y}{2},$$

Для решения задачи используем уравнение механического равновесия

$$m_y - m_{cp} = J \frac{d\omega_{вр}}{dt},$$

где J – момент инерции, приведенный к валу двигателя; $\omega_{вр}$ – мгновенное значение частоты вращения ротора.

Подставив m_y , m_{cp} и равенство

$$\sin \varphi_y = \frac{s\omega L_p}{\sqrt{r_p^2 + s^2\omega^2 L_p^2}},$$

уравнение $m_y - m_{cp} = J \frac{d\omega_{вр}}{dt}$ приводится к зависимости

$$m_{cp} \operatorname{tg} \varphi_y \sin 2(s\omega t - \varphi_y) + m_{cp} \frac{\cos(2s\omega t - \varphi_y)}{\cos \varphi_y} = J \frac{d\omega_{вр}}{dt},$$

после ряда тригонометрических преобразований получим

$$m_{cp} \cos(2s\omega t - 2\varphi_y) = J \frac{d\omega_{вр}}{dt}.$$

Решением дифференциального уравнения является выражение

$$\frac{m_{cp}}{J2s\omega} \sin 2(s\omega t + \varphi_y) = \omega_{вр \max} - \omega_{вр \min} = \Delta\omega_{вр}.$$

Максимальные пульсации частоты вращения соответствуют условиям

$$\sin 2(s\omega t + \varphi_y) = 1; \quad \omega_{вр \min} = 0; \quad \omega_p = \omega_{cp} = \frac{\omega_{вр \max}}{2}.$$

Введение этих условий в дифференциальное уравнение приводит к алгебраическому уравнению

$$\omega_p^2 - \omega\omega_p + \frac{m_{cp}}{4J} = 0,$$

откуда определяется минимальное среднее значение частоты вращения ротора

$$\omega_{p \min} = \frac{\omega}{2} - \sqrt{\frac{\omega^2}{4} - \frac{m_{cp}}{4J}}.$$

Например, для испытательного стенда двигателя АОК2-51 приведенный момент инерции составлял значение $J = 0,5 \text{ Нмс}^2$. Среднее значение момента по экспериментальным данным равно 41 Нм. Тогда $\omega_p = 0,07 \text{ с}^{-1}$. Предельный диапазон регулирования частоты вращения

$$D = \frac{\omega}{\omega_{p \min}} = \frac{314}{0,07} = 4485.$$

Мгновенный электромагнитный момент установившегося короткого замыкания определяется

$$D = \frac{\omega}{\omega_{p \min}} = \frac{314}{0,07} = 4485.$$

Мгновенный электромагнитный момент установившегося короткого замыкания определяется из

$$m_{y \text{ КЗ}} = m_{cp \text{ КЗ}} + m_{cp \text{ КЗ}} \cos 2(\omega t - \varphi_k),$$

где

$$m_{cp \text{ КЗ}} = \frac{27}{4} p^2 \frac{M_m^2 I^2 \omega \cos \varphi_k}{\sqrt{r_p^2 + \omega^2 L_p^2}}.$$

Экспериментальные исследования двигателя АОК2-51 подтверждают пульсационный характер момента на полюсном делении. Например, для установившегося короткого замыкания при токах в фазах, близких к номинальному значению, измеренный момент составлял значения (3...5) Нм в зависимости от положения ротора.

Полученные формулы моментов позволяют рассматривать процессы в ЭМП в полном объеме при существовании пульсирующих, эллиптических и круговых полей.

4. ТЕОРИЯ ОБМОТОК

4.1. ОСНОВНЫЕ ЭЛЕМЕНТЫ ОБМОТОК. КЛАССИФИКАЦИЯ ОБМОТОК

1. Виток (секция), катушка, катушечная группа, фаза. Параллельные ветви.
2. Однофазные, многофазные.
3. Петлевые, волновые, последовательные, параллельные. Принципы построения.
4. Однослойные, двухслойные.
5. Концентрические, шаблонные и т.д.

4.2. СВЯЗЬ МАГНИТНОГО ПОЛЯ В ВОЗДУШНОМ ЗАЗОРЕ С ТОКОМ ОБМОТКИ

При создании ЭМП две обмотки, соответствующим образом расположенные в пространстве и возбуждаемые определенными токами, могут создавать магнитное поле, ось которого периодически меняет свое положение в воздушном зазоре.

Возникновение момента связывается с появлением сил взаимодействия второго магнитного поля с вращающимся полем. Основная формула момента выглядит следующим образом:

$$\mu = -\nu \pi p R l \delta H_m B_m \sin \nu \alpha_{cp}.$$

Она дает момент, развиваемый в результате взаимодействия двух синусоидально распределенных магнитных полей, характеризуемых величинами H_m и B_m и разделенных пространственным углом α_{cp} , кото-

рый измеряется в электрических градусах, определяемых числом полюсов основной гармонической, а ν есть порядок рассматриваемой гармоники.

В любой вращающейся машине можно найти величину развиваемого момента с помощью данного выражения, если известны составляющие магнитного поля в воздушном зазоре. В этом смысле очень полезным оказывается понятие вращающегося магнитного поля. Мощным средством исследования процесса создания вращающегося магнитного поля являются синусные обмотки.

Представим поперечный разрез модели, на котором видно расположение обмоток в воздушном зазоре. Направление токов показано точками и крестиками. Предположение об отсутствии результирующего аксиального тока машины означает, что количества точек и крестиков одинаковы, поскольку каждый из них представляет равную величину тока.

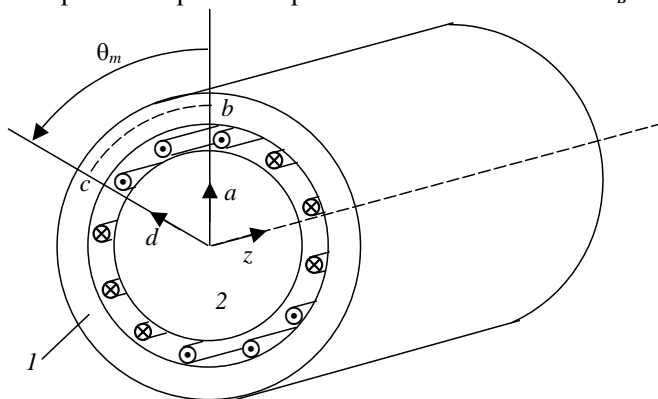
Для решения этой задачи, очевидно, удобна цилиндрическая система координат ρ , θ_m и z . Координатная ось z совпадает с осью машины и означает осевое расстояние. Полярные координаты ρ и θ_m характеризуют положение точки в плоскости, перпендикулярной оси z . Если ρ выбран равным радиусу воздушного зазора r , то угол θ_m определит положение точки в зазоре. В общем случае магнитное поле в воздушном зазоре будет иметь составляющие в направлении всех трех осей координат.

Однако поскольку нас интересует потокосцепление обмотки, расположенной на поверхности ротора или статора, очевидно, что существенной является только компонента, нормальная к поверхности, т.е. радиальная, направленная вдоль оси ρ , как функция координат ρ , θ_m , так как магнитное поле практически не зависит от координаты z . С учетом этих упрощений и допущения о бесконечной магнитной проницаемости стали ее решение становится очень простым.

На основании закона Ампера для замкнутого контура $abcd$ можно записать:

$$\oint_{abcd} H dl = \text{ток внутри контура.}$$

Для тех участков контура, которые проходят по стали, интеграл равен нулю, так как при бесконечно большой магнитной проницаемости стали H_c должна приближаться к нулю, для того чтобы индукция B_c имела конечную величину. Что касается воздушного зазора, то величина интеграла для этих участков просто равна произведению радиального размера δ зазора на напряженность поля в нем H_v . Считая по-



Цилиндрическая система координат в идеализированной машине:

1 – сталь статора; 2 – сталь ротора

ложительной H_v , направленную внутрь машины, можем записать уравнение в следующем виде:

$$\delta [H_v(\theta_m) - H_v(0)] = \text{ток внутри контура},$$

где $H_v(\theta_m)$ – радиальная составляющая напряженности поля в воздушном зазоре точки θ_m . Это уравнение справедливо для множества точек пространства в воздушном зазоре, положение которых характеризуется различными значениями θ_m .

Для каждого θ_m ток, заключенный внутри контура интегрирования, будет различным. Поскольку все контуры, проходящие через воздушный зазор, замыкаются в точке $\theta_m = 0$, $H_v(0)$ присутствует в каж-

дом уравнению и является константой для рассматриваемого случая. Если найден ток внутри контура и известна $H_B(0)$, можно решить уравнение относительно $H_B(\theta)$ и тем самым определить поле в воздушном зазоре.

4.3. ОБМОТОЧНАЯ ФУНКЦИЯ

Ток внутри любого замкнутого контура можно найти, подсчитав количество проводников внутри контура с учетом направления токов. Таким образом, уравнение можно записать в виде

$$\delta[H_B(\theta) - H_B(0)] = n_\theta(\theta)i,$$

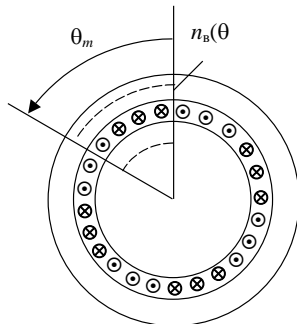
где $n_\theta(\theta)$ есть результирующее количество проводников с положительным током, заключенных между началом отсчета и произвольной осью, положение которой определяется углом θ (рисунок). Функция $n_\theta(\theta)$ характеризует обмотку, ее всегда можно найти, подсчитав проводники. Решив уравнение относительно $H_B(\theta)$, получим:

$$H_B(\theta) = \frac{n_\theta(\theta)}{\delta} i + H_B(0).$$

Определим $H_B(0)$ с помощью закона Гаусса для поверхности ротора, примыкающей к воздушному зазору. Площадь элементарного участка этой цилиндрической поверхности равна

$$dS = r d\theta dz.$$

Так как $H_B(\theta)$ нормальна к поверхности ротора, векторное произведение превращается в скалярное и получим интеграл



Определение $n_\theta(\theta)$

$$\oint_S \bar{\mathbf{B}} d\bar{\mathbf{S}} = \mu_0 R \int_0^l \int_0^{2\pi} H_B(\theta) d\theta dz = \mu_0 R \int_0^{2\pi} H_B(\theta) d\theta = 0.$$

Подставив в него $H_B(\theta)$, получим:

$$\int_0^{2\pi} \left[\frac{n_0(\theta)i}{\delta} + H_B(0) \right] d\theta = 0,$$

или

$$\int_0^{2\pi} \frac{n_0(\theta)}{\delta} i d\theta + \int_0^{2\pi} H_B(0) d\theta = 0.$$

Отсюда ясно, что

$$\int_0^{2\pi} H_B(0) d\theta = 2\pi H_B(0),$$

$$\bar{\mathbf{B}} d\bar{\mathbf{S}} = \mu_0 R \int_0^l \int_0^{2\pi} H_B(0) d\theta dz = \mu_0 R l \int_0^{2\pi} H_B(0) d\theta = 0,$$

$$\mu_0 R l H_B(0) \theta \Big|_0^{2\pi} = 0,$$

но

$$\mu_0 R l \left[\frac{n_0(0)i}{\delta} + H_B(0) \right] \theta \Big|_0^{2\pi} = 0,$$

или

$$\mu_0 R l \left[\frac{n_0(\theta)i}{\delta} 2\pi + H_B(0) 2\pi \right] = 0, \quad H_B(0) = -\frac{n_0(\theta)i}{\delta},$$

$$H_B(0) = -\frac{i}{\delta} \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} n_0(\theta) d\theta = -\frac{i}{\delta} n_{\text{ср}}.$$

Поле в воздушном зазоре, таким образом, полностью определено через функцию $n_0(\theta)$.

Если теперь подставить выражение для $H_B(0)$, будем иметь:

$$H_B(\theta) = \frac{n_\theta(\theta)}{\delta} i - \frac{i}{\delta} n_{\theta\text{cp}} = \frac{i}{\delta} (n_\theta(\theta) - n_{\theta\text{cp}}).$$

Обозначим

$$N_\theta(\theta) = n_\theta(\theta) - n_{\theta\text{cp}}.$$

Напряженность поля в воздушном зазоре тогда запишется просто:

$$H_B(\theta) = \frac{i}{\delta} N_\theta(\theta).$$

Функцию $H_B(\theta)$ можно назвать обмоточной функцией. Ее можно получить путем подсчета проводников с током и последующего приведения результата к нулевому среднему значению на интервале $0 < \theta < 2\pi$.

Метод получения $N_\theta(\theta)$ иллюстрируется ниже примером. Следует подчеркнуть, что напряженность поля в воздушном зазоре $H_B(\theta)$ можно считать известной, как только найдена $N_\theta(\theta)$, поскольку их пространственное распределение совершенно одинаково, а величины отличаются в i/δ раз. Таким образом, задача определения характера магнитного поля в воздушном зазоре сводится к простейшей процедуре подсчета проводников с током для получения $N_\theta(\theta)$.

Существует простое соотношение между обмоточной функцией $N_\theta(\theta)$ и числом витков обмотки. Из определения $n_\theta(\theta)$ становится очевидным, что сумма положительного и отрицательного максимумов функции $N_\theta(\theta)$ в точности равна числу витков на пару полюсов.

Сумма положительного и отрицательного максимумов равна w/p . Распределение реальных обмоток симметрично, т.е. положительный и отрицательный максимумы $N_\theta(\theta)$ равны. В этом случае

$$2N_\theta = \frac{w}{p} - \text{число витков на пару полюсов}$$

или

$$N_{\theta} = \frac{w}{2p} - \text{число витков на полюс.}$$

$$H_{\text{вт}}(\theta) = \frac{i}{\delta} \frac{w}{2p}.$$

4.4. ПОТОКОСЦЕПЛЕНИЕ И ИНДУКТИВНОСТЬ ОБМОТКИ

Используем для расчета этих величин обмоточную функцию. Потокосцепление всякой обмотки определяется выражением

$$\Psi = \iint_S \mathbf{B} dS,$$

где S – любая поверхность, ограниченная проводниками, из которых состоит обмотка. Так как известно распределение магнитного поля в воздушном зазоре, логично выбрать соответствующую часть поверхности в воздушном зазоре для расчета. Этот элемент поверхности будет

$$dS = r d\theta dz.$$

Поле в воздушном зазоре $B_{\text{в}}(\theta)$ нормально к поверхности ротора, поэтому векторное произведение равно скалярному:

$$\Psi = \int_{z_{\theta m}} B_{\text{в}}(\theta) r d\theta dz.$$

Пределы интегрирования по z выбираются так, чтобы учесть всю аксиальную длину обмотки, т.е. $0 \leq z \leq l$. Интегрирование по z можно выполнить немедленно, так как результат не зависит от z :

$$\Psi = rl \int_{\theta} B_{\text{в}}(\theta) d\theta.$$

Окончательное вычисление потокоцепления осуществляется после выбора пределов интегрирования по пространственному углу θ_m . Они определяются особенностями конфигурации обмотки. Эти пределы следует устанавливать очень внимательно, чтобы они охватывали всю сложную поверхность области, ограниченной проводниками обмотки.

Для того чтобы избежать неопределенности, необходимо принять правило знаков потокоцепления данной обмотки при заданном поле в воздушном зазоре. Поскольку выбор до некоторой степени может быть произвольным, наиболее удобно считать положительным потокоцепление обмотки, обусловленное ее собственным током. Тогда окончательное выражение для потокоцепления

$$\psi = Rl \int_0^{2\pi} N_\theta(\theta) B_\theta(\theta) d\theta.$$

Поскольку индуктивность какой-либо обмотки, например 1, равна отношению потокоцепления к току, то после соответствующих подстановок получим

$$L_1 = \frac{\psi_1}{i_1} = \frac{\mu_0 Rl}{\delta} \int_0^{2\pi} [N_\theta(\theta)]^2 d\theta.$$

Таким образом, собственную индуктивность, потокоцепление, а также взаимную индуктивность можно характеризовать, используя простые понятия обмоточной функции $N_\theta(\theta)$.

4.5. АНАЛИЗ ОБМОТОК

Магнитное поле в воздушном зазоре, потокоцепление, собственные и взаимные индуктивности обмоток довольно просто определяют через обмоточную функцию $N_\theta(\theta)$. Существует множество обмоток, используемых в ЭМП, каждая из них имеет свою собственную обмоточную функцию. Можно либо ограничиться обмотками определенного типа, либо на основе каких-то обобщающих методов продолжать анализ в общем виде.

Такие методы дает гармонический анализ Фурье. С его помощью функцию любой обмотки можно представить в виде бесконечной суммы гармонических членов с уменьшающимися амплитудами и периодами. Поскольку типичными членами этих рядов являются синусоидальные функции, можно ввести понятие синусоидальной обмоточной функции и мысленно представить синусную обмотку. Тогда, используя принцип наложения, нетрудно будет представить реальную обмотку в виде суммы гармонических членов, отражающих влияние отдельных синусных обмоток.

Обмоточная функция периодична, ее период равен 2π рад. У многополюсных обмоток период меньше 2π рад., так как обмоточная функция принимает повторяющиеся значения через каждую пару полюсов. Для того чтобы разложить в ряд Фурье обмоточную функцию, удобно ввести новую переменную, для которой каждая пара полюсов будет занимать 2π рад. Этой переменной будет электрический угол, который связан с геометрическим соотношением

$$\theta_s = p\theta.$$

Здесь p – число пар полюсов. Обмоточная функция, аргументом которой является электрический угол θ , всегда имеет период, равный 2π рад. Ее можно записать в виде

$$N_\theta(\theta) = \sum_{v=1}^{\infty} N_v \sin(v\theta + \varphi_n).$$

Существенно отметить, что когда в аналитических выражениях используется электрический угол, многополюсная машина не отличается от двухполюсной машины. Более того, v -я гармоника магнитного поля при этом представлена как компонента с периодом $2\pi/v$, а не $2\pi/p$. Все эти упрощения обусловили широкое распространение электрического угла. Далее будем использовать главным образом электрические углы.

Можно считать, что каждый член правой части соответствует обмотке, которая создает магнитное поле, синусоидально распределенное в воздушном зазоре. С этой точки зрения реальную обмотку можно разбить на бесконечное число отдельных обмоток, каждая из которых

создает синусоидально распределенное поле. Все обмотки соединяются последовательно, их числа полюсов прогрессивно увеличиваются.

Эти обмотки называют синусными, причем ту, которая имеет наибольший период, считают «основной», а остальные – «гармоническими». Таким образом, обмотка, характеризующаяся обмоточной функцией $N_{\theta}(\theta_m)$, заменяется набором синусных обмоток, характеризующихся обмоточными функциями $N_v \sin(v\theta + \varphi)$. К счастью, с увеличением v обычно быстро уменьшается величина N_v и для практических целей редко бывает необходимо учитывать более чем несколько членов ряда.

В машинах многих типов гармоник создают нежелательные явления, и приходится принимать меры для их уменьшения или уничтожения. В случае эффективности этих мер можно получить адекватный результат, пренебрегая всеми обмотками, кроме основной.

Прежде всего, все реальные обмотки выполняются так, чтобы создавать идентичные северные и южные полюса, поэтому ряд Фурье не будет содержать четных гармоник. Кроме того, обмотки создают поле, симметричное относительно центра полюса, т.е. при надлежащем выборе начала отсчета θ всякая обмотка может быть представлена рядом, содержащим только синусоидальные члены или только косинусоидальные. Наконец, если обмотка имеет укороченный шаг, можно найти коэффициенты k_{pn} и k_{yn} , через которые обмоточная функция будет записана как

$$N_{\theta}(\theta) = \frac{4}{\pi} \frac{w}{2p} \sum_{v=1,3,5}^{\infty} \frac{k_{pv} k_{yv}}{v} \sin v\theta ,$$

где w – число витков фазы; p – число пар полюсов; k_{pn} – коэффициент распределения для n -й гармонической; k_{yn} – коэффициент укорочения для n -й гармонической; $w/2p$ – число витков на полюс и фазу.

Коэффициенты k_{pn} и k_{yn} рассчитаны и собраны в таблицы, которые приводятся во многих книгах по электрическим машинам. Используя их, гораздо проще разложить $N_{\theta}(\theta_m)$ в ряд Фурье, так как при этом не приходится прибегать к обычным методам расчета коэффициентов Фурье.

Предельная простота выражений позволяет нам и далее использовать синусную обмотку как центральное понятие, с помощью которого строится теория вращающихся машин.

Тот факт, что берется за основу синусная обмотка, совсем не означает, что, конструируя реальные машины, следует стремиться снабжать их идеальными синусными обмотками. Ни ротор, ни статор машины постоянного тока не имеют синусоидальной обмоточной функции, и мы не пытаемся сделать их синусоидальными. Поля всех гармонических ротора и статора в машине постоянного тока неподвижны относительно друг друга, т.е. поля ротора и статора с равными числами полюсов могут взаимодействовать и создавать полезный момент.

В многофазных машинах переменного тока обмотки распределены в пазах, и каждая катушечная сторона занимает пространство, меньше чем π рад. Шаг и распределение обмотки выбираются так, чтобы снизить до минимума высшие гармонические н.с. Это приближает обмотку к идеальной модели, описанной выше. Синусная обмотка зачастую является вполне приемлемой аппроксимацией реальной обмотки. Если рассматриваются шумы в машине или радиальные деформации статора, следует учитывать все гармонические.

4.6. ПРОСТРАНСТВЕННЫЕ ВЕКТОРА

Запишем выражение для индукции магнитного поля одной синусной обмотки:

$$B_1 = \frac{\mu_0}{\delta} i_1 N_1 \cos(\theta - \varphi_1) .$$

Здесь $N_1 \cos(\theta - \varphi_1)$ есть обмоточная функция синусной обмотки. Напомним, что N_1 – число витков на один полюс. Если по обмотке проходит переменный ток

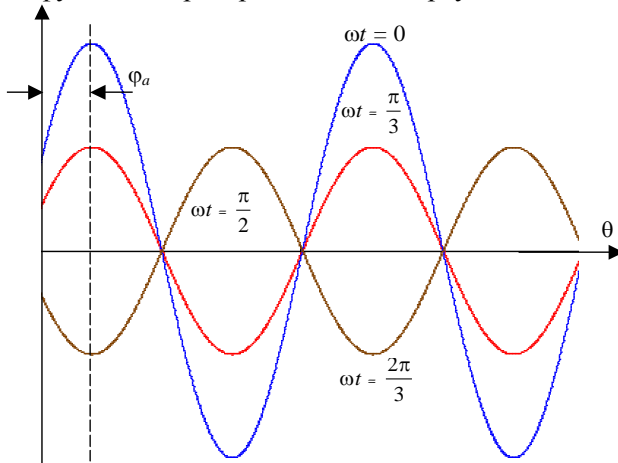
$$i_1 = I_{mv} \cos \omega t ,$$

то обмотка создаст в воздушном зазоре поле

$$B_1(\theta, t) = \frac{\mu_0 N_1 I_m}{\delta} \cos \omega t \cos(\theta - \varphi_1) .$$

Это магнитное поле является функцией как времени, так и пространственной координаты. На рисунке показано его распределение в пространстве для различных моментов времени. Это поле не движется в пространстве, но изменяется во времени, поэтому его можно назвать стационарным пульсирующим полем.

Поскольку поле является гармонической функцией пространственного угла, его можно представить в виде пространственного вектора. Такое представление совершенно аналогично использованию временных векторов для упрощения расчетов при синусоидальных напряжениях и токах. Различие состоит только в том, что в данном случае вектор является функцией пространственного аргумента, а не временного.



$$\theta_a(\theta, t) = \theta_p \cos \omega t \cos(\theta - \varphi_a)$$

Неподвижное в пространстве пульсирующее
магнитное поле

Рассуждая так же, как при изображении векторов на временной комплексной плоскости, запишем пространственную функцию на основании формулы Эйлера

$$B_1(\theta, t) = \frac{\mu_0 N_1 I_m}{\delta} \cos \omega t \operatorname{Re} \left[e^{j(\theta - \varphi_1)} \right].$$

Учитывая, что действительная часть показательной комплексной функции равна косинусоиду, уравнение можно переписать как

$$B_1(\theta, t) = \frac{\mu_0 N_1 I_m}{\delta} \cos \omega t \operatorname{Re} \left[e^{j(-\theta + \varphi_1)} \right].$$

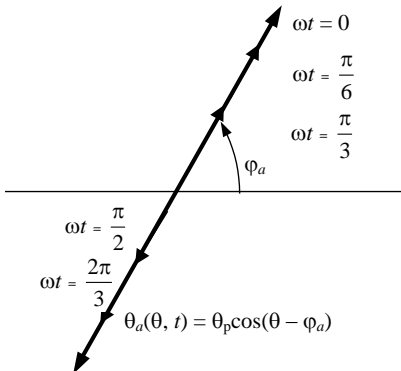
Наиболее существенной информацией в выражениях являются величина функции и фазовый угол. Определим пространственный вектор индукции таким образом:

$$\mathbf{B}_1 = \frac{\mu_0 N_1 I_m}{\delta} \cos \omega t \operatorname{Re} e^{j\varphi_1} = \left[\frac{\mu_0 N_1 I_m}{\delta} \cos \omega t \right] \angle \varphi_1.$$

В качестве пространственного угла вектора выбирается отрицательная часть аргумента пространственной функции B_a . В этом нет ничего необычного. Для того чтобы перейти от вектора к пространственной функции, необходимо только умножить его на $e^{-j\omega}$ и взять действительную часть. Преимущество выбранного определения пространственного вектора станет очевидным, когда рассмотрим его графическую интерпретацию и связь с расположением поля, которое он представляет.

Графически пространственный вектор изображается прямой линией, имеющей величину

$$|B_a| = \frac{\mu_0 N_a I_m}{g} \cos \omega t.$$



Линия расположена под углом, φ_a к горизонтальной линии (рисунок). Величина вектора для рассматриваемого случая является косинусоидальной функцией времени, в соответствии с этим изменяется длина линии. При том определении, которое было дано пространственному вектору, его расположение совпадает

с положительным максимумом поля в воздушном зазоре. Иными словами, пространственный вектор имеет то же направление, что и ось магнитного поля. Более того, величина вектора точно равна амплитуде поля воздушного зазора. Пространственный вектор, таким образом, в наиболее сжатой форме дает всю необходимую информацию о синусоидальном поле в воздушном зазоре.

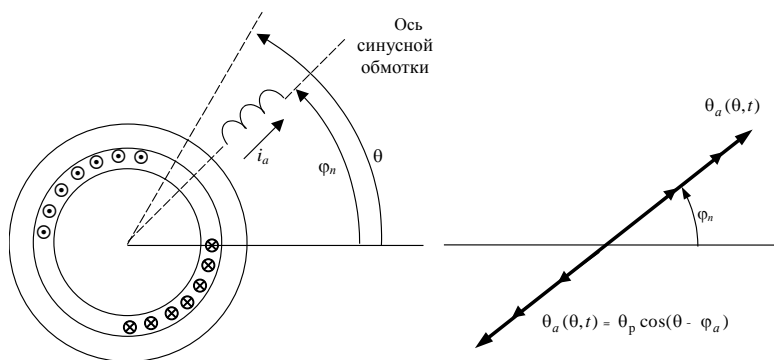
В рассматриваемом частном случае пространственный вектор всегда направлен под углом φ_a и его величина изменяется во времени. Соответственно ось поля в воздушном зазоре всегда расположена под углом φ_a , а величина поля переменна во времени.

Хотя поле строго описывается выражением и графиком, представление его в виде пространственного вектора выглядит много проще.

4.7. ПРОСТРАНСТВЕННЫЙ ВЕКТОР ФАЗЫ ОБМОТКИ

Магнитному полю одной синусной обмотки, возбуждаемой синусоидальным током, можно дать интересную и важную интерпретацию, если изменить формулу с помощью равенства

$$\cos A \cos B = \frac{1}{2} \cos(A + B) + \frac{1}{2} \cos(A - B).$$



Соотношение между расположением обмотки и синусоидально распределенного тока

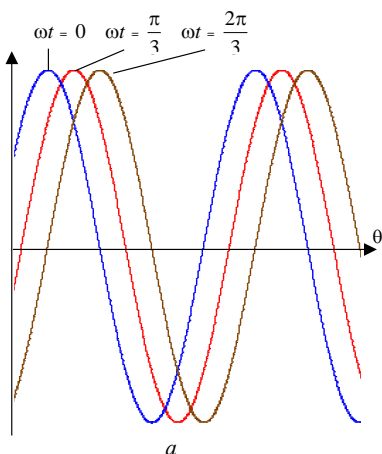
В результате получится:

$$B_a(\theta, t) = \frac{\mu_0 N_a I_m}{2g} [\cos(\theta + \omega t - \varphi_a) + \cos(\theta - \omega t - \varphi_a)].$$

Здесь отдельные компоненты обозначены как:

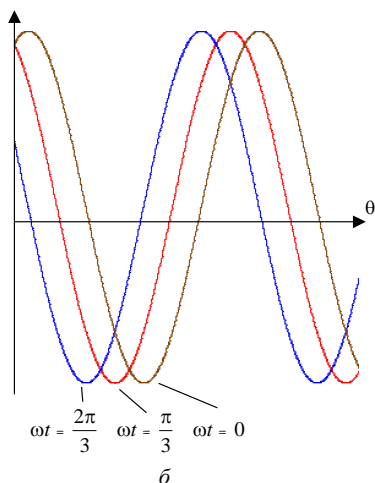
$$B_{ab} = \frac{\mu_0 N_a I_m}{2g} \cos(\theta + \omega t - \varphi_a);$$

$$B_{af} = \frac{\mu_0 N_a I_m}{2g} \cos(\theta - \omega t - \varphi_a).$$



Их графики изображены на рисунке для различных величин ωt . Из рисунков видно, что каждая из этих функций представляет собой пространственную волну с постоянной амплитудой, перемещающуюся в воздушном зазоре, т.е. каждая компонента является вращающимся полем неизменной величины.

Следовательно, уравнение показывает, что всякая синусная обмотка с синусоидальным током создает два одинаковых и постоянных по величине магнитных поля, вращающихся в противоположные стороны. Это результат можно лучше представить себе, если использовать пространственные векторы. В векторной форме B_{af} и B_{ab} будут:



Вращающиеся магнитные поля:
 а – прямо вращающаяся волна B_{af} ;
 б – обратно вращающаяся волна

$$B_{ab} = \frac{\mu_0 N_a I_m}{2g} \sin \varphi_a - \omega t = |B_{ab}| \sin \varphi_a - \omega t;$$

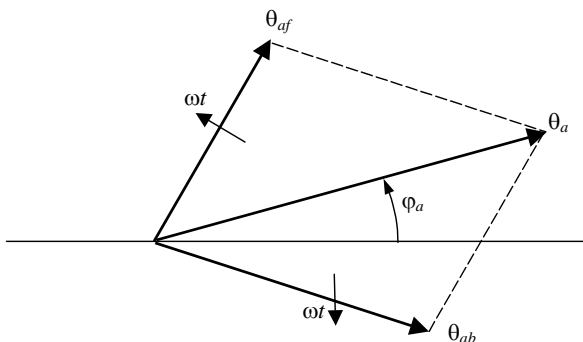
$$B_{af} = \frac{\mu_0 N_a I_m}{2g} \sin \varphi_a + \omega t = |B_{af}| \sin \varphi_a + \omega t.$$

Пространственные углы этих векторов линейно зависят от времени, причем угол вектора \vec{B}_{af} увеличивается, вектора \vec{B}_{ab} уменьшается. Векторная сумма этих двух компонент, вращающихся в противоположные стороны, всегда равна вектору \vec{B}_a .

Идея о разделении пульсирующего поля одной обмотки на два противоположно вращающихся поля оказывается очень полезной. Она показывает метод получения отдельного вращающегося поля в воздушном зазоре путем определенного расположения ряда обмоток в пространстве. Не следует смешивать прямо- и обратно вращающиеся поля. В выражениях прямовращающаяся волна имеет аргумент $\theta - \omega t$, а соответствующий пространственный вектор согласно определению вращается в положительном направлении.

Прежде чем исследовать поле нескольких обмоток, следует установить связь между скоростью вращения поля, параметрами машины и частотой сети. Зависимости показывают, что за один период тока (ωt изменяется на 2π) поле поворачивается точно на 2π эл. рад. В соответствии с этим скорость поля равна угловой частоте сети

$$\omega_r = \omega, \text{ эл. рад/с.}$$



Представление полей, вращающихся в противоположные стороны, в виде пространственных векторов

Скорость поля в другой размерности будет:

$$\omega_c = \frac{\omega}{p} = \frac{2\pi f}{p}, \text{ мех. рад/с,}$$

или

$$n = \frac{f}{p}, \text{ об/с,}$$

$$n = \frac{60f}{p}, \text{ об/мин.}$$

Можно n -ю гармоническую основного поля представить в виде:

$$B_{an} = \frac{\mu_0 N_a}{g} I_m \cos(n\theta - n\varphi).$$

Ее можно разделить на две вращающиеся составляющие

$$B_{an} = \frac{\mu_0 N_a}{g} I_m \left[\cos(n\theta + \omega t - n\varphi) + \cos(n\theta - \omega t - n\varphi) \right].$$

Следовательно, n -я гармоническая пульсирующего поля также может быть представлена посредством двух вращающихся компонент.

Однако за время одного периода возбуждающего тока n -я гармоническая поля перемещается только на $2\pi/n$ эл. рад. Ее скорость вращения равна:

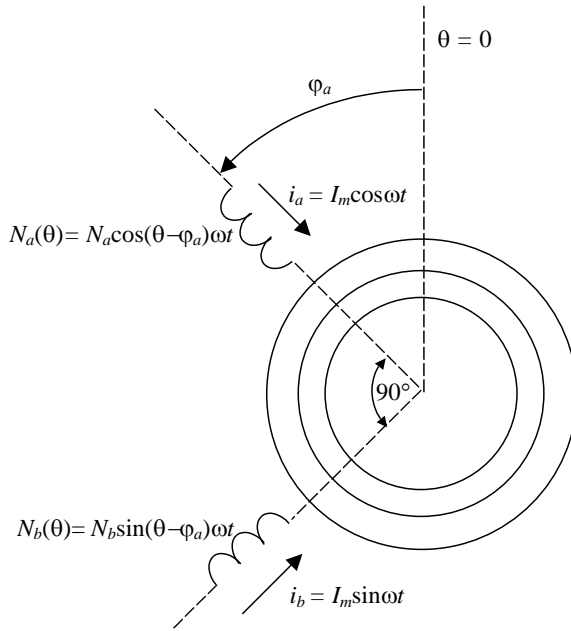
$$\omega_{jn} = \frac{\omega}{n} = \frac{\omega_j}{n}, \text{ эл. рад/с.}$$

Таким образом, n -я гармоника поля вращается в n раз медленнее основной, что будет учтено при дальнейшем изложении.

4.8. МНОГОФАЗНЫЕ ОБМОТКИ

Проблема создания одного вращающегося поля постоянной величины может быть решена путем правильного расположения в пространстве двух или более однофазных обмоток так, чтобы уничтожить обратно вращающееся поле.

Простейшим средством достижения этого результата является симметричная двухфазная обмотка. Она состоит из двух обмоток, магнитные оси которых ориентированы под прямым углом друг к другу, а токи сдвинуты по фазе времени на 90° . Пространственный и временной сдвиги на 90° позволяют заменить косинусоидальные функции на



Двухфазная обмотка

синусоидальные функции. Схема с соответствующими обозначениями функций представлена на рисунке. Дополнительная обмотка b имеет синусоидальное распределение и создает поле

$$\begin{aligned}
 B_b(\theta, t) &= \frac{\mu_0 N_b}{g} I_m \cos(\omega t - 90^\circ) \cos(\omega t - 90^\circ - \varphi_a) = \\
 &= \frac{\mu_0 N_b}{g} I_m \sin \omega t \sin(\theta - \varphi_a) .
 \end{aligned}$$

Используя равенство

$$\sin A \sin B = \frac{1}{2} \cos(A - B) - \frac{1}{2} \cos(A + B) ,$$

перепишем это выражение в виде суммы двух вращающихся составляющих:

$$B_b(\theta, t) = \frac{\mu_0 N_b I_m}{2g} [\cos(\theta - \omega t - \varphi_a) + \cos(\theta + \omega t - \varphi_a)].$$

Магнитное поле обмотки a описывается уравнением, которое для удобства приводится здесь

$$B_a(\theta, t) = \frac{\mu_0 N_a I_m}{2g} [\cos(\theta - \omega t - \varphi_a) + \cos(\theta + \omega t - \varphi_a)].$$

Результирующее магнитное поле равно сумме B_a и B_b :

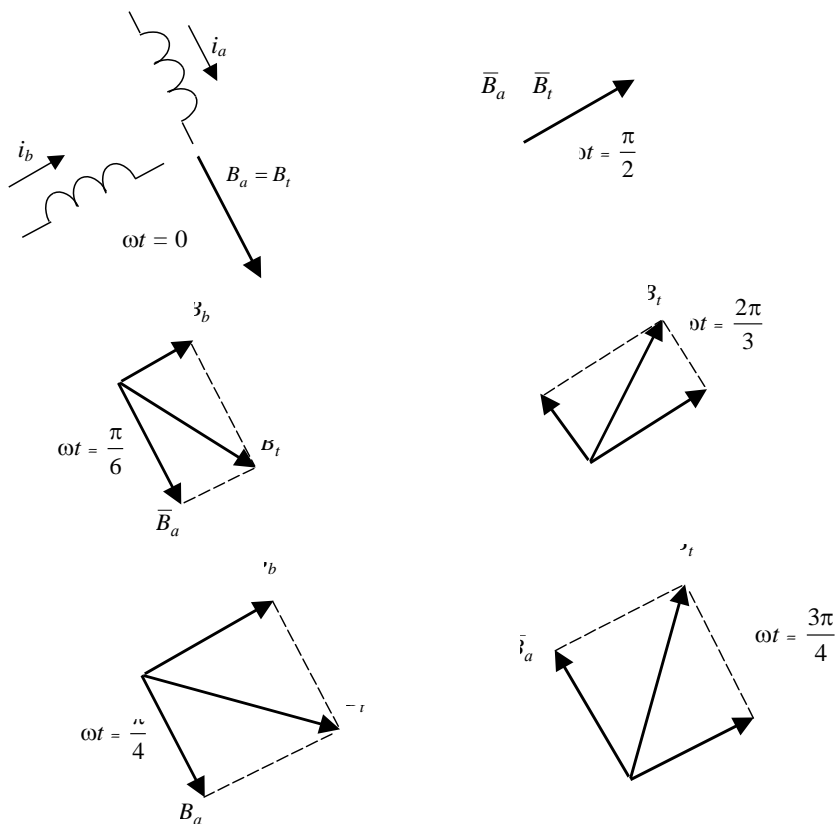
$$B(\theta, t) = B_a(\theta, t) + B_b(\theta, t).$$

При $N_a = N_b$ обратно вращающиеся поля обмоток равны и противоположно направлены. Поэтому результирующее поле в машине будет

$$B(\theta, t) = \frac{\mu_0 N_a I_m}{g} \cos(\theta - \omega t - \varphi_a).$$

Рассмотрим процесс создания вращающегося поля двухфазной обмоткой с несколько иной точки зрения. На диаграммах показаны пространственные векторы магнитного поля каждой обмотки и результирующего поля для различных значений ωt . Обратите внимание на то, как изменяются величины обоих векторов, в то время как величина суммарного вектора остается постоянной при его вращении в пространстве. Пространственные векторы отражают два важных свойства двухфазного вращающегося поля: во-первых, его величина равна амплитуде каждого из полей отдельных обмоток; во-вторых, ось вращающегося поля совпадает с осью обмотки, когда по ней проходит максимальный ток. Эти факты понадобятся нам в дальнейшем.

Еще один практический метод создания вращающегося поля связан с использованием симметричной трехфазной обмотки.

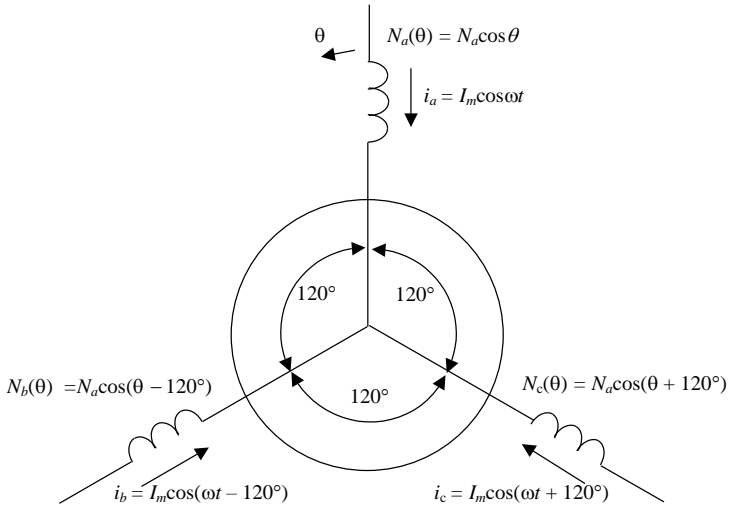


Пространственные векторные диаграммы, иллюстрирующие вращающееся поле двухфазной обмотки

Такая система создает следующие составляющие поля:

$$\begin{aligned}
 B_a(\theta, t) &= \frac{\mu_0 N_a I_m}{g} \cos \theta \cos \omega t = \\
 &= \frac{\mu_0 N_a I_m}{2g} [\cos(\theta - \omega t) + \cos(\theta + \omega t)];
 \end{aligned}$$

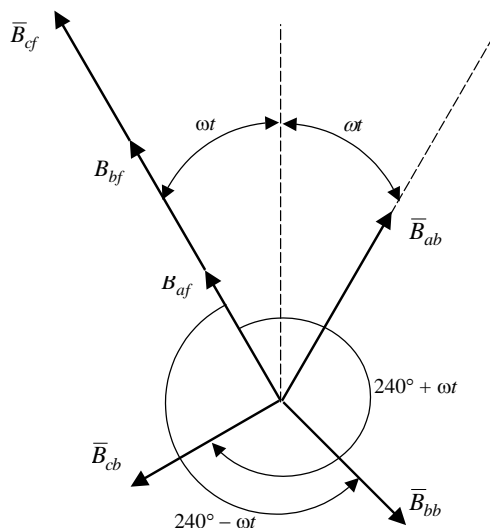
$$\begin{aligned}
B_b(\theta, t) &= \frac{\mu_0 N_a I_m}{g} \cos(\theta - 120^\circ) \cos(\omega t - 120^\circ) = \\
&= \frac{\mu_0 N_a I_m}{2g} [\cos(\theta - \omega t) + \cos(\theta + \omega t - 240^\circ)]; \\
B_b(\theta, t) &= \frac{\mu_0 N_a I_m}{g} \cos(\theta + 120^\circ) \cos(\omega t + 120^\circ) = \\
&= \frac{\mu_0 N_a I_m}{2g} [\cos(\theta - \omega t) + \cos(\theta + \omega t + 240^\circ)].
\end{aligned}$$



Трехфазная обмотка

Как и в случае двухфазной обмотки, прямовращающиеся поля фаз непосредственно складываются, а сумма обратно вращающихся полей равна нулю.

Это легко показать с помощью пространственной векторной диаграммы (рисунок). На ней показаны прямо- и обратновращающиеся составляющие поля каждой обмотки. Три прямо вращающиеся компоненты находятся в фазе, в то время как обратные сдвинуты по фазе на 120° и дают в сумме нуль.



Пространственная векторная диаграмма,
иллюстрирующая вращающееся поле трехфазной обмотки

Таким образом, ориентированные синусные обмотки могут создавать вращающееся поле постоянной величины. Однако известно, что реальные обмотки могут лишь *приближаться* к действительно синусным, так как они всегда создают поля высших гармоник. Поле в воздушном зазоре, создаваемое реальной обмоткой, должно рассматриваться в виде суммы необходимого основного поля и нежелательных гармонических составляющих поля.

При обсуждении уже отмечалось, что гармонические составляющие поля вращаются медленнее основного поля. Уже только этот факт может сделать присутствие гармоник вредным в некоторых типах машин. Но, оказывается, поля некоторых гармонических вращаются в сторону, противоположную направлению вращения основного поля, что делает их особенно недопустимыми.

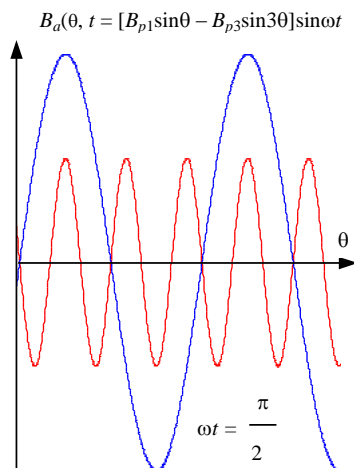
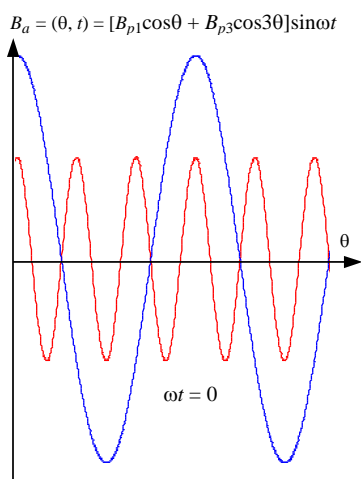
Предположим, для примера, что каждая фаза симметричной двухфазной обмотки создает поле третьей гармонической. Поскольку оси обмоток отстоят на угол 90 эл. град., основные и третьи гармоники будут располагаться как представлено на рисунке. Существенно, что

сдвиг всей обмотки на 90° смещает поле основной гармоники на 90° , а поле третьей гармоники – на $3 \times 90^\circ$, т.е. на 270° эл. град., измеренных по шкале для третьей гармоники. Таким образом, для суммарного поля каждой фазы можно записать выражения вида

$$B_a(\theta, t) = \frac{\mu_0 I_m}{g} \cos \omega t [N_{a1} \cos \theta + N_{a3} \cos 3\theta];$$

$$B_b(\theta, t) = \frac{\mu_0 I_m}{g} \sin \omega t [N_{a1} \cos(\theta - 90^\circ) + N_{a3} \cos 3(\theta - 90^\circ)];$$

$$B_c(\theta, t) = \frac{\mu_0 I_m}{g} \sin \omega t [N_{a1} \sin \theta - N_{a3} \sin 3\theta].$$



Основные и третьи гармоники поля в двухфазной машине с одинаковыми обмотками фаз

Дополнительный фазовый сдвиг третьей гармоники на 180° обуславливает появление знака минус. Если сложить теперь поля фаз, результирующее поле будет:

$$B(\theta, t) = \frac{\mu_0 I_m}{g} \sin \omega t [N_{a1} \cos(\theta - \omega t) + N_{a3} \cos(3\theta + \omega t)].$$

Отсюда видно, что поле третьей гармоники действительно вращается в обратную сторону относительно основного поля со скоростью, равной одной трети скорости основного.

Очевидно, что это результат трехкратного пространственного сдвига по фазе поля гармонической по сравнению со сдвигом основного поля.

Аналогичные явления имеют место для гармоник других порядков. Например, в трехфазной обмотке третья гармоника фазы *b* сдвинута на $3 \times 120^\circ$, т.е. на 360° , и совпадает по фазе с третьей гармоникой фазы *a* (см. таблицу).

**Направление вращения полей гармонических
в воздушном зазоре**

Порядок гармонической	Двухфазная обмотка	Трехфазная обмотка
1	Прямое	Прямое
3	Обратное	Нет поля
5	Прямое	Обратное
7	Обратное	Прямое
9	Прямое	Нет поля

5. ЭЛЕМЕНТЫ ОБЩЕЙ ТЕОРИИ ЭМП

5.1. НЕЗАВИСИМЫЕ ВЕЛИЧИНЫ И ИХ ПРОИЗВОДНЫЕ

Несмотря на большое разнообразие ЭМС общность фундаментальных законов, определяющих процессы в них, позволяет выработать единый подход к исследованию и их математическому описанию.

В любой ЭМС осуществляется преобразование энергии, в результате которого протекают электрические, магнитные, тепловые и механические взаимосвязанные процессы. Поэтому разделить эти процессы на отдельные составляющие удастся только в статических режимах при достаточно серьезных допущениях.

Преобразование энергии происходит именно в динамике, когда система не аддитивна, т.е. не может быть составлена из отдельных составляющих или подсистем и соответственно будет обладать качествами, не свойственными данным составляющим.

Наиболее жестко в ЭМС связаны электрические и магнитные процессы, точнее, это две стороны одного электромагнитного процесса, поскольку физическая природа электромагнитного процесса связана с наличием зарядов и их колебаниями, создающими электромагнитное поле.

Изменение энергии электромагнитного поля определяет характер протекания процессов в ЭМС.

Электромагнитное поле характеризуется векторами:

\vec{E} – напряженность электрического поля, созданного статическими и подвижными зарядами [В/м], силовая характеристика $\vec{E} = \vec{F}/q$;

\vec{D} – электрическое смещение (индукция) [К/м²] – плотность электрического поля в диэлектрике;

\vec{j} – плотность тока [А/м²] – плотность электрического поля в проводящей среде;

\vec{B} – магнитная индукция [Вб/м² = В·с/м²] – плотность магнитного поля;

\vec{H} – напряженность магнитного поля [А/м].

Свойства среды определяются:

γ – удельная проводимость [1/Ом·м];

ε – диэлектрическая проницаемость [Ф/м]; $\varepsilon = \varepsilon_0 \varepsilon_r$; $\varepsilon_0 = 8.85 \cdot 10^{-12}$ Ф/м;

μ – магнитная проницаемость [Гн/м]; $\mu = \mu_0 \mu_r$; $\mu_0 = 4\pi 10^{-7}$ Гн/м.

В электромагнитном поле определяют интегральные потоки (теорема Гаусса):

$$\oint_S \vec{D} d\vec{s} = Q$$

– полный заряд и, так как $\vec{D} = \varepsilon \vec{E}$, то:

1. $\oint_S \vec{E} d\vec{s} = Q/\varepsilon$ – определяет связь заряженных частиц и тел с их

электрическим полем;

2. $\oint_S \vec{j} d\vec{s} = I$ – поток плотности тока равен току в проводнике;

3. $\oint_S \vec{B} d\vec{s} = \Phi$ – поток магнитной индукции равен магнитному пото-

ку, а его сцепление с контурами (витками) определяется потоко-сцеплением $\psi = W\Phi$.

С электромагнитным полем тесно связано тепловое поле ЭМП, так как источниками этого поля являются потери в электромагнитном поле. Тепловое поле скалярное и характеризуется величиной – температурой T . Среда, в которой определяется это поле, описывается: λ – удельная проводимость [Вт/м·град] и коэффициентами теплоотдачи, достоверное определение которых – очень трудная задача.

Изменение теплового поля определяют по скорости изменения температуры, т.е. градиент $\text{grad}T$ – это векторная величина, следовательно, можно определить поток:

а) удельный поток $\bar{q} = -\lambda \cdot \text{grad}T$ [Вт/м²];

б) полный поток $Q = \oint_S \bar{q} d\bar{s}$ [Вт].

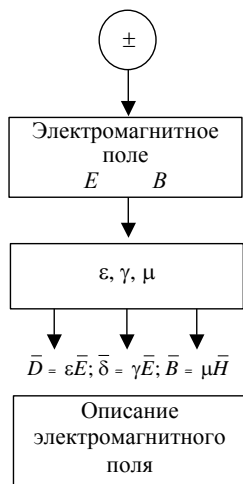
Электромагнитное поле возбуждается при перемещении зарядов. Условно это можно представить следующим образом:

$v = \frac{1}{T} \rightarrow \omega = 2\pi v$ – временные перемещения, v – частота, T – период колебаний;

$\lambda = v_\phi T = v_\phi v$ – пространственные перемещения, λ – длина волны, v_ϕ – скорость перемещения.

Электромагнитное поле определяется через силовое воздействие

$$E - \text{В/м}, B - \text{Тл}.$$



ϵ, γ, μ – характеристики среды

– материальные связи

Система уравнений Максвелла

$$1. \quad r_0 t \bar{H} = \bar{\delta} + \frac{\partial \bar{D}}{\partial t}; \quad 2. \quad r_0 t \bar{E} = -\frac{\partial \bar{B}}{\partial t};$$

$$3. \quad \text{div} \bar{B} = 0; \quad 4. \quad \text{div} \bar{D} = \rho - \text{div} E = -\frac{\rho}{\epsilon}.$$

Величины, представленные в уравнении, являются независимыми.

Преобразования дифференциальных уравнений в интегральные уравнения:

$$1) \oint_l \bar{H} d\bar{l} = i_{\text{полн}};$$

$$2) \oint_l \bar{E} d\bar{l} = - \frac{\partial \Psi}{\partial t} \oint_{\Lambda} \bar{B} d\bar{s}_{\text{пл}} \text{ или } \int_a^b \bar{E} d\bar{l} = u_{ab};$$

$$3) \oint_s \bar{B} d\bar{s} = 0;$$

$$4) \oint_s \bar{D} d\bar{l} = 0 - \text{полный заряд.}$$

При движении материальной точки (тела) работа сил в единицу времени (мощность) определяется как скорость изменения кинетической энергии. Изменение кинетической энергии ΔK равно силе \bar{F} , скалярно умноженной на дифференциал пройденного расстояния, $\Delta K = \bar{F} d\bar{r}$;

$$\Delta K = \int_l \bar{F} d\bar{r} = \int_1^l \bar{F} d\bar{r} \text{ есть работа, совершенная силой над телом за се-}$$

кунду или мощность, которую производит составляющая силы вдоль направления движения, откуда следует, что сила, направленная под прямым углом к перемещению, никакой работы не производит.

Всякое силовое физическое поле характеризуется векторной величиной. Вектор поля имеет составляющие, и каждая из них является функцией положения в пространстве. Материальная точка (тело) в силовом поле обладает энергией, которая изменяется с изменением положения тела в поле. Эта энергия получила название потенциальной энергии. Изменение потенциальной энергии при перемещении в поле $\Delta\Pi$ равно работе, произведенной силой над телом. Работу можно вычислить как $\int \bar{F} d\bar{r} = -\Delta\Pi$ для очень малых расстояний (виртуальных перемещений), откуда частная производная от изменения потенциальной энергии равна силе, вызвавшей изменение состояния, т.е. $\bar{F} = -\partial\Pi/\partial g$, где g – обобщенная координата. В этом состоит способ получать силу из потенциальной энергии, или один из путей описания действия силы.

В общем случае, если векторные величины – напряженность электрического поля и индукция магнитного поля – есть условия, созданные зарядами и токами, то электромагнитная сила, которую ощущают помещенные в поле заряды и токи, является ответом этих зарядов и токов на величины электромагнитного поля. Тогда анализ явления разделяется на две части, одна из которых рассматривает процесс создания поля, а другая – как оно действует.

Известно, что элементарная прямоугольная петля создает магнитный момент, равный произведению силы тока на вектор нормали к площади петли. В однородном магнитном поле на противоположные стороны петли действуют силы, вызывая вращательный момент, стремящийся повернуть петлю вокруг оси, расположенной в плоскости, перпендикулярной направлению магнитного поля. Раз есть момент вращения, есть и энергия, которая зависит от ориентации петли.

В соответствии с принципом виртуальной работы момент вращения – это скорость изменения энергии с углом α (угол между нормалью к площади или магнитным моментом и магнитным полем). Петля стремится развернуть свой момент по полю, так как энергия меньше всего тогда, когда момент и индукция совпадают, следовательно, в магнитном поле производится работа, равная произведению момента на приращение угла α и тогда, механическая работа равна произведению момента на индукцию.

Следует только учесть, что полученная энергия не есть *полная* энергия петли с током, поскольку не учтена энергия на поддержание тока в петле, но ее можно использовать для расчета сил по принципу виртуальной работы при постоянстве тока (или постоянстве момента).

В однородном магнитном поле происходит только изменение ориентации петли, так как полная сила, действующая на петлю, равна нулю. Необходимо неоднородное магнитное поле для совершения непрерывной механической работы.

Пусть стороны прямоугольной петли имеют длину a и ширину b , тогда площадь $s = ab$ и, если одна сторона петли a находится в поле с индукцией B_1 , противоположная ей сторона a в поле с индукцией B_2 , то силы, действующие на стороны, соответственно, $F_1 = IaB_1$ и $F_2 = IaB_2$ (перпендикулярные стороны длиной b находятся в одинаковых условиях). Плечи сил, создающих момент относительно оси в плоскости,

перпендикулярной магнитному полю, равны $\frac{b}{2} \sin \alpha$, где α – угол между плоскостью петли и плоскостью, перпендикулярной направлению поля.

Тогда вращающий момент

$$m = Ia \frac{b}{2} \sin \alpha B_1 + Ia \frac{b}{2} \sin \alpha B_2 = Ia \frac{b}{2} \sin \alpha (B_1 + B_2).$$

Если петля достаточно узкая и изменение поля в пределах ширины петли можно считать линейным, то на оси петли индукция $B = \frac{B_1 + B_2}{2}$.

Вращающий момент $m = Ia \frac{b}{2} \sin \alpha B = \mu B \sin \alpha$ или $\vec{m} = \vec{\mu} \times \vec{B}$. Вновь происходит изменение ориентации (поворот) петли в магнитном поле, кроме того, теперь уже полная сила не равна нулю. Например, при $F_1 > F_2$ избыток силы $\Delta F = Ia(B_1 - B_2)$ может перемещать петлю в плоскости, перпендикулярной полю. Если B_1 и B_2 не очень различаются между собой, то по x $B_1 = B_2 + \frac{\partial B}{\partial x} \Delta x = B_2 + \frac{\partial B}{\partial x} b$. Тогда сила в направлении x $F_x = Iab \frac{\partial B}{\partial x}$ совершает механическую работу по перемещению петли в магнитном поле.

Так как индукция магнитного поля имеет компоненту только по y , то производная по x лежит на касательной к годографу и направлена в сторону возрастания аргумента.

Механическая работа определяется интегралом от произведения силы F_x на путь dx , т.е. $A_{\text{мех}} = - \int_{x_1}^{x_2} F_x dx = -Iab \int \frac{\partial B}{\partial x} dx$.

Очевидно, что полная сила, действующая на элементарную петлю, пропорциональна производной магнитного поля. Следовательно, соотношением можно пользоваться, применяя принцип виртуальной работы, для определения электромагнитных сил, действующих на петли с постоянным током в магнитном поле.

5.2. ПРЕВРАЩЕНИЕ ЭНЕРГИИ В ЭЛЕМЕНТЕ ПРОВОДНИКА

Следует более подробно рассмотреть превращение энергии в элементе единичного объема активного проводника в динамических режимах, к числу которых можно отнести любое перемещение элемента в магнитном поле, а также изменение магнитного поля во времени.

Пусть элемент перемещается под действием внешней механической силы в однородном магнитном поле со скоростью \bar{v} в направлении, перпендикулярном индукции \bar{B} . Если \bar{v} направлена по x , индукция по y , тогда на заряд q_i , находящемся в элементе, действует сила \bar{F}_i в направлении z и, следовательно, появится электрическое поле $\bar{E}_z = \bar{F}_i/q_i$.

Если заряд движется в элементе со скоростью \bar{u}_i по z , то работа по перемещению заряда равна $F_i u_i \Delta t = - \int_{z_1}^{z_2} F_i dz$, где $z_2 - z_1 = u_i \Delta t = \Delta z$.

При этом, если единичный объем (элемент) расположен в активном проводнике, не входящем в замкнутую электрическую цепь, то работа по перемещению зарядов преобразуется в потенциальную энергию, количественно определяемую как разность потенциалов $\Delta\phi = \phi_{(z_2)} - \phi_{(z_1)}$,

$$\text{или } - \int_{z_1}^{z_2} q E_z dz = q \left(\phi_{(z_2)} - \phi_{(z_1)} \right) = q \Delta\phi = \Delta\Pi.$$

В целом при постоянной скорости элемент обладает кинетической энергией $\Delta K = mv^2/2$ и потенциальной электрической энергией $\Delta\Pi = q\Delta\phi$, суммарная величина которых равна энергии механического источника $\Delta\mathcal{E}_{\text{мех}} = \Delta K + \Delta\Pi$.

Процесс превращения энергии описывается уравнением движения $m d\bar{v}/dt = \bar{F}_{\text{мех}}$ (m – масса единичного объема) и скоростью изменения заряда в элементе dq/dt , т.е. выделенная потенциальная энергия пропорциональна произведению скорости на время.

При расположении элемента в замкнутой электрической цепи (контуре) работа по перемещению зарядов может быть представлена *электродвижущей силой* ЭДС. Количественно ЭДС определяется как сила на единичный заряд, проинтегрированная по длине элемента.

Полная работа в единичном объеме по перемещению зарядов в единицу времени, т.е. быстрота изменения работы, или мощность, определяется скалярным произведением векторов электрического поля:

напряженности \vec{E} и плотности тока $\vec{\delta} = q\vec{u}_2 = q \frac{dz}{dt}$, $A_E = \vec{\delta} \vec{E}$. Энергия

$A_E = \vec{\delta} \vec{E}$ частично рассеивается (превращается в теплоту) в самом элементе, обладающем конечной удельной электропроводностью γ , и выделяется во внешней (рабочей) части электрической цепи (контуре).

Плотность тепловой мощности определяется соотношением $\vec{\delta} \vec{E}$.

Равномерное движение возникает при равенстве механической силы $F_{\text{мех}}$ электромагнитной силе ($\vec{F}_{\text{мех}} = \vec{F}_{\text{эм}}$), возникающей при взаимодействии движущихся зарядов с магнитным полем, определяемой как векторное произведение плотности тока $\vec{\delta}$ и индукции \vec{B} . Сила на единичный объем $\vec{F}_{\text{эм}} = \vec{\delta} \times \vec{B}$. Тогда $\vec{F}_{\text{мех}} \vec{v} = [\vec{\delta} \times \vec{B}] \cdot \vec{v}$ и $\mathcal{Q}_{\text{мех}} = \mathcal{Q}_{\text{эм}} = A_E$.

В динамических режимах уравнение движения $\vec{F}_{\text{мех}} = d\vec{p}/dt$, здесь \vec{p} – импульс механической силы, $\vec{p}_{\text{мех}} = m\vec{v}$. Так как плотность тока $\vec{\delta}$ равна произведению плотности зарядов ρq на скорость их перемещения (дрейфа) \vec{u} в элементе, т.е. $\vec{\delta} = \rho \vec{u}$, то между скоростью движения элемента \vec{v} и скоростью дрейфа зарядов \vec{u} существует связь.

Отсюда следует, что скорость выделения электрической энергии в элементе пропорциональна скорости движения элемента. Полная выделенная электрическая энергия, естественно, пропорциональна времени, в течение которого проявлялась эта скорость, или пропорциональна произведению скорости на время, т.е. пройденному расстоянию и, следовательно, каждому пройденному в поле расстоянию отвечает заданное количество электрической работы.

5.3. Движение элемента под действием электромагнитной силы

Активный проводник в магнитном поле подключается к источнику электрической энергии и тогда в единичном объеме ΔV возникает движение зарядов q_i со скоростью \bar{u}_i в направлении z . Так как $\bar{\delta} = \frac{1}{\Delta V} \sum_{i \in \Delta V} q_i u_i$ и $\bar{E} = \gamma \bar{\delta}$, то в магнитном поле, направленном по y , возникает сила $\bar{F}_{\text{эм}} = [\bar{\delta} \times \bar{B}]$, направленная по x , и соответственно элемент приводится в движение.

Индукция и плотность тока перпендикулярны, поэтому можно перейти от векторного произведения к скалярному, а единичный объем можно рассматривать как объем с сосредоточенной массой m и, следовательно, $\bar{F}_{\text{эм}} = m \frac{d\bar{v}}{dt} = m \frac{dx^2}{dt^2} = B\bar{\delta}$.

Здесь не рассчитывается процесс нарастания плотности тока $\bar{\delta}$, поскольку ускорение заряженных частиц в направлении приложенного электрического поля, равное $q_i E / m_q$, достигает огромных величин, где q_i – заряд частицы равен заряду электрона $q_i = e = -1,6 \cdot 10^{-19}$ К; m_q – масса частицы (электрона $m_e = 9,11 \cdot 10^{-31}$ кг, протона – $1837 m_e$).

Отношение заряда к массе для электрона $e/m_e = 1,76 \cdot 10^{11}$ К/кг. Вследствие громадной величины отношения заряда электрона к его массе электрон получает огромное ускорение даже в слабых полях. Например, в поле с $E = 1$ В/м ускорение равно $1,76 \cdot 10^{11}$ м/с², что в $18 \cdot 10^9$ раз превышает ускорение силы тяжести [152].

Движение единичного объема определяется величинами: ускорение – $a = \frac{B}{m} \bar{\delta}$, скорость – $v = \frac{B}{m} \bar{\delta} t$, пройденное расстояние – $x = \frac{B}{2m} \bar{\delta} t^2$. Установившееся движение при постоянной скорости, когда $\bar{F}_{\text{эм}} = -\bar{F}_{\text{мех}}$, и тогда удельные мощности: электромагнитная $p_{\text{эм}} = B\bar{\delta} v$, механическая $p_{\text{мех}} = F_{\text{мех}} v$ и мощность рассеивания (потери) $p_{\text{эл}} = \bar{\delta} E$.

При движении активного проводника в магнитном поле в единичном объеме наводится ЭДС, пропорциональная скорости изменения магнитного потока через контур, площадь которого образуется длиной элемента Δl и расстоянием Δx , пройденным элементом за время Δt , т.е.

$$\mathcal{E} = -\Delta B \frac{\Delta x}{\Delta t} = -\Delta B \frac{dx}{dt} = -\frac{d\Phi}{dt} = -E \Delta l.$$

В этом случае пройденное расстояние определяется количеством энергии, затраченной на перемещение зарядов.

5.4. ПРОЦЕССЫ В НЕПОДВИЖНОМ ЭЛЕМЕНТЕ

Единичный объем может быть расположен в замкнутом неподвижном контуре, сцепленном с изменяющимся магнитным полем. Меняющееся магнитное поле создает электрическое поле в пространстве, вдоль произвольной математической кривой в соответствии с $\text{rot} \vec{E} = -\partial \vec{B} / \partial t$. Именно это электрическое поле перемещает заряд в проводнике и создает ЭДС в неподвижной цепи, когда магнитный поток меняется.

Используя теорему Стокса, можно записать $\oint_s \text{rot} \vec{E} \cdot \vec{n} ds = \oint_L \vec{E} d\vec{l}$, где L – произвольная замкнутая кривая, зафиксированная в пространстве, а s – поверхность, ограниченная этой кривой. Тогда производную по времени можно вынести за знак интеграла $\oint_L \vec{E} d\vec{l} = - \frac{1}{c} \frac{d\Phi}{dt} \oint_s \vec{B} \cdot \vec{n} ds$.

Соотношение $\oint_s \vec{B} \cdot \vec{n} ds$ – поток вектора магнитной индукции Φ через поверхность s , т.е. $\oint_L \vec{E} d\vec{l} = - \frac{1}{c} \frac{d\Phi}{dt} = \mathcal{E}$ или ЭДС в контуре равна взятой с обратным знаком скорости изменения потока.

При изменении магнитного поля во времени возникает вихревое электрическое поле \vec{E} , циркуляция которого называется ЭДС электромагнитной индукции. Кроме того, происходит изменение энергии

магнитного поля \bar{W}_m . Так как $d\bar{W}_m/dt = -\int_V \delta \bar{E} dV$, то скорость изменения энергии определяет количество работы по перемещению зарядов в замкнутом контуре.

Физические поля относятся к особому виду сплошных сред, движение которых изучается в аналитической механике. В механике сплошной среды рассматриваются движения таких материальных тел, которые заполняют пространство непрерывно, сплошным образом. Можно указать много разнообразных движений полей, с которыми приходится встречаться при рассмотрении явлений природы и при решении многочисленных технических задач.

6. МАТЕМАТИЧЕСКОЕ ОПИСАНИЕ ЭМС

6.1. ОБЩИЙ ПОДХОД К МАТЕМАТИЧЕСКОМУ ОПИСАНИЮ ЭМС

Одной из особенностей ЭМС является физическая разнородность входящих в них элементов – электромеханических, электротехнических, электронных (цифровых и аналоговых), функциональных и механических, что предполагает различные способы их математического описания. Применение конкретных методов анализа и синтеза также связано с различными формами представления математического описания. В то же время должно быть методологическое единство между этими формами, позволяющее на любой стадии исследований использовать результаты, полученные на других стадиях.

Методологической основой для математического описания ЭМС в настоящее время признан метод переменных состояния, общепринятый в современной теории систем. Общий подход при этом заключается в следующем:

- на основе физических законов получают полное математическое описание в нормальной форме системы дифференциальных уравнений (в общем случае – нелинейных);
- с целью упрощения (например, избавления от переменных коэффициентов) выполняют соответствующие преобразования;

– оценивают реальное соотношение параметров с целью выявления возможности дополнительных упрощений для конкретных режимов (линеаризации некоторых функций, понижения порядка системы дифференциальных уравнений);

– записывают дифференциальные уравнения в необходимой форме – в виде матричного уравнения, матричной или скалярной передаточной функции.

При таком подходе вся совокупность полученных вариантов математического описания характеризуется внутренним единством, а различия связаны с соответствующими допущениями и ограничениями, которые для каждого варианта четко оговариваются.

Основным элементом ЭМС является электродвигатель, вид математического описания которого влияет на математическое описание всей ЭМС. Существует два основных подхода к математическому описанию электродвигателей – теория поля и теория электрических цепей. Подход на основе теории цепей получил наибольшее распространение в исследованиях ЭМ. В нем используются обобщенные параметры – сопротивления, индуктивности, потокосцепления, что позволяет естественным образом объединить модели электродвигателя с моделями электротехнической и электронной частей.

Этот подход реализуется обычно в рамках обобщенной теории электромеханического преобразования энергии. При упрощающем допущении о геометрической и электрической симметрии обмоток двигателя переходят к обобщенным векторам напряжений, токов и потокосцеплений, а затем (путем координатных преобразований) – к двухфазной модели обобщенного электромеханического преобразователя энергии с взаимно неподвижными обмотками.

Выбор системы координат зависит от способа управления двигателем. При ЧНУ используется система координат $[x, y]$, связанная с одним из векторов напряжения, например, нерегулируемого. При ЧТУ и ЧВУ чаще используется система координат $[d, q]$, связанная с ротором, что позволяет имитировать режим работы ДПТ.

Такой подход весьма эффективен при структурном моделировании ЭМС, исследовании статических режимов и энергетических процессов, анализе двигателя как элемента ЭМС, разработке способов управления и синтезе системы управления. Недостатком такого подхода является невозможность учета различных неидеальностей двигателя (несиммет-

рии обмоток, неравномерности воздушного зазора и т.п.) и реальной формы питающего напряжения. Следствием этого становится невозможность исследования ЭМС на функциональном уровне, в том числе при сбоях в системе управления и других нештатных ситуациях.

Наиболее распространенной формой математического описания электродвигателей является представление их в виде обобщенного двухфазного электромеханического преобразователя энергии, во вращающейся системе координат с взаимно неподвижными обмотками в векторной форме и относительных единиц:

$$\left. \begin{aligned} \frac{d\bar{\psi}_1}{dt} &= -R_1 \bar{i}_1 - j\omega_k \bar{\psi}_1 + \bar{u}_1; \\ \frac{d\bar{\psi}_2}{dt} &= -R_2 \bar{i}_2 - j(\omega_k - \omega_d) \bar{\psi}_2 + \bar{u}_2; \\ \frac{d\omega_d}{dt} &= \frac{1}{J} \left\{ L_m \operatorname{Im} \left[\bar{i}_1^* \bar{i}_2 \right] + M_c \right\}; \\ \frac{d\theta_n}{dt} &= \omega_d - (\omega_1 - \omega_2) \end{aligned} \right\}$$

$$\bar{\psi}_1 = L_1 \bar{i}_1 + L_m \bar{i}_2; \bar{\psi}_2 = L_m \bar{i}_1 + L_2 \bar{i}_2,$$

где переменные с черточками – обобщенные пространственные векторы соответствующих величин; индекс 1 относится к первой (статорной) обмотке; индекс 2 – ко второй (роторной); ψ – потокосцепления; i – токи; u – мгновенные значения синусоидальных питающих напряжений в данной системе координат; θ_n – угол нагрузки; J – момент инерции всех вращающихся масс, приведенный к валу двигателя; ω_d – угловая скорость ротора двигателя; ω – угловые частоты питания; M_c – статический момент нагрузки; R_1, R_2, L_1, L_2, L_m – соответственно активные сопротивления, собственные индуктивности и взаимная индуктивность обмоток; j – символ комплексной записи (мнимая единица).

Выбором угловой скорости ω_k системы координат привязывают всю систему уравнений к тому или иному обобщенному вектору.

Для ЧНУ и других традиционных способов частотного управления такая модель вполне достаточна и широко применяется. Но в ней не

заложены возможности управления изменением фаз и форм питающих напряжений.

Реально ЭМС работают в составе систем более высокого уровня во взаимодействии с внешними управляющими устройствами, источниками питания и механической нагрузкой, которые существенно влияют на процессы в самой ЭМС.

Но ЭМС можно рассматривать и автономно, вне этих связей – как укрупненный элемент (подсистему) верхнеуровневой системы управления. Это позволяет решать «внутренние» проблемы ЭМС – разрабатывать способы управления двигателем и принципы построения ЭМС, определять его собственные статические и динамические свойства, точностные и энергетические характеристики.

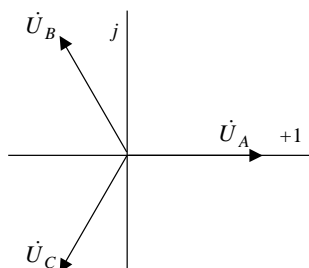
При этом можно идеализировать (в разных аспектах) источник питания и механическую нагрузку при определенных сигналах задания. Полученные результаты можно затем использовать при синтезе и анализе ЭМС уже с учетом влияния указанных внешних факторов.

6.2. ИЗОБРАЖАЮЩИЕ ПРОСТРАНСТВЕННЫЕ ВЕКТОРА и преобразование координат

Как следует из предыдущего, для математического описания ЭМС необходимо знать о пространственных (изображающих) векторах $\bar{\psi}$, $\bar{\varepsilon}$, \bar{I} и \bar{U} . Выбором угловой скорости ω_k (частота вращения системы координат) привязывает всю систему к тому или иному обобщенному вектору.

Как известно, для гармонически изменяющихся величин (в том числе U , I и т.д.) применяется символический (комплексный) метод. Суть его всем хорошо известна. Представление исследуемых величин на комплексной плоскости системой вращающихся, но взаимно неподвижных векторов. Например, мгновенные значения U представляются в виде графическом и аналитическом. Проекция на действительную ось, представляющие мгновенные значения напряжений фаз, часто необходимо описать гармонически с помощью пространственных вращаю-

щихся векторов в физической плоскости, связанной с вращающейся частью.



Графический вид

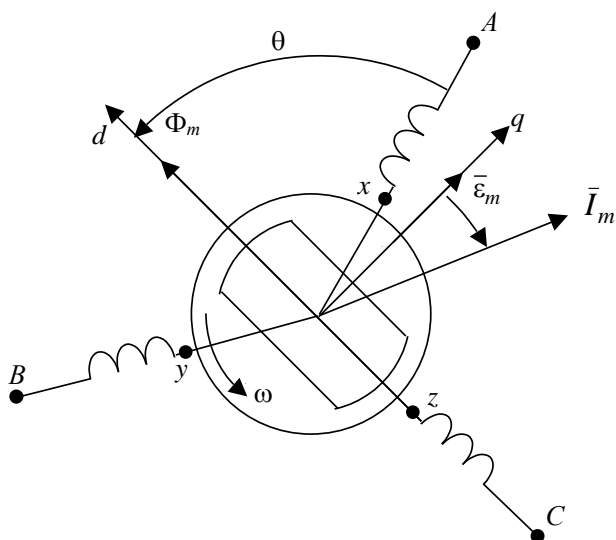
$$U_A(t) = \operatorname{Re} [\dot{U}_A e^{j\omega t}] = U_m \cos \omega t;$$

$$U_B(t) = U_m \cos \left(\omega t - \frac{2\pi}{3} \right);$$

$$U_C(t) = U_m \cos \left(\omega t + \frac{2\pi}{3} \right).$$

Аналитический вид

Представим систему: неподвижная трехфазная обмотка и вращающийся со скоростью ω двухполюсный индуктор с $\Phi_m = \text{const}$ и системой координат $d - q$. d – ось полюсов, продольная ось, q – геометрическая нейтраль, поперечная ось. Ось d сдвинута относительно фазы A на угол $\theta = \omega t$.



При вращении Φ_m создает в фазах обмотки потоки (потокосцепления)

$$\Psi_A = \Psi_m \cos \omega t ;$$

$$\Psi_B = \Psi_m \cos \left(\omega t - \frac{2\pi}{3} \right) ;$$

$$\Psi_C = \Psi_m \cos \left(\omega t + \frac{2\pi}{3} \right) ,$$

а так как $\varepsilon = -\frac{d\Psi}{dt}$, то отстает от потока на $\frac{\pi}{2}$ и

$$\varepsilon_A = \varepsilon_m \sin \omega t ;$$

$$\varepsilon_B = \varepsilon_m \sin \left(\omega t - \frac{2\pi}{3} \right) ;$$

$$\varepsilon_C = \varepsilon_m \sin \left(\omega t + \frac{2\pi}{3} \right)$$

и будет направлена по оси q .

ЭДС $\bar{\varepsilon}_m$ создает \bar{I}_m , который в данном случае отстает от ЭДС на пространственный угол ψ . Получится цепочка

$$\bar{\Psi}_m \xrightarrow[\frac{\pi}{2} \text{—отстает}]{\quad} \bar{\varepsilon}_m \xrightarrow[\text{совпадают}]{\text{угол } \psi} \bar{I}_m \xrightarrow{\quad} \bar{U}_m \xrightarrow{\quad} \bar{F}_m \dots$$

Напряжение опережает I на угол ϕ , зависящий от r и x обмотки.

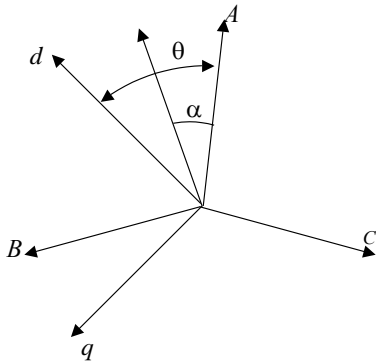
Вектора $\bar{\Phi}_m(\bar{\Psi}_m)$, \bar{I}_m , $\bar{\varepsilon}_m$, \bar{U}_m и т.д., проекции которых на оси якорных обмоток определяют мгновенные гармонические значения, называют изображающими векторами.

Очевидно, что их расположение на физической плоскости повторяет расположение соответствующих комплексов на обычной векторной диаграмме в комплексной плоскости и в то же время каждый изобра-

жающий вектор имеет проекции на оси $d - q$ и может представляться с их помощью, т.е. $\bar{I} = \bar{I}_d + \bar{I}_q$.

При совмещении физической плоскости с комплексной обычно ось d принимают действительной, а q — мнимой и тогда $\bar{I}_m = i_d + j i_q$ и т.д. Это позволяет переходить от одной системы координат к другой.

Представим две системы координат $A - B - C$ и $d - q$. θ — угол сдвига системы $d - q$ от системы $A - B - C$. Для вектора тока I_m , сдвинутого от оси фазы A на угол α , можно записать



$$\begin{aligned} \dot{i}_A &= I_m \cos \alpha; \\ \dot{i}_B &= I_m \cos \left(\alpha - \frac{2\pi}{3} \right); \\ \dot{i}_C &= I_m \cos \left(\alpha + \frac{2\pi}{3} \right); \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} i_d &= I_m \cos(\theta - \alpha); \\ i_q &= I_m \sin(\theta - \alpha). \end{aligned}$$

Поскольку $\cos(\theta - \alpha)$ можно представить выражением

$$\begin{aligned} \cos(\theta - \alpha) &= \\ &= \frac{2}{3} \left[\cos \theta \cos \alpha + \cos \left(\theta - \frac{2\pi}{3} \right) \cos \left(\alpha - \frac{2\pi}{3} \right) + \cos \left(\theta + \frac{2\pi}{3} \right) \cos \left(\alpha + \frac{2\pi}{3} \right) \right], \end{aligned}$$

а $\sin(\theta - \alpha)$ выражением

$$\begin{aligned} \sin(\theta - \alpha) &= \\ &= \frac{2}{3} \left[\sin \theta \sin \alpha + \sin \left(\theta - \frac{2\pi}{3} \right) \sin \left(\alpha + \frac{2\pi}{3} \right) + \sin \left(\theta + \frac{2\pi}{3} \right) \sin \left(\alpha + \frac{2\pi}{3} \right) \right], \end{aligned}$$

то, если $\theta = \omega t$, получим переводные соотношения для токов i_d и i_q через токи i_A, i_B, i_C :

$$i_d = \frac{2}{3} \left[i_A \cos \omega t + i_B \cos \left(\omega t - \frac{2\pi}{3} \right) + i_C \cos \left(\omega t + \frac{2\pi}{3} \right) \right];$$

$$i_q = \frac{2}{3} \left[i_A \sin \omega t + i_B \sin \left(\omega t - \frac{2\pi}{3} \right) + i_C \sin \left(\omega t + \frac{2\pi}{3} \right) \right]$$

или

$$i_q = -\frac{2}{3} \left[i_A \cos \omega t + i_B \cos \left(\omega t - \frac{2\pi}{3} \right) + i_C \cos \left(\omega t + \frac{2\pi}{3} \right) \right]$$

и соответственно обратный переход сопровождается необходимостью проекций i_A, i_B, i_C на оси A, B, C . В результате получим

$$i_A = i_d \cos \omega t - i_q \sin \omega t;$$

$$i_B = i_d \sin \left(\omega t - \frac{2\pi}{3} \right) - i_q \sin \left(\omega t - \frac{2\pi}{3} \right);$$

$$i_C = i_d \sin \left(\omega t + \frac{2\pi}{3} \right) - i_q \sin \left(\omega t + \frac{2\pi}{3} \right).$$

Естественно, аналогичные формулы верны при преобразовании МДС, ЭДС, напряжений, потоков и т.д.

Подобные преобразования часто позволяют существенно упростить математические модели за счет замены систем дифференциальных уравнений с переменными коэффициентами на системы с постоянными коэффициентами.

В общем случае можно предположить, что есть две ортогональные системы $d - q$ и $\alpha - \beta$, вращающиеся относительно друг друга. Если $d - q$ повернута относительно $\alpha - \beta$ на угол θ против часовой стрелки, то зависимости между проекциями, например тока, выглядят:

$$i_\alpha = i_d \cos \theta - i_q \sin \theta,$$

$$i_{\beta} = i_d \sin \theta + i_q \cos \theta.$$

Так же связаны проекции других величин. Ясно, что преобразование на основе изображающих векторов справедливо при симметричных системах, т.е., если сумма мгновенных значений $i_A + i_B + i_C$ всегда равна нулю, что верно для обмоток, соединенных в звезду. В общем случае при значении $i_A + i_B + i_C \neq 0$ анализ усложняется применением метода симметричных составляющих, где появляется нулевая составляющая $i_0 = \frac{1}{3}(i_A + i_B + i_C)$.

6.3. ОБОБЩЕННЫЕ МОДЕЛИ ЭМП

Несмотря на большое многообразие типов электромеханических преобразователей, большинство из них основаны на физических явлениях, возникающих при движении проводника в магнитном поле.

Это позволяет построить единую теорию *обобщенной электрической машины*, на базе которой как частные случаи могут быть исследованы конкретные различные типы преобразователей в стационарных и переходных режимах работы.

В основе теории обобщенного ЭМП лежит замена реальной m -фазной многополюсной машины двухфазной многополюсной машиной с взаимно ортогональными обмотками на статоре и аналогичными обмотками на роторе размещается произвольное число обмоток, эквивалентных как основным обмоткам (якорным, возбуждения), так и вспомогательным (демпферным, управляющим и т.п.).

6.4. ОБОБЩЕННАЯ МОДЕЛЬ

с взаимно вращающимися осями координат

В модели машины имеются две ортогональные оси статора α и β и две ортогональные оси ротора d и q с соответствующими обмотками, начало которых обозначено звездочками. Положение ротора определя-

ется углом $\theta(t) = \int_0^t \omega dt$, где ω – угловая скорость ротора. Очевидно, что

обсуждаемая модель соответствует двухполюсной двухфазной машине.

Потокосцепления для четырех обмоток модели α , β , d , q имеют следующий вид:

$$\Psi_{\alpha} = L_{\alpha} i_{\alpha} + M_{\alpha d} i_d + M_{\alpha q} i_q;$$

$$\Psi_{\beta} = L_{\beta} i_{\beta} + M_{\beta d} i_d + M_{\beta q} i_q;$$

$$\Psi_d = L_d i_d + M_{d\alpha} i_{\alpha} + M_{q\beta} i_{\beta};$$

$$\Psi_q = L_q i_q + M_{q\alpha} i_{\alpha} + M_{q\beta} i_{\beta},$$

где L – индуктивность обмотки, M – взаимная индуктивность между соответствующими обмотками.

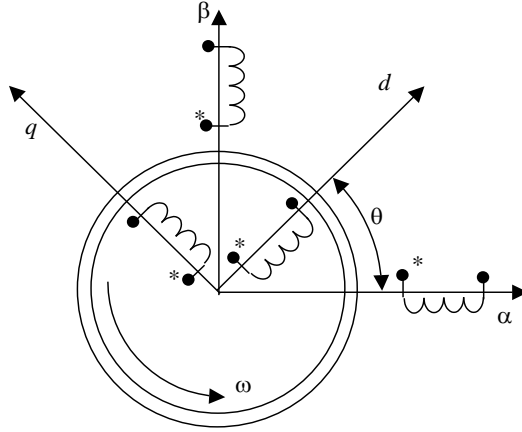
Если воздушный зазор постоянный (неявнополюсная машина), а сталь статора и ротора не насыщена, то при вращении ротора взаимные индуктивности будут, очевидно, изменяться по гармоническому закону, т.е.

$$M_{\alpha d} = M_{d\alpha} = M_{\beta q} = M_{q\beta} = M \cos \theta;$$

$$M_{\beta d} = M_{d\beta} = M \sin \theta;$$

$$M_{\alpha q} = M_{q\alpha} = -M \sin \theta,$$

где M – максимальная взаимная индуктивность между обмотками при совпадении их осей.



Уравнение напряжений для любой из обмоток с внутренним сопротивлением R есть $u = Ri + \frac{d\psi}{dt}$ и, следовательно,

$$u_{\alpha} = R_{\alpha}i_{\alpha} + L_{\alpha} \frac{di_{\alpha}}{dt} + M \frac{d}{dt}(i_d \cos \theta) - M \frac{d}{dt}(i_q \sin \theta);$$

$$u_{\beta} = R_{\beta}i_{\beta} + L_{\beta} \frac{di_{\beta}}{dt} + M \frac{d}{dt}(i_d \sin \theta) + M \frac{d}{dt}(i_q \cos \theta);$$

$$u_d = R_d i_d + L_d \frac{di_d}{dt} + M \frac{d}{dt}(i_{\alpha} \cos \theta) + M \frac{d}{dt}(i_{\beta} \sin \theta);$$

$$u_q = R_q i_q + L_q \frac{di_q}{dt} + M \frac{d}{dt}(i_{\alpha} \sin \theta) + M \frac{d}{dt}(i_{\beta} \cos \theta).$$

Электромагнитный момент, создаваемый обмотками ротора, определяется:

$$M_{\text{эм}} = \psi_q i_d - \psi_d i_q.$$

Полагая, что машина является неявнополюсной и $L_d = L_q$, получаем:

$$M_{\text{эм}} = M \left[(i_{\beta} i_d - i_{\alpha} i_q) \cos \theta - (i_{\alpha} i_d - i_{\beta} i_q) \sin \theta \right].$$

В общем случае для многополюсной машины с числом пар полюсов p момент умножается на p , а аргументом синуса и косинуса будет $p\theta$.

Пусть угловая скорость ротора постоянна. Тогда $\theta = \omega t + \gamma$, где γ – угол между осями α и d при $t = 0$.

Ясно, что для осуществления преобразования энергии усредненный по времени (или по углу θ) момент M_{cp} должен отличаться от нуля. Это означает, что должны отличаться от нуля произведения $i_1 i_2 \cos(\omega t + \dots)$, $i_1 i_2 \sin(\omega t + \dots)$, где индексы 1 и 2 относятся соответственно к токам статора и ротора. Поскольку усреднение по времени $\cos(\omega t + \dots)$ и $\sin(\omega t + \dots)$ дает нуль, необходимо, чтобы произведения $i_1 i_2$ зависели от времени как

$$i_1 i_2 = A \cos \omega t + B \sin \omega t,$$

где A и B – некоторые константы.

Тогда появляются члены вида $\cos^2(\omega t + \dots)$, $\sin^2(\omega t + \dots)$ с ненулевыми средними значениями. Пусть токи статора имеют циклическую частоту ω_1 , т.е. $i_1 \sim \cos(\omega_1 t + \dots)$, а токи ротора – частоту ω_2 т.е. $i_2 \sim \cos(\omega_2 t + \dots)$. Тогда, как легко показать с помощью известных тригонометрических формул, требуемая зависимость ω_1 , т.е. $i_1 i_2$ от t реализуется при

$$\omega_2 = \pm \omega_1 \pm \omega$$

(в общем случае при $\omega_2 = \pm \omega_1 \pm p\omega$).

Полученное соотношение является необходимым условием для осуществления преобразования энергии в обобщенной электрической машине.

Если, например, $i_1 = I_{1m} \sin \omega t$, то $M_{cp} \neq 0$ при $i_2 = \text{const}$, т.е.

1) $\omega_1 = \omega$, $\omega_2 = 0$. Этим условиям соответствует синхронная машина с индуктором на роторе;

2) если же $i_1 = \text{const}$, то i_2 должно меняться как $i_2 = I_{2m} \sin \omega t$ (т.е. $\omega_2 = \omega$, $\omega_1 = 0$), и модель описывает синхронную машину с индуктором на статоре или коллекторную машину постоянного тока;

3) при $\omega_2 = \omega_1 - \omega$, когда $i_2 = I_{2m} \sin(\omega_1 - \omega)t$, модель соответствует асинхронной машине.

Электромеханические процессы в модели описываются известным уравнением моментов

$$M_{\text{мех}} + M_{\text{эм}} = J\ddot{\theta} + \alpha_{\text{тр}}\dot{\theta},$$

где $M_{\text{мех}}$ – механический момент, приложенный к валу; J – момент инерции ротора; $\alpha_{\text{тр}}$ – коэффициент трения; $\dot{\theta} = d\theta/dt = \omega$.

Исследуем в качестве примера с помощью обобщенной модели синхронную машину с $\omega_1 = \omega$. На симметричные обмотки α и β подаются напряжения

$$u_{\alpha} = U_m \sin \omega t, \quad u_{\beta} = -U_m \cos \omega t,$$

под действием которых текут токи и создается магнитное поле, вращающееся с угловой частотой ω . Одна из роторных обмоток обтекается постоянным током возбуждения, а другая обесточена: $i_{\lambda} = -I = \text{const}$, $i_{\nu} = 0$. Благодаря симметрии обмоток $L_{\alpha} = L_{\beta} = L$. Пусть, кроме того, R_{α} и R_{β} много меньше $X = \omega L$. Тогда имеем:

$$u_{\alpha} = U_m \sin \omega t = L \frac{di_{\alpha}}{dt} + \omega MI \sin(\omega t + \theta);$$

$$u_{\beta} = -U_m \cos \omega t = L \frac{di_{\beta}}{dt} - \omega MI \cos(\omega t + \theta).$$

Выделяя di_{α}/dt и di_{β}/dt и интегрируя их, получаем:

$$i_{\alpha} = -\frac{U_m}{X} \cos \omega t + \frac{\omega MI}{X} \cos(\omega t + \theta);$$

$$i_{\beta} = -\frac{U_m}{X} \sin \omega t + \frac{\omega MI}{X} \sin(\omega t + \theta).$$

Входящее в произведение ωMI представляет собой максимальную ЭДС вращения при холостом ходе, когда произведение MI равно максимальному потокоцеплению обмотки статора. Действующее значение этой ЭДС будем обозначать ε_0 , как это принято в теории электрических машин:

$$\varepsilon_0 = \frac{1}{\sqrt{2}} \omega M I.$$

Вводя действующее напряжение $U = U_m / \sqrt{2}$, получаем

$$M_{\text{эм}} = -\frac{2}{\omega} \frac{\varepsilon_0 U}{X} \sin \theta.$$

Угол θ характеризует сдвиг между потоком возбуждения, созданным обмоткой на роторе, и полным потоком, сцепленным с двухфазной якорной обмоткой на статоре. Действительно, при $R_\alpha = R_\beta = 0$ имеем $u_\alpha = U_m \sin \omega t = d\psi_\alpha / dt$ и $u_\beta = -U_m \cos \omega t = d\psi_\beta / dt$, откуда $\psi_\alpha = -U_m \cos \omega t / \omega$, $\psi_\beta = -U_m \sin \omega t / \omega$. Поэтому при $t = 0$ имеем $|\psi_\alpha| = \psi_{\alpha \max}$, $\psi_\beta = 0$, т.е. поток якоря направлен по оси α . Поток возбуждения направлен по оси λ на роторе и, следовательно, при $t = 0$ потоки возбуждения и якоря сдвинуты на угол θ . В последующие моменты времени этот сдвиг сохранится, так как поток двухфазной обмотки якоря вращается с той же угловой скоростью ω , что и ротор.

Электромагнитный момент неявнополюсной СМ пропорционален синусу угла между осями потока возбуждения и полного потока якоря. Аналогичным образом, но с другими исходными данными, могут исследоваться другие типы электрических машин.

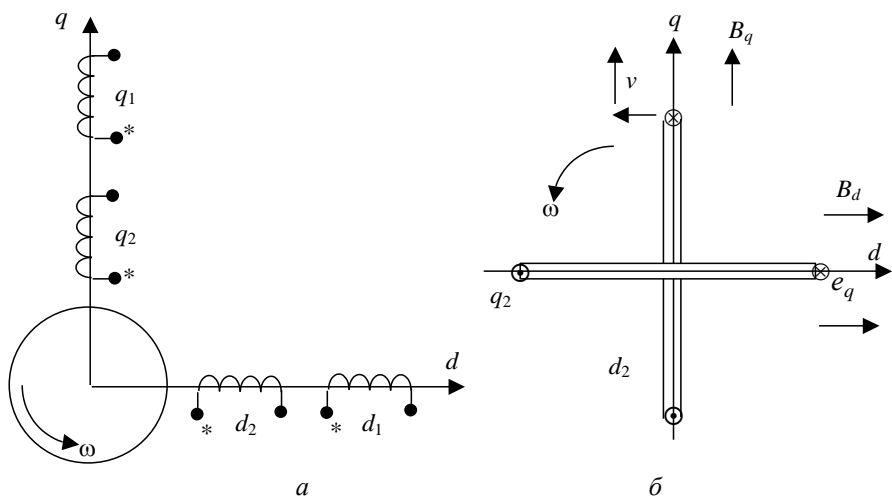
Рассмотренная модель обобщенной машины удобна при изучении установившихся режимов работы ЭМП различного типа. Однако она плохо приспособлена для анализа переходных процессов в ЭМП, а также для исследования ЭМП с неравномерным воздушным зазором, т.е. машине с явно выраженными полюсами. Главный недостаток модели связан с наличием гармонических коэффициентов в основной системе уравнений. Так как $\gamma = \gamma(t)$, то система имеет переменные (зависящие от времени) коэффициенты, что затрудняет ее использование.

6.5. ОБОБЩЕННАЯ МОДЕЛЬ С ВЗАИМНО НЕПОДВИЖНЫМИ ОСЯМИ КООРДИНАТ

В этой модели имеются две ортогональные оси d и q , общие для статора и ротора. Обычно ось d направляется по оси полюсов индуктора. Будем вначале считать, что полюсы находятся на статоре и, следовательно, оси d и q жестко связаны со статором. На неподвижных осях d и q располагаются две ортогональные обмотки статора d_1, q_1 и две обмотки ротора d_2, q_2 .

Таким образом, реальные вращающиеся обмотки ротора заменены двумя неподвижными ортогональными обмотками. Эта замена оправдана тем, что реальные обмотки ротора создают относительно статора либо стационарное, либо пульсирующее, либо вращающееся магнитное поле, а, как было показано выше, такие поля могут создаваться двумя ортогональными неподвижными обмотками.

Переход от вращающихся к неподвижным обмоткам учитывается введением в уравнения электрического равновесия соответствующих ЭДС вращения, которые обозначены \tilde{e} . Рассмотрим рисунок, на котором изображены обмотки ротора d_2, q_2 в виде сосредоточенных кольцевых катушек шириной $2r$, находящихся в поле с составляющими индукции B_d и B_q . При вращении ротора в каждом проводнике обмотки d_2 наводится ЭДС, равная $B_q l v$. Полная ЭДС \tilde{e}_{d_2} с учетом $v = \omega r$; $w 2rl B_q = w \Phi_{q_2} = \psi_{q_2}$ будет $\tilde{e}_{d_2} = -\omega \psi_{q_2}$. Знак минус учитывает тот факт, что возникающий от \tilde{e}_{d_2} ток создает магнитный поток, направленный по отрицательной полуоси d .



Аналогично в обмотке q_2 наводится ЭДС вращения

$$\tilde{e}_{d_2} = -\omega \psi_{q_2},$$

которая считается положительной, так как ток от \tilde{e}_{q_2} создает поток, направленный по положительной полуоси q .

Для каждой обмотки уравнение напряжений будет иметь вид

$$u + \tilde{e} = Ri + \frac{d\psi}{dt}.$$

Таким образом,

$$u_{d_1} = R_{d_1} i_{d_1} + \frac{d\psi_{d_1}}{dt};$$

$$u_{q_1} = R_{q_1} i_{q_1} + \frac{d\psi_{q_1}}{dt};$$

$$u_{d_2} - \omega \psi_{q_2} = R_{d_2} i_{d_2} + \frac{d\psi_{d_2}}{dt};$$

$$u_{q_2} + \omega \psi_{d_2} = R_{q_2} i_{q_2} + \frac{d\psi_{q_2}}{dt}.$$

Обозначая $p = d/dt$, получаем

$$u_{d_1} = R_{d_1} i_{d_1} + p\psi_{d_1};$$

$$u_{q_1} = R_{q_1} i_{q_1} + p\psi_{q_1};$$

$$u_{d_2} = R_{d_2} i_{d_2} + p\psi_{d_2} + \omega \psi_{q_2};$$

$$u_{q_2} = R_{q_2} i_{q_2} + p\psi_{q_2} - \omega \psi_{d_2}.$$

Потокосцепления, в свою очередь, определяются:

$$\psi_{d_1} = L_{d_1} i_{d_1} + M_d i_{d_2};$$

$$\psi_{q_1} = L_{q_1} i_{q_1} + M_q i_{q_2};$$

$$\psi_{d_2} = L_{d_2} i_{d_2} + M_d i_{d_1};$$

$$\psi_{q_2} = L_{q_2} i_{q_2} + M_q i_{q_1}.$$

Здесь L – индуктивность соответствующей обмотки, M_d – взаимная индуктивность между обмотками d_1 и d_2 ; M_q – между обмотками q_1 и q_2 .

Поскольку все обмотки взаимно неподвижны и структура магнитных цепей по осям d и q не меняется, все параметры L и M постоянны. Таким образом, после подстановки получена система дифференциальных уравнений с постоянными коэффициентами для описания модели

в отличие от предыдущей модели, которой соответствует система уравнений с переменными коэффициентами.

Уравнение электромагнитного момента для рассматриваемой двух-фазной двухполюсной модели записывается в виде

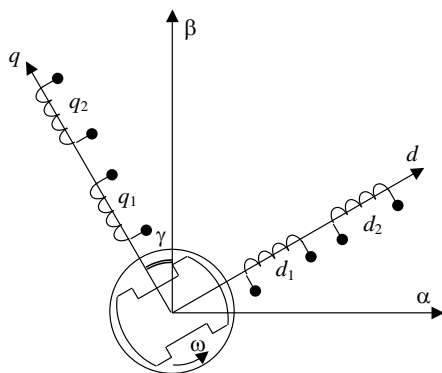
$$M_{\text{эм}} = \Psi_{q_2} i_{d_2} - \Psi_{d_2} i_{q_2}.$$

Используя соотношения для потокосцеплений, получим:

$$M_{\text{эм}} = M_q i_{q_1} i_{d_2} - M_d i_{d_1} i_{d_2} + i_{d_2} i_{q_2} (L_{q_2} - L_{d_2}).$$

Во многих случаях полюсы размещаются на роторе, а обмотка якоря – на статоре машины. Тогда удобно связать оси d и q с вращающимся ротором, направляя по-прежнему ось d вдоль оси полюсов.

Реальные обмотки машины заменены четырьмя фиктивными обмотками d_2, q_2, d_1, q_1 , связанными с осями d и q . Но оси d и q вращаются теперь вместе с ротором. Следовательно, реальные обмотки статора вращаются относительно осей d и q в противоположную сторону и в уравнениях электрического равновесия ЭДС вращения должны вводиться для статорных обмоток. Эти уравнения принимают вид



$$u_{d_1} = R_{d_1} i_{d_1} + p \Psi_{d_1} - \omega \Psi_{q_1};$$

$$u_{q_1} = R_{q_1} i_{q_1} + p \Psi_{q_1} + \omega \Psi_{d_1};$$

$$u_{d_2} = R_{d_2} i_{d_2} + p \Psi_{d_2};$$

$$u_{q_2} = R_{q_2} i_{q_2} + p \Psi_{q_2}.$$

Знаки ЭДС вращения в статорных обмотках определяются так же, как и для модели с неподвижными осями d и q .

Рассмотренная система называется *системой уравнений Парка–Горева* и играет важную роль при изучении электрических машин.

Запишем эту систему уравнений в развернутой форме:

$$u_{d_1} = (R_{d_1} + L_{d_1} p) i_{d_1} + M_d p i_{d_2} - \omega (L_{q_1} i_{q_1} + M_q i_{q_2});$$

$$u_{q_1} = (R_{q_1} + L_{q_1} p) i_{q_1} + M_q p i_{q_2} + \omega (L_{d_1} i_{d_1} + M_d i_{d_2});$$

$$u_{d_2} = (R_{d_2} + L_{d_2} p) i_{d_2} + M_d p i_{d_1};$$

$$u_{q_2} = (R_{q_2} + L_{q_2} p) i_{q_2} + M_q p i_{q_1}.$$

Электромагнитный момент, действующий на статор

$$M'_{эм} = \Psi_{q_1} i_{d_1} - \Psi_{d_1} i_{q_1}.$$

На ротор, очевидно, действует противоположный момент, рассчитываемый из следующего выражения:

$$M_{эм} = \Psi_{d_1} i_{q_1} - \Psi_{q_1} i_{d_1} = M_d i_{d_2} i_{q_1} - M_q i_{q_2} i_{d_1} + i_{d_1} i_{q_1} (L_{d_1} - L_{q_1}).$$

В уравнениях момента первые два члена в правой части характеризуют взаимодействие между токами статора и ротора и описывают основной электромагнитный момент. Последний член справа описывает добавочный (реактивный) момент, возникающий за счет несимметрии магнитной цепи по осям d и q , когда $L_d \neq L_q$, что имеет место в явно полюсных машинах.

6.6. ИСПОЛЬЗОВАНИЕ МОДЕЛЕЙ

В качестве примера использования модели с координатными осями d и q рассмотрим синхронную явнополюсную машину с двумя полюсами на роторе и обмоткой якоря на статоре. Ось d направлена по оси полюсов ротора и содержит обмотку d_2 (обмотку возбуждения), ось d не содержит обмоток на роторе. Пусть машина работает в генераторном режиме, когда напряжения на обмотках якоря не приклады-

ваются извне, а определяются суммой ЭДС за вычетом падений напряжения на сопротивлении R в каждой обмотке, т.е.

$$u = -\frac{d\psi}{dt} + \tilde{e} - iR.$$

Допустим далее, что режим стационарный, т.е. $p = 0$, и с учетом сделанных замечаний перепишем уравнения в виде

$$\begin{aligned} -u_{d_1} &= R_{d_1} i_{d_1} - \omega L_{q_1} i_{q_1}; \\ -u_{q_1} &= R_{q_1} i_{q_1} + \omega L_{d_1} i_{d_1} + \omega M_d i_{d_2}; \\ u_{d_2} &= R_{d_2} i_{d_2}; \\ u_{q_2} &= R_{q_2} i_{q_2} = 0. \end{aligned}$$

Введем обозначения:

$$X_d = \omega L_{d_1}; \quad X_q = \omega L_{q_1}; \quad \varepsilon_{0m} = -\omega M_d i_{d_2}.$$

Параметры X_d и X_q – индуктивные сопротивления якоря по продольной и поперечной осям соответственно. Величина ε_{0m} – амплитудное значение ЭДС вращения $\tilde{e}_{q_1} = -\omega \psi_{d_1}$ при холостом ходе, когда $\psi_{d_1} = M_d i_{d_2}$.

Первые два уравнения запишутся в виде

$$\begin{aligned} -u_{d_1} &= R_{d_1} i_{d_1} - X_q i_{q_1}; \\ -u_{q_1} &= R_{q_1} i_{q_1} + X_{d_1} i_{d_1} - \varepsilon_{0m}. \end{aligned}$$

Напряжения и токи реальных неподвижных статорных обмоток могут рассматриваться как проекции на оси обмоток изображающих векторов \vec{U}_m и \vec{I}_m , вращающихся относительно статора с угловой частотой ω .

Так как оси d и q в данном случае вращаются в ту же сторону с той же частотой, векторы \vec{U}_m и \vec{I}_m неподвижны относительно осей d и q , а их проекции на эти оси связаны уравнениями.

Если принять, что на оси d откладываются действительные, а на оси q – мнимые числа, то \vec{U}_m и \vec{I}_m можно представить так:

$$\vec{U}_m = u_{d1} + ju_{q1}; \vec{I}_m = i_{d1} + ji_{q1}.$$

Умножая первое уравнение на (-1) , второе на $(-j)$ и суммируя их, при $R_{d1} = R_{q1} = R$, опуская для упрощения индекс «1» у напряжений и токов, в результате получим

$$\vec{U}_m + R\vec{I}_m - X_q i_q + jX_d i_d = j\varepsilon_{0m} = \vec{\varepsilon}_{0m}.$$

Этому уравнению соответствует пространственная векторная диаграмма в комплексной плоскости, приведенная на рисунке. Хотя эта диаграмма построена на основе пространственных изображающих векторов, она идентична обычной векторной диаграмме синхронного генератора, поскольку в обоих случаях мгновенные значения параметров определяются как проекции вращающихся векторов на некоторые неподвижные оси.

Угол нагрузки θ на диаграмме характеризует сдвиг по фазе между $\vec{\varepsilon}_0$ и \vec{U} , а также пространственный сдвиг между осями потока возбуждения Φ_0 и полного потока якоря Φ (при пренебрежении R).

Момент $M_{эм}$ для рассматриваемой машины (пренебрегаем при этом влиянием активных сопротивлений обмоток ($R_{d1} = R_{q1} = R$)) определяется с учетом проекций векторов

$$i_{q1} = \frac{u_{d1}}{X_q} = \frac{U_m \sin \theta}{X_q};$$

$$i_{d1} = \frac{-u_{q1} + \varepsilon_{0m}}{X_d} = \frac{-U_m \cos \theta + \varepsilon_{0m}}{X_d}.$$

Подставляя и переходя к действующим значениям ε_0 , U , получим:

$$M_{эм} = -2 \left[\frac{\varepsilon_0 U}{\omega X_d} \sin \theta + \frac{U^2}{2\omega} \left(\frac{1}{X_q} - \frac{1}{X_d} \right) \sin 2\theta \right].$$

Знак минус перед правой частью показывает, что в генераторном режиме электромагнитный момент является тормозным.

В теории синхронных машин часто выбирают положительное направление $M_{эм}$ противоположным по отношению к $M_{мех}$, т.е. считают $M_{эм} > 0$, $\theta > 0$ в генераторном режиме и $M_{эм} < 0$, $\theta < 0$ в двигательном режиме.

Если синхронная машина имеет m фаз (а не две фазы, как в рассмотренном случае), то перед квадратной скобкой вместо 2 стоит множитель m . Таким образом, с помощью модели с (d, q) -координатами получают более полную формулу для электромагнитного момента, чем формула для неявнополюсной модели в (α, β) -координатах, в которой учет магнитной несимметрии затруднителен.

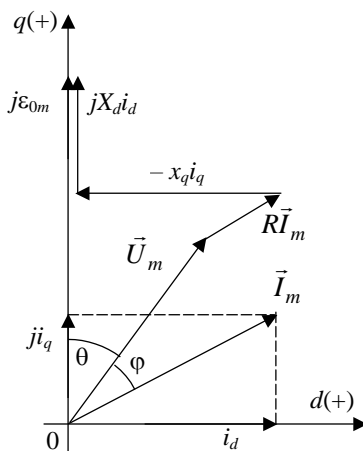
Таким образом, модель машины с осями d и q описывается системой дифференциальных уравнений с постоянными коэффициентами, что существенно упрощает ее анализ по сравнению с предыдущей моделью. Кроме того, модель с осями d и q позволяет легко учесть явнополюсную конструкцию электрической машины.

Модель ЭМП с (d, q) -координатами позволяет эффективно исследовать переходные процессы в динамических режимах синхронной машины. В таких режимах помимо якорной обмотки и обмотки возбуждения важную роль играют демпферные обмотки.

Полная система уравнений Парка–Горева для статорных обмоток якоря на осях d и q , обмотки возбуждения ротора на оси d и роторных демпферных обмоток на осях d и q запишется в виде

$$u_d = R_d i_d + \frac{d\psi_d}{dt} - \omega \psi_q;$$

$$u_q = R_q i_q + \frac{d\psi_q}{dt} + \omega \psi_d;$$



$$u_{fd} = R_{fd} i_{fd} + \frac{d\psi_{fd}}{dt};$$

$$0 = R_{dd} i_{dd} + \frac{d\psi_{dd}}{dt};$$

$$0 = R_{dq} i_{dq} + \frac{d\psi_{dq}}{dt}.$$

Считая, что обмотки ротора приведены к обмоткам статора, можно выразить потокосцепления обмоток статора и ротора в виде

$$\psi_d = L_d i_d + M_d i_{fd} + M_d i_{dd};$$

$$\psi_q = L_q i_q + M_q i_{dq};$$

$$\psi_{fd} = L_{fd} i_{fd} + M_d i_d + M_d i_{dd};$$

$$\psi_{dd} = L_{dd} i_{dd} + M_d i_d + M_d i_{fd};$$

$$\psi_{dq} = L_{dq} i_{dq} + M_q i_q,$$

где L и M – полная индуктивность обмотки и взаимная индуктивность между обмотками на соответствующих осях.

Ясно, что L определяется полным потоком, сцепленным с обмоткой M потоком взаимной индукции. Поэтому разности $L - M = L_\sigma$ соответствуют потокам рассеяния обмоток, т.е.

$$L_{\sigma d} = L_d - M_d; \quad L_{\sigma q} = L_q - M_q; \quad L_{\sigma f} = L_{fd} - M_{fd};$$

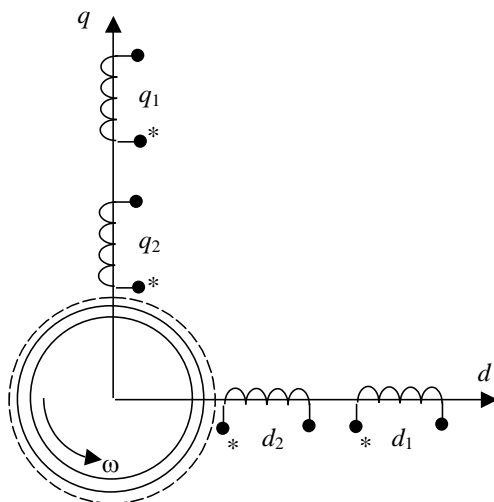
$$L_{\sigma dd} = L_{dd} - M_d; \quad L_{\sigma dq} = L_{dq} - M_q.$$

Так как все обмотки неподвижны, то L и M – const вследствие того, что это первые пространственные гармоники поля. Поэтому система уравнений Парка–Горева приводится к системе с постоянными коэффициентами и может решаться операторным методом относительно неизвестных токов i_d и i_q .

6.7. К ОПРЕДЕЛЕНИЮ ПАРАМЕТРОВ ОБОБЩЕННОГО ЭМП

Во многих моделях обобщенных ЭМП используются индуктивности L и M как известные величины, т.е. параметры. Их расчет является сложной задачей и достоверность можно предполагать только с распределением магнитного поля в воздушном зазоре, которое обычно двухмерное. Именно в воздушном зазоре сосредоточена основная часть магнитной энергии $B^2 / 2\mu_0$.

Рассмотрим модель с взаимно неподвижными осями координат, на которых расположены ортогональные обмотки. Представим, что все обмотки равномерно распределены в бесконечно тонком слое, примыкающем к воздушному зазору.



Ток течет вдоль оси z , перпендикулярной плоскости чертежа, и распределен по гармоническому закону вдоль зазора (по азимуту). Тогда каждый тонкий слой можно характеризовать линейной плотностью тока δ , определяемой током слоя, приходящимся на единицу длины вдоль зазора.

Например, для обмотки d_1 имеем

$$\delta_{d_1} = e_z i_{d_1} n_{d_1} \cos p\varphi,$$

где e_z – единичный вектор по оси z ; i_{d_1} – ток в обмотке d_1 ; n_{d_1} – среднее число проводников в обмотке d_1 на единичной длине вдоль зазора; φ – угловая координата вдоль зазора, выраженная в геометрических градусах; p – число пар полюсов.

Если в обмотке d_1 значение $\bar{\delta}_{d_1}$ распределено не по гармоническому (но всегда периодическому) закону, можно считать, что выражение соответствует первой пространственной гармонике линейной плотности тока.

Определяем напряженность магнитного поля $\bar{\mathbf{H}}_{d_1}$ в зазоре, создаваемую токовым слоем d_1 . Для этого введем скалярный потенциал магнитного поля ψ_m согласно условию $\bar{\mathbf{H}} = -\nabla\psi_m$. Потенциал ψ_m , как известно, удовлетворяет уравнению Лапласа $\nabla^2\psi_m = 0$, которое в рассматриваемом случае имеет аналитическое решение, получаемое, например, методом разделения переменных для цилиндрических координат r, φ, z . С учетом граничных условий для ненасыщенных сердечников

$$H_\varphi|_{r=r_1} = -(\bar{\delta}_{d_1})_z, \quad H_\varphi|_{r=r_2} = 0$$

получается общее аналитическое выражение для $\bar{\mathbf{H}}_{d_1}$, которое с учетом допущений $\delta = r_1 - r_2 \ll r_1, \delta \ll r_2$ сводится к приближенной формуле:

$$\bar{\mathbf{H}}_{d_1} = -e_r \frac{r_2}{p\delta} i_{d_1} n_{d_1} \sin p\varphi.$$

Аналогичным путем можно рассчитать напряженность $\bar{\mathbf{H}}_{d_1}$ от обмотки q_1 , сдвинутой по азимуту на $\pi/2$ относительно обмотки d_1 и характеризуемой токовым слоем:

$$\bar{\delta}_{q_1} = e_z i_{q_1} n_{q_1} \cos(p\varphi - \pi/2).$$

Определив подобным образом напряженности от всех обмоток и суммируя их, получим:

$$\begin{aligned}\bar{\mathbf{H}} &= \bar{\mathbf{H}}_{d_1} + \bar{\mathbf{H}}_{q_1} + \bar{\mathbf{H}}_{d_2} + \bar{\mathbf{H}}_{q_2} = \\ &= -e_r \frac{r_2}{p\delta} \left[i_{d_1} n_{d_1} \sin p\varphi - i_{q_1} n_{q_1} \cos p\varphi + i_{d_2} n_{d_2} \sin p\varphi - i_{q_2} n_{q_2} \cos p\varphi \right].\end{aligned}$$

Зная распределение $\bar{\mathbf{H}}$ и соответственно удельной магнитной энергии $\mu_0 H^2/2$, можно найти полную магнитную энергию для зазора:

$$W_M = \int_0^l \int_{\eta_1}^{r_2} \int_0^{2\pi} \frac{\mu_0 \bar{H}^2}{2} r dz dr d\varphi.$$

После интегрирования с учетом $rdr \approx r_2 dr$ получаем

$$W_M = i_{d_1}^2 n_{d_1}^2 \frac{l\pi r_2^3 \mu_0}{2p^2 \delta} + i_{q_1}^2 n_{q_1}^2 \frac{l\pi r_2^3 \mu_0}{2p^2 \delta} + i_{d_1} i_{d_2} n_{d_1} n_{d_2} \frac{l\pi r_2^3 \mu_0}{2p^2 \delta} + \dots$$

В то же время, как известно, магнитная энергия обмоток может вычисляться через собственные и взаимные индуктивности обмоток:

$$W_M = \frac{1}{2} L_{d_1} i_{d_1}^2 + \frac{1}{2} L_{q_1} i_{q_1}^2 + M i_{d_1} i_{d_2} + \dots$$

Поскольку для W_M выражения должны быть равны при произвольных значениях токов, то, приравнявая коэффициенты перед квадратами соответствующих токов или их произведениями, получают формулы для расчета собственных и взаимных индуктивностей обмоток.

Пусть, например, $n_{d_1} = n_{q_1} = n_1$. Тогда

$$L_{d_1} = L_{q_1} = L_1 = \frac{\mu_0 n_1^2 l \pi r_2^3}{p^2 \delta}.$$

Индуктивное сопротивление обмотки статора равно $X_1 = 2\pi f_1 L_1$.

Используются очевидные соотношения

$$2r_2 = D; \quad \tau = \pi D/2p; \quad n_1 = 2m w_1 / \pi D,$$

где D – внешний диаметр ротора; τ – полюсное деление; m – число фаз статорной обмотки; w_1 – число витков фазы.

Кроме того, учтем увеличение расчетного зазора δ за счет зубчатой структуры поверхностей сердечников коэффициентом зазора $k_\delta > 1$ и за счет насыщения стали – коэффициентом $k_\mu > 1$, а также учтем укорочение и распределение обмоток с помощью обмоточного коэффициента $k_0 < 1$. Тогда

$$X_1 = \frac{4mf_1\mu_0\tau lw_1^2 k_0^2}{\pi k_\mu k_\delta \delta p}.$$

Полученное выражение совпадает с формулой для главного индуктивного сопротивления обмотки переменного тока. Это естественно с физической точки зрения, поскольку X_1 и X_r связаны с магнитным полем, проходящим через рабочий зазор.

Подобным образом определяются другие параметры обмоток.

Расчет параметров значительно усложняется для явнополюсных машин, когда $\delta \neq \text{const}$, но принципиально он может проводиться аналогичным путем.

В частности, при приближенном анализе поля находят распределение напряженности \mathbf{H} как для неявнополюсной машины, а затем учитывают явнополюсность при переходе от \mathbf{H} к индукции $\mathbf{B} = \mu_3 \mathbf{H}$ введением некоторой гипотетической эффективной магнитной проницаемости для радиальной компоненты индукции:

$$\mu_3 = \mu + \frac{1}{2} \Delta\mu \cos p\varphi.$$

Значение μ_3 изменяется от $\mu - \frac{1}{2} \Delta\mu$ (пространство между полюсами) до $\mu + \frac{1}{2} \Delta\mu$ (пространство под полюсами), что обеспечивает распределение радиальной индукции в зазоре, согласующееся с физическими представлениями.

Таким образом, из распределения магнитного поля ЭМП можно найти основные параметры, входящие в коэффициенты дифференциальных уравнений, которые описывают все электромагнитные процессы. Отсюда ясна важность детального изучения структуры магнитного поля в ЭМП всех типов.

6.8. ИСПОЛЬЗОВАНИЕ УРАВНЕНИЙ ЛАГРАНЖА ДЛЯ ОПИСАНИЯ ЭЛЕКТРОМЕХАНИЧЕСКИХ ПРЕОБРАЗОВАТЕЛЕЙ

Обычно для исследований обобщенного ЭМП используются уравнения, полученные из физических представлений.

Для вывода основных уравнений можно использовать более глубокую, хотя и менее наглядную связь между процессами, выражаемую универсальным **принципом Гамильтона** (принципом наименьшего действия): переход системы из одного состояния для момента времени t_1 в другое состояние для момента t_2 происходит так, что достигает

минимума интеграл $\int_{t_1}^{t_2} \kappa dt$, где κ – *силовая функция (лагранжиан)*

данной системы. Минимум интеграла реализуется, если κ удовлетворяет *уравнению Лагранжа*:

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial \kappa}{\partial \dot{x}} \right) - \frac{\partial \kappa}{\partial x} + \frac{\partial D}{\partial \dot{x}} = F_x$$

для каждой *обобщенной координаты x системы*. В уравнении: $\dot{x} = dx/dt$; D – *диссипативная функция*; F_x – *внешняя обобщенная сила*, стремящаяся изменить координату x . Под x понимаются независимые величины, набор которых однозначно определяет физическое состояние системы.

Таким образом, если функция κ определена, можно решить систему уравнений для каждой координат x и получить полное описание поведения системы.

Лагранжиан κ представляется как разность между кинетической W_k и потенциальной $W_{\text{п}}$ энергиями системы: $\kappa = W_k - W_{\text{п}}$.

В электромеханике в понятие W_k кроме собственно кинетической энергии обычно включают энергию магнитного поля W_m , а в $W_{\text{п}}$ – энергию электрического поля $W_{\text{эл}}$; кроме того, в функцию D кроме слагаемых, характеризующих трение, вводят слагаемые вида $Ri^2/2$, где R – активное сопротивление, i – ток.

В обобщенные координаты x кроме геометрических координат включают электрические заряды q , поскольку они также описывают физическое состояние систем, а в обобщенные силы включают прикладываемые напряжения, которые стремятся изменить заряды q и токи $I = dq/dt = q$.

В качестве примера используют уравнения Лагранжа для описания модели обобщенной машины. Очевидно, что она однозначно характеризуется пятью обобщенными координатами: углом поворота ротора γ и зарядами (или токами) в четырех обмотках, т.е. $q_\alpha, q_\beta, q_\lambda, q_\nu$. На систему воздействуют пять обобщенных сил: внешний механический момент $M_{\text{мех}}$ и напряжения, приложенные к обмоткам $u_\alpha, u_\beta, u_\lambda, u_\nu$. Для модели $W_\Pi = 0$ и, следовательно:

$$\begin{aligned} \mathcal{L} = W_K = J \frac{\omega^2}{2} + W_M = J \frac{\gamma^2}{2} + \frac{1}{2} \frac{L_\alpha i_\alpha^2 + L_\beta i_\beta^2 + L_\lambda i_\lambda^2 + L_\nu i_\nu^2}{2} + \\ + M_{\alpha\lambda} i_\alpha i_\lambda + M_{\alpha\nu} i_\alpha i_\nu + M_{\beta\lambda} i_\beta i_\lambda + M_{\beta\nu} i_\beta i_\nu; \\ D = \frac{\alpha_{\text{тр}} \omega^2 + R_\alpha i_\alpha^2 + R_\beta i_\beta^2 + R_\nu i_\nu^2}{2}, \end{aligned}$$

где $\alpha_{\text{тр}}$ — коэффициент трения ротора.

Запишем для $x = q_\alpha$. Тогда:

$$\begin{aligned} \frac{\mathcal{L}}{\mathcal{L} \dot{q}_\alpha} = \frac{\mathcal{L}}{\mathcal{L} i_\alpha} = L_\alpha i_\alpha + M_{\alpha\lambda} i_\lambda + M_{\alpha\nu} i_\nu = \Psi_\alpha; \\ \frac{\mathcal{L}}{\mathcal{L} q_\alpha} = 0; \quad \frac{\mathcal{L}}{\mathcal{L} i_\alpha} D = R_\alpha i_\alpha; \quad F_\alpha = u_\alpha. \end{aligned}$$

Таким образом,

$$u_\alpha = R_\alpha i_\alpha + d\Psi_\alpha / dt,$$

что соответствует известному уравнению напряжений для обмотки на оси α .

Аналогичные уравнения могут быть получены и для остальных обмоток.

Уравнение механического равновесия записывается для координаты $x = \gamma$:

$$\frac{\mathfrak{J}\dot{\kappa}}{\mathfrak{J}\dot{\gamma}} = J\dot{\gamma}; \quad \frac{\mathfrak{J}\kappa}{\mathfrak{J}\gamma} = i_{\alpha}i_{\lambda} \frac{\mathfrak{J}M_{\alpha\lambda}}{\mathfrak{J}\gamma} + i_{\alpha}i_{\nu} \frac{\mathfrak{J}M_{\alpha\nu}}{\mathfrak{J}\gamma} + i_{\beta}i_{\lambda} \frac{\mathfrak{J}M_{\beta\lambda}}{\mathfrak{J}\gamma} + i_{\beta}i_{\nu} \frac{\mathfrak{J}M_{\beta\nu}}{\mathfrak{J}\gamma};$$

$$\frac{\mathfrak{J}D}{\mathfrak{J}\dot{\gamma}} = \alpha_{\text{тр}}\dot{\gamma}; \quad F_{\gamma} = M_{\text{мех}}.$$

Второе из этих соотношений приводится к $\frac{\partial \kappa}{\partial \gamma} = M_{\text{эм}}.$

Таким образом,

$$J \frac{\partial \dot{\gamma}}{\partial t} - M_{\text{эм}} + \alpha_{\text{тр}}\omega = M_{\text{мех}}$$

является уравнением моментов.

Можно получить с единых позиций все дифференциальные уравнения, описывающие электромагнитные и механические процессы в модели ЭМП.

Использование уравнений Лагранжа особенно эффективно при изучении сложных систем с элементами, обладающими разнородной физической структурой.

7. УПРАВЛЕНИЕ ПОТОКОМ ЭНЕРГИИ В ЭМС

Под управлением в ЭМС понимают регулирование частоты вращения от пуска до торможения в соответствии с сигналами, поступающими от системы управления.

7.1. ОБЩИЕ ВОПРОСЫ УПРАВЛЕНИЯ В ЭМС.

Требования, предъявляемые к ЭМС

В процессе разработки электромеханических систем приходится учитывать весьма разнообразный комплекс требований, предъявляемых к системам. В принципе возможно построение оптимальной системы, если одну или несколько технических характеристик положить

в основу критерия оптимальности и затем определить условия получения его оптимального значения. Однако это еще не означает, что полученная таким образом система будет наилучшей (оптимальной) с точки зрения удовлетворения всему комплексу требований к ней.

Создание управляемых электромеханических систем способствует появлению новых технологических процессов, улучшению технических характеристик устройств. Разработка различного рода быстродействующих тиристорных и транзисторных преобразователей частоты, регуляторов на базе интегральных схем и микропроцессоров позволяет управлять требуемыми параметрами режима по заданным законам.

В управляемых ЭМС электромеханические преобразователи работают, в основном, в динамических режимах, т.е. переходный процесс является для них нормальным рабочим режимом. Следовательно, проектирование таких ЭМС следует осуществлять с учетом возможности реализации управления динамическими процессами, а также разработки специальных преобразователей (регуляторов) и специальных ЭМП с заданными динамическими свойствами.

Все большее распространение получают автономные системы электроприводов с широким диапазоном плавного регулирования частоты вращения, автономные системы электроснабжения специфических потребителей, в частности, бытовые и общепромышленные установки (электроинструмент, стиральные машины, холодильные агрегаты, электромясорубки, вентиляторы, деревообрабатывающие станки, регулирующая аппаратура теплопередающих сетей и другие подобные устройства). Специфичность подобных установок заключается в том, что они получают питание от однофазной сети, что предопределяет использование определенного типа электродвигателей, прежде всего двухфазных конденсаторных или трехфазных асинхронных электродвигателей, а также коллекторных двигателей переменного тока.

В большинстве случаев режим работы ЭМС является переменным – непрерывно меняется нагрузка, периодически осуществляются пуски и остановки, и в соответствии с требованиями технологии регулируется скорость. К ЭМС предъявляются зачастую особо повышенные требования в отношении точности выполнения операций, осуществления движения по определенному закону в зависимости от времени или перемещения рабочего органа, обеспечения точной остановки механизма в заданном месте.

В целом можно выделить следующие группы требований, предъявляемых к ЭМС:

- функциональные (по обеспечению требуемых режимов работы);
- к качеству регулирования (по достижению показателей качества, соответствующих режимам работы);
- к надежности в штатных режимах (большой срок службы) и в нештатных режимах (сохранение минимальной работоспособности, отсутствие разрушающего воздействия на другие устройства);
- эксплуатационные (отсутствие необходимости обслуживания установок с ЭМС);
- к потребляемой мощности, включая отдельные ограничения по напряжению и току;
- к массе и габаритам (например, высокие удельные показатели момента на единицу массы или объема).

Источники возмущения в ЭМС: нагрузка, передаточное устройство (механический редуктор), преобразовательное устройство (источник питания), неидеальности датчиков и исполнительного двигателя, нестабильность параметров элементов.

В низкоскоростных системах во всех режимах особую проблему представляет обеспечение плавности перемещения, на которой отражаются многие факторы: форма питающих напряжений (синусоидальная, ступенчатая, прямоугольная), частота питания (например, возможность шагания двигателя на низких скоростях), специфические свойства механических передач (момент сухого трения), принцип управления (релейный, импульсный, аналоговый).

Обычно, кроме основного требования к точности ЭМС предъявляются и другие (часто противоречивые) требования, основными из которых являются требования по быстродействию и ограничению на потребляемую мощность – среднюю и мгновенную.

Между требованиями по точности и ограничениями на потребляемую мощность имеется противоречие. Одним из способов повышения динамической точности является форсировка потока энергии от источника питания, например, повышением напряжения. Но это означает необходимость запаса по напряжению, что может приводить к повышению установленной мощности источника и дополнительным потерям в установившихся режимах. Для уменьшения потерь можно ис-

пользовать импульсное управление (хотя при этом может увеличиться мгновенное энергопотребление). Но некоторые варианты импульсного управления чувствительны к нестабильности параметров элементов, что отрицательно сказывается на точности всей ЭМС.

Режим включения (непрерывный, кратковременный, повторно-кратковременный) порождает свои требования. Под *включением ЭМС*, в отличие от *включения двигателя*, понимается появление задания на отработку перемещения. Перед каждым включением ЭМС двигатель может быть в «горячем» (предварительно включенном) или «холодном» (обесточенном) состоянии. Подача питания на двигатель непосредственно в момент поступления задания приводит к дополнительным переходным процессам формирования электромагнитного поля, из-за чего во вращающем моменте появляются многочисленные высшие гармоники, приводящие к колебаниям ротора [64, 105]. В случае отработки больших перемещений (режим переброса на десятки градусов) эти процессы обычно успевают затухнуть, когда ротор подходит к заданному положению, и они не оказывают заметного влияния на точность регулирования. При отработке малых перемещений (на единицы и доли градуса) время формирования поля может оказаться соизмеримым с временем отработки этих малых перемещений, и тогда дополнительные гармоники момента могут вызвать колебания и перерегулирование [204]. Поэтому для обеспечения точности целесообразно поддерживать двигатель в «горячем» (или «теплом») состоянии с уже сформированным электромагнитным полем. Однако в режиме ожидания (особенно длительного) это приводит к увеличению потребления электроэнергии и дополнительным потерям. Возможен и компромисс, когда в режиме ожидания поддерживается минимальное электромагнитное поле, но это возможно не для всех типов двигателей и режимов работы.

Особенностью многих ЭМС является функционирование их в различных режимах в сочетании продолжительных динамических (следящие системы) или продолжительных статических (системы точного позиционирования), стабилизации скорости (режим сопровождения) или положения (режим удержания).

Общие требования к ЭМС вытекают из свойств регулируемого объекта:

- а) высокое быстродействие в сочетании с плавностью движения;
- б) ограничение (при необходимости – отсутствие) перерегулирования;
- в) высокая точность отработки перемещений (погрешность на уровне единиц и десятков угловых секунд);
- г) устойчивость и стабильность характеристик в широком диапазоне изменения момента сопротивления и момента инерции нагрузки;
- д) повышенная надежность в эксплуатации;
- е) минимальные массогабаритные показатели;
- ж) широкий диапазон изменения скорости в сочетании с ее мгновенной стабильностью.

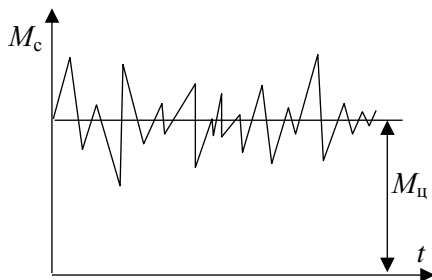
7.2. МОМЕНТЫ И СИЛЫ СОПРОТИВЛЕНИЯ В ЭМС

В установившемся режиме работы ЭМС электромагнитный момент $M_{\text{эм}}$ уравнивается моментом сопротивления нагрузки $M_{\text{нагр}}$ рабочей машины и сопутствующими тормозными моментами, т.е. полезными и ... ситами сопротивлений. Эти моменты, пересчитанные на угловую скорость вала двигателя, называют приведенными статическими моментами M_c .

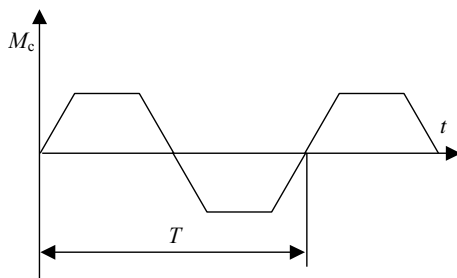
Различают 4 вида процессов.

1. Случайный (стохастический) процесс. Статические моменты M_c могут быть случайными или периодическими функциями времени, а также функциями параметров движения – пути, скорости или ускорения. Характерные величины: D_c – дисперсия, мера рассеяния, $R_c(t)$ – корреляционная функция, $S(\omega)$ – спектральная плотность.

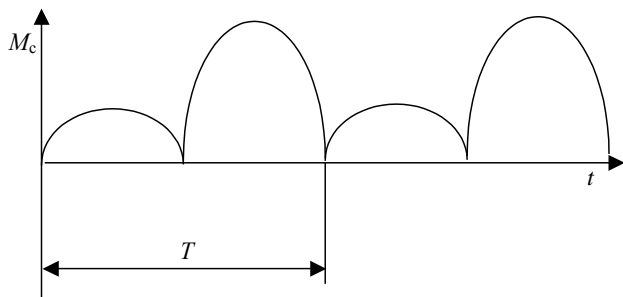
$M_c(t) = M_{\text{ц}}(t) + m_c(t)$ – центрированный $M_{\text{ц}}(t)$ плюс регулярная, составляющая – математическое ожидание $m_c(t)$.



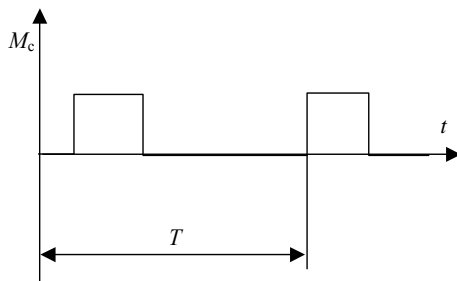
2. Периодический процесс – без постоянной составляющей. Разлагается в ряд Фурье – т.е. сумма гармоник.



3. Периодический процесс с постоянной составляющей. Разлагается в ряд Фурье с постоянной составляющей.



4. Импульсный процесс. Прессовка и штамповка.



Случайный процесс характерен для ветровой нагрузки, для горно-добывающих, сельхозмашин, машин, обрабатывающих материалы с резко переменными свойствами.

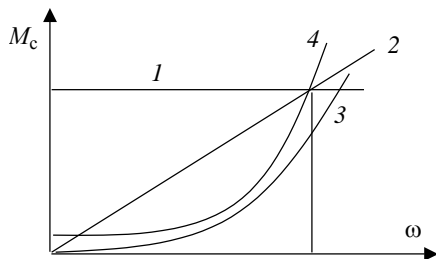
Статические моменты, как правило, зависят от скорости.

1 – не зависит (резание дерева, металлов и других однородных материалов);

2 – линейная зависимость от скорости – силы трения в упругих элементах;

3 – пропорционально ω^2 – вентиляторы, трение несущественно;

4 – пропорционально ω^2 – вентиляторы, трение



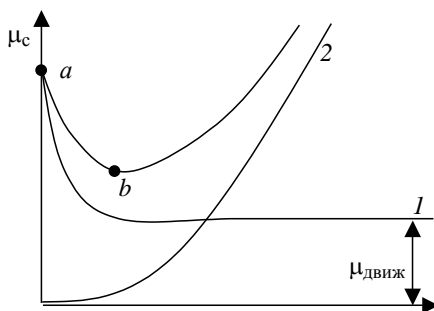
$$\mu_c = \mu_0 + (\mu_n - \mu_0) \left(\frac{\omega}{\omega_n} \right)^k$$

и при $\omega > 10^3$ рад/с. μ_0 – мех. момент, $\omega = 0$, $k = 0,1,2$, дробное ≈ 5 .

Силы трения зависят от среды – «сухое» трение о твердую поверхность, которое различно при покое и в движении, соответственно и моменты.

Вязкое трение (жидкое) – зависит от скорости.

Как правило, эти два вида встречаются вместе, тогда μ_c имеет участок $a - b$, что создает серьезные проблемы в обеспечении устойчивости работы ЭМС при низких скоростях.

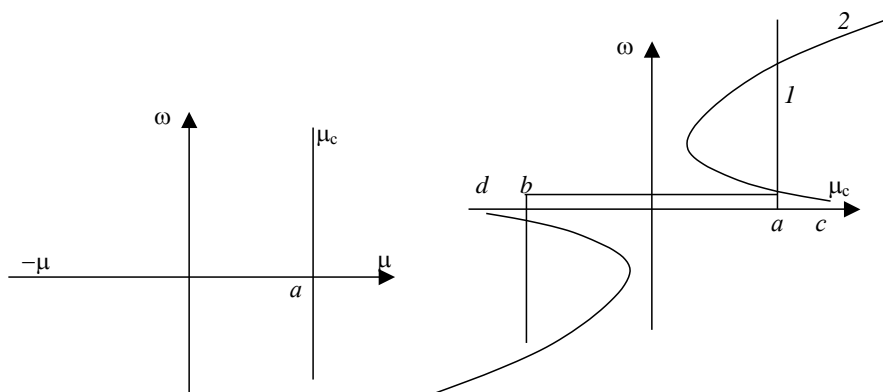


Статические моменты, естественно, препятствуют движению и их принято разделять на реактивные – моменты сухого и вязкого трения:

1 – постоянный,

2 – $\sim \mu_c$.

Терпят разрыв при $\omega = 0$, устойчивое состояние покоя в любой точке на $a - b$ или $c - d$.



Активные потенциальные моменты (силы) связаны с перераспределением потенциальной энергии отдельных элементов ЭМС. Создаются силами веса, сжатия, растяжения и скручивания и не меняют своего знака при изменении направления движения, а также не меняются от скорости движения, их называют консервативными. Неустойчивое состояние покоя – только в точке a .

7.3. СПОСОБЫ, ЗАКОНЫ И СИСТЕМЫ УПРАВЛЕНИЯ В ЭМС

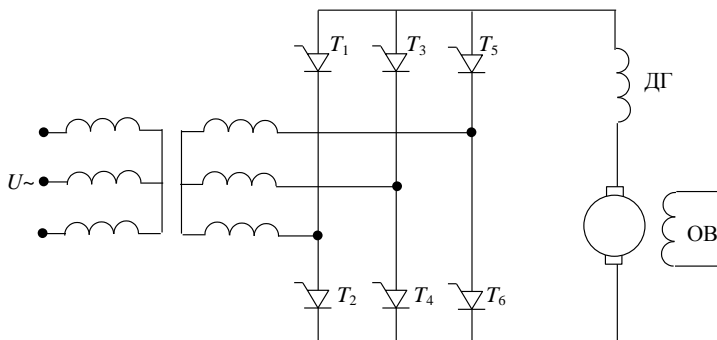
В ЭМС с двигателями постоянного тока (ДПТ) способы и законы регулирования определяются их механическими характеристиками и свойствами ДПТ, определяющими пуски и торможения. Системы управления имеют несколько видов.

1. Система генератор-двигатель (Г-Д). Генератор вращается с постоянной скоростью первичным двигателем, например, АД. Нагрузка Γ – якорь двигателя. Управляющий ток (напряжение) – ток возбуждения генератора $I_{вг}$, изменение которого приводит к изменению $E_{г}$ и соответственно $U_{д}$, т.е. якорное управление.

2. Система ЭМУ-Г-Д. В этой системе электромашинный усилитель ЭМУ применяется для управления возбуждением генератора в ЭМС большой мощности.

3. Система УВ-Д. Сеть УВ-Д:

Изменением угла отпирания α регулируют напряжение на двигателе. Управляющие сигналы, открывающие тиристоры, подаются в последовательности $T_1 - T_6 - T_3 - T_2 - T_5 - T_4$ со сдвигом 60° , т.е. $m = 6$, при этом $T_1 - T_3 - T_5$ – открываются в положительные, а $T_2 - T_4 - T_6$ – в отрицательные полупериоды U_ϕ .



4. Система МУ-Д.

Регулирующее устройство МУ простое и надежное, имеет ферромагнитный сердечник и обмотки: рабочую и управляющую. Постоянный ток подается в управляющую обмотку, изменяется насыщение сердечника и напряжение на рабочей обмотке, к которой подключен двигатель. Схема управления имеет вид (см. рисунок).

$U_{см}$ – постоянный ток, для смещения рабочей точки по кривой намагничивания, Y_1 и $Y_{и}$ – две управляющие обмотки. Подавая напряжение на любую из них, изменяют $U_{дв}$.

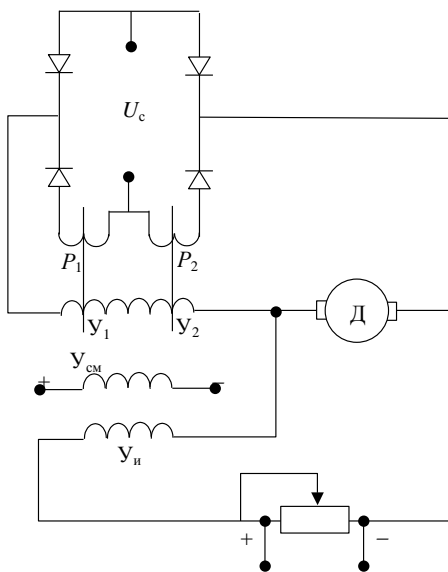
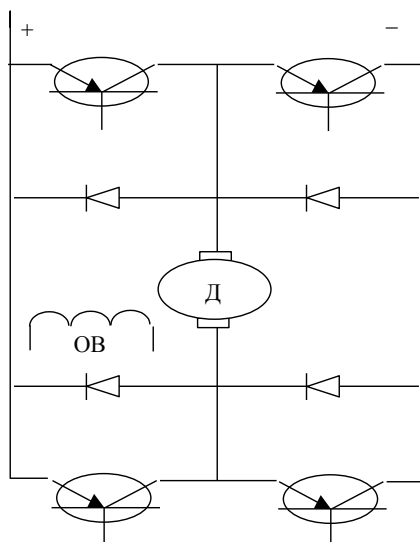


Схема МУ-Д

5. Импульсное управление.

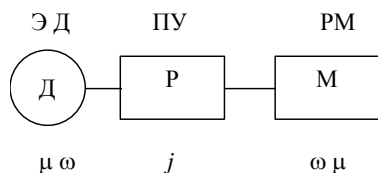


Импульсное управление

Частота переключения 1...2 КГц, поэтому момент за период не меняется, а среднее U и соответственно частоту можно регулировать.

7.4. РАЦИОНАЛЬНОЕ РАСПРЕДЕЛЕНИЕ ПЕРЕДАТОЧНЫХ ЧИСЕЛ

Тенденция современных ЭМС связана с использованием безредукторных систем, однако еще немало ЭМС, в которых применение редуктора вполне обосновано.



Как правило, механическая часть ЭМС имеет жесткие кинематические звенья и поэтому упрощенная модель системы включает ЭД – электродвигатель, ПУ – передаточное устройство и РМ – исполнительный механизм, рабочая машина.

Для получения возможности расчетов следует привести моменты, сопротивление, инерционные массы и т.д. к одной оси, т.е. заменить реальную систему моделью, в которой движущие моменты, моменты сопротивления и инерционные массы пересчитаны так, чтобы сохранились кинематические и динамические свойства системы.

Приведение моментов

Равенство мощностей на валах Д-РМ

$$\mu_c \omega_d = \mu_{pm} \omega_{pm},$$

где μ_c – статический момент, приведенный к валу двигателя; μ_{pm} – статический момент механизма; ω_d и ω_{pm} – угловые скорости Д и РМ.

$$\mu_c = \mu_d = \mu_{pm} \frac{\omega_{pm}}{\omega_d} = \mu_{pm} / j,$$

где j – передаточное число.

Если имеется несколько передач, то

$$j_{\Sigma} = j_1 \cdot j_2 \cdot j_3 \dots j_n = \prod_{i=1}^n j_i.$$

Поэтому используют приведение инерционных масс.

Моменты инерции относительно оси от расположения центра масс могут быть определены

$$J = \sum_{i=1}^k m_i r_i^2,$$

где r_i – наименьшее расстояние от центра тяжести массы m_i до оси вращения.

В практических расчетах пользуются понятием радиуса инерции $R_{и}$

$$J = R_{и}^2 \sum_{i=1}^k m_i, \text{ или } J = m R_{и}^2.$$

Инерции простейших тел приводятся в справочниках.

Из равенства кинетической энергии

$$\frac{J_{\text{пр}} \omega_{\text{д}}^2}{2} = \frac{J_{\text{д}} \omega_{\text{д}}^2}{2} + \sum_{i=1}^k \frac{J_i \omega_i^2}{2} + \frac{J_{\text{рм}} \omega_{\text{рм}}^2}{2},$$

где $J_{\text{пр}}$ – момент инерции системы, приведенный к валу двигателя; $J_{\text{д}}$, $J_1 \dots J_k$, $J_{\text{рм}}$ – моменты инерции самого двигателя, передаточного устройства и РМ; $\omega_{\text{д}}$, $\omega_1 \dots \omega_k$, $\omega_{\text{рм}}$ – скорости Д-ПУ-РМ.

Отсюда

$$J_{\text{пр}} = J_{\text{д}} + \frac{J_1}{j_1^2} + \frac{J_2}{j_2^2} + \dots + \frac{J_{\text{рм}}}{j_{\text{рм}}^2},$$

где $J_1 \dots J_2$, J_m – передаточные числа между осями двигателя, от элементов ПУ и РМ.

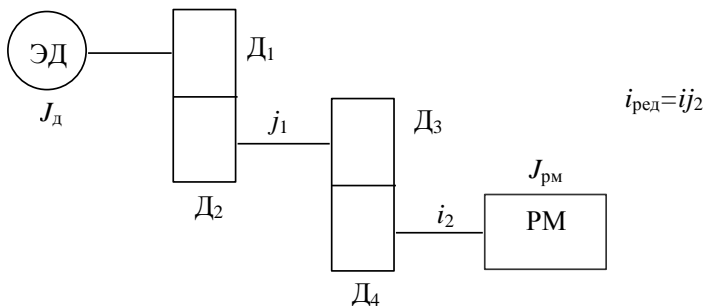
В практике пользуются

$$J_{\text{пр}} = \Delta J_{\text{д}} + \frac{J_{\text{рм}}}{j_{\text{рм}}^2},$$

где $\Delta = 1, 1 \dots 1, 3$ – учитывает моменты инерции ПУ или

$$J_{\text{пр}} = J_{\text{д}} + J_{\text{ред}} + \frac{J_{\text{рм}}}{j_{\text{рм}}^2}.$$

Практические расчеты:



Колеса можно считать сплошными цилиндрами с одинаковой шириной, изготовленными из одинакового материала. Момент инерции

цилиндра $J_{\text{ц}} = \frac{m_{\text{ц}} r_{\text{ц}}^2}{2}$. При ρ – плотность, V – объем получим

$$J_{\text{ц}} = \frac{1}{2} \rho V \frac{D_{\text{ц}}^2}{4}; \quad V = \frac{1}{2} \frac{\pi D_{\text{ц}}^2}{4} b \rho \frac{D_{\text{ц}}^2}{4} = \frac{\pi}{4} b \rho D_{\text{ц}}^2 = K_{\text{и}} D_{\text{ц}}^2,$$

$$J_{\text{ред}} = K_{\text{и}} D_1^4 + \frac{K_{\text{и}} D_2^4}{j_1^2} + \frac{K_{\text{и}} D_3^4}{j_2^2} + \frac{K_{\text{и}} D_4^4}{j_1^2 j_2^2} =$$

$$= J_1 + \frac{J_2}{j_1^2} + \frac{J_3}{j_1^2} + \frac{J_4}{j_{\text{рез}}^2}.$$

Допустим, что $j_p = 40$. При этом максимальное передаточное число одной пары колес не превышает 10 (статическая величина для зубчатых передач). Редукция $j_p = 40$ может, например, достигаться рядом j_1 и j_2 :

j_1	4	5	6	7	8	10
j_2	10	8	6.6	5.7	5	4

При этом последним членом можно пренебречь

$$J'_{\text{ред}} = J_1 + \frac{J_2}{j_1^2} + \frac{J_3}{j_1^2} + \approx J_1 \left(1 + \frac{D_2^4}{D_1^4 j_1^2} + \frac{D_3^4}{D_1^4 j_1^2} \right).$$

Так как $\frac{D_2}{D_1} = j_1$, то обычно $\frac{D_3}{D_1} = 1$ и $J_{\text{ред}} = J_1 \left(1 + j_1^2 + \frac{1}{j_1^2} \right)$.

При $j_1 = 2$ $J'_{\text{ред}} = J_1 (1 + 4 + 0,25)$ и, следовательно, можно вычислить

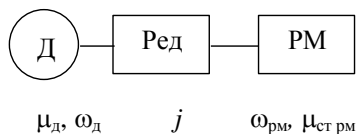
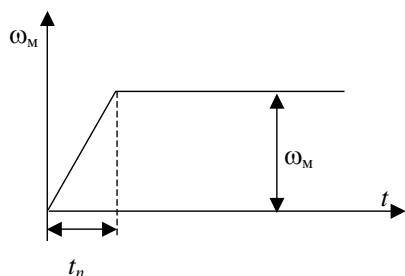
$J_{ред} = J_1(1 + j_1^2)$. Существует всегда стремление $J_{ред} \rightarrow \min$ или $j_1 \rightarrow \min$, т.е. выбор за соотношением $j_1 = 4$, а $j_2 = 10$.

Как видим, момент инерции редуктора $J_{ред}$, приведенный к валу Д при $j \geq 40$ зависит от первых двух пар. Поэтому в редукторах, используемых в ЭМС,

$$j_1 < j_2 < j_3 < \dots < i_n.$$

7.5. ОЦЕНКА ПЕРЕДАТОЧНОГО ЧИСЛА РЕДУКТОРА ПО БЫСТРОДЕЙВИЮ

Обычно используют типовой график движения:



ω_M — установившаяся частота вращения РМ, $j = \frac{\omega_д}{\omega_{рм}}$, $\mu_д$ и $\mu_{ст рм} = \text{const}$.

Тогда уравнение движения имеет вид:

$$M_{dj} - M_{м ст} = (J_д j^2 + J_M) \frac{d\omega_M}{dt} = (J_д j^2 + J_M) \varepsilon_M.$$

$$\varepsilon_M = \frac{\omega_M}{t_n}, \text{ т.е.}$$

$$M_{dj} - M_{М ст} = (J_д j^2 + J_M) \frac{\omega_M}{t_n} \Rightarrow t_n = \frac{(J_д j^2 + J_M) \omega_M}{M_{дж} - M_{М ст}};$$

$$\frac{dt_n}{dj} = 0 = \frac{2\omega_M J_d j (M_d j - M_{M \text{ CT}}) - \omega_M (J_d j^2 + J_M) M_\partial}{(M_d j - M_{M \text{ CT}})^2}; \quad \left(\frac{u}{v}\right)' = \frac{u'v - uv'}{v^2};$$

$$2J_d M_d j^2 - 2J_d M_{M \text{ CT}} j - J_M M_d = 0;$$

$$J_d M_d j^2 - 2J_d M_{M \text{ CT}} j - J_M M_d = 0;$$

$$j^2 - 2 \frac{M_{M \text{ CT}} j}{M_d} - \frac{J_M}{J_d} = 0; \quad x^2 + px + q = 0; \quad x = -\frac{p}{2} + \sqrt{\frac{p^2}{4} - q};$$

$$j = \frac{M_{M \text{ CT}}}{M_d} + \sqrt{\frac{J_M M_{M \text{ CT}}^2}{M_d^3} + \frac{J_M}{J_d}}.$$

При $M_{M \text{ CT}} \approx 0$ (пуск без нагрузки) $j = \sqrt{\frac{J_M}{J_d}}$, т.е. $j^2 = \frac{J_M}{J_d}$, тогда

$$W_K = \frac{J_M \omega_M^2}{2} = \frac{j^2 J_d \omega_d^2}{2 j^2} = \frac{J_d \omega_d^2}{2}.$$

При оптимальном приведении j кинетическая энергия механизма равна кинетической энергии двигателя.

7.6. ОЦЕНКА ПЕРЕДАТОЧНОГО ЧИСЛА РЕДУКТОРА ПО МИНИМУМУ МАССЫ И СТОИМОСТИ МОДУЛЯ

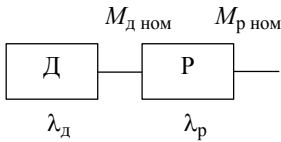
Для оценки уровня использования массы по моменту вводят показатели

$$\lambda_d = \frac{M_{d \text{ ном}}}{m_d} \left[\frac{\text{Нм}}{\text{кг}} \right]; \quad \lambda_p = \frac{M_{p \text{ ном}}}{m_p} \left[\frac{\text{Нм}}{\text{кг}} \right].$$

Примем $\lambda_p > 10\lambda_d$. Эти показатели значительно зависят от типа двигателя и диапазона мощностей. Для диапазона до 5 кВт

$$\lambda_{\text{д}} \in [0, 1 \dots 0,5] \left[\frac{\text{Нм}}{\text{кг}} \right],$$

$$\lambda_{\text{р}} \in \begin{cases} [3 \dots 10] \left[\frac{\text{Нм}}{\text{кг}} \right] - \text{планетарные} \\ [8 \dots 19] \left[\frac{\text{Нм}}{\text{кг}} \right] - \text{волновые} \end{cases}$$



Двигатель и редуктор представляют собой электромеханический модуль

$$\lambda_{\text{ЭМ}} = \frac{M_{\text{р ном}}}{m_{\text{д}} + m_{\text{р}}} \left[\frac{\text{Нм}}{\text{кг}} \right];$$

$$\lambda_{\text{ЭМ}} = \frac{M_{\text{р ном}}}{\frac{M_{\text{д ном}}}{\lambda_{\text{д}}} + \frac{M_{\text{р ном}}}{\lambda_{\text{р}}}} = \frac{\lambda_{\text{д}} \lambda_{\text{р}}}{\frac{M_{\text{д ном}} \lambda_{\text{р}}}{\lambda_{\text{д}}} + \lambda_{\text{д}}} = \frac{\lambda_{\text{д}} \lambda_{\text{р}}}{\lambda_{\text{д}} + \frac{\lambda_{\text{р}}}{j}},$$

так как $M_{\text{р}} = jM_{\text{д}}$.

Необходимо учитывать, что может иметь место безредукторный вариант (преимущественно в прецизионных безлюфтовых приводах), тогда $\lambda_{\text{ЭМ}} = \lambda_{\text{д}}$.

По аналогии с λ вводят стоимостные показатели

$$\lambda_{\text{д}} = \frac{M_{\text{д ном}}}{\text{ц}_{\text{д}}} \left[\frac{\text{Нм}}{\text{руб}} \right]; \quad \lambda_{\text{р}} = \frac{M_{\text{р ном}}}{\text{ц}_{\text{ред}}} \left[\frac{\text{Нм}}{\text{руб}} \right],$$

где $\text{ц}_{\text{д}}$ и $\text{ц}_{\text{ред}}$ — цены двигателя и редуктора.

$$C_{\text{ЭМ}} = \frac{C_{\text{д}} C_{\text{р}}}{C_{\text{д}} + \frac{C_{\text{р}}}{j}}.$$

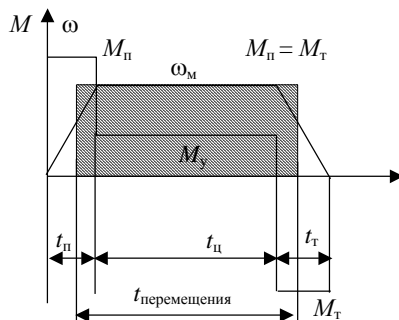
7.7. ОЦЕНКА ПЕРЕДАТОЧНОГО ЧИСЛА ПО НАГРЕВУ И ЦЕЛЕСООБРАЗНОСТИ ПРИМЕНЕНИЯ РЕДУКТОРА

При трапецеидальном графике скорости среднеквадратический момент двигателя определяется выражением

$$M_{\vartheta} = \sqrt{\frac{M_{\Pi}^2 t_{\Pi} + M_{Ц}^2 t_{Ц} + M_{Т}^2 t_{Т}}{t_{\Pi} + t_{Ц} + t_{Т}}},$$

$$M_{\vartheta} \leq M_{\text{НОМ}}.$$

Подставляя значения моментов и времени, получаем



$$M_{\vartheta}^2 = \beta^2 M_{\text{НОМ}}^2 \frac{\left[2j(j^2 + n) - \frac{m^2(j^2 + n)}{j} \right] + \frac{\alpha h}{\omega_M^2} \frac{(j^2 - m^2)m^2}{j^2}}{\frac{\alpha h}{\omega_M^2} (j^2 - m^2) + j(j^2 + n)},$$

где $M_{\Pi} = M_{Т} = \beta M_{\text{НОМ}}$, $m = \frac{M_{\text{м}}}{\beta M_{\text{НОМ}}}$ – момент механизма, $n = \frac{J_V}{J_{\text{д}}}$,

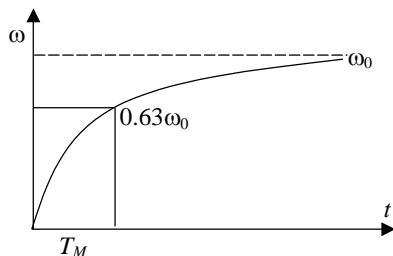
$h = \frac{\beta M_{\text{НОМ}}}{J_{\text{д}}}$, $\alpha = \omega_M t_{\text{перем}}$ – угловое перемещение, определяемое заштри-

хованной площадью. Оптимальное j определяется из условия $\frac{dM_{\vartheta}}{dj} = 0$:

$$j^7 + \frac{m}{A} j^6 - (4m^2 + n)j^5 + \frac{m^2}{A} (2n - A^2)j^4 + 3m^4 j^3 + \\ + \frac{m^2}{A} (n^2 + 2m^2 A^2)j^2 + m^4 nj - m^6 A = 0, \text{ где } A = \frac{\alpha h}{\omega_M^2}.$$

Оценка целесообразности применения редуктора производится по величине электромеханической постоянной времени ЭМС.

Для любого типа двигателя



$$T_{Mд} = \frac{J_d \omega_{0д}}{M_{дп}},$$

где ω_0 – скорость идеального холостого хода; $M_{дп}$ – пусковой момент.

В безредукторном варианте привода

$$T_{ЭМС} = \frac{(J_d + J_m) \omega_{0м}}{M_{дп}}, \quad \omega_{0д} = \omega_{0м},$$

где $T_{ЭМС}$ – электромеханическая постоянная времени ЭМС; $\omega_{0м}$ – определяет х.х. механизма.

Если требуемое значение $T_{ЭМС}$ удовлетворяется, то может иметь место безредукторный вариант. Однако в этом случае необходимо сделать оценку на минимум массы и стоимость привода.

В варианте ЭМС с редуктором

$$T_{ЭМС} = \frac{(J_d j^2 + J_m) \omega_{0рм}}{M_{дп} j}, \quad \text{т.е. если } J_d j^2 = J_{рм},$$

то

$$T_{ЭМС} = \frac{2J_{рм} \omega_{0рм}}{M_{дп} j} \quad \text{при } j > 2,$$

откуда $T_{ЭМС}$ уменьшается при возрастании j , так как $J_{рм} \gg J_d$ и, если в безредукторном варианте требуемое значение $T_{ЭМС}$ не удовлетворяется, то последовательно определяют j по $T_{ЭМС}$, а затем проверяют по другим критериям.

7.8. УЧЕТ ПОТЕРЬ В МЕХАНИЧЕСКОЙ ЧАСТИ ЭМС

Общие потери механической части ЭМС состоят из потерь в двигателе и потерь в редукторе. Как известно, в любом двигателе можно определить электромагнитную мощность, т.е. мощность, созданную в воздушном зазоре, если от $P_{\text{потр}}$ или P_1 вычесть потери ΣP , компенсируемые сетью

$$P_{\text{эм}} = P_1 - \Sigma P.$$

Электромагнитная мощность преобразуется в механическую, в том числе $P_{\text{мех}}$, т.е.

$$P_{\text{эм}} = P_2 + \Sigma P_{\text{мех}}.$$

Потери в общем случае могут быть представлены:

$$\Sigma P_{\text{мех}} = P_{\text{мех}} = P_{\text{мех} \sim}$$

постоянной и переменной частями. Ясно, что справедливо выражение

$$\frac{P_{\text{эм}}}{\omega} = \frac{P_2}{\omega} + \frac{P_{\text{мех} =}}{\omega} + \frac{P_{\text{мех} \sim}}{\omega}$$

или

$$M_{\text{эм}} = M_{\text{эм}} + M_{\text{эм}} + M_{\text{эм}}.$$

Почти всегда $M_{\text{пд}} \approx K\omega^2$, а при малых отношениях скорости $M_{\text{пд}} \approx \mu\Delta\omega$, μ – коэффициент внешнего вязкого трения.

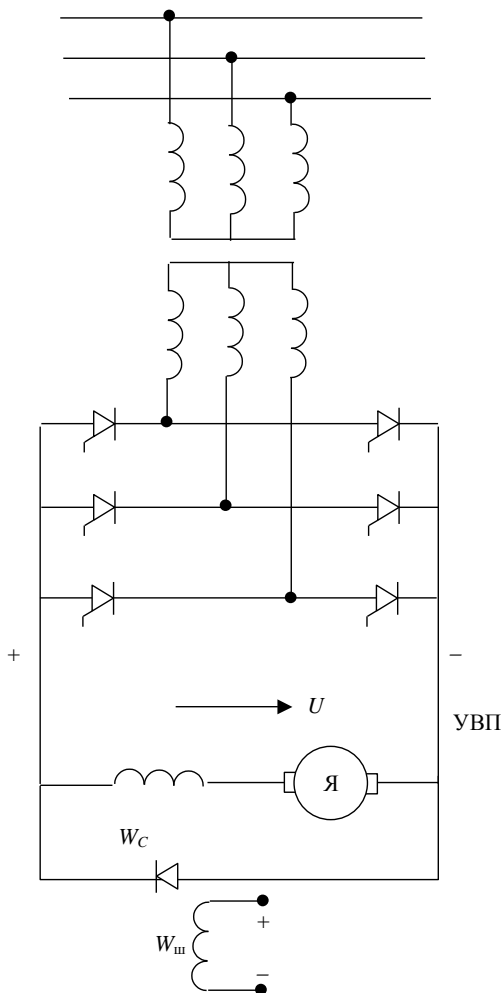
В ПУ также потери разделяют на постоянные, не зависящие от полезной нагрузки, и переменные, зависящие от передаваемой нагрузки. В справочниках приведены зависимости КПД одноступенчатых зубчатых передач. Тогда приведенный статический момент определяют

$$M_{\text{ст}} = M_{\text{рм}} \prod_{i=1}^k J_i^{-1} \eta_i^{-1},$$

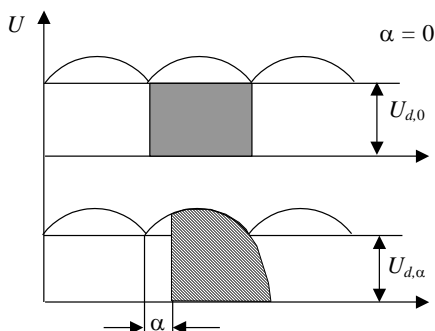
$j_{\text{пу}} = j_1 \cdots j_k$ – передаточные отношения отдельных ступеней; $\eta_{\text{пу}} = \eta_1 \cdots \eta_k$ – КПД.

7.9. СОВРЕМЕННЫЕ СПОСОБЫ РЕГУЛИРОВАНИЯ частоты вращения

Регулирование двигателей (ДПТ, ВД) в настоящее время осуществляется в основном посредством изменения напряжения.



При этом для изменения U используют полупроводниковые преобразователи, т.е. УВ-ДПТ. Для нереверсивных ЭМС применяются трехфазные схемы



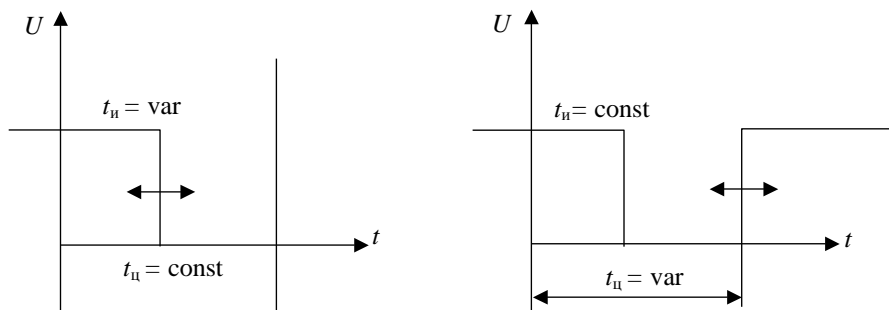
$U_{cp} = U_{d,0} \cos \alpha$ – режим непрерывных токов, $\alpha < \frac{\pi}{3}$.

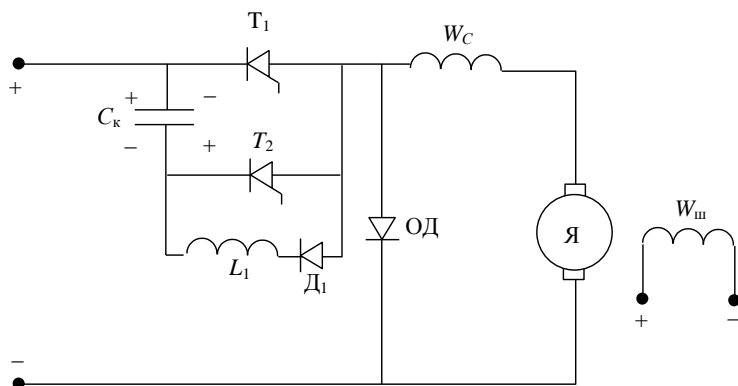
Режимы с прерывистым током осуществляются звеньями:
Звено «ШИП-Д» или «ЧИП-Д»:

$$U_{cp} = U\gamma,$$

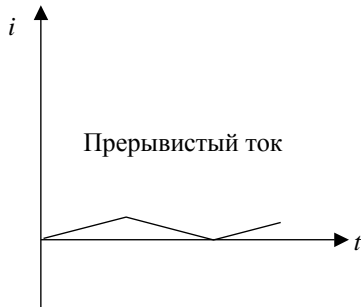
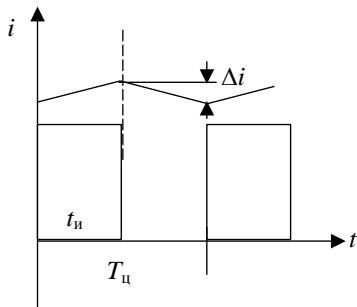
$$\gamma = \frac{t_n}{t_{ц}} \text{ – скважность.}$$

Пример нереверсивной схемы «ШИП-ДПТ» или «ЧИП-ДПТ» приведен на рисунке, возможна комбинация «ШИП-ЧИП-ДПТ»:





ОД – обратный диод. Заряд конденсатора C_k при включении T_2 по цепи «+» – C_k – T_2 – W_c – Я – «-». После включения T_1 конденсатор C_k перезаряжается по цепи C_k – T_1 – D_1 – L_1 – C_k и приобретает полярность, требуемую для запираания тиристора T_1 .



Различают режимы непрерывного и прерывистого тока. Эти режимы определяют значения коэффициента формы тока $K_\phi = \frac{I_d}{I_{cp}}$. В режиме прерывистого тока K_ϕ может достигать значения $K_\phi \approx 3 \dots 4$.

7.10. ОСОБЕННОСТИ РАБОТЫ ДПТ ПРИ ПИТАНИИ ОТ ВЫПРЯМИТЕЛЯ

Для математической модели характерны следующие уравнения:

$$u = iR_a + L_a \frac{di}{dt} + iR_c + W_c \frac{d\Phi}{dt} + C_c \omega \Phi(i);$$

$$\mu - \mu_{\text{нр}} = \frac{d(J\omega)}{dt}.$$

Здесь R_a , L_a – якорь, R_c , L_c – серийная обмотка. Поток $\Phi(i) = \Phi_{\text{ш}} + \Phi_c(i)$. Введя систему относительных единиц $u^* = \frac{u}{E_{\text{н}}}$, $i^* = \frac{i}{i_{\text{н}}}$, $\mu^* = \frac{\mu}{\mu_{\text{н}}}$, $v = \frac{\omega}{\omega_{\text{н}}}$, $\Phi^* = \frac{\Phi}{\Phi_{\text{н}}}$, и коэффициенты $K = \frac{W_c}{W_{\text{ш}}}$, $q = \frac{R_{\text{об}}}{R_c}$, $\Phi^* = \frac{Ki+1}{K+1}$, $\delta = \frac{i_{\text{н}}R_c}{E_{\text{н}}}$, $\tau^* = \frac{t}{\tau_a}$, $j = \frac{J}{J_{\text{баз}}}$, $T_a = \frac{L_{\text{об}}I_{\text{н}}}{E_{\text{н}}}$, $J_{\text{баз}} = \frac{L_{\text{об}}I_{\text{н}}^2}{\omega_{\text{н}}^2}$ получим

$$u^* = \delta \frac{K+1+Kq}{K+1} i^* + \left(\frac{L_a}{L_{\text{об}}} + \frac{K}{K+1} \right) \frac{di^*}{dt} + \frac{Ki^*+1}{K+1};$$

$$\frac{Ki^*+1}{K+1} i^* - \mu_{\text{н2}}^* = \frac{d(jv)}{d\tau}.$$

($J_{\text{баз}}$ – запас МП ..., δ – относительные потери).

Математическая модель ДПТ в установившемся режиме при постоянном токе имеет вид:

$$\left. \begin{aligned} u^* &= i^* \delta' + \frac{Ki+1}{K+1} v, \\ \frac{Ki+1}{K+1} i^* &= \mu_{\text{нр}}^*; \end{aligned} \right\}$$

или

$$\left. \begin{aligned} u^* &= i^* \left(\delta' + \frac{Ki+1}{K+1} v \right) + \frac{1}{K+1} v, \\ \frac{1}{K+1} i^* (1+iK) &= \mu_{\text{нг}}^*. \end{aligned} \right\}.$$

Такое аналитическое выражение механических характеристик ДПТ при импульсном питании получить невозможно. Приближенное выражение можно получить при пренебрежении пульсациями частоты вращения, т.е., считая, что частота вращения равна своему среднему значению и момент инерции $j = \text{const}$.

Необходимо учитывать, что в квазиустановившемся режиме импульсного питания $\mu_{\text{cp}} = \mu_{\text{нг}}$. Система в квазиустановившемся режиме принимает вид:

$$\left. \begin{aligned} u_{\text{cp}} &= I_{\text{cp}} \left(\delta' + \frac{Ki+1}{K+1} v_{\text{cp}} \right) + \frac{1}{K+1} v_{\text{cp}}, \\ \frac{I_{\text{cp}}}{K+1} (1 + KK_{\phi}^2 I_{\text{cp}}) &= \mu_{\text{нг}}. \end{aligned} \right\}$$

Откуда следует:

$$\mu_{\text{cp}} = \frac{U_{\text{cp}}(K+1) - v_{\text{cp}}}{\delta'(K+1) + Kv_{\text{cp}}(K+1)} \left[1 + KK_{\phi}^2 \frac{u_{\text{cp}}(K+1) - v_{\text{cp}}}{\delta'(K+1) + Kv_{\text{cp}}(K+1)} \right].$$

Коэффициент формы тока K_{ϕ} определяется на основании решения уравнения Кирхгофа для мгновенных значений тока в интервалах периода коммутации при $v = v_{\text{cp}}$. Это уравнение может быть записано в виде

$$u = i \left(\delta' + \frac{K}{K+1} v_{\text{cp}} \right) + L^* \frac{di}{d\tau} + \frac{1}{K+1} v_{\text{cp}},$$

где L^* – относительная индуктивность цепи якоря.

Из этого следует вывод, что относительная электромагнитная постоянная ДПТ является функцией среднего значения частоты вращения

$$T_{яц}^* = \frac{L^*}{\delta' + \frac{K}{K+1} v_{ср}}.$$

Заметим, что для ДНВ ($K = 0$) $T_{я}^* = \text{const} = \frac{L^*}{\delta'}.$

Проведем анализ уравнения механического равновесия ДПТ при питании от полупроводникового преобразователя.

$$\mu_{ср} = \frac{1}{K+1} i_{ср}^2 + \frac{1}{K_{\phi}(K+1)} i_{ср}^2 K_{\phi}^2.$$

Заменим $i_{ср} = \frac{i_{ск}}{K_{\phi}}.$ Имеем:

$$\mu_{ср} = \frac{K}{K+1} i_{ср}^2 + \frac{1}{K_{\phi}(K+1)} i_{ск}^2.$$

Полные тепловые потери в ДПТ состоят из потерь в ярме и потерь в последовательной обмотке возбуждения

$$\Delta P_{ДПТ} = i_{ск}^2 \delta',$$

где $\delta' = \frac{K+1+Kq}{K+1}.$

Следовательно,

$$\mu_{ср} = \frac{K}{K+1} \frac{\Delta P_{ДПТ}}{\delta'} + \frac{1}{K_{\phi}(K+1)} \sqrt{\frac{\Delta P_{ДПТ}}{\delta'}}.$$

При $K = 0$ первая составляющая равна нулю, т.е. первый член представляет «сериесную» составляющую.

Следует важный вывод: сериесная составляющая $\mu_{срДПТ}$ не зависит от пульсаций тока и определяется только потерями в двигателе.

«Независимая» составляющая при фиксированном уровне тепловых потерь уменьшается с ростом коэффициента формы тока.

7.11. ЭНЕРГОДИНАМИЧЕСКИЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ СИЛОВОЙ ЧАСТИ ПРИВодов ПОСТОЯННОГО ТОКА

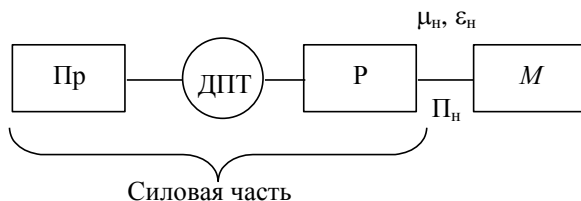
Определяющими энергетическими и динамическими характеристиками являются:

M_n – основная силовая характеристика (номинальный момент на выходном валу);

$\varepsilon_n = \frac{M_n}{J_{пр}}$ – номинальная добротность (собственное номинальное

ускорение привода) – основная динамическая характеристика, где $J_{пр}$ – момент инерции относительно оси выходного вала;

$\Pi_n = M_n \varepsilon_n$ (номинальная приемистость) – обобщенная энергодинамическая характеристика.



Анализ потоков энергии в ЭМС типа импульсный преобразователь-двигатель-редуктор, в основу которого положены удельные показатели: относительная масса, относительное ускорение (добротность), приемистость:

$$\lambda = \frac{\lambda_p \lambda_d \lambda_\pi}{\lambda_d \lambda_\pi \frac{\lambda_d \lambda_p}{j \eta_p \eta_d} \frac{K_\phi (K+1)}{K_\phi K+1} + \frac{\lambda_p \lambda_\pi}{j \eta_p} \frac{K_\phi (K+1)}{K_\phi K+1}},$$

$$\varepsilon_0 = \frac{\eta_p}{j} \frac{\varepsilon_{нд}}{\left[1 + \frac{J_p}{J_d j^2} \right] (m_p + m_d + m_\pi)} \frac{K_\phi K+1}{K_\phi (K+1)},$$

$$\Pi_0 = \eta_p^2 \frac{\Pi_{нд}}{\left[1 + \frac{J_p}{J_d j^2} \right] (m_p + m_d + m_n)} \frac{(K_\phi K + 1)^2}{K_\phi^2 (K + 1)^2},$$

где $\lambda_d = \frac{M_{нд}}{m_d}$, $\lambda_p = \frac{M_{нр}}{m_p}$, $\lambda_n = \frac{M_{нд}}{\eta_d m_n}$ – удельные массы; j – передаточное число редуктора; J – моменты инерции; m – массы; K_ϕ – коэффициент формы тока; $K = \frac{W_c}{W_m}$ – степень компаундирования, дает возможность получить для ЭМС

$$\epsilon_{нд} = \frac{M_{нд}}{J_d} \left[\frac{H \cdot M}{\text{кг} \cdot \text{м}^2} = \frac{H}{\text{кг} \cdot \text{м}} = \frac{M}{\text{м} \cdot \text{с}^2} = \text{с}^{-2} \right];$$

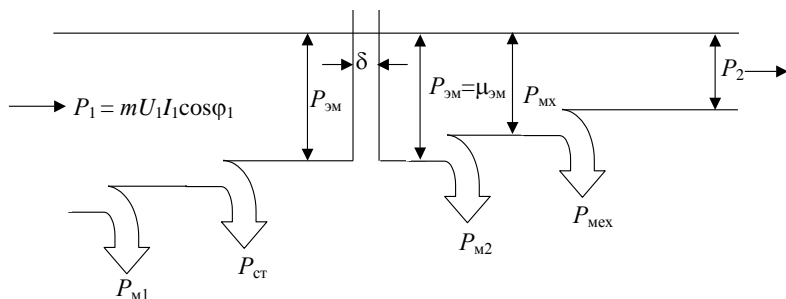
$$\Pi_{нд} = M_{нд} \epsilon_{нд} = \frac{M_{нд}^2}{J_d} \left[H \cdot M \cdot \text{с}^{-2} \right];$$

$$\left[J_d \right] = \frac{M_{нд}^2}{\Pi_{нд}} = \left[\frac{H^2 M^2}{H \cdot M \cdot \text{с}^2} \right] = \left[H \cdot M \cdot \text{с}^2 \right].$$

На технические характеристики существенное влияние оказывают параметры, характеризующие уровень согласования элементов ЭМС (j , K , K_ϕ). Определение их рациональных значений представляет собой многокритериальную задачу, которая обычно решается способом последовательного достижения частных целей (т.е. выделяются отдельные звенья, например, Пр-ДПТ, ДПТ-редуктор и т.д.).

7.12. РАСПРЕДЕЛЕНИЕ ПОТОКА ЭНЕРГИИ В ИНДУКЦИОННЫХ ДВИГАТЕЛЯХ

Распределение потока энергии в индукционных двигателях изучают с помощью энергетической диаграммы.



$$P_{эм} = P_1 - (P_{М1} + P_{ст}) = \mu_{эм} \omega_1;$$

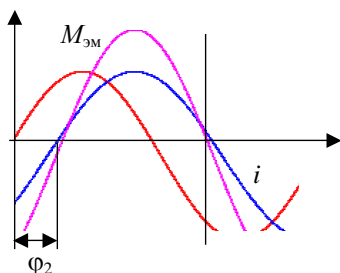
$$P_{мх} = \mu_{эм} \omega_2 \text{ и } P_{эм} = P_{мх} + P_{М2}$$

или

$$\mu_{эм} \omega_1 = \mu_{эм} \omega_2 + P_{М2}; P_{эм} \left(\frac{\omega_1 - \omega_2}{\omega_1} \right) = P_{М2},$$

$$P_{М2} = P_{эм} s = \mu_{эм} \omega_1 s = m_2 I_2 E_{2s} \cos \varphi_2;$$

$$E_{2s} = 4,44 f_2 w_2 K_{02} \Phi_m;$$



$$\mu_{эм} = \frac{m_2}{\omega_1 s} 4,44 f_1 s w_2 K_{02} \Phi_m I_2 \cos \varphi_2;$$

$$\omega_1 = 2\pi f_1; 4,44 = \sqrt{2}\pi;$$

$$\mu_{эм} = \frac{\sqrt{2}\pi m_2 p}{2\pi f_1 s} f_1 s w_2 K_{02} \Phi_m I_2 \cos \varphi_2 =$$

$$= \frac{m_2 p}{\sqrt{2}} s w_2 K_{02} \Phi_m I_2 \cos \varphi_2.$$

При $\pi = \varphi_2$ – тормозной момент, при $\varphi_2 = \frac{\pi}{2}$ $\mu_{\text{ср}} = 0$, т.е. $\mu_{\text{ст}} = \mu_{\text{ср}}$.

7.13. ЗАКОНЫ РЕГУЛИРОВАНИЯ ЧАСТОТЫ ВРАЩЕНИЯ

На примере асинхронного двигателя:

1) $U_1 \approx E_1 = \sqrt{2}\pi f_1 w_1 K_{01} \Phi_m$ и при неизменном U_1 f уменьшается, Φ_1 возрастает, I_m возрастает, I_1 возрастает, $I_1 > I_{1н}$;

$$2) \mu_{\text{эм}} = \frac{mP}{2\pi f_1} \frac{U_1^2 \frac{r_2'}{s}}{\left[\left(r_1 + c_1 \frac{r_2'}{s} \right)^2 + \left(x_1 + c_1 x_2' \right)^2 \right]} \text{ при } s = \text{const.}$$

Законы упражнения имеют вид:

$$1. \text{ При } \mu_{\text{эм}} = \text{const} \quad \frac{U_1}{U_{1н}} = \frac{f_1}{f_{1н}} \sqrt{\frac{M}{\mu_n}} = \frac{f_1}{f_{1н}} \frac{\Phi}{\Phi_n}.$$

$$2. \text{ При } \mu_{\text{эм}} = \mu \quad \frac{U_1}{U_{1н}} = \frac{f_1}{f_{1н}} \text{ или } \frac{U_1}{f_1} = \frac{U_{1н}}{f_{1н}} - \text{const.}$$

$$3. \text{ Так как } \frac{U_1}{f_1} = \sqrt{2}\pi f_1 w_1 K_{01} \Phi_m, \text{ то и } \Phi_m - \text{const.}$$

Закон Костенко – регулирование при постоянном моменте.

Если регулировать при $P - \text{const}$, то:

$$1) \text{ мощность } \mu \omega_1 = \mu_n \omega_{1н} \text{ или } \mu \frac{2\pi f_1}{p} = \mu_n \frac{2\pi f_{1н}}{p};$$

$$2) \text{ момент } \mu f_1 = \mu_n f_{1н} \text{ или } \mu = \mu_n \frac{f_{1н}}{f_1};$$

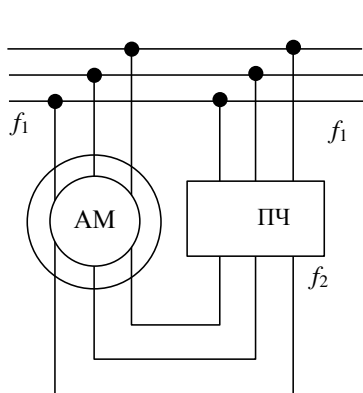
3) напряжение $\frac{U_1}{U_{1н}} = \frac{f_1}{f_{1н}} \sqrt{\frac{f_{1н}}{f_1}} = \frac{f_1^{1/2}}{f_{1н}^{1/2}};$

4) магнитный поток $\frac{\Phi_1}{\Phi_{1н}} \frac{f_1}{f_{1н}} = \frac{f_{1н}^{1/2}}{f_1^{1/2}},$ т.е.

5) при возрастании f_1 Φ убывает.

Кроме того, используются законы: вентиляционный $\mu\omega_{1н}^2 = \mu\omega_1^2$, по η_{\max} и т.д.

7.14. МАШИНА ДВОЙНОГО ПИТАНИЯ



$$f_2 = f_1 s, \quad s = \frac{f_2}{f_1},$$

$$s = \frac{n_1 - n_2}{n_1}; \quad n_2 = n_1 (1 - s);$$

$$n_2 = n_1 \left(1 - \frac{f_2}{f_1} \right) = n_1 \frac{f_1 - f_2}{f_1};$$

$$n_2 = n_1 \frac{f_1 - f_2}{f_1}.$$

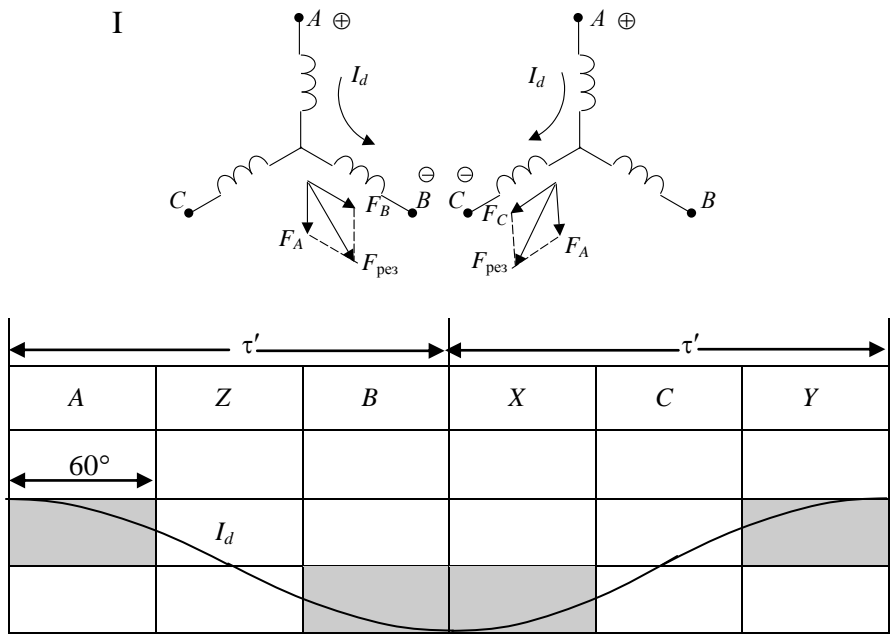
При $f_2 = 0$ (питание обмотки ротора постоянным током) $n = n_1$ – синхронный двигатель.

При $f_2 = f_1$ $n = 0$.

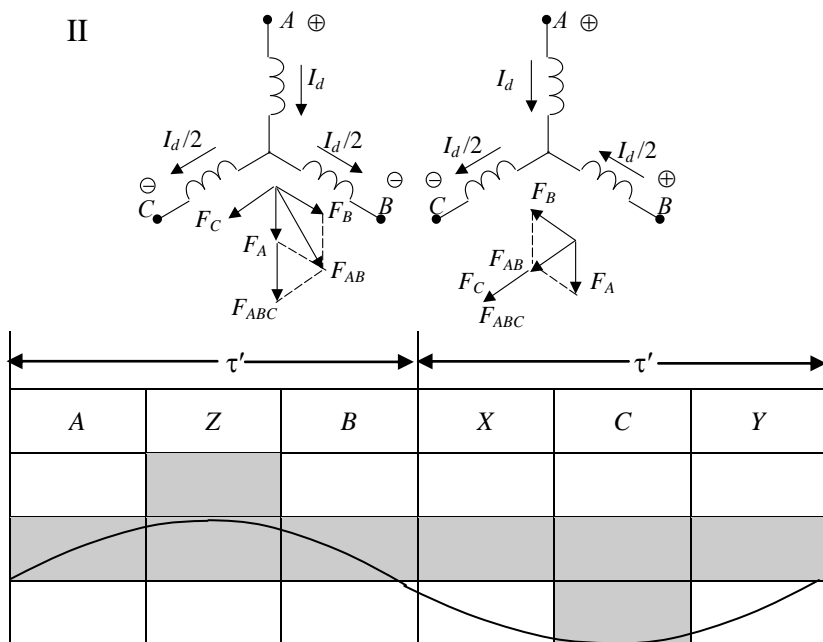
Если подводимая к обмотке ротора добавочная ЭДС ($E_{доб}$) совпадает с индуцированной в ней ЭДС E_2 , то происходит только регулирование частоты вращения ротора. При изменении фазы E_d относительно E_2 одновременно с регулированием частоты вращения изменяется и реактивная мощность, т.е. $\cos\varphi$.

7.15. ПРЕОБРАЗОВАТЕЛИ ЧАСТОТЫ.
АВТОНОМНЫЙ ИНВЕРТОР СО ЗВЕНОМ
ПОСТОЯННОГО ТОКА

Частота сети не связана с выходной сетью инвертора. Принцип работы инвертора с подключенным АД:

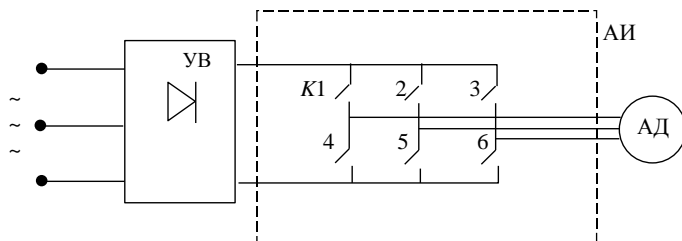


II

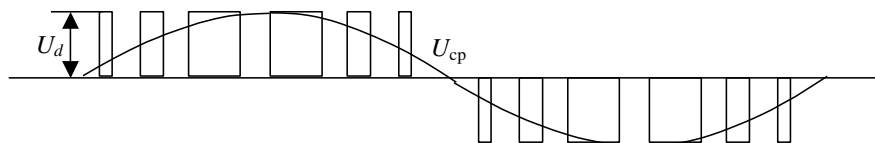


Изменением частоты подключения фаз к выпрямителю обеспечиваем изменение частоты магнитного поля. Кроме того, если выпрямитель выполнить управляющим, то возможна регулировка тока в фазах.

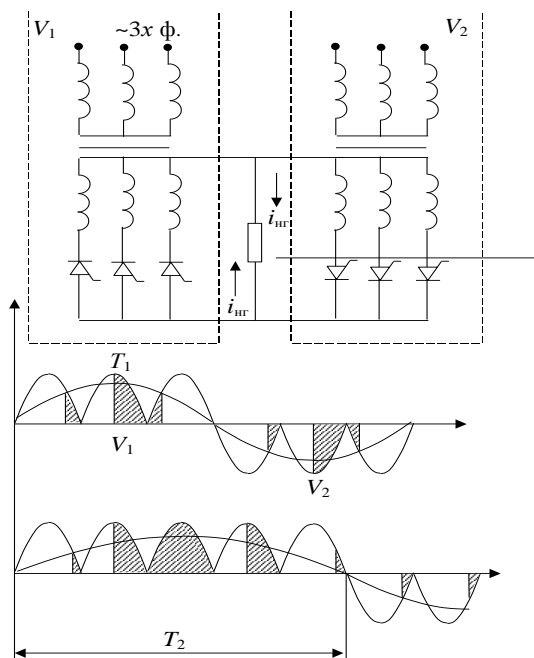
Принципиальная схема автономного инвертора



Если схема автономного инвертора допускает отключение и включение его в любой момент времени, то управляемый выпрямитель УВ заменяется на неуправляемый, а регулирование выходного напряжения осуществляется широтно-импульсной модуляцией. При этом изменяют ширину импульса по синусоидальному закону и получают изменение среднего напряжения по закону синуса.

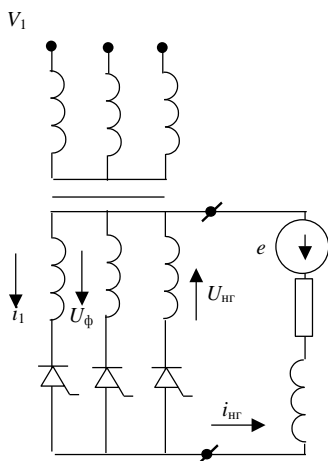
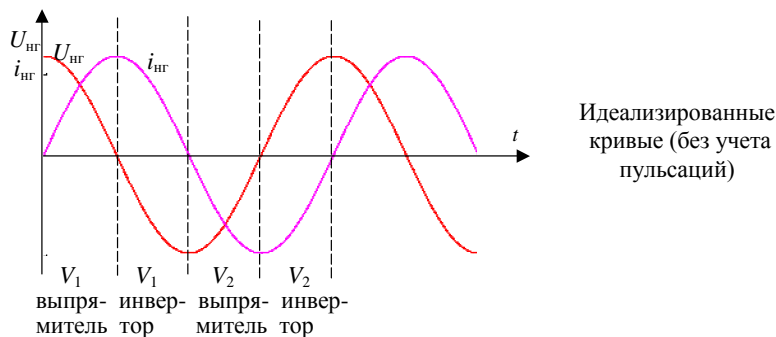


Непосредственное преобразование частоты



Если нагрузкой является одна фаза АД, то нагрузка представляется в виде R , L и C . Ток будет всегда отставать от напряжения. В этом слу-

чае каждый комплект (V_1 и V_2) должен работать как в выпрямительном, так и в инверторном режиме.

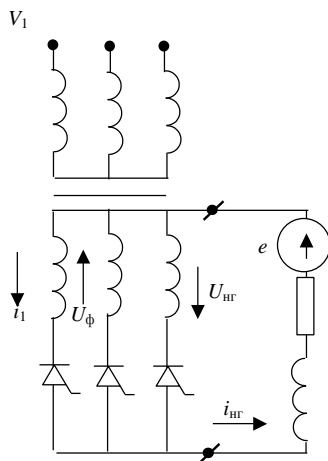


Выпрямительный режим

$$U_{нг} - i_{нг}z = e$$

$$U_{нг} = i_{нг}z + e,$$

т.е. двигательный режим
потребления тока из сети



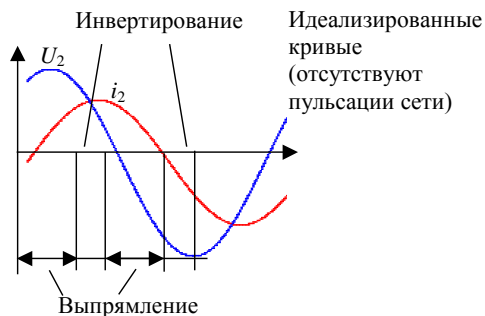
Инверторный режим

$$U_{нг} - i_{нг}z = e,$$

т.е. генераторный режим,
рекуперация тока
из нагрузки в сеть

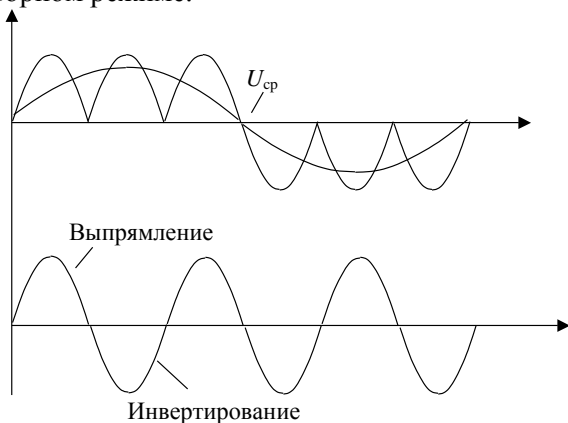
Непосредственные преобразователи частоты формируют кривую выходного напряжения из напряжения более высокой частоты в напряжение низкой частоты. При естественной коммутации тока возможный верхний предел изменения выходной частоты при шестифаз-

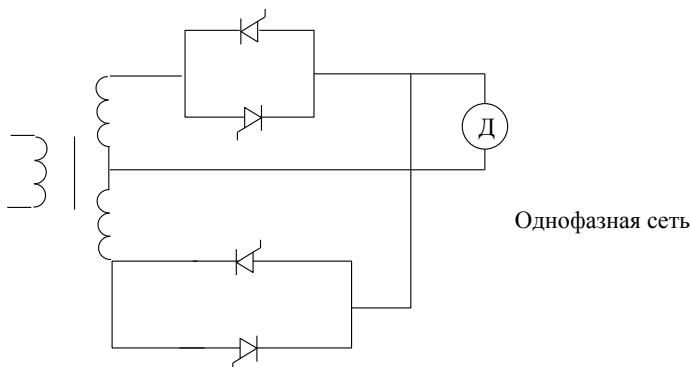
ной реверсивной схеме в каждой фазе двигателя не превышает одной трети частоты питания.



Непосредственные преобразователи частоты называют циклоконверторами. Принципиально эти преобразователи не отличаются от управляемых выпрямителей, которые применяются в реверсивных преобразователях постоянного тока. Если изменить входное напряжение управляемого выпрямителя таким образом, чтобы на выходе формировалось напряжение, изменяющееся по синусоиде, то такой выпрямитель может служить источником питания АД.

Обязательно необходимы две группы вентилей, одна из которых формирует положительную полуволну выходного напряжения, а вторая – отрицательную, причем каждая группа работает в выпрямительном и инверторном режиме.





7.16. СОВМЕСТИМОСТЬ ПРЕОБРАЗОВАТЕЛЯ И ДВИГАТЕЛЯ В ЭМС

Закон изменения индукции фазы АД может быть представлен в виде:

$$B = B_m f_1(t) f_2(\alpha),$$

где $f_1(t)$ – временная функция, учитывающая закон изменения тока в фазе; $f_2(\alpha)$ – пространственная функция, учитывающая изменение индукции по расточке статора при постоянном токе.

Указанный закон должен соответствовать условиям получения вращающегося магнитного поля, т.е. представлять стоячую волну, которая может быть представлена суммой вращающихся в противоположные стороны волн со скоростью v , т.е. удовлетворять одномерному волновому уравнению

$$\frac{\partial^2 B(t, \alpha)}{\partial t^2} = v^2 \frac{\partial^2 B(t, \alpha)}{\partial \alpha^2}.$$

Частным решением уравнения является зависимость для ν гармоники:

$$B_\nu(t, \alpha) = B_\nu = A_\nu \cos(\nu \omega t - \varphi_{\nu t}) \cos(\nu \alpha - \varphi_{\nu \alpha}) -$$

решение является теоретическим обоснованием применения синусоидального B по расточке при синусоидальном токе.

$$B = B_m f_1(t) f_2(\alpha),$$

где B_m – амплитуда магнитной индукции; $f_1(t)$ – временная периодическая функция, вид которой определяется законом изменения переменного тока в фазе; $f_2(\alpha)$ – пространственная периодическая функция распределения индукции в воздушном зазоре при фиксированном токе.

Функция $B = B(t, \alpha)$ для возможности получения вращающего поля должна представлять собой стоячую волну, раскладываемую на две вращающиеся в противоположные стороны со скоростями v , т.е. удовлетворять одномерному волновому уравнению

$$\frac{\partial^2 B(t, \alpha)}{\partial t^2} = v^2 \frac{\partial^2 B(t, \alpha)}{\partial \alpha^2}.$$

Из этого следует, что функции $f_1(t)$ и $f_2(\alpha)$ должны быть определенным образом согласованы.

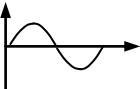
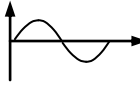
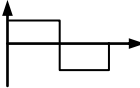
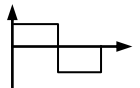
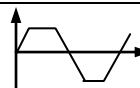
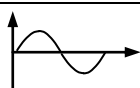
Решением волнового уравнения для v гармонической составляющей является

$$B_v(t, \alpha) = B_v = A_v \cos(vvt - \varphi_{vt}) \cos(v\alpha - \varphi_{v\alpha}).$$

Это частное решения является теоретическим обоснованием синусоидального распределения индукции в зазоре вдоль окружности статора при синусоидальном токе в фазе. Для оценки вводится понятие коэффициента совместимости преобразователя и двигателя. При этом предполагается, что форма пространственного распределения индукции в двигателе может быть любая, а форма тока может отличаться от формы индукции. Коэффициент совместимости определяется как отношение объемной средней плотности энергии вращающегося магнитного поля за период изменения тока к объемной средней плотности энергии результирующего поля статора при $\mu_a = \text{const}$. Определение коэффициента совместимости наиболее просто осуществляется в системе координат, вращающейся с относительной фазовой скоростью, равной относительному времени. При этом

$$\tilde{B} = \frac{B}{B_m}; \quad \tilde{t} = \frac{\nu t}{2\pi}; \quad \tilde{\alpha} = \frac{\alpha}{2\pi}; \quad \tilde{t} = \tilde{\alpha};$$

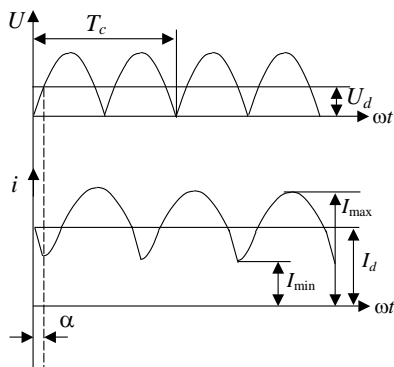
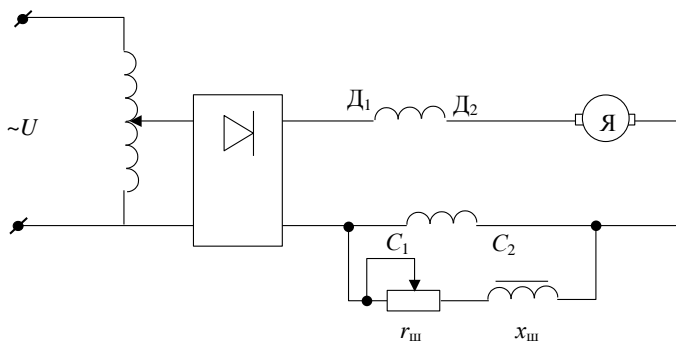
$$K = \frac{\int_0^1 \tilde{B} d\tilde{t}}{\int_0^1 \tilde{B}_{\text{рез}} d\tilde{t}} \in \tilde{t} = \tilde{\alpha}.$$

Форма тока	Форма индукции	K
		1
		0,9
		0,88

Из примеров следует, что если преобразователь имеет форму тока не по закону синуса, то K уменьшается.

Если пространственное распределение индукции отличается от синусоидального закона, то наиболее приемлемая форма тока при работе двигателя от преобразователя должна быть подобна форме индукции.

7.17. ОСОБЕННОСТИ РАБОТЫ ДПТ ПРИ ПУЛЬСИРУЮЩЕМ ТОКЕ НА ПРИМЕРЕ ДВУХПОЛУПЕРИОДНОГО ВЫПРЯМИТЕЛЯ И ДВИГАТЕЛЯ ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНОГО ВОЗБУЖДЕНИЯ



$x_{ш}$ (реактор) – индуктивный шунт позволяет сохранить пропорциональность токов возбуждения и шунтирования в переходных процессах:

$$U = U_d + U_d K_{nu} \sin 4\pi f_c t;$$

$$K_{nu} = \frac{U_{n2}}{U_d} \gg 0.75 \quad U_{n2} = U_{m2},$$

$$i = I_d + I_d K_{ni} \sin(4\pi f_c t + \alpha),$$

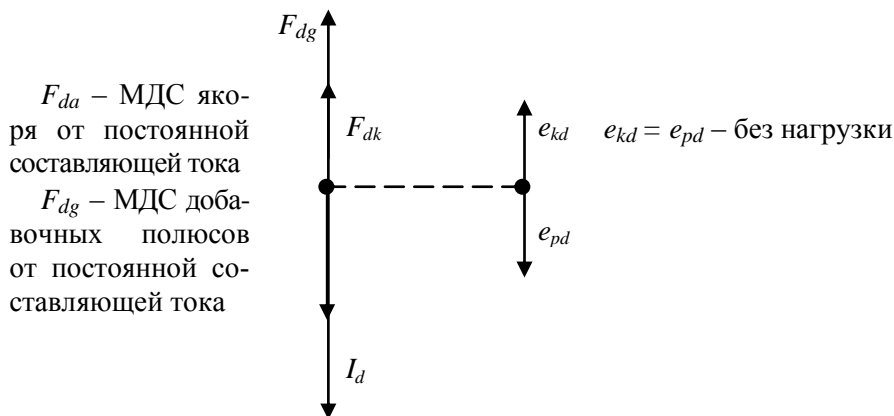
$$K_{ni} = \frac{I_{\max} - I_{\min}}{I_{\max} + I_{\min}} \approx 0.2 \dots 0.4.$$

Пulsациями скорости пренебрегают, считая, что $\omega = \omega_{cp}$:

$$U_d = E + I_d R_{яц} = E + I_a R_{яц}.$$

1. Коммутация переменной составляющей тока. Переменная составляющая тока создает в двигателе переменные составляющие магнитных полей. Ввиду этого появляются дополнительные ЭДС частотой 100 Гц – реактивная $e_{p\sim}$, коммутирующая $e_{p\sim}$ и трансформаторные e_T .

При этом коммутация постоянной составляющей тока осуществляется так же, как при постоянном токе.



$$\Phi = \Phi_{\text{нез}} + \Phi_n = \frac{\Phi_n I_n W_n}{I_n (W_n + W_H)} + \frac{\Phi_n I W_H}{I_n (W_n + W_H)}.$$

Введем понятие степени компаундирования:

$$K = \frac{I_n W_n}{I_n W_H} = \frac{W_n}{W_H}, \quad \text{тогда} \quad \Phi = \frac{\Phi}{\Phi_n} = \frac{Ki + 1}{K + 1},$$

$$R_n = \frac{K}{K + 1} R_{\text{ДПВ}}^{\text{ОВ}}; \quad L_{\text{экв}} = \frac{K}{K + 1} L_{\text{ДПВ}}^{\text{ОВ}},$$

обозначая $q = \frac{R_{\text{ДПВ}}^{\text{ОВ}}}{R_a}$ и $\delta = \frac{I_n R_a}{E_n}$,

С учетом (а), (б) система принимает вид:

$$U = \delta \frac{K + 1 + Kq}{K + 1} i + \frac{\frac{K}{3} L_a R_n}{E_n} + \frac{K}{K + 1} \frac{L_{\text{ДПВ}}^{\text{ОВ}} I_n}{E_n} \frac{di}{dt} + \frac{Ki + 1}{K + 1} v;$$

$$\frac{Ki + 1}{K + 1} i - \mu_{\text{нр}} = \frac{\omega_n}{M_n} \frac{d(Jv)}{dt}.$$

Введем относительное время и относительный момент инерции

$$\tau = \frac{t}{T_a}; j = \frac{J}{J_{\text{баз}}}; T_a = \frac{L_{\text{ДПВ}}^{\text{ОВ}} I_{\text{н}}}{E_{\text{н}}}; J_{\text{баз}} = \frac{L_{\text{ДПВ}}^{\text{ОВ}} I_{\text{н}}^2}{\omega_{\text{н}}^2},$$

тогда

$$U = \delta \frac{K+1+Kq}{K+1} i + \frac{L_q}{L_{\text{ДПВ}}^{\text{ОВ}}} + \frac{K}{K+1} \frac{di}{d\tau} + \frac{Ki+1}{K+1} v;$$

$$\frac{Ki+1}{K+1} i - \mu_{\text{нг}} = \frac{\omega_{\text{н}}}{M_{\text{н}}} \frac{d(jv)}{d\tau}.$$

При $K=0$ величиной $\frac{L_q}{L_{\text{ДПВ}}^{\text{ОВ}}}$ пренебрегать нельзя.

$J_{\text{баз}}$ является моментом инерции, соответствующим равенству запасов энергии магнитного поля обмотки возбуждения ДПВ и кинетической энергии в номинальном режиме. Параметр δ имеет энергетическую интерпретацию:

$$q = \frac{R_{\text{ДПВ}}^{\text{ОВ}}}{R_a} \delta = \frac{I_{\text{н}} R_a}{E_{\text{н}}} = \frac{I_{\text{н}}^2 R_a}{E_{\text{н}} I_{\text{н}}} = \frac{\Delta R_{a\text{н}}}{P_{\text{ЭМН}}},$$

т.е. равен относительным номинальным потерям в якоре. Система является существенно нелинейной, поскольку содержит произведения динамических переменных v и i ; γ и I (при $j = \text{var}$). Система не имеет аналитического решения.

7.18. МЕХАНИЧЕСКИЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ ДПТ. КРИВЫЕ РАСПОЛАГАЕМОЙ МОЩНОСТИ

При $\frac{di}{d\tau} = 0, \frac{d(jv)}{d\tau} = 0$

$$v = \frac{2U(K+1)}{\sqrt{1+4K(K+1)\mu}+1} - \delta \frac{K+1+Kq}{K} \left[\frac{\sqrt{1+4K(K+1)\mu}-1}{\sqrt{1+4K(K+1)\mu}+1} \right].$$

При построении необходимо учитывать, что изменение K приводит к изменению номинального напряжения

$$U_H = 1 + \delta \left(1 + q \frac{K}{K+1} \right) = 1 + \delta'.$$

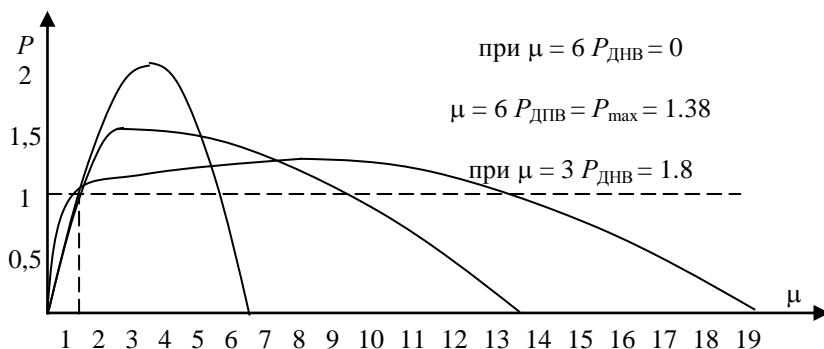
При этом $M_H = \text{const}$ и $\omega_H = \text{const}$.

Например, для $\delta = 0.2$, $q = 0.5$

$K = 0$	v	1,2	1	0				
	μ	0	1	6				
$K = 1$	v	1,7	1,35	1	0,5	0,25	0	2,5
	μ	0,25	0,5	1	3	6	18	0
$K = \infty$	v	∞	3	2	1	0,42	0,2	0
	μ	0	0,19	0,35	1	3	6	19

$$v = U - \delta \mu \in \text{ДНВ} \quad v = \frac{U}{\sqrt{\mu}} - \delta(1 + q).$$

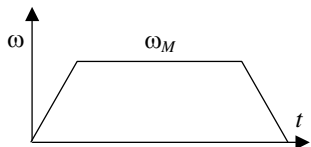
Для определения диапазона работы двигателя с максимальной мощностью и области рациональных перегрузок строят кривые располагаемой мощности (для ДНВ – парабола).



7.19. УГОЛ РАЦИОНАЛЬНОГО СОПРЯЖЕНИЯ ДВИГАТЕЛЯ И РЕДУКТОРА

Типовым графиком движения привода принимается трапеция (см. рисунок).

ω_M – установившаяся частота вращения механизма, передаточное



число $j = \frac{\omega_D}{\omega_M}$. Полагая, что момент двига-

теля, статический момент нагрузки и момент инерции механизма постоянны, время пуска или торможения выражается формулой

$$t = \frac{(J_D j^2 + J_M) \omega_M}{M_D j \mp M_M}, \text{ так как } \omega_M = \omega_M t, \quad \varepsilon_{II} = \frac{M_M}{J_M}.$$

Знак «-» относится к пуску, «+» – к торможению. Взяв производную $\frac{dt}{dj} = 0$, получаем

$$j = \pm \frac{M_M}{M_D} + \sqrt{\left(\frac{M_M}{M_D}\right)^2 + \frac{J_M}{J_D}}.$$

Знак «+» – пуск, «-» – торможение.

Передаточное число редуктора

$$j_n = j_1 j_2 \cdots j_n.$$

Момент инерции привода, приведенный к валу электродвигателя,

$$J_{пр} = J_D + J'_{рез} + \frac{J_M}{j^2 p},$$

где J_M – момент инерции механизма.

Определим рациональное распределение передаточных чисел между парами зубчатых колес

$$j_p = j_1 j_2,$$

$$J'_{\text{ред}} = KD_1^4 + \frac{KD_2^4}{j_1^2} + \frac{KD_3^4}{j_1^2 j_2^2} = J_1 + \frac{J_2}{j_1^2} + \frac{J_3}{j_1^2} + \frac{J_4}{j_p^2}.$$

Определение рациональных значений j , K_Φ и K представляет собой многокритериальную задачу, которая обычно решается способом последовательного достижения частных целей (можно разбивать на отдельные звенья, т.е. Пр-ДПТ, ДПТ-редуктор).

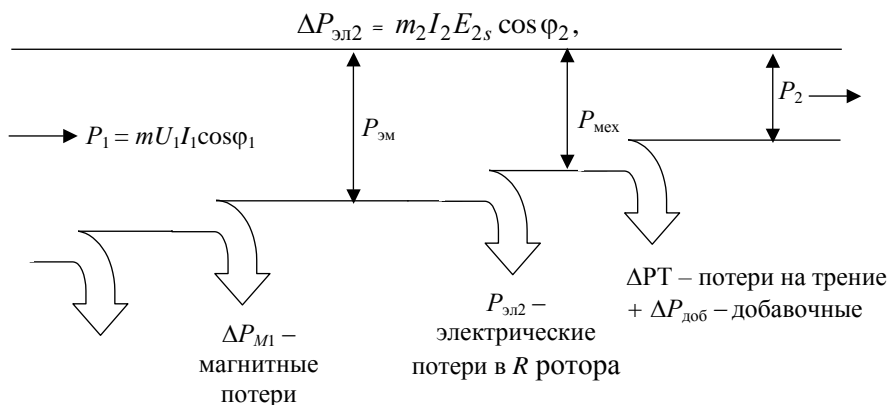
7.20. ТЕХНИЧЕСКИЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ ЭМС ПЕРЕМЕННОГО ТОКА

Энергетическая диаграмма АД:

$$P_{\text{ЭМ}} = M\omega_1, \quad P_{\text{мех}} = M\omega_2,$$

$$\Delta P_{\text{эл}} = P_{\text{ЭМ}} - P_{\text{мех}} = M(\omega_1 - \omega_2) = M \frac{\omega_1}{\omega_1} (\omega_1 - \omega_2) = M\omega_1 s;$$

$$M = \frac{\Delta P_{\text{эл}2}}{\omega_1 s}.$$



так как $E_{2s} = 4,44 f_2 w_2 K_{062} \Phi = 4,44 f_1 s w_2 K_{062} \Phi$, то

$$\Delta P_{эл2} = m_2 I_2 4,44 f_1 s w_2 K_{062} \Phi \cos \varphi_2,$$

$$\omega_1 = 2\pi f_1 / p,$$

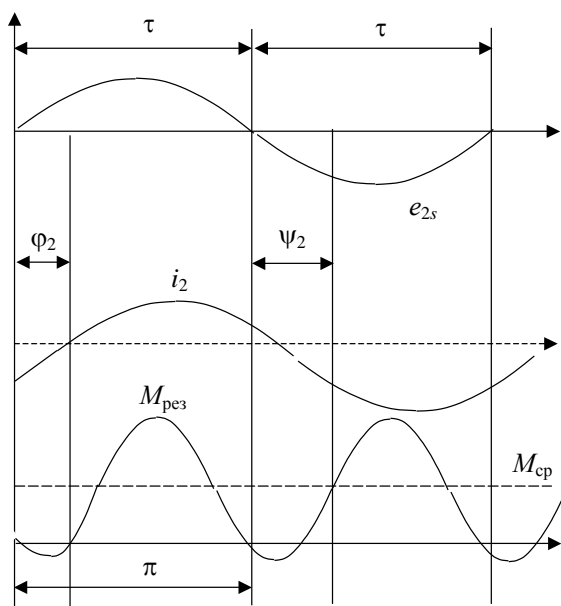
тогда

$$M = p m_2 w_2 K_{062} \frac{4,44}{2\pi} I_2 \Phi \cos \varphi_2 = p m_2 w_2 K_{062} 0,707 I_2 \Phi \cos \varphi_2 =$$

$$= \frac{p m_2 w_2 K_{062}}{\sqrt{2}} I_2 \Phi \cos \varphi_2 = I_2 \Phi \cos \varphi_2.$$

7.21. ПУЛЬСАЦИИ МОМЕНТА В ЭМС

Вывод значения электромагнитного момента позволяет утверждать, что $M = K I_2 E_{2s} \cos \varphi_2$, $E_{2s} \equiv B_{рез}$ (индукция результирующего вращающегося поля). Тогда:



При $\pi - \varphi_2$ – вращающий момент, на дуге ψ_2 – тормозной момент.

При $\varphi_2 = \frac{\pi}{2}$ $M_{ср} = 0$.

Вывод: значение постоянного статического момента нагрузки уравновешивается средним электромагнитным моментом АД.

7.22. ЗАКОНЫ РЕГУЛИРОВАНИЯ ЭЛЕКТРОПРИВОДА С ЧАСТОТНЫМ УПРАВЛЕНИЕМ

$U_1 \approx E_1 = 4,44 f_1 w_1 K_{об1} \Phi$. Если при $U_1 = \text{const}$ f_1 уменьшается, Φ возрастает, I_μ возрастает, то I_1 увеличивается и $I_1 > I_{1ном}$.

Закон М.П. Костенко:

$$\frac{U_1}{U_{1н}} = \frac{f_1}{f_{1н}} \sqrt{\frac{M}{M_{н}}} = \frac{f_1}{f_{1н}} \frac{\Phi}{\Phi_{н}}.$$

Регулирование при постоянном моменте: $M = M_n$, тогда $\frac{U_1}{f_1} = \frac{U_{1n}}{f_{1n}}$, следовательно $\frac{U_1}{f_1} = \frac{U_{1n}}{f_{1n}} = \text{const}$, $\frac{U_1}{f_1} = 4,44w_1K_{об1}\Phi = \text{const}$, поэтому $\Phi = \text{const}$.

Регулирование при постоянной мощности:

$$M\omega_1 = M_n\omega_{1n}; \quad \frac{M2\pi f_1}{p} = \frac{M_n2\pi f_{1n}}{p}; \quad Mf_1 = M_nf_{1n};$$

$$M = \frac{M_nf_{1n}}{f_1} \rightarrow \frac{U_1}{U_{1n}} = \frac{f_1}{f_{1n}} \sqrt{\frac{f_{1n}}{f_1}} = \frac{f_1^{1/2}}{f_{1n}^{1/2}} \rightarrow$$

$$\rightarrow \frac{\Phi}{\Phi_n} \frac{f_1}{f_{1n}} = \frac{f_1^{1/2}}{f_{1n}^{1/2}} \rightarrow \Phi = \Phi_n \frac{f_{1n}^{1/2}}{f_1^{1/2}}.$$

f_1 возрастает, Φ уменьшается.

Возможны и другие законы регулирования, например, вентиляционный, $M\omega_{1n}^2 = M\omega_1^2$, закон регулирования по максимуму КПД и т.д.

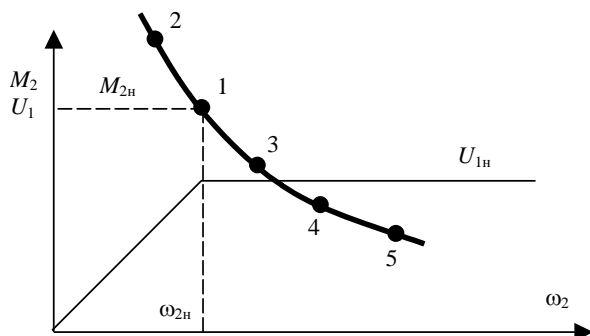
7.23. РАСЧЕТ МЕХАНИЧЕСКИХ ХАРАКТЕРИСТИК ЧАСТОТНО-РЕГУЛИРУЕМОГО асинхронного двигателя

Для большинства приводов разгон осуществляется при постоянном моменте, т.е. до некоторого значения частоты вращения осуществляют регулирование частоты f_1 и U_1 , затем регулирования частоты вращения производят только частотой f_1 (при этом электромагнитная мощность и напряжение U_2 постоянны). Поддержание постоянства

мощности при регулировании частоты вращения обеспечивает система управления, задающая частоту f_1 с заданным превышением над частотой ротора f_2 , т.е. $\frac{f_1 - f_2}{f_1} = \text{const}$.

Методика построения механических характеристик

Расчет начинают с характеристики $U_1 = U_{1н} \in P_{эн}$.



1. Электромагнитная мощность:

$$P_{ЭМн} = P_1 - \Delta P_{э1н} - \Delta P_{сн},$$

где $P_1 = 3U_1I_1\cos\varphi_1$; $\Delta P_{э1н}$ – номинальные потери в обмотке статора, $\Delta P_{сн}$ – номинальные потери в стали статора.

2. Электромагнитный момент:

$$M_{эн} = \frac{P_{эн}}{\omega_{1н}}; \quad \omega_{1н} = 2\pi f_{1н} / p.$$

3. Магнитный поток:

$$\Phi_{н} = \frac{0,96U_{1н}}{4,44f_{1н}w_1K_{об1}}.$$

4. Частота тока

$$f_{2H} = \frac{\sqrt{2}r_2 M_{ЭН}}{pK_B \Phi_H^2},$$

где r_2 – неприведенное активное сопротивление фазы ротора; $K_B = 1,1$ – коэффициент формы поля.

5. Частота вращения ротора

$$\omega_{2H} = \frac{2\pi(f_{1H} - f_{2H})}{p}.$$

6. Момент на валу:

$$M_{2H} = M_{ЭН} - \frac{\Delta P_{Э2H} + \Delta P_{мех\ H} + \Delta P_{дп\ H}}{\omega_{2H}},$$

где $\Delta P_{Э2H}$ – номинальные потери в обмотке ротора; $\Delta P_{мех\ H}$ – номинальные механические потери; $\Delta P_{дп\ H}$ – номинальные добавочные потери.

Расчет точки $2 \in P_{ЭН}$:

1. Задаемся $f_1 \neq f_{1H}$.

2. Определяем синхронную частоту вращения

$$\omega_1 = \frac{2\pi f_1}{p}.$$

3. Электромагнитный момент

$$M_э = \frac{P_{ЭН}}{\omega_1}.$$

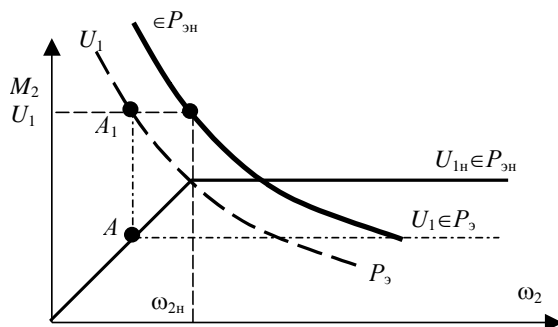
4. Магнитный поток

$$\Phi = \frac{0,96U_{1H}}{4,44 f_1 w_1 K_{обл}}.$$

5. Частота тока ротора

$$f_2 = \frac{\sqrt{2}r_2 M_э}{pK_B \Phi^2}.$$

Таким образом, имеем:



Для построения следующей характеристики задаемся значением электромагнитной мощности, отличной от номинальной, т.е. $P_э \neq P_{эH}$. Определяем частоту f_1 для точки A_1 :

$$f_1 = \frac{f_{1H} P_э}{P_{эH}},$$

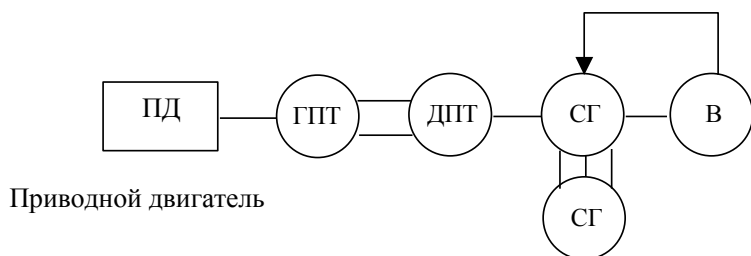
а затем значение напряжения для расчетной характеристики

$$U_1 = \frac{U_{1H} f_1}{f_{1H}}.$$

Далее расчет аналогичен предыдущему (для тока).

7.24. СТАТИЧЕСКИЕ ПРЕОБРАЗОВАТЕЛИ ЧАСТОТЫ

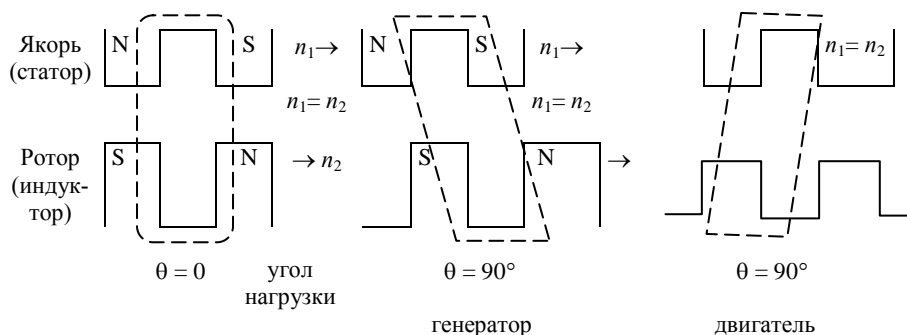
В качестве источников питания частотно-регулируемых АД до появления полупроводниковых преобразователей использовались схемы электромеханических преобразователей частоты, например: низкий КПД, большая стоимость, эксплуатация. Такие системы применялись в основном для агрессивных сред, т.е. где ДПТ не мог быть применен.



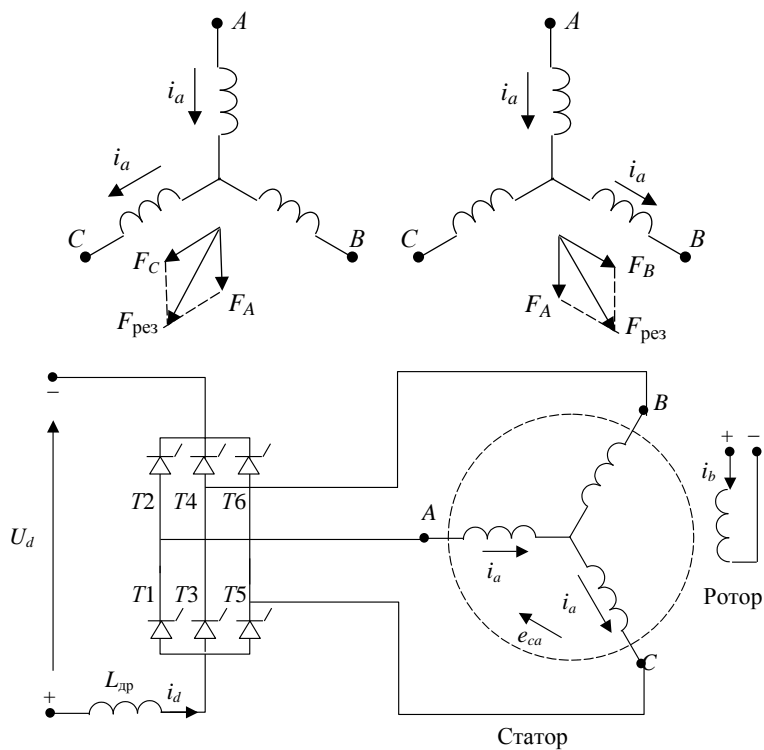
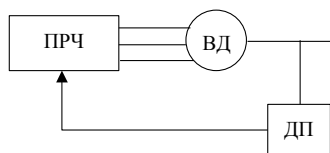
Разработка силовых полупроводниковых приборов (транзисторы, тиристоры, семисторы) обусловила создание статических преобразователей частоты. В качестве статического преобразователя частоты наибольшее распространение получили два типа: автономный инвертор со звеном постоянного тока и непосредственный преобразователь частоты.

7.25. ВЕНТИЛЬНЫЙ ДВИГАТЕЛЬ СО ЗВЕНОМ ПОСТОЯННОГО ТОКА

Особенностью частотного регулирования СД является возможность выпадания из синхронизма.



Поэтому вводят самосинхронизацию при которой в преобразователь частоты поступают сигналы от датчика положения ротора и напряжение на фазу подается всегда при $\theta < 90^\circ$. Такие двигатели называются вентильными.



$$\underline{i_d} = \underline{i_a}, \text{ но } \underline{I_d} \neq \underline{I_{a\phi}}.$$

Электромагнитный момент может быть вычислен с точки зрения теории ДПТ и теории СД.

Теория ДПТ

$$U_d = E_d + I_d R_a, \quad E_d = \frac{pN}{2\sqrt{3}} \Phi_6 \omega K_{\text{инв}}$$

$K_{\text{инв}}$ определяется углом опережения β (угол регулирования).
Обычно $K_{\text{инв}} = 0,5 \dots 0,8$.

$R_a = 2r_\phi$ – во внекоммутационных режимах,

$R_a = 1,5r_\phi$ – во время коммутации.

Принимают $R_a \approx 1,85r_\phi$.

$$M = \frac{p_d}{\omega} = \frac{E_d I_d}{\omega} = \frac{pN}{2\sqrt{3}} \Phi_6 I_d K_{\text{инв}}.$$

При $K_{\text{инв}} = \text{const}$ имеем

$$M = \frac{pN}{2\sqrt{3}} \Phi_6 I_d K_{\text{инв}} = C_M \Phi_6 I_d.$$

Напомним, для ДПТ $M = \frac{pN}{2\pi a} \Phi_6 I_d K_{\text{инв}} = C_M \Phi_6 I_d$.

Теория СД

$$P_{\text{эм}} = 3U_\phi I_{a\phi} \cos \varphi = \frac{3U_\phi E_{0\phi}}{X_{\text{сн}}} \sin \theta;$$

$$M = \frac{P_{\text{эм}}}{\omega_1} = \frac{3U_\phi E_{0\phi}}{\omega_1 X_{\text{сн}}} \sin \theta.$$

Мощность на валу

$$P_2 = U_d I_d \eta = 3U_{\phi 1} I_{a\phi 1} \cos \varphi \eta.$$

7.26. МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ДПТ ПРИ ВАРИАЦИИ СПОСОБА ВОЗБУЖДЕНИЯ

Для двигателя смешанного возбуждения (ДСВ) уравнения равновесия записываются в виде

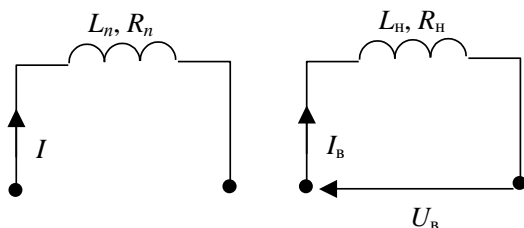
$$U = IR_a + L_a \frac{dI}{dt} + IR_n + W_n \frac{d\Phi}{dt} + Ce\omega\Phi(I).$$

$$M - M_{\text{нг}} = \frac{d(J\omega)}{dt}.$$

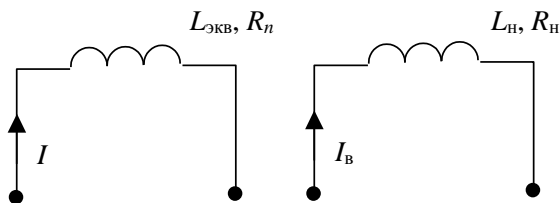
R_a, L_a – якорь, R_n, W_n – последовательная обмотка.

$$\Phi(I) = \Phi_{\text{нез}} + \Phi_{\text{п}}(I).$$

Если обмотка независимого возбуждения подключена к источнику напряжения, то систему возбуждения



можно заменить на систему



т.е. без параметра M . При этом $L_{ЭКВ} = L_n + L_H \frac{R_n}{R_H}$. Поэтому система будет иметь вид:

$$U = IR_a + L_a \frac{dI}{dt} + IR_n + L_{ЭКВ} \frac{dI}{dt} + C_e \omega \Phi(I).$$

$$M - M_{\text{нг}} = \frac{d(J\omega)}{dt}.$$

Введем систему относительных величин

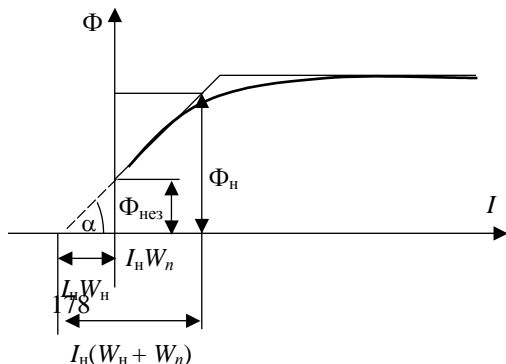
$$u = \frac{U}{E_n}; i = \frac{I}{I_n}; \mu = \frac{\mu}{\mu_n}; v = \frac{\omega}{\omega_n}; \Phi = \frac{\Phi}{\Phi_n},$$

тогда система имеет вид

$$U = \frac{I_n(R_a + R_n)}{E_n} i + \frac{\frac{1}{2} L_a I_n}{E_n} + \frac{L_{ЭКВ} I_n}{E_n} \frac{di}{dt} + v \Phi(i);$$

$$i \Phi(i) - \mu_{\text{нг}} = \frac{\omega_n}{M_H} \frac{d(Jv)}{dt}.$$

Принимаем за базовую машину ДПВ, который может переводиться в режим смешанного возбуждения путем секционирования, т.е. часть витков ОВ включается последовательно с якорем, другая часть подключается



к независимому источнику питания. При этом

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{\Phi_{\text{н}}}{I_{\text{н}}(W_{\text{н}} + W_{\text{н}})} = \frac{\Phi_{\text{нез}}}{I_{\text{н}} W_{\text{н}}}.$$

О ВЫБОРЕ ТИПА ЭМС

От свойств и характеристик ЭМС зависит производительность и качество выпускаемой продукции. Выбор типа ЭМС согласуется с требованиями, предъявляемыми к рабочим механизмам и агрегатам. Сложность современных производственных машин и агрегатов не позволяет составить уравнения, определяющие их поведение, исходя из физических принципов функционирования и конструктивных данных.

Приходится выявлять необходимые характеристики и параметры, исследуя поведение рабочей машины при выполнении технологического процесса. Для более глубокого знакомства с условиями работы производственного механизма разрабатывается техническое задание, в котором учитываются все особенности технологического процесса и условия работы исполнительного механизма. В техническом задании должны найти отражение вопросы, касающиеся характера статического момента, необходимых пределов регулирования скорости, плавности регулирования, стабильности скорости, допустимого её отклонения от среднего значения, требуемого набора механических характеристик, условий пуска и торможения, характера переходных процессов и др.

Для нерегулируемой ЭМС выбор типа двигателя и системы управления решается достаточно просто. Для установок малых и средних мощностей используются асинхронные двигатели с короткозамкнутым ротором, а для механизмов, требующих больших мощностей – синхронные двигатели. Двигатели переменного тока по конструкции проще, стоимость их ниже, они надежнее и обслуживание их требует меньших затрат. Синхронные двигатели используются и в области малых мощностей для специальных установок и в устройствах автоматизации. Свойство синхронного двигателя поддерживать неизменным средний уровень скорости является определяющим при использовании их в лентопротяжных механизмах, устройствах отработки времени, модуляторах светового потока и др.

Значительно сложнее решать вопрос о выборе типа двигателя для регулируемой ЭМС. Здесь необходимо указывать допустимые погрешности при набросе нагрузки и предельные коэффициенты неравномерности частоты вращения на различных уровнях, необходимые полосы пропускания частот для контура скорости и контура положения, разрешенные неравномерности скорости и др.

При глубоком регулировании частоты вращения и необходимости иметь хорошую управляемость возможно использование только ЭМС с индивидуальными преобразователями. В настоящее время широко используются ЭМС с частотным и частотно-токовым управлением. Основными препятствиями к быстрому и широкому внедрению частотно-регулируемых ЭМС являются сложность систем управления и отсутствие специальных двигателей, предназначенных для работы в условиях переменной частоты.

Необходимо отметить, что в связи с быстрым развитием полупроводниковой техники, электромашиностроения и появлением новых аппаратных средств регулируемые ЭМС непрерывно совершенствуются и следует ожидать появления новых с улучшенными техническими показателями.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Анализ и синтез ЭМС* / А.И. Ильин, Б.Р. Липай, С.И. Маслов, П.А. Тыричев. – М.: Изд-во МЭИ, 1999. – 76 с.
2. *Афонин С.М.* Расчет элементов и устройств ЭМС. – М.: МЭИ, 2000. – 75 с.
3. *Егоров Н.В.* ЭМС. Общие принципы анализа и расчета ЭМС: Уч. пособие / Н.В. Егоров, Д.А. Овсянников; СПб. гос. ун-т. – СПб.: СПбГУ, 2002. – 117 с.
4. *Ковчин С.А., Сабинин Ю.А.* Теория электропривода. – СПб.: Энергоатомиздат, 1994. – 496 с.
5. *Ленк А.* Электромеханические системы. – М.: Мир, 1978. – 283 с.
6. *Липай Б.Р.* Компьютерные модели ЭМС. – М.: МЭИ, 2003. – 102 с.
7. *Львович А.Ю.* Электромеханические системы. – Л.: Изд-во ЛГУ, 1986. – 296 с.
8. *Маслов С.И., Тыричев П.А.* Электромеханические системы. – М.: Изд-во МЭИ, 1999. – 100 с.

9. Маслов С.И., Тыричев П.А. Силовые элементы ЭМС. – М.: Изд-во МЭИ, 1999. – 128 с.
10. Сабинин Ю.А. Позиционные и следящие ЭМС: Уч. пособие для вузов. – СПб: Энергоатомиздат, 2001. – 207 с.
11. Чабан В.И. Методы анализа электромеханических систем. – Вища шк., 1985. – 192 с.

ОГЛАВЛЕНИЕ

Введение в теорию систем	3
Классификационные признаки систем	5
Управление в системах	6
Принципы системного подхода	9
1. Общие сведения об электромеханических системах	12
1.1. Определения, назначение, составы ЭМС	12
1.2. Процесс преобразования энергии	13
1.3. Электромеханические преобразователи энергии	15
1.4. Составы автоматических систем	16
1.5. Обобщенная структура электропривода	17
1.6. Электродвигатели для ЭМС	18
1.7. Преобразовательные устройства	21
1.8. Управляющие устройства. Способы управления ЭМС	24
1.9. Измерительные устройства, согласование в ЭМС	26
1.10. Подбор типа редуктора	27
2. Электромеханические преобразователи	27
2.1. Общее представление устройства	27
2.2. Общая характеристика устройства ЭМП	29
2.3. Общие принципы работы	31
2.4. Принцип работы АД	32
2.5. Принцип работы МПТ	33
2.6. Принцип работы СМ	33
3. Электромагнитный момент ЭМП	34
3.1. Общие сведения	34
3.2. Взаимодействие двух обмоток	36
3.3. Взаимодействие магнитных полей	38
3.4. Определение электромагнитного момента по изменению энергии	40
3.5. О динамике электромагнитного момента	43

3.6. Факторы неустойчивости момента в системах с индукционными двигателями	46
3.7. Новые методы определения электромагнитного момента трехфазных асинхронных двигателей.....	48
3.8. Пульсационность электромагнитного момента.....	53
3.9. Динамический электромагнитный момент	55
4. Теория обмоток ЭМП.....	60
4.1. Основные элементы обмоток, классификация обмоток.....	60
4.2. Связь магнитного поля в воздушном зазоре с током в обмотке	60
4.3. Обмоточная функция.....	63
4.4. Потокосцепление и индуктивность обмоток.....	66
4.5. Анализ обмоток	67
4.6. Пространственные вектора.....	70
4.7. Пространственный вектор фазы обмотки.....	73
4.8. Многофазные обмотки	76
5. Элементы общей теории ЭМП.....	83
5.1. Независимые величины и их производные.....	83
5.2. Превращение энергии в элементе проводника	89
5.3. Движение элемента проводника под действием электромагнитной силы.....	91
5.4. Процессы в неподвижном элементе.....	92
6. Математическое описание ЭМС.....	93
6.1. Общий подход к математическому описанию ЭМС	93
6.2. Изображающие пространственные вектора и преобразование координат	96
6.3. Обобщенные модели ЭМП.....	101
6.4. Обобщенная модель с взаимно вращающимися осями координат	101
6.5. Обобщенная модель с взаимно неподвижными осями координат	106
6.6. Использование моделей.....	110
6.7. К определению параметров обобщенного ЭМП	115
6.8. Использование уравнений Лагранжа для описания электромеханических преобразователей	119
7. Управление потоком энергии в ЭМС	121
7.1. Общие вопросы управления в ЭМС. Требования, предъявляемые к ЭМС.....	121

7.2. Моменты и силы сопротивления в ЭМС	125
7.3. Способы, законы и системы управления в ЭМС	128
7.4. Рациональное распределение передаточных чисел	130
7.5. Оценка передаточного числа редуктора по быстродействию	134
7.6. Оценка передаточного числа редуктора по минимуму массы и стоимости модуля	135
7.7. Оценка передаточного числа по нагреву и целесообразности применения редуктора	137
7.8. Учет потерь в механической части ЭМС	139
7.9. Современные способы регулирования частоты вращения	140
7.10. Особенности работы ДПТ при питании от выпрямителя	143
7.11. Энергодинамические характеристики силовой части проводов постоянного тока	146
7.12. Распределение потока энергии в индукционных двигателях	148
7.13. Законы регулирования частоты вращения	149
7.14. Машины двойного питания	150
7.15. Преобразователи частоты. Автономный инвертор со звеном постоянного тока	151
7.16. Совместимость преобразователя и двигателя в ЭМ	156
7.17. Особенности работы ДПТ при пульсирующем токе на при- мере двухполупериодного выпрямителя и двигателя после- довательного возбуждения	158
7.18. Механические характеристики ДПТ. Кривые располагаемой мощности	161
7.19. Угол рационального сопряжения двигателя и редуктора	162
7.20. Технические характеристики ЭМС переменного тока	163
7.21. Пульсации момента в ЭМС	164
7.22. Законы регулирования электропривода с частотным управлением	165
7.23. Расчет механических характеристик частотно-регулируемого асинхронного двигателя	166
7.24. Статические преобразователи частоты	170
7.25. Вентильные двигатели со звеном постоянного тока	171
7.26. Математические модели ДПТ при вариации способа возбуждения	174
О выборе типа ЭМС	176
Список литературы	177